1 Die Physik – eine Naturwissenschaft ... 7
1.1 Die Entwicklung der Physik als Wissenschaft ... 8
1.2 Denk- und Arbeitsweisen in der Physik ... 15
1.2.1 Begriffe und Größen in der Physik ... 15
1.2.2 Gesetze, Modelle und Theorien in der Physik ... 19
1.2.3 Erkenntniswege in der Physik ... 23
1.2.4 Tätigkeiten in der Physik ... 28
1.2.5 Lösen physikalisch-mathematischer Aufgaben ... 35
1.2.6 Vorbereiten, Durchführen und Auswerten physikalischer Experimente ... 41

2 Mechanik ... 49
2.1 Grundeigenschaften von Körpern und Stoffen ... 50
2.1.1 Volumen, Masse und Dichte ... 50
2.1.2 Teilchenanzahl, Stoffmenge und Aufbau der Stoffe ... 51
2.2 Kinematik ... 56
2.2.1 Beschreibung von Bewegungen ... 56
2.2.2 Gleichförmige geradlinige Bewegungen ... 61
2.2.3 Gleichförmige Kreisbewegungen ... 62
2.2.4 Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegungen ... 64
2.2.5 Der freie Fall ... 66
2.2.6 Überlagerung von Bewegungen ... 68
2.3 Dynamik ... 75
2.3.1 Kräfte und ihre Wirkungen ... 75
2.3.2 Die newtonschen Gesetze ... 80
2.3.3 Arten von Kräften ... 83
2.4 Energie, mechanische Arbeit und Leistung ... 90
2.4.1 Energie und Energieerhaltung ... 90
2.4.2 Die mechanische Arbeit ... 94
2.4.3 Die mechanische Leistung ... 97
2.4.4 Der Wirkungsgrad ... 98
2.5 Mechanik starrer Körper ... 99
2.5.1 Statik starrer Körper ... 99
2.5.2 Kinematik rotierender starrer Körper ... 101
2.5.3 Dynamik rotierender starrer Körper ... 104
2.6 Impuls und Drehimpuls ... 108
2.6.1 Kraftstoß, Impuls und Impulserhaltungssatz ... 108
2.6.2 Unelastische und elastische Stöße ... 115
2.6.3 Der Drehimpuls und seine Erhaltung ... 119
2.7 Gravitation ... 122
2.7.1 Das Gravitationsgesetz ... 122
2.7.2 Gravitationsfelder ... 128
2.8 Mechanische Schwingungen und Wellen ... 136
2.8.1 Entstehung und Beschreibung mechanischer Schwingungen ... 136
2.8.2 Überlagerung von Schwingungen ... 145
2.8.3 Entstehung und Beschreibung mechanischer Wellen ... 146
2.8.4 Ausbreitung und Eigenschaften mechanischer Wellen ... 150
2.8.5 Akustik ... 156

Ergänzungen und Vertiefungen: GALILEI und die Bewegungsgesetze 67, Physik und Sport 72, Physik und Straßenverkehr 86, Kräfte beim Schwimmen und Fliegen 89, Höhepunkte der bemannten Weltraumfahrt 126, HOHMANN-Bahnen und Swing-by-Manöver 135, Zusammensetzung von Wellen und FOURIER-Analyse 155,





Physik und Musik 158, Ultraschall und seine Anwendung 160
Das Wichtigste im Überblick: Kinematik 74, Dynamik 121, Gravitation, Schwingungen und Wellen 161
Aufgaben zur Mechanik ... 162

3 Thermodynamik ... 175
3.1 Betrachtungsweisen und Modelle in der Thermodynamik ... 176
3.1.1 Die phänomenologische Betrachtungsweise ... 176
3.1.2 Die kinetisch-statistische Betrachtungsweise ... 177
3.2 Thermisches Verhalten von Körpern und Stoffen ... 179
3.2.1 Temperatur, innere Energie und Wärme ... 179
3.2.2 Wärmeübertragung ... 182
3.2.3 Volumen- und Längenänderung von Körpern ... 188
3.2.4 Aggregatzustände und ihre Änderungen ... 190
3.2.5 Die Gasgesetze ... 194
3.3 Kinetische Theorie der Wärme ... 198
3.3.1 Der atomare Aufbau der Stoffe ... 198
3.3.2 Kinetische Gastheorie ... 201
3.4 Hauptsätze der Thermodynamik ... 211
3.4.1 Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik ... 211
3.4.2 Kreisprozesse ... 222
3.4.3 Der 2. und 3. Hauptsatz der Thermodynamik ... 231
3.5 Temperaturstrahlung und Strahlungsgesetze ... 240
Ergänzungen und Vertiefungen: Wärmequellen im All – die Sterne 186, Wärmekraftwerke 227, Reale Kreisprozesse 229, Selbstorganisation – Grundlage der Evolution 237, Der Mensch als thermodynamisches System 238, Der Treibhauseffekt – eine Lebensnotwendigkeit 244
Das Wichtigste im Überblick: Thermisches Verhalten von Körpern und Stoffen 193, Thermodynamisches Verhalten von Gasen 210, Hauptsätze der Thermodynamik und Kreisprozesse 239, Die Sonne – ein glühender Gasball 246
Aufgaben zur Thermodynamik ... 248

4 Elektrizitätslehre und Magnetismus ... 253
4.1 Das elektrische Feld ... 254
4.1.1 Elektrische Ladungen ... 254
4.1.2 Elektrische Felder ... 260
4.1.3 Geladene Teilchen in elektrischen Feldern ... 272
4.2 Das magnetische Feld ... 277
4.2.1 Magnetische Felder von Dauer- und Elektromagneten ... 277
4.2.2 Beschreibung magnetischer Felder durch Feldgrößen ... 280
4.2.3 Geladenen Teilchen und Stoffe in magnetischen Feldern ... 283
4.3 Elektromagnetische Induktion ... 293
4.3.1 Grundlagen der elektromagnetischen Induktion ... 293
4.3.2 Das Induktionsgesetz ... 297
4.3.3 Lenzsches Gesetz und Selbstinduktion ... 299
4.3.4 Generatoren ... 303
4.3.5 Transformatoren ... 305
4.4 Der Gleichstromkreis ... 309
4.5 Elektrische Leitungsvorgänge ... 316
4.5.1 Elektrische Leitungsvorgänge in Metallen ... 316
4.5.2 Elektrische Leitungsvorgänge in Flüssigkeiten ... 322
4.5.3 Elektrische Leitungsvorgänge in Gasen ... 323

4.5.4 Elektrische Leitungsvorgänge im Vakuum ... 325
4.5.5 Elektrische Leitungsvorgänge in Halbleitern ... 326
4.5.6 Analoge und digitale Signalverarbeitung ... 335
4.6 Wechselstromkreis ... 341
4.6.1 Größen zur Beschreibung eines sinusförmigen Wechselstromes ... 341
4.6.2 Ohmsche, induktive und kapazitive Widerstände im Wechselstromkreis ... 344
4.6.3 Zusammenwirken von Widerständen im Wechselstromkreis ... 348
4.7 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen ... 352
4.7.1 Elektromagnetische Felder ... 352
4.7.2 Elektromagnetische Schwingungen ... 356
4.7.3 Hertzsche Wellen ... 360
4.7.4 Das Spektrum elektromagnetischer Wellen ... 368
Ergänzungen und Vertiefungen: Bestimmung der Elementarladung 273, Elektrische Erscheinungen in der Atmosphäre 288, Riesenbeschleuniger für kleinste Teilchen 290, Der Mensch – ein elektrisches Wesen 314, Supraleitung – Entdeckung, Erklärung, Anwendung 321, Touchsreens – Bildschirme mit Gefühl 337, Der Scanner – eine Möglichkeit zur digitalen Bilderzeugung 338
Das Wichtigste im Überblick: Elektrische Felder 276, Magnetische Felder und elektromagnetische Induktion 308, Gleichstromkreis und elektrische Leitungsvorgänge 339, Elektrische Bauelemente 340, Wechselstromkreis, elektromagnetische Schwingungen und Wellen 370
Aufgaben zur Elektrizitätslehre ... 371

5 Optik ... 381
5.1 Modelle für das Licht ... 382
5.1.1 Das Modell Lichtstrahl ... 382
5.1.2 Das Modell Lichtwelle ... 383
5.2 Ausbreitung des Lichtes in Stoffen und im Vakuum ... 384
5.2.1 Die Lichtgeschwindigkeit ... 384
5.2.2 Reflexion und Brechung von Licht ... 386
5.2.3 Streuung und Absorption von Licht ... 395
5.3 Bilder und optische Geräte ... 396
5.3.1 Bildentstehung an Spiegeln und Linsen ... 396
5.3.2 Optische Geräte ... 406
5.4 Beugung und Interferenz von Licht ... 410
5.5 Polarisation von Licht ... 423
5.6 Licht und Farben ... 427
5.6.1 Spektren und Spektralanalyse ... 427
5.6.2 Mischung von Farben ... 429
Ergänzungen und Vertiefungen: Die Lichtgeschwindigkeit – eine fundamentale Naturkonstante 385, Refraktoren und Spiegelteleskope 404, Eine alternative Beschreibungsmöglichkeit – das Zeigermodell 420
Das Wichtigste im Überblick: Strahlenoptik 409, Wellenoptik 431
Aufgaben zur Optik ... 432

6 Quantenphysik ... 437
6.1 Quanteneffekte bei elektromagnetischer Strahlung ... 438
6.1.1 Der äußere lichtelektrische Effekt ... 438





6.1.2 Energie, Masse und Impuls von Photonen 442
6.1.3 Röntgenstrahlung 444
6.2 Interferenz von Quantenobjekten 452
6.3 Komplementarität und Unbestimmtheit 458
6.3.1 Komplementarität bei Doppelspalt-Experimenten 458
6.3.2 Unbestimmtheit von Ort und Impuls 464
Ergänzungen und Vertiefungen: Komplementarität am Interferometer: Ein Experiment von 1991 462
Das Wichtigste im Überblick: Quantenphysik 468
Aufgaben zur Quantenphysik 469

7 Atom- und Kernphysik 473
7.1 Physik der Atomhülle 474
7.1.1 Grundexperimente der Atomphysik 474
7.1.2 Atommodelle 477
7.1.3 Die Energieniveaus der Atomhülle im physikalischen Experiment 486
7.1.4 Spontane und induzierte Emission 488
7.2 Physik des Atomkerns 492
7.2.1 Atomkerne, Radioaktivität und radioaktive Strahlung 492
7.2.2 Kernmodelle 506
7.2.3 Kernenergie 509
7.2.4 Elementarteilchen 514
Ergänzungen und Vertiefungen: SCHRÖDINGER-Gleichung und Psi-Funktion 484, Der CD-Player – Laserphysik im Alltag 490, Kernfusion 512, Das Standardmodell 516
Das Wichtigste im Überblick: Physik der Atomhülle 491, Physik des Atomkerns 518
Aufgaben zur Atom- und Kernphysik 519

8 Spezielle Relativitätstheorie 523
8.1 Von der klassischen Physik zur Relativitätstheorie 524
8.1.1 Die klassischen Vorstellungen von Raum und Zeit 524
8.1.2 Inertialsysteme und das galileische Relativitätsprinzip 525
8.1.3 Das MICHELSON-MORLEY-Experiment 528
8.2 Grundaussagen der speziellen Relativitätstheorie 530
8.3 Relativistische Kinematik 532
8.4 Relativistische Dynamik 543
8.5 Ausblick auf die allgemeine Relativitätstheorie 549
Ergänzungen und Vertiefungen: MINKOWSKI-Diagramme 538, Satellitengestützte Funknavigation 540
Das Wichtigste im Überblick: Spezielle Relativitätstheorie (STR) 551
Aufgaben zur speziellen Relativitätstheorie 552

9 Ausblick auf weitere Teilgebiete der Physik 555

A Anhang 559
Nuklidkarte 560, Periodensystem der Elemente 562, Physikalische Konstanten 563, Größen, Einheiten und Beziehungen zwischen den Einheiten 564, Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems 569

Register 570

1 Die Physik – eine Naturwissenschaft



Die Physik beschäftigt sich mit grundlegenden Erscheinungen und Gesetzen in unserer natürlichen Umwelt und ermöglicht die Erklärung und die Voraussage vieler Erscheinungen in Natur und Technik. Dabei werden grundlegende Denk- und Arbeitsweisen angewendet, zu denen charakteristische Erkenntniswege und fachtypische Tätigkeiten gehören. Eine zentrale Rolle in der Physik nimmt neben der Theorie das Experiment ein.

1.1 Die Entwicklung der Physik als Wissenschaft



Die griechischen Gelehrten der Antike gingen davon aus, dass viele Erscheinungen in der Natur nicht von Göttern, sondern von der Natur selbst verursacht sind und dass sich der Mensch diese Naturerscheinungen nutzbar machen kann.

Die Geschichte der Wissenschaft Physik reicht zurück bis in die griechische Antike. Bereits vor der Antike haben die Menschen allerdings Erfahrungen und Erkenntnisse gesammelt und systematisiert, deren wissenschaftliche Aufarbeitung und Weiterentwicklung heute in die Wissenschaft Physik einzuordnen ist. So kannten die Menschen in Ägypten zum Beispiel bereits im dritten Jahrtausend vor unserer Zeitrechnung Geräte zum Messen von Entfernungen und Zeiten, wie Sonnen- Wasser- und Sanduhren, Volumen-, Gewichts- und Längenmaße sowie kraftumformende Einrichtungen, wie Rollen, Walzen, Hebel und Räder. Die Menschen begannen, die Gestirne und ihren Lauf zu beobachten sowie den Jahres- und Tagesablauf nach periodischen Bewegungen der Sonne und des Mondes einzuteilen. Etwa 2000 Jahre vor unserer Zeitrechnung entstand in Babylon bereits ein Verzeichnis von Sternbildern und Fixsternen. Die zahlreichen Einzelkenntnisse gewannen die Menschen mehr durch unmittelbare und zufällige Erfahrungen mit der Natur als durch systematisches und zielstrebiges Erforschen von Naturerscheinungen.
Mit diesem Einzelwissen gaben sich die Gelehrten der Antike nicht mehr zufrieden. Sie suchten nach den tiefsten Geheimnissen der Natur, nach den „Urstoffen“ und „Urkräften“, aus denen die ganze Welt aufgebaut ist und die überall wirken. Sie wollten eine einheitliche und systematische Wissenschaft betreiben und ganze Weltbilder erschaffen.

Eine Blüte erlebten die Naturwissenschaften im antiken Griechenland vom 6. Jahrhundert vor unserer Zeitrechnung an. Als einer der Ersten versuchte **Thales von Milet** (um 624 bis um 546 v. Chr.) alle Erscheinungen auf ein gemeinsames Prinzip zurückzuführen. Wasser sollte der Urstoff für alle Körper sein. Außerdem führte er alle Erscheinungen auf zwei Urkräfte zurück: das Zusammenziehen und das Ausdehnen.
Pythagoras (um 560 bis um 480 v. Chr.) war Mathematiker und Philosoph und gründete eine ganze Schule mit Gelehrten, die Pythagoräer. Sie sahen in den mathematischen Beziehungen die Verbindungen zwischen den Gegenständen der Wirklichkeit. Die Pythagoräer gelangten zu beachtlichen mathematischen Erkenntnissen. Pythagoras experimentierte außerdem mit einer gespannten Saite – einem **Monochord** – und fand mathematische Zusammenhänge zwischen der Länge der schwingenden Saite und der Tonhöhe.
Dabei ist beachtenswert, dass die Phythagoräer auf ähnliche Weise zu Erkenntnissen gelangten, wie dies erst wieder zu Zeiten von Galilei im

17. Jahrhundert üblich wurde, nämlich durch Beobachtung von Einzelerscheinungen, vor allem im Experiment, und deren Verallgemeinerung.

Einer der größten Gelehrten der Antike war **Aristoteles** (384–322 v. Chr., Bild rechts). Er beschäftigte sich mit fast allen Gebieten der Wissenschaft seiner Zeit und brachte sie in ein umfassendes System. Seine Werke wurden ins Lateinische übersetzt und von der Kirche und vielen Wissenschaftlern bis ins Mittelalter als unumstößlich betrachtet. Er prägte die Begriffe **„Physik"** und „Botanik". Besonderen Einfluss auf die Naturwissenschaften seiner Zeit und der Jahrhunderte danach hatten seine Ansichten zu Raum, Zeit, den Bewegungen und dem Leeren (Vakuum).
Aristoteles beschäftigte sich auch mit dem Aufbau der Erde und des Weltalls. In seiner Physik nahm er eine Trennung zwischen Himmel und Erde vor. Himmelskörper und himmlische Bewegungen (Kreisbewegungen) waren gleichbleibend. Die Bewegungen auf der Erde teilte er in natürliche und erzwungene Bewegungen ein.



Das Wort **Physik** kommt vom griechischen Wort „physis" und bedeutet „Natur". Der Begriff Physik umfasste damit ursprünglich das gesamte Naturgeschehen und war die umfassende Wissenschaft von der Natur. Die Wissenschaftler nannten sich „Physiker" oder „Physiologen".

Ein großer Gelehrter seiner Zeit war **Archimedes** (um 287–212 v. Chr.). Er verband die Physik mit der Mathematik und der Technik. Physikalische Gesetze wurden bereits mathematisch formuliert und zum Bau von technischen Geräten und Maschinen genutzt. Er formulierte Gesetze für den Hebel, den Auftrieb, die Dichte und Teilbereiche der Optik, baute ein Planetarium und erfand etwa 40 Maschinen, darunter Kräne, die endlose Schraube und den Flaschenzug. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, dass physikalische Erkenntnisse bewusst zur Lösung von praktischen Problemen genutzt wurden. Mit Archimedes und seinen Zeitgenossen erlebten die Mathematik und Physik der Antike ihren Höhepunkt. Zu dieser Zeit begannen sich auch erstmals Teilgebiete der Physik herauszubilden.

Eine Zusammenfassung der bisherigen Erkenntnisse der astronomischen Forschung nahm **Claudius Ptolemäus** (um 100 bis um 170 n. Chr.) vor. Er sah die Erde im Mittelpunkt der Welt, um die sich alle Himmelskörper bewegten. So formte er das **geozentrische Weltbild.** Sein Buch wurde 827 ins Arabische und später ins Lateinische übersetzt. Das geozentrische Weltbild war – auch durch die Unterstützung der Kirche – bis ins Mittelalter bestimmend. Im ersten Jahrhundert unserer Zeitrechnung übernahm das römische Kaiserreich die führende Stellung in der Welt. In der römischen Antike wurden zwar die wissenschaftlichen Leistungen der griechischen Gelehrten bewahrt und angewendet, jedoch kaum weiterentwickelt. Eine Weiterentwicklung der Physik gab es danach vor allem in der arabischen Welt durch die Völker des Islam.

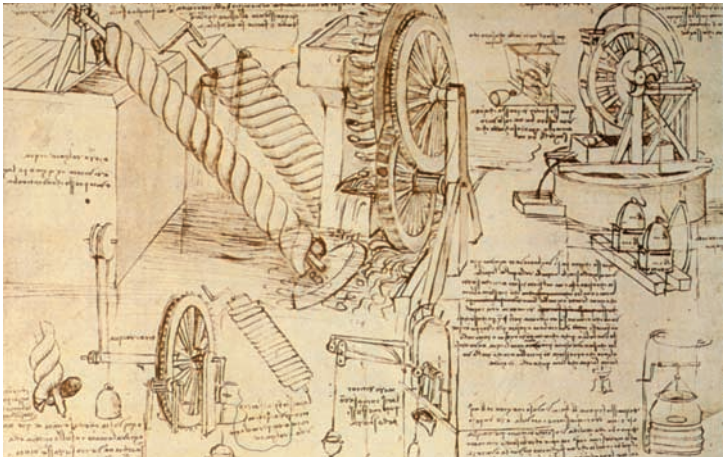


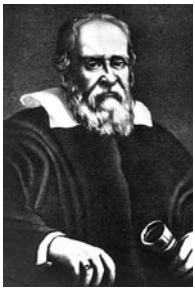
Claudius Ptolemäus stellte sein Weltbild in dem Werk „Syntaxis mathematike" (Mathematische Zusammenstellung), arabisch auch „Almagest" genannt, vor.

Die Physik als Naturwissenschaft bildete sich in der griechischen Antike heraus, war aber in dieser Zeit insgesamt eher eine Naturphilosophie. Die Physik beschrieb die Natur in erster Linie, wie sie sich unmittelbar und augenscheinlich darbot. Vereinzelt wurden jedoch auch bereits Experimente durchgeführt. Insbesondere durch Archimedes kam es zu einer ersten Verbindung von Mathematik und Physik sowie zu einer bewussten technischen Nutzung von physikalischen Erkenntnissen.

Das Wort „Renaissance“ kommt aus dem Lateinischen und bedeutet „Wiedergeburt“. Es sollte damit das Besinnen auf die Erkenntnisse und Leistungen der Antike zum Ausdruck gebracht werden.

Neues Interesse an der Entwicklung der Physik kam im Frühkapitalismus, insbesondere durch das Interesse der Handwerker und des Bürgertums an praktischen Erkenntnissen, auf. Auch die großen geographischen Entdeckungen im 15. und 16. Jahrhundert und die Hochseeschifffahrt brachten neue Anforderungen an die Kartografie, Astronomie, Zeitmessung und den Kalender. Zunächst kam es in der **Renaissance** zu einer Wiederentdeckung und Aneignung der Kultur und der Wissenschaften der Antike. Leonardo da Vinci (1452–1519) war ein typischer Vertreter dieser Zeit. Neben seinen Leistungen als Maler war er vor allem als Naturforscher und Techniker erfolgreich. Die Verbindung von Wissenschaft und Praxis war für ihn von großer Bedeutung, wollte er doch praktische Probleme lösen. Er konstruierte und baute Geräte und Maschinen. Das Bild zeigt einige Beispiele von Originalzeichnungen. Eine systematische Weiterentwicklung der Naturwissenschaft betrieb er nicht.

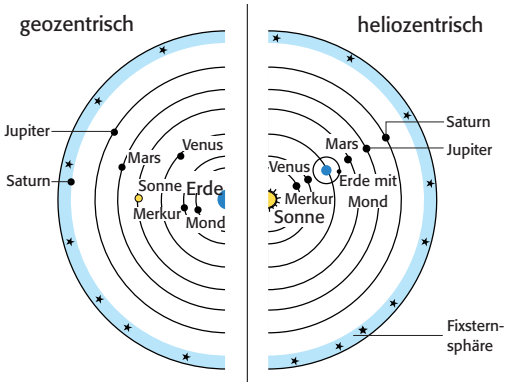




Galileo Galilei war einer der bedeutendsten Naturwissenschaftler des späten Mittelalters.

Zu einer solch gravierenden Weiterentwicklung der Physik kam es erst im 16. Jahrhundert durch Galileo Galilei (1564–1642) und Johannes Kepler (1571–1630) sowie später durch Isaac Newton (1643–1727). Diese Weiterentwicklung ging einher mit der Überwindung des geozentrischen Weltbildes des Ptolemäus durch die Erkenntnisse von Nikloaus Kopernikus (1473–1543) sowie Galilei, Kepler und Newton. Das in der Antike bereits vorhandene **heliozentrische Weltbild,** in dem die Sonne im Zentrum unseres Planetensystems steht, wurde wiederbelebt und von Nikolaus Kopernikus in einem geschlossenen System dargestellt.

Von besonderer Bedeutung für seine Weiterentwicklung und Verbreitung waren die Arbeiten von Johannes Kepler und Galileo Galilei. Johannes Kepler fand die heute nach ihm benannten drei Gesetze der Planetenbewegung (keplersche Gesetze). Galilei entdeckte u. a. das Trägheitsgesetz und die Gesetze für gleichmäßig beschleunigte Bewegungen. Beide überwanden die Trennung von himmlischer und irdischer Physik und fanden Gesetze, nach denen sich sowohl himmlische Körper (die Planeten) als auch Körper auf der Erde bewegen.



Das **heliozentrische Weltbild** unterschied sich grundsätzlich vom **geozentrischen Weltbild** durch die zentrale Stellung der Sonne. Die Skizze zeigt beide Weltbilder stark vereinfacht.

GALILEO GALILEI führte auch neue Denk- und Arbeitsweisen in die Wissenschaft Physik ein. So wollte er nicht nur die Erscheinungen in der Natur beschreiben, sondern fragte nach dem Wesentlichen in diesen Erscheinungen. Von besonderer Bedeutung war, dass GALILEI versuchte, sowohl der Mathematik als auch dem Experiment einen neuen gewichtigen Stellenwert in der Physik einzuräumen. Das **Experiment** als eine zielgerichtete **Frage an die Natur** bekam eine zentrale Stellung im Erkenntnisprozess und die Physik wurde zu einer Experimentalwissenschaft. Mithilfe der Mathematik konnten physikalische Gesetze exakter erfasst werden und gleichzeitig besser in Experimenten und zur Lösung praktischer Probleme genutzt werden. Damit erhielt auch die Praxis durch GALILEI wieder einen neuen Stellenwert in der Wissenschaft Physik.

Nicht nur durch das **Experiment**, sondern auch durch die Nutzung des Fernrohres als Beobachtungsinstrument zur Erforschung des Himmels zeigte GALILEI die Verbindung von Theorie und Praxis. Er fand mit dem Fernrohr vier Jupitermonde (galileische Monde).



Eine vorläufige Vollendung erfuhr die klassische Mechanik im 17. bzw. 18. Jahrhundert vor allem durch ISAAC NEWTON (1643–1727). NEWTON griff die Erkenntnisse von GALILEI, KEPLER und anderen Wissenschaftlern zu mechanischen Bewegungen auf und formulierte mithilfe der Mathematik die allgemeinen Bewegungsgesetze für beliebige Körper in Raum und Zeit.
Darüber hinaus entdeckte er die Gravitation als universelle Wechselwirkung zwischen Körpern, die die Bewegung von Himmelskörpern bestimmt. Ferner wandte er die Bewegungsgesetze für Körper auf der Erde auch für Bewegungen von Himmelskörpern an und überwand damit die Unterscheidung zwischen einer Physik des Himmels und der Erde. Seine Erkenntnisse stellte NEWTON in einem geschlossenen System von Axiomen (Gesetzen) dar, das als Theorie bezeichnet werden kann. Die **newtonsche Mechanik** war somit die erste Teildisziplin der Physik, die als in sich geschlossene Theorie dar-

NEWTON legte seine Mechanik in dem Werk „Mathematische Prinzipien der Naturlehre“ (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica) dar, das 1687 in drei Teilen erschien.

gestellt wurde. NEWTON war damit in gewisser Weise der Begründer der theoretischen Physik bzw. der Formulierung einer naturwissenschaftlichen Theorie.

Die newtonschen Bewegungsgesetze beziehen sich auf Körper, die sich in Raum und Zeit bewegen, wobei Raum und Zeit unabhängig von diesen Körpern existieren (↗ S. 524 f.). Außerdem wurde von NEWTON ein **Kausalitätsprinzip** eingeführt, das jeder Wirkung eine Ursache zuschreibt, wobei die Wirkung auch über sehr große Entfernungen **(Fernwirkungsprinzip)** unmittelbar eintritt. Diese Annahmen sind jedoch nur unter bestimmten Bedingungen gültig, sodass die newtonschen Mechanik ihre Weiterentwicklung bereits in der Elektrodynamik und später vor allem in der Relativitäts- und Quantentheorie erfuhr.

Das **Kausalitätsprinzip** bei NEWTON besagt, dass Kräfte die Ursache für entsprechende Wirkungen (Bewegungsänderungen) sind. Das **Fernwirkungsprinzip** von NEWTON bedeutet, dass auch in sehr großen Entfernungen die Wirkungen sofort eintreten. Das setzt eine unendlich große Ausbreitungsgeschwindigkeit voraus, die es aber nicht gibt.

Mit der newtonschen Mechanik entstand die erste abgeschlossene physikalische Theorie. Sie hatte entscheidenden Einfluss auf die Entwicklung der gesamten Physik, die durch eine Mechanisierung gekennzeichnet war. Die dominierende mechanische Naturauffassung wurde erst gegen Ende des 19. Jahrhunderts erschüttert.

Die industrielle Revolution Ende des 18. und Anfang des 19. Jahrhunderts begann zunächst noch weitgehend unabhängig von der zielgerichteten Nutzung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse und wurde im Wesentlichen von Handwerkern und Technikern betrieben. Mit der Weiterentwicklung der Industrie erkannte man jedoch bald, wie nützlich die bewusste und direkte Nutzung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse für die Produktion war. Es entstanden polytechnische Schulen, die wie die „École Polytechnique“ in Paris zum Zentrum der Entwicklung von Mathematik und Naturwissenschaften wurden.
Verstärkt wurden mathematische Verfahren bei der Behandlung physikalischer Probleme angewendet, sodass es im 19. Jahrhundert zu einer Ausprägung der theoretischen Physik kam.
Gleichzeitig wurde schrittweise erkannt, dass die newtonsche Mechanik nicht auf alle physikalischen Problemstellungen anwendbar war. Zunehmend entwickelten sich dynamische Betrachtungsweisen, die die Erscheinungen in ihrer Veränderung, Umwandlung und Entwicklung sahen, wie zum Beispiel die Thermodynamik, die Wellenoptik, die Elektrodynamik und die Energetik. Vor allem entstand im 19. Jahrhundert die Theorie des elektromagnetischen Feldes durch MICHAEL FARADAY (1791–1867), JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) und HEINRICH HERTZ (1857–1894), die eindeutig nicht mehr auf die newtonsche Mechanik zurückführbar waren.

An der Pariser Polytechnischen Schule, der „École Polytechnique“, lehrten viele berühmte französische Mathematiker und Physiker, wie LAGRANGE, LAPLACE, POISSON, AMPÈRE, FRESNEL, CARNOT und GAY-LUSSAC.






Bis etwa 1880 hatten sich alle Teilgebiete der Physik so weit entwickelt, dass sie als wissenschaftliche Theorien vollendet erschienen und offenbar nur noch wenige Lücken aufwiesen. In der Produktion wurden nicht nur einzelne wissenschaftliche Erkenntnisse genutzt, sondern ganze physikalisch-technische Bereiche wurden Grundlage für einzelne Industriezweige. Dazu gehört zum Beispiel die Starkstrom-Elektrotechnik, die drahtlose Nachrichtenübertragung durch elektromagnetische Wellen, der optische Gerätebau, aber auch die Weiterentwicklung von Verbren-

nungsmotoren durch die Nutzung von Erkenntnissen aus der Thermodynamik. Die Physik nahm so zu Beginn des 20. Jahrhunderts die dominierende Stellung unter den Naturwissenschaften ein.
Zu dieser Zeit gab es eine Reihe von neuen Entdeckungen, aber auch theoretischen Unzulänglichkeiten und Widersprüchen, die in das Gesamtsystem der klassischen Physik nicht einzuordnen waren. Mit der Wellenoptik kamen Zweifel an den von NEWTON eingeführten Begriffen des absoluten Raumes, der absoluten Zeit und der absoluten Bewegung auf. Durch die Versuche von ALBERT ABRAHAM MICHELSON (1852–1931) und EDWARD WILLIAMS MORLEY (1838–1923) in den Jahren 1881 und 1887 wurde festgestellt, dass die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Bewegung des Beobachters immer gleich groß ist (↗ S. 528 ff.). Diese und weitere Erkenntnisse mündeten schließlich in die **Relativitätstheorie** von ALBERT EINSTEIN (1879–1955).



Der 14.12.1900, an dem MAX PLANCK seine Strahlungsformel in einer Sitzung der Berliner Physikalischen Gesellschaft vortrug, gilt als Geburtstag der Quantentheorie.

Angeregt durch die Glühlampenindustrie wurde die elektromagnetische Strahlung Ende des 19. Jahrhunderts genauer untersucht. Dabei stellte MAX PLANCK (1858–1947) fest, dass Strahlung ihre Energie nicht kontinuierlich, sondern in kleinen diskreten Portionen, den so genannten Quanten, abgibt. Mit der Interpretation dieser Erkenntnis durch EINSTEIN entstand die **Quantentheorie** (↗ S. 438 ff.). Diese Theorie machte Schluss mit der Jahrhunderte lang vertretenen Auffassung, dass die Natur kontinuierlich ist, also keine Sprünge macht.

Mit der Entdeckung der Röntgenstrahlung 1895 durch WILHELM CONRAD RÖNTGEN (1845–1923) sowie der radioaktiven Strahlung 1896 durch HENRI BECQUEREL (1852–1908) sowie MARIE CURIE (1867–1934) und PIERRE CURIE (1859–1906) wurden zwei neue Strahlungsarten bekannt, deren Ursache im atomaren Bereich lag. Von da führte dann ein direkter Weg zur Entwicklung erster Vorstellungen über den Aufbau der kleinsten Teilchen der Materie, der Atome, durch ERNEST RUTHERFORD (1871–1937) und NIELS BOHR (1885–1962).

Gerade in der Atom-, Kern- und Quantenphysik entdeckte man zunehmend physikalische Gesetze, die statistischen Charakter tragen. Außerdem wurden in diesen Teilgebieten der Physik Erscheinungen entdeckt, die mit den mechanischen Kausalitätsauffassungen von NEWTON nicht in Übereinstimmung zu bringen waren. Damit wurde der mechanische Determinismus erschüttert und es setzten sich zunehmend Ansichten über ein deterministisches Chaos durch. Da chaotische Systeme durch nichtlineare Gleichungen beschrieben werden, entstand ein neues Teilgebiet, die **„nichtlineare Physik".**

Der mechanische Determinismus geht von einer **starken Kausalität** aus und vertritt die Auffassung, dass gleiche oder ähnliche Ursachen auch gleiche oder ähnliche Wirkungen haben. Beim deterministischen Chaos dagegen wird von einer **schwachen Kausalität** ausgegangen, bei der ähnliche Ursachen zu unterschiedlichen Wirkungen führen können.

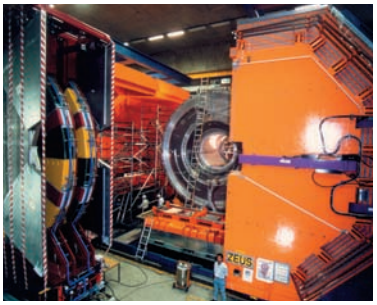
Ab 1900 entwickelte sich neben der klassischen Physik die moderne Physik, zu der solche Teilgebiete wie die Atom- und Kernphysik, die Quantenphysik, die Relativitätstheorie und die nichtlineare Physik gehören.

Die Entwicklung der Wissenschaft Physik ist bis heute nicht abgeschlossen und wird es auch in Zukunft nicht sein.

Die **keplerschen Gesetze** der Planetenbewegung ergeben sich z. B. als mathematische Schlussfolgerung aus der newtonschen Mechanik. Diese wiederum ist ein Grenzfall der speziellen Relativitätstheorie für Geschwindigkeiten, die klein gegenüber der **Vakuumlichtgeschwindigkeit** sind.

Neuere Erkenntnisse führen immer wieder zu einer Präzisierung, Umdeutung und Einschränkung der Anwendbarkeit bisheriger Gesetze und Theorien. Ältere Erkenntnisse werden verworfen, präzisiert oder in neue Theorien eingebaut und so besser verstanden. Häufig erscheinen sie auch als Grenzfälle von umfassenderen Theorien.

Die Physik ist eine Naturwissenschaft. Sie beschäftigt sich mit den grundlegenden Erscheinungen und Gesetzen in unserer natürlichen Umwelt und ermöglicht die Erklärung und Voraussage viele Erscheinungen in der Natur und der Technik.



Das Foto zeigt einen Detektor für Elementarteilchen im DESY Hamburg.

Die Physik ist auch eine wichtige **Grundlage der Technik** und der Produktion. Dabei werden physikalische Erkenntnisse zum einen bewusst genutzt, um technische Geräte und Anlagen zu bauen und zu optimieren. Zum anderen ermöglichen neue und bessere technische Geräte und Anlagen auch weitergehende experimentelle Untersuchungen. Viele Anstöße für physikalische Forschungen kamen und kommen aus Wirtschaft, Praxis und Produktion, wie die Geschichte der Physik, aber auch die Gegenwart zeigen.

Andere Naturwissenschaften sind die **Biologie,** die **Chemie,** die **Astronomie** und die **physische Geografie.** Zwischen diesen Naturwissenschaften gibt es vielfältige Wechselbeziehungen. Darüber hinaus existieren zahlreiche Grenzwissenschaften, z. B. die Biophysik, die Biochemie, die Astrophysik oder die Biogeografie.

Naturwissenschaften und Technik haben komplexe Auswirkungen auf das persönliche und gesellschaftliche Leben. Damit haben die Naturwissenschaftler aber auch eine **besondere Verantwortung,** die vor allem darin besteht,

- die Öffentlichkeit über den aktuellen Stand der Forschungen und deren Anwendung sowie über mögliche Auswirkungen auf Umwelt und das Leben der Menschen aufzuklären und damit fundierte Entscheidungen zu ermöglichen,
- möglichst komplex und fachübergreifend alle Auswirkungen ihrer Forschungen und deren Anwendungen zu untersuchen und zu veröffentlichen,
- ihre Autorität als Wissenschaftler für eine ökologisch verantwortbare, humane und zukunftsfähige Anwendung ihrer Erkenntnisse einzusetzen,
- nur Forschungen zu betreiben und zuzulassen, die das Leben von Menschen und Tieren sowie die Umwelt schonen und ökologischen Anforderungen entsprechen,
- die Anwendungen ihrer Erkenntnisse in der Praxis zu beeinflussen und auf mögliche schädliche Folgen für den Menschen und die Umwelt mit Nachdruck aufmerksam zu machen.

Auch für die Physik und die Physiker gilt: Wissenschaft und Technik sollten genutzt werden für all das, was das Leben der Menschen und die Natur insgesamt bewahrt, verbessert, sicherer macht.

1.2 Denk- und Arbeitsweisen in der Physik

1.2.1 Begriffe und Größen in der Physik

Begriffe in der Physik

Die Wissenschaft Physik hat das Ziel, in der Natur Zusammenhänge und Gesetze zu erkennen und mithilfe dieser Gesetze Erscheinungen zu *erklären* oder *vorherzusagen*, die man in der lebenden oder nicht lebenden Natur beobachten kann. Körper, Stoffe und Vorgänge in der Natur werden miteinander *verglichen,* um Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Regelmäßigkeiten zu erkennen. Objekte mit gemeinsamen und wesentlichen Eigenschaften werden gedanklich zu einer Klasse oder Gruppe zusammengefasst. Diese Gruppe von Objekten erhält in der Regel einen eigenen Namen. Die gedankliche Zuordnung einer Gruppe bzw. einer Klasse von Objekten zu einem Wort nennt man **Begriff.**

Ein Begriff ist die gedankliche Widerspiegelung einer Klasse von Objekten (Körper, Stoffe, Vorgänge usw.) aufgrund ihrer wesentlichen und gemeinsamen Merkmale.

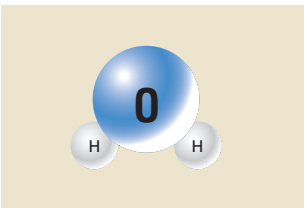
Damit in den Naturwissenschaften auch alle unter einem Begriff dieselben Objekte mit wesentlichen und gemeinsamen Merkmalen verstehen, werden Begriffe in den Naturwissenschaften eindeutig *definiert*. Beim **Definieren** wird ein Begriff durch die Festlegung wesentlicher, gemeinsamer Merkmale eindeutig bestimmt und von anderen Begriffen unterschieden. Häufig werden dazu ein Oberbegriff und artbildende Merkmale angegeben, wie beim Begriff „Ausbreitungsgeschwindigkeit". Manchmal legt man einfach fest, was unter einem Begriff zu verstehen ist, wie z. B. beim Begriff „Schwingung". In einigen Fällen kann man einen Begriff definieren, indem man alle Objekte (Körper, Stoffe, Vorgänge) aufzählt, die zu diesem Begriff gehören. Dies ist z. B. beim Begriff „Teilchen" der Fall.

Die **Definition** eines Begriffes ist eine willkürliche Sache. Deshalb können Fachbegriffe in verschiedenen Naturwissenschaften auch unterschiedlich definiert werden. Manchmal hat sich im Laufe der Geschichte auch die Definition eines Begriffes geändert, wie das z. B. bei den Begriffen Kraft und Energie der Fall war.

Eine **Schwingung** ist eine zeitlich periodische Änderung einer physikalischen Größe. Die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** einer Welle ist die Geschwindigkeit, mit der sich ein Schwingungszustand im Raum ausbreitet.



Teilchen sind Atome, Ionen und Moleküle. Ein Wassermolekül ist ein Beispiel für ein Teilchen.
Ein **chemisches Element** ist eine Atomart, deren Atome die gleiche Anzahl Protonen im Kern enthalten. Eisen ist ein Beispiel für ein chemisches Element.



Der Teilchenbegriff wird unterschiedlich verwendet. Manchmal zählt man auch Elementarteilchen wie Elektronen und Protonen zu den Teilchen.

Auch im Alltag benutzt man Begriffe, um sich zu verständigen. Alltagsbegriffe werden nicht exakt definiert, sondern auf der Grundlage von Erfahrungen im Umgang mit Objekten und Wörtern gebildet. Deshalb stimmen **Alltagsbegriffe** und naturwissenschaftliche **Fachbegriffe** häufig nicht bzw. nicht vollständig überein, obwohl dasselbe Wort verwendet wird.

Der Begriff **Arbeit** wird im Alltag für alle solche Tätigkeiten benutzt, bei denen sich Menschen anstrengen und verausgaben oder Maschinen und Anlagen etwas fertigen. Auch das Lernen in der Schule ist für den Schüler Arbeit.
In der Mechanik wird der Begriff **mechanische Arbeit** exakt definiert: *Mechanische Arbeit wird verrichtet, wenn ein Körper bzw. ein System durch eine Kraft bewegt oder verformt wird (↗ S. 94).* Deshalb darf man in der Physik den Begriff mechanische Arbeit nur für Vorgänge verwenden, bei denen Körper durch Kräfte bewegt oder verformt werden. Dazu zählen u. a. auch Tätigkeiten (z. B. das Dehnen eines Expanders oder das Aufschichten von Steinen), für die man im Alltag ebenfalls den Begriff Arbeit benutzt.

In der Wissenschaft, so auch in der Physik, bedient man sich in der Regel der Fachsprache.

Fachbegriffe knüpfen oft an Alltagsbegriffe an, werden aber dann exakt definiert und schränken meist die Anwendbarkeit des Begriffs ein. Deshalb muss man bei der Anwendung von Begriffen stets beachten, ob es sich um naturwissenschaftliche Fachbegriffe oder um Alltagsbegriffe handelt. In der Wissenschaft werden manchmal Begriffe auch unterschiedlich definiert. Das geschieht z. B., wenn ein bereits eingeführter Begriff für eine größere Klasse von Objekten verallgemeinert wird.

Der oben genannte Begriff **mechanische Arbeit** kann z. B. für beliebige, auch nichtmechanische Vorgänge verallgemeinert werden. **Arbeit** wird verrichtet, wenn Energie übertragen oder umgewandelt wird.

Solche Wörter bezeichnet man auch als **Synonyme.**

Manchmal wird ein Wort für verschiedene Begriffe benutzt.

In der Physik versteht man unter **Feld** den *Zustand eines Raumes um einen Körper, in dem auf andere Körper Kräfte wirken.* In der Biologie ist ein Feld eine Ackerfläche, auf der Kulturpflanzen angebaut werden.

Eine **Welle** ist in der Physik *eine zeitlich und räumlich periodische Änderung einer physikalischen Größe*.
In der Technik versteht man darunter einen Teil einer Maschine, mit dessen Hilfe Kräfte bzw. Drehmomente übertragen werden.

Zum Teil werden auch für ein und denselben Begriff verschiedene Wörter benutzt.

Die Dauer einer vollen Schwingung wird als **Schwingungsdauer** oder als **Periodendauer** bezeichnet.
Statt **Wärme** nutzt man auch den Begriff **Wärmemenge.**

Größen in der Physik

Einen speziellen Teil naturwissenschaftlicher Fachbegriffe bezeichnet man als **physikalische Größen.** Dabei handelt es sich um Begriffe, die man quantitativ erfassen kann. So kann beispielsweise die Temperatur unterschiedlich groß sein, weil Körper unterschiedlich kalt oder warm sein können. Die Temperatur kann also unterschiedliche Werte haben, für die man eine Skala festlegen kann. Die Temperatur ist deshalb eine physikalische Größe. Solche Größen beschreiben messbare Eigenschaften von Objekten.

Für die Größe **Temperatur** wurden im Laufe der Geschichte unterschiedliche Skalen eingeführt **(z. B. Celsius-Skala, Fahrenheit-Skala, Kelvin-Skala)**, die auch heute noch genutzt werden.

> Eine physikalische Größe beschreibt eine Eigenschaft bzw. ein Merkmal einer Klasse von Objekten, die man quantitativ erfassen kann.

Wie jeder Begriff ist auch eine Größe durch ihre Bedeutung gekennzeichnet. Die **Bedeutung einer Größe** gibt an, welche Eigenschaft bzw. welches Merkmal der Objekte beschrieben wird. Für ein konkretes Objekt kann der Ausprägungsgrad dieser Eigenschaft angegeben werden. Man nennt diesen Ausprägungsgrad auch **Wert einer Größe.**

- Das **Volumen** gibt an, wie viel Raum ein Körper einnimmt.
- Die **Induktivität** einer Spule gibt an, wie stark ein Wechselstrom durch sie behindert wird. Die **Frequenz** gibt an, wie viele Schwingungen je Sekunde ausgeführt werden.

Im **Internationalen Einheitensystem,** auch SI genannt, sind sieben Basiseinheiten festgelegt, aus denen die meisten anderen Einheiten abgeleitet werden können (↗ S. 569).

Um den Wert einer Größe anzugeben, muss eine **Einheit** festgelegt sein. Der Wert der Größe ist dann das Produkt aus Zahlenwert und Einheit, wobei man den Malpunkt weglässt.

- $5\ m^3$ bedeutet $5 \cdot 1\ m^3$
- 10 l bedeutet $10 \cdot 1$ l

Bei zusammengesetzten Einheiten wird zwischen den Einheiten meist ein Malpunkt gesetzt, z. B. bei der Einheit Newtonmeter für die mechanische Arbeit: N · m.
Zulässig ist auch die Schreibweise Nm.

Für jede Größe ist ein **Formelzeichen** (manchmal auch mehrere) als Abkürzung festgelegt. Mithilfe von Formelzeichen kann man naturwissenschaftliche Gesetze schneller in mathematischer Form formulieren und anwenden.
Zur vollständigen Charakterisierung einer Größe gehört darüber hinaus die Angabe eines **Messgerätes** oder die Beschreibung eines **Messverfahrens** zur Bestimmung des Wertes der Größe oder die Angabe einer **Gleichung zur Berechnung** der Größe.

Größe	Bedeutung	Formelzeichen	Einheit	Messgerät	Berechnung
elektrischer Widerstand	Der elektrische Widerstand gibt an, wie stark der elektrische Strom behindert wird.	R	1 Ohm (1 Ω) $1\ \Omega = \frac{1\ V}{1\ A}$	Widerstandsmesser (Ohmmeter)	$R = \frac{U}{I}$

Einige Größen haben in der Natur einen bestimmten Wert. Man nennt sie auch **Naturkonstanten.** Beispiele dafür sind die **Elementarladung** oder die **Gravitationskonstante.**

Man kann in der Physik Größen nach unterschiedlichen Gesichtspunkten in verschiedene Arten einteilen. So kann man skalare und vektorielle Größen unterscheiden. **Skalare (ungerichtete) Größen** sind Größen, bei denen die Eigenschaft bzw. das Merkmal nicht von der Richtung abhängig ist und nur durch einen **Wert** gekennzeichnet wird.

- Temperatur, Ladung, Masse, Trägheitsmoment und Dichte sind z. B. skalare Größen.

Der Betrag eines Vektors ist nie negativ. Dagegen kann der Wert einer Reihe von skalaren Größen positiv oder negativ sein. Das Vorzeichen wird mitunter auch genutzt, um die Richtung einer Bewegung oder einer Energieübertragung zu kennzeichnen.

Andere Größen sind von der Richtung abhängig. Solche Größen nennt man **gerichtete** oder **vektorielle Größen.** Man kennzeichnet sie mit einem Pfeil über dem Formelzeichen und stellt sie grafisch als Pfeil dar. Die Länge des Pfeils gibt dann den Betrag an.

- Beispiele für vektorielle Größen sind die Geschwindigkeit $\vec{v}$, die Beschleunigung $\vec{a}$ und die Kraft $\vec{F}$.

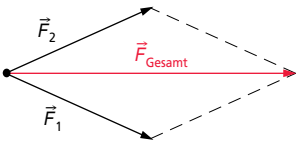
Bei der **Addition von Größen** muss man beachten, ob es sich um skalare oder vektorielle Größen handelt.
Bei skalaren Größen kann man die Beträge der Größen addieren.

- Eine Masse $m_1 = 100\,\text{g}$ Mehl und $m_2 = 50\,\text{g}$ Zucker werden zusammengeschüttet. Die Gesamtmasse des Gemisches beträgt $m = m_1 + m_2 = 150\,\text{g}$.

Bei der Addition vektorieller Größen sind neben den Beträgen auch die Richtungen der einzelnen Größen zu beachten.

Dieses Verfahren nennt man auch **Superpositionsprinzip** vektorieller Größen.

- Ein Schlitten wird von zwei Kindern mit den beiden Kräften $F_1 = 100\,\text{N}$ und $F_2 = 100\,\text{N}$ in unterschiedlicher Richtung gezogen. Die resultierende Gesamtkraft ergibt sich aus einem maßstäblichen Kräfteparallelogramm.



Physikalische Größen kann man danach unterscheiden, ob sie den Zustand eines Körpers oder Systems oder ob sie einen Vorgang oder Prozess beschreiben. Größen, die den Zustand eines Körpers bzw. eines Systems kennzeichnen, nennt man **Zustandsgrößen.** Größen, die einen Vorgang oder Prozess beschreiben, bezeichnet man als **Prozessgrößen.**

- Energie, Temperatur, Druck, Impuls und Drehimpuls sind Zustandsgrößen; Wärme, Arbeit und Kraftstoß Prozessgrößen.

Erhaltungsgrößen sind die **Energie,** die **elektrische Ladung,** der **Impuls** und der **Drehimpuls.** Nur Zustandsgrößen können Erhaltungsgrößen sein.

Darüber hinaus gibt es **Wechselwirkungsgrößen,** die die Wechselwirkung zwischen Körpern bzw. Systemen beschreiben, und **Erhaltungsgrößen,** die in einem abgeschlossenem physikalischen System konstant sind.

- Beispiele für Wechselwirkungsgrößen sind die Kraft, die Arbeit und die Wärme.

1.2.2 Gesetze, Modelle und Theorien in der Physik

In Erscheinungen der Natur kann man mithilfe von Beobachtungen und Experimenten Zusammenhänge zwischen einzelnen Eigenschaften von Körpern, Stoffen oder Vorgängen erkennen.

So kann man für einen Kupferdraht durch Messungen feststellen, dass die elektrische Stromstärke im Kupferdraht umso größer ist, je größer die angelegte Spannung ist.
Genauere Untersuchungen an diesem Draht führen zu dem Ergebnis, dass in einem bestimmten Bereich $I \sim U$ gilt.

Wenn sich Zusammenhänge in der Natur unter bestimmten Bedingungen immer wieder einstellen und damit für eine ganze Gruppe oder Klasse von Objekten gelten, dann spricht man von gesetzmäßigen Zusammenhängen, Gesetzmäßigkeiten oder **Gesetzen.**

Ein Gesetz in den Naturwissenschaften ist ein allgemeiner und wesentlicher Zusammenhang in der Natur, der unter bestimmten Bedingungen stets gilt.

Gesetze bestehen in der Regel aus Bedingungs- und Gesetzesaussagen.

Die Bedingungen, unter denen ein Zusammenhang stets gilt, nennt man auch **Gültigkeitsbedingungen.**

So haben Untersuchungen gezeigt, dass der oben beschriebene Zusammenhang $I \sim U$, der an einem konkreten Kupferkabel gefunden wurde, für alle metallischen Leiter gilt, wenn deren Temperatur konstant bleibt. Dies wird im *ohmschen Gesetz* beschrieben:

Für alle metallischen Leiter gilt unter der Bedingung einer konstanten Temperatur (ϑ = konstant): $I \sim U$.

Dieses physikalische Gesetz gilt für die Klasse aller metallischen Leiter unter der Bedingung ϑ = konstant. „Metallischer Leiter" und „ϑ = konstant" sind die Bedingungsaussagen, „$I \sim U$" ist die Gesetzesaussage.

Nicht immer sind Gesetze so vollständig durch Bedingungs- und Gesetzesaussagen beschrieben. Zum Teil muss man die Bedingungsaussagen auch aus dem Zusammenhang erschließen bzw. sind die Gültigkeitsbedingungen noch nicht vollständig bekannt.

Die Entscheidung, ob eine Aussage (z. B. $F = m \cdot a$) eine Gesetzesaussage oder die Definition einer Größe ist, kann oft nur innerhalb einer vollständigen Theorie getroffen werden.

So gilt z. B. für den Widerstand eines metallischen Leiters die Gleichung $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$. Die in Tabellenwerken ausgewiesene Stoffkonstante ρ ist aber für die meisten Stoffe temperaturabhängig und in der Regel für 20 °C angegeben. Nutzt man diesen Wert, so gilt der berechnete Widerstand R nur unter der Bedingung ϑ = 20 °C.

Gesetze gelten stets für eine Klasse von Objekten. Zu ihrer Formulierung werden physikalische Fachbegriffe und Größen genutzt.

Physikalische Gesetze können unterschiedlich genau erfasst und in verschiedener Weise dargestellt sein.
Es gibt Gesetze, die lediglich beschreiben, unter welchen Bedingungen bestimmte Erscheinungen in der Natur auftreten. Solche Gesetze enthalten eine **qualitative** Gesetzesaussage, die mit Worten beschrieben wird.

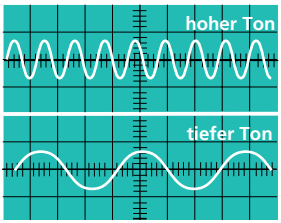
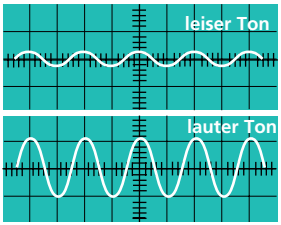
Das Wort „Qualität" kommt vom lateinischen Wort „qualitas" und bedeutet „Beschaffenheit", „Eigenschaft".

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes:

Der elektrische Widerstand eines Stoffes ist von der Temperatur abhängig.

Es gibt Gesetze, die einen Zusammenhang zwischen Eigenschaften bzw. Größen in der *Tendenz* beschreiben. Sie enthalten eine **halbquantitative** Gesetzesaussage, die in der Regel auch mit Worten beschrieben wird.

Tonhöhe und Lautstärke von Schall:

Tonhöhe	Lautstärke
Je höher die Frequenz ist, umso höher ist der betreffende Ton.	Je größer die Amplitude ist, umso lauter ist der Ton.
	

Es gibt Gesetze, die einen Zusammenhang zwischen Eigenschaften bzw. Größen mathematisch exakt beschreiben. Sie enthalten eine **quantitative** Gesetzesaussage, die sowohl mit Worten als auch mit mathematischen Mitteln (z. B. Proportionalität, Diagramm, Gleichung) beschrieben werden kann.

Das Wort „Quantität" kommt von lateinischen Wort „quantitas" und bedeutet „Größe, Anzahl, Menge".

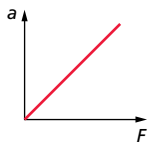
Newtonsches Grundgesetz:

mit Worten: Für alle Körper gilt:
Die Beschleunigung eines Körpers ist der auf ihn einwirkenden Kraft direkt proportional.

als Proportionalität: $F \sim a$

als Gleichung: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

als Diagramm:



In der Physik unterscheidet man zwischen dynamischen und statistischen Gesetzen. **Dynamische Gesetze** beschreiben, wie sich *einzelne* Objekte oder Systeme unter gegebenen Bedingungen *notwendig* verhalten.

Dynamische Gesetze sind eine wesentliche Grundlage für Kausalitätsbetrachtungen, bei denen es eindeutige Zuordnungen zwischen Ursache und Wirkung gibt (↗ S. 13).

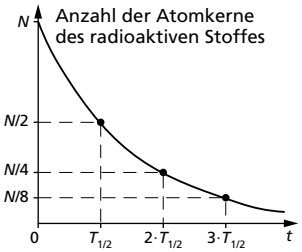
Ein Beispiel für ein dynamisches Gesetz ist das newtonsche Grundgesetz. Kennt man die Masse eines Körpers und die beschleunigende Kraft, die auf ihn wirkt, so kann man eindeutig ermitteln, mit welcher Beschleunigung er sich bewegen wird.

Statistische Gesetze beschreiben, wie sich eine *große Anzahl* von Objekten *insgesamt* unter gegebenen Bedingungen verhält. Das Verhalten eines einzelnen Objektes aus dieser Gesamtheit wird mit einem solchen Gesetz nicht erfasst.

Ein Beispiel für ein statistisches Gesetz in der Physik ist das Gesetz des radioaktiven Zerfalls von Atomkernen (Zerfallsgesetz):

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Dieses Gesetz beschreibt eindeutig, wie sich die Gesamtheit der großen Anzahl von Atomkernen verhält. Nach jeweils einer Halbwertszeit ist etwa die Hälfte der ursprünglich vorhandenen Atomkerne radioaktiv zerfallen. Eine Aussage darüber, wann ein bestimmter Atomkern zerfällt, ist mit diesem Gesetz nicht möglich.



Um Gesetze zu erkennen, werden in der Physik Erscheinungen unter idealisierten Bedingungen betrachtet. Nur unter solchen idealisierten Bedingungen lassen sich die Gesetze einfach und überschaubar formulieren. Für die Beschreibung solcher Idealisierungen nutzt man in der Regel **Modelle.**

Ein Modell ist ein ideelles (gedankliches) oder materielles (gegenständliches) Objekt, das als Ersatzobjekt für ein Original genutzt wird. Es ist eine Vereinfachung des Originals und damit der Wirklichkeit. In einigen Eigenschaften stimmt das Modell mit dem Original überein, in anderen nicht.



Manchmal wird auch zwischen **Modellen** und **Idealisierungen** unterschieden. Wir verwenden den umfassenderen Begriff Modell.

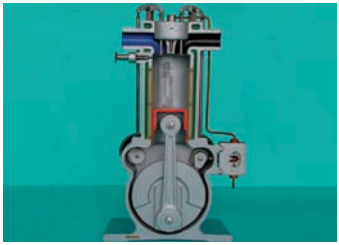
Deshalb kann man mit *einem* Modell eine Reihe von Erscheinungen erklären und voraussagen, andere wiederum nicht. Für letztere Erscheinungen muss man ein anderes Modell benutzen. Ein Modell ist nur innerhalb bestimmter Grenzen gültig und sinnvoll anwendbar.

So kann man z. B. das **Teilchenmodell** als System von Aussagen kennzeichnen. Möglich sind aber auch materielle Teilchenmodelle, z. B. die Modellierung eines Gases durch kleine, sich bewegende Kugeln.

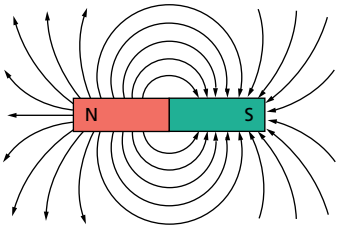
Ein **Modell** ist weder richtig noch falsch, sondern nur für die Erklärung und Voraussage von bestimmten Erscheinungen geeignet und zweckmäßig oder nicht geeignet und unzweckmäßig.

Ideelle Modelle werden auch als **Denkmodelle** bezeichnet.

Materielle Modelle sind z. B. die Modelle von Motoren, Generatoren, Transformatoren, Pumpen sowie sonstigen Geräten und Anlagen. Besonders gut lässt sich mit ihnen die Wirkungsweise von technischen Geräten und Anlagen untersuchen und demonstrieren.



Ideelle Modelle sind z. B. das Feldlinienbild eines Stabmagneten, das Modell Massepunkt, das Teilchenmodell, Atommodelle und die verschiedenen Modelle für das Licht. Beschrieben werden sie meist durch ein System von Aussagen oder durch zeichnerische Darstellungen.



Mit materiellen Modellen kann man auch experimentieren. Mit solchen **Modellexperimenten** kann man innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des jeweiligen Modells Erklärungen bestätigen und Voraussagen treffen und die Funktionsweise technischer Geräte untersuchen. In bestimmten Fällen ist es notwendig, für *ein* Original *verschiedene* Modelle zu schaffen und zu nutzen, die unterschiedliche Eigenschaften des Originals mehr oder minder gut beschreiben.



ISAAC NEWTON (1643–1727) fand grundlegende Gesetze der Mechanik. Die gesamte newtonsche Mechanik basiert auf wenigen Grundaussagen und Gesetzen: der Annahme eines absoluten Raumes und einer davon unabhängigen absoluten Zeit sowie den drei newtonschen Gesetzen (Axiomen).

Ein Beispiel dafür sind die verschiedenen Modelle für das Licht (Lichtstrahl, Lichtwelle, Lichtquant). Mit jedem dieser Modelle können gut überschaubar bestimmte Eigenschaften des Lichtes beschrieben werden, z. B. die Reflexion, Brechung und Schattenbildung mit dem Modell Lichtstrahl, die Beugung und Interferenz mit dem Modell Lichtwelle und der fotoelektrische Effekt mit dem Modell Lichtquant.

Für einzelne Teilbereiche der Physik werden Gesetze, Modelle und andere Aussagen zu einer geschlossenen **Theorie** zusammengefasst.

> Eine Theorie ist ein System von Gesetzen, Modellen und anderen Aussagen über einen mehr oder weniger großen Teilbereich einer Wissenschaft.

Beispiele für solche Theorien in der Physik sind:

- die newtonsche Mechanik,
- die einsteinsche Relativitätstheorie,
- die kinetische Gastheorie,
- die maxwellsche Theorie der Elektrodynamik,
- die Quantentheorie.

1.2.3 Erkenntniswege in der Physik

Das Erkennen physikalischer Gesetze

Das Erkennen und Anwenden von Gesetzen in den Naturwissenschaften ist ein äußerst komplexer und in der Regel langwieriger Prozess. Wichtige Naturgesetze und deren Gültigkeitsbedingungen sind in langen, wechselvollen historischen Prozessen entdeckt worden. Diese Prozesse waren oft von Irrtümern und Irrwegen begleitet. In der Regel werden diese Prozesse von **Hypothesen** bestimmt.

Eine Hypothese ist eine wissenschaftlich begründete Annahme oder Vermutung über einen Sachverhalt, deren Wahrheitswert unbekannt ist. Im Laufe des weiteren Erkenntnisprozesses wird eine Hypothese durch Experimente, neue Erkenntnisse oder die Praxis bestätigt oder verworfen.



Hypothesen werden z. B. über die Art mathematischer Zusammenhänge zwischen Größen, über Gesetzesaussagen oder über den Gültigkeitsbereich von Gesetzen und Modellen aufgestellt. Unabhängig vom komplizierten, wechselvollen Weg mit Irrtümern und Irrwegen gibt es immer wieder bestimmte Etappen, die in der Wissenschaft durchschritten werden müssen, um neue Gesetze in der Natur zu erkennen.

Weg der Erkenntnis neuer Gesetze in der Natur	**Ein Beispiel aus der Physik**
1. In Natur und Technik gibt es interessante, z. T. auffällige Erscheinungen. Diese Erscheinungen veranlassen zur genauen **Beobachtung.** Durch **Vergleichen** wird versucht, Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Regelmäßigkeiten in den Erscheinungen zu erkennen. Erscheinungen werden **klassifiziert,** d. h., Körper, Stoffe und Vorgänge mit gemeinsamen Eigenschaften werden zusammengefasst und **beschrieben.** Begriffe werden **definiert** und Größen eingeführt. Im Ergebnis dieser Etappe können Hypothesen darüber aufgestellt werden, – welche Zusammenhänge in den Erscheinungen wirken und – unter welchen Bedingungen diese auftreten. Es werden Fragen gestellt, die es genauer zu untersuchen gilt.	In Natur und Technik kann man beobachten, dass sich – belastete Balken biegen, – Seile und Drähte verlängern, wenn man an ihnen zieht, – Bäume im Wind verformen (↗ Bild). Genaue Beobachtungen zeigen, dass sich Körper immer dann verformen, wenn auf sie eine Kraft wirkt. Dabei gibt es Körper, die nach Wegfall der Kraft wieder ihre ursprüngliche Form annehmen und solche, die auch nach Wegfall der Kraft verformt bleiben. Zur Unterscheidung werden die Begriffe **elastische** und **plastische Verformung** verwendet. Es kann folgende Hypothese aufgestellt werden: – Die Verformung eines Körpers ist umso größer ist, je größer die einwirkende Kraft ist. – Dieser Zusammenhang gilt bei allen elastisch verformten Körpern. Welcher Zusammenhang existiert zwischen der Verformung eines elastischen Körpers und der einwirkenden Kraft?

2. Um die Hypothesen zu prüfen und die Fragen zu beantworten, werden die Erscheinungen wissenschaftlich untersucht.
Dazu führt man in der Regel **Experimente** an einer Reihe von einzelnen Objekten durch, um die vermuteten Zusammenhänge exakter zu erfassen und die Wirkungsbedingungen besser zu erkennen. Vorher werden **experimentelle Fragen** gestellt. Es werden Messwerte aufgenommen und mit mathematischen Mitteln ausgewertet (grafisch oder rechnerisch).

Häufig wird versucht, den Zusammenhang zwischen den Größen bzw. Eigenschaften von Objekten mit mathematischen Mitteln, z. B. als Diagramm, als Proportionalität oder als Gleichung, zu beschreiben. Dazu werden die Messwertereihen rechnerisch ausgewertet und die Diagramme interpretiert.



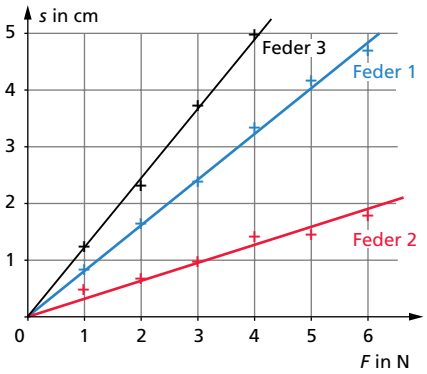
Der Zusammenhang, der zunächst nur an einzelnen Objekten gefunden wurde, wird auf eine ganze Klasse von Objekten **verallgemeinert.** Dabei ist man häufig zunächst auf Hypothesen in Bezug auf die Gültigkeitsbedingungen des Zusammenhangs angewiesen.

In Experimenten wird an verschiedenen Federn aus unterschiedlichsten Materialien folgende **experimentelle Frage** untersucht:
Welcher Zusammenhang existiert zwischen der Verlängerung s einer Feder und der an ihr angreifenden Kraft F?

Feder 1 als Beispiel

F in N	s in cm	$\frac{F}{s}$ in $\frac{\text{N}}{\text{cm}}$
0	0	–
1	0,8	1,25
2	1,7	1,18
3	2,4	1,25
4	3,3	1,21
5	4,1	1,22
6	4,7	1,28

Analoge Messwertereihen werden für weitere Federn aufgenommen und können grafisch dargestellt werden.



Aus den Messwertereihen und aus den Diagrammen kann man erkennen:

$s \sim F$ oder

$\frac{F}{s}$ = konstant oder

$F = D \cdot s$

Das so vermutlich existierende Gesetz muss vor allem hinsichtlich seiner Gültigkeitsbedingungen weiter überprüft werden. Manchmal erscheint es im Zusammenhang mit dem Erkennen neuer Gesetze sinnvoll, auch neue Begriffe zu **definieren** bzw. **Größen** einzuführen.

Häufig nutzt man beim Aufstellen bzw. Überprüfen von Hypothesen auch **Modelle** (↗ S. 21 f.). Modelle sind zwar Vereinfachungen der Wirklichkeit, sie stimmen aber in wichtigen Eigenschaften mit dem Original überein, in anderen allerdings nicht.

Man verallgemeinert den Zusammenhang zu folgendem **Gesetz**:

> Für alle elastisch verformten Körper gilt für den Zusammenhang zwischen Kraft und Verformung des Körpers:
>
> $F = D \cdot s$

Man hat festgestellt, dass bei zu großen Kräften zunächst elastisch verformte Körper dann plastisch verformt werden und das Gesetz nicht mehr gilt.

Der Faktor D im gefundenen Gesetz erhält den Namen „Federkonstante“ und wird als neue **Größe** eingeführt. Die Federkonstante ist ein Maß für die Härte einer Feder.

3. Das gefundene Gesetz muss **überprüft** werden. Vor allem muss überprüft werden, ob die Hypothese über die Verallgemeinerung des Zusammenhangs tatsächlich für die beschriebene Klasse von Objekten gilt.

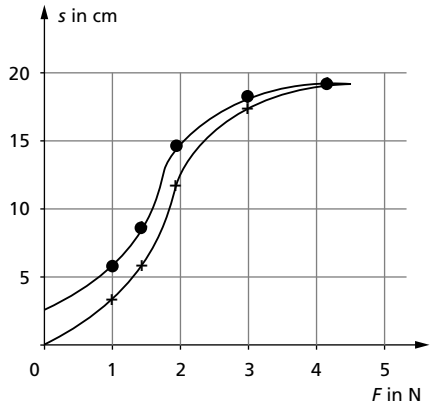
Mithilfe des Gesetzes werden neue Erscheinungen bzw. Erkenntnisse vorausgesagt und in Experimenten bzw. in der Praxis überprüft.

Das entdeckte Gesetz wird zur **Erklärung** von Erscheinungen der Natur genutzt. Es können mit dem Gesetz Größen berechnet werden, die man in der Praxis überprüfen kann.

Unter Nutzung des Gesetzes kann man technische Geräte konstruieren, z. B. Federkraftmesser oder Expander.

Jede erfolgreiche Anwendung eines Gesetzes in der Praxis ist ein Beleg für die Gültigkeit des gefundenen Gesetzes unter den gegebenen Bedingungen.
Jede Ausnahme schränkt den Gültigkeitsbereich ein.

Mithilfe des gefundenen Gesetzes wird vorausgesagt, dass auch für die Verlängerung eines Gummibandes $s \sim F$ gilt. In Experimenten kann man jedoch folgende Messwerte aufnehmen und grafisch darstellen:



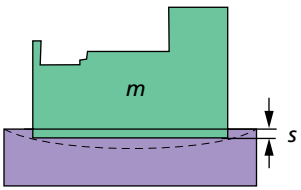
Für ein Gummiband ist das oben gefundene Gesetz nicht anwendbar. Das Gummiband wird nicht vollständig elastisch verformt. Die Gültigkeit des gefundenen Gesetzes muss also für Gummibänder ausgeschlossen werden.

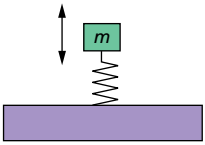
Manchmal führt die Anwendung eines Gesetzes zur Erkenntnis, dass das Gesetz nicht in allen Fällen so wirkt, wie es vorausgesagt wird. Dann müssen die Gültigkeitsbedingungen eingeschränkt oder der Zusammenhang und die Bedingungen noch genauer untersucht werden.	Mithilfe des erkannten Gesetzes kann z. B. ein *Federkraftmesser* konstruiert werden. Seine Wirkungsweise beruht auf diesem Gesetz. Bei der Nutzung des Federkraftmessers ist jedoch zu beachten, dass er nicht überdehnt wird, da die Feder sonst plastisch verformt wird und das zugrunde liegende Gesetz dann nicht mehr gilt. Das Gesetz wird auch bei Stoßdämpfern in Kraftfahrzeugen oder bei Puffern an Eisenbahnwaggons genutzt. Auch bei vielen anderen elastischen Verformungen von Körpern kann das Gesetz angewendet werden.

Das im Beispiel dargestellte Gesetz wurde 1675 von dem englischen Wissenschaftler **Robert Hooke** (1635–1703) entdeckt und wird nach ihm **hookesches Gesetz** genannt.

Das Anwenden physikalischer Gesetze

Ein wichtiges Ziel der Physik ist das Anwenden physikalischer Gesetze zum Lösen von Aufgaben und Problemen, z. B. zum Erklären und Voraussagen von Erscheinungen, zum Berechnen von Größen, zum Konstruieren technischer Geräte. Auch beim Anwenden physikalischer Gesetze gibt es immer wieder bestimmte Schritte, die durchlaufen werden müssen.

Weg der Anwendung von physikalischen Gesetzen	**Ein Beispiel aus der Technik**
1. Zunächst geht es darum, den Sachverhalt der Aufgabe genau zu erfassen. Man muss sich den Sachverhalt in der Aufgabe gut vorstellen können. Dabei kann auch eine anschauliche Skizze helfen.	**Aufgabe:** Fundamente von Maschinen sind elastische Körper, die zu mechanischen Schwingungen angeregt werden können. Eine Drehmaschine mit einer Masse von 3,5 t drückt ihr Fundament um 1 mm zuammen. Die Federkonstante hat einen Wert von $3{,}4 \cdot 10^6$ N/m. *Mit welcher Frequenz kann die Drehmaschine Eigenschwingungen ausführen?* **Analyse:**
	

2. Der Sachverhalt der Aufgabe wird aus physikalischer Sicht vereinfacht. Unwesentliches wird weggelassen. Wesentliche Seiten werden mit Fachbegriffen beschrieben. Zum Sachverhalt der Aufgabe kann eine vereinfachte, schematisierte Skizze angefertigt werden. Gesuchte und gegebene Größen und Fakten werden zusammengestellt.	Durch die Gewichtskraft der Maschine wird das Fundament wie eine Feder elastisch verformt, bis sich eine Gleichgewichtslage einstellt. Wird die Maschine nun kurzzeitig, z. B. durch Erschütterungen oder rotierende Teile, aus dieser Gleichgewichtslage ausgelenkt, so kommt es zu mechanischen Schwingungen um die Gleichgewichtslage. Unter der Annahme einer ideal elastischen Verformung kann die Anordnung Maschine-Fundament vereinfacht als Federschwinger betrachtet werden.  Gesucht: f Gegeben: $m = 3{,}5\ \text{t} = 3\,500\ \text{kg}$ $s = 1\ \text{mm}$ $D = 3{,}4 \cdot 10^6\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 3{,}4 \cdot 10^6\ \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$
3. Wesentliche Seiten des Sachverhalts der Aufgabe werden mit physikalischen Gesetzen beschrieben. Dazu muss man gesetzmäßig wirkende Zusammenhänge und Bedingungen für das Wirken bekannter physikalischer Gesetze im Sachverhalt erkennen.	**Lösung:** Die Frequenz einer Schwingung kann berechnet werden mit der Gleichung $f = 1/T$. Für die Schwingungsdauer gilt unter der Annahme, dass die Anordnung als Federschwinger betrachtet werden kann: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$ Somit erhält man als Lösungsgleichung: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$
4. Die physikalischen Gesetze werden angewendet, um die Aufgabe zu lösen, z.B. eine gesuchte Größe zu berechnen, eine Erscheinung zu erklären oder vorauszusagen. Dazu kann man verschiedene Mittel und Verfahren nutzen, z. B. – das inhaltlich-logische Schließen, – Verfahren und Regeln der Analysis, Vektorrechnung und Stochastik, – Diagramme, – geometrische Konstruktionen, – experimentelle Mittel.	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3{,}4 \cdot 10^6\ \text{kg}}{3\,500\ \text{kg} \cdot s^2}}$ $f = 4{,}96\ \text{Hz} \approx 5\ \text{Hz}$ **Ergebnis:** Die Anordnung aus Drehmaschine und Fundament kann unter der Annahme einer elastischen Verformung des Fundaments mit einer Eigenfrequenz von etwa 5 Hz schwingen. Die Kenntnis dieser Größe ist wichtig, um Resonanzschäden zu vermeiden, die bei äußerer Anregung mit dieser Frequenz entstehen können.

1.2.4 Tätigkeiten in der Physik

Vor allem im Zusammenhang mit dem Erkennen und Anwenden physikalischer Gesetze, mit dem Definieren von Begriffen und dem Arbeiten mit Größen gibt es eine Reihe von wichtigen Tätigkeiten, die immer wieder durchgeführt werden.

Beschreiben

Beim Beschreiben wird mit sprachlichen Mitteln zusammenhängend und geordnet dargestellt, *wie* ein Gegenstand oder eine Erscheinung in der Natur beschaffen ist, z. B. welche Eigenschaften ein Körper besitzt, wie ein Vorgang abläuft, wie ein technisches Gerät aufgebaut ist. Dabei werden in der Regel äußerlich wahrnehmbare Eigenschaften der Erscheinung dargestellt.

Im Zusammenhang mit der Erklärung einer Erscheinung beschränkt man sich bei der Beschreibung häufig auf die Darstellung wesentlicher äußerlich wahrnehmbarer Seiten der Erscheinung.



Beschreiben Sie den Ablauf des Experiments!
Das Glas wird randvoll mit Wasser gefüllt. Anschließend wird eine Karteikarte so aufgelegt, dass keine Luft zwischen Wasser und Karteikarte gelangt. Dann dreht man das Glas vorsichtig um und hält dabei die Karte fest. Beim Loslassen fällt die Karte nicht herunter.

Erklären

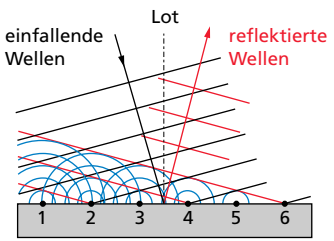
Beim Erklären wird zusammenhängend und geordnet dargestellt, *warum* eine Erscheinung in der Natur so und nicht anders auftritt. Dabei wird die Erscheinung auf das Wirken von Gesetzen zurückgeführt, indem man darstellt, dass die Wirkungsbedingungen bestimmter Gesetze in der Erscheinung vorliegen. Diese Wirkungsbedingungen sind wesentliche Seiten in der Erscheinung.

Beim **Erklären** sollte man folgendermaßen vorgehen:
- Beschreiben wesentlicher Seiten der Erscheinung,
- Nennen von Gesetzen und Modellen, die der Erscheinung zugrunde liegen,
- Zurückführen der Erscheinung auf Gesetze und Modelle.

Auch Modelle können zum Erklären herangezogen werden.

Wie kann man mithilfe des huygensschen Prinzips die Reflexion bzw. die Brechung mechanischer Wellen erklären?

Trifft eine Wellenfront auf ein Hindernis, so ist nach dem huygensschen Prinzip jeder Punkt, den die Welle erreicht, Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Diese Elementarwellen überlagern sich. Die Einhüllende bildet eine neue Wellenfront (↗ S. 383).



Trifft nun die Wellenfront schräg auf das Hindernis, so gehen zunächst von Punkt 1, dann von Punkt 2 usw. Elementarwellen aus. Die Überlagerung aller Elementarwellen ergibt die neue Wellenfront.
Ähnlich ist der Sachverhalt auch dann, wenn Wellen auf die Grenzfläche zwischen zwei Stoffen treffen. Jeder Punkt der Grenzfläche, auf den eine Welle trifft, ist Ausgangspunkt von Elementarwellen, die sich überlagern und neue Wellenfronten bilden. Da sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit beim Übergang von einem Stoff in einen anderen in der Regel ändert, erfolgt eine Brechung (↗ S. 387 f.).

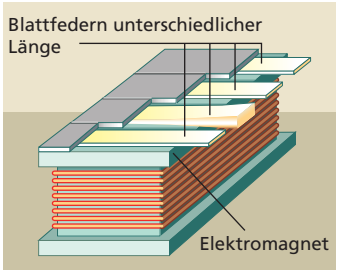
Beschreiben des Aufbaus und Erklären der Wirkungsweise technischer Geräte

Die Wirkungsweise technischer Geräte lässt sich auf das Wirken physikalischer Gesetze, deren Wirkungsbedingungen im Aufbau realisiert sind, zurückführen.

Beschreiben Sie den Aufbau und erklären Sie die Wirkungsweise eines Zungenfrequenzmessers für Wechselstrom!

Mithilfe eines Zungenfrequenzmessers kann man die Frequenz des Wechselstromes messen. Dazu wird er in einen Wechselstromkreis eingeschaltet.
Der Zungenfrequenzmesser besteht aus einem Elektromagneten und einer Anzahl von Blattfedern unterschiedlicher Länge, die vor dem Elektromagneten und einer Skala schwingen können. Die Blattfedern können aufgrund ihrer elastischen Eigenschaften Eigenschwingungen mit einer bekannten Eigenfrequenz ausführen. Entsprechend dieser Eigenfrequenz sind die Federn vor der Skala angeordnet.
Fließt durch den Elektromagneten ein Wechselstrom, so werden auf die Blattfedern anziehende Kräfte in der Frequenz des Wechselstromes (Erregerfrequenz) ausgeübt.
Für die Blattfeder, deren Eigenfrequenz mit der Erregerfrequenz annähernd übereinstimmt, ist die Resonanzbedingung $f_E = f_0$ erfüllt. Es kommt zu einem heftigen Mitschwingen dieser Feder, während benachbarte Federn nur wenig oder gar nicht schwingen. Für die heftig schwingende Feder kann auf der Skala die Frequenz abgelesen werden.
Am Instrument ist zu sehen: Die Frequenz beträgt 50 Hz.





Beim **Beschreiben des Aufbaus und Erklären der Wirkungsweise technischer Geräte** sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Nennen des Verwendungszwecks des Gerätes,
- Beschreiben der für das Wirken der Gesetze wesentlichen Teile des Gerätes,
- Zurückführen der Wirkungsweise auf Gesetze.

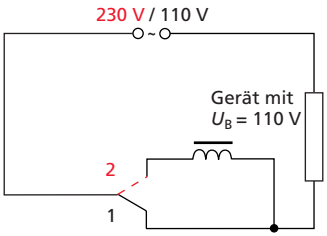
Voraussagen

Beim Voraussagen wird auf der Grundlage von Gesetzen und Modellen unter Berücksichtigung entsprechender Bedingungen eine Folgerung in Bezug auf eine Erscheinung in Natur und Technik abgeleitet und zusammenhängend dargestellt.

Beim **Voraussagen** sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Beschreiben wesentlicher Seiten der Erscheinung für das Wirken von Gesetzen und Anwenden von Modellen,
- Nennen von Gesetzen und Modellen, die der Erscheinung zugrunde liegen,
- Ableiten von Folgerungen für die Erscheinung.

Viele elektrische Geräte, z. B. Bildwerfer, Rasierapparate oder Fernsehgeräte, lassen sich auf verschiedene Betriebsspannungen umstellen. Das ist erforderlich, weil in verschiedenen Ländern unterschiedliche Netzspannungen üblich sind.
Entwerfen Sie eine Schaltung, mit der man ein Gerät von 230 V auf 110 V umstellen kann!



Die Schaltung muss so gewählt werden, dass an dem Gerät immer die notwendige Betriebsspannung anliegt. Stimmen Netzspannung und Betriebsspannung überein, so kann das Gerät ohne besondere Maßnahmen angeschlossen werden. Der Umschalter würde sich in Stellung 1 befinden.
Bei einer Wechselspannung von 230 V kann durch eine vorgeschaltete Spule erreicht werden, dass am Gerät ebenfalls nur 110 V anliegen. Der Umschalter müsste sich dann in Stellung 2 befinden.
Sagen Sie voraus, wie die Induktivität der Spule verändert werden müsste, wenn das Gerät mit einer Netzspannung von 400 V betrieben werden soll!

An der Spule muss eine größere Spannung anliegen; sie muss den Strom stärker behindern. Da die Induktivität der Spule ein Maß für die Stärke der Behinderung des Wechselstromes ist, folgt: Wenn das Gerät mit einer Wechselspannung von 400 V betrieben werden soll, muss die Induktivität der Spule vergrößert werden. Das kann man durch eine Spule mit größerer Windungszahl erreichen (↗ S. 302).

Vergleichen

Beim Vergleichen werden Gemeinsamkeiten und Unterschiede von zwei oder mehreren Vergleichsobjekten (z. B. Körper, Stoffe, Vorgänge) ermittelt und dargestellt.

Beim **Vergleichen** sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Wählen geeigneter Kriterien für den Vergleich,
- Nennen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden,
- Ableiten von möglichen Schlussfolgerungen.

Da ein Vergleich in der Regel einen Zweck verfolgt, wird man dafür bestimmte Kriterien auswählen. Darüber hinaus kann man aus den zusammengestellten Fakten meist Schlussfolgerungen ableiten.

Vergleichen Sie Schall und Licht miteinander!

Gemeinsamkeiten:
Schall und Licht können reflektiert, gebrochen und gebeugt werden. Sowohl bei Schall als auch bei Licht können Interferenzerscheinungen auftreten.

Unterschiede:
Schall benötigt einen Schallträger zur Ausbreitung. Das kann z. B. Luft oder Wasser sein. Im Vakuum kann er sich nicht ausbreiten. Licht dagegen benötigt keinen Träger zur Ausbreitung. Es breitet sich in Stoffen, aber auch im Vakuum aus.

Schlussfolgerungen:
Aufgrund der gemeinsamen Eigenschaften kann man davon ausgehen, dass Schall und Licht Welleneigenschaften besitzen. Dann müssten Frequenz und Amplitude von Schallwellen und Lichtwellen Einfluss auf beobachtbare Erscheinungen haben. Das ist auch der Fall. Die Frequenz bestimmt die Tonhöhe des Schalls bzw. die Farbe des Lichtes. Die Amplitude bestimmt die Lautstärke des Schalls bzw. die Intensität des Lichtes.

Definieren

Beim Definieren wird ein Begriff durch die Festlegung wesentlicher, gemeinsamer Merkmale eindeutig bestimmt und von anderen Begriffen unterschieden.

Definieren Sie den Begriff „mechanische Schwingung"!
Eine mechanische Schwingung ist eine zeitlich periodische Bewegung eines Körpers um eine Gleichgewichtslage.
Oberbegriff: Bewegung
artbildende Merkmale:
- zeitlich periodische Bewegung
- um eine Gleichgewichtslage

Beim **Definieren** sollte man folgendermaßen vorgehen:
- Nennen des Oberbegriffs,
- Nennen artbildender Merkmale.

Das Definieren von Begriffen kann z. B. auch durch Aufzählen erfolgen.

Das Definieren ist eine Tätigkeit, die eng mit physikalischen Begriffen (↗ S. 15), speziell mit Größen und Einheiten, verbunden ist. Wichtig ist daher, dass eine Definition eindeutig und zweckmäßig sein muss und nicht im Widerspruch zu anderen Festlegungen stehen darf.

Interpretieren

Beim Interpretieren wird einer verbalen Aussage, einem Zeichensystem (z. B. einer mathematischen Gleichung oder Proportionalität) oder einer grafischen Darstellung (z. B. einem Diagramm) eine auf die Natur oder Technik bezogene inhaltliche Bedeutung gegeben.

Insbesondere beim **Interpretieren von Gleichungen und Diagrammen** wird den Zeichen und Symbolen sowie den dargestellten Sachverhalten eine physikalischen Bedeutung zugeordnet. Dabei treten Spezifika auf, die nachfolgend an Beispielen erläutert sind.

Beim **Interpretieren** von Gleichungen sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Nennen der physikalischen Größen und der Bedingungen für die Gültigkeit der Gleichung,
- Ableiten von Zusammenhängen aus der mathematischen Struktur der Gleichung, dabei Durchführung von Fallunterscheidungen im Zusammenhang mit der Konstanz von Größen,
- Eingehen auf direkte und indirekte Proportionalitäten sowie deren Bedingungen,
- Ableiten praktischer Folgerungen.

Beim Interpretieren von Gleichungen geht es darum, die in der Gleichung enthaltenen Zusammenhänge zu erfassen und eventuell auch Folgerungen daraus abzuleiten.

Die Gleichung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit mechanischer Wellen lautet:

$$v = \lambda \cdot f$$

Interpretieren Sie diese Gleichung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen!

Die Gleichung $v = \lambda \cdot f$ beschreibt den Zusammenhang zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit v, der Wellenlänge λ und der Frequenz f mechanischer Wellen. Dabei ist zu beachten, dass die Frequenz einer mechanischen Welle nur davon abhängig ist, wie sie erzeugt wird. Sie ändert sich bei der Ausbreitung der Welle nicht, auch dann nicht, wenn die Welle von einem Stoff in einen anderen übergeht. Deshalb sind bei der Interpretation der Gleichung zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Unter der Bedingung, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit konstant ist, sich die Welle also nur in *einem* Stoff ausbreitet, gilt:

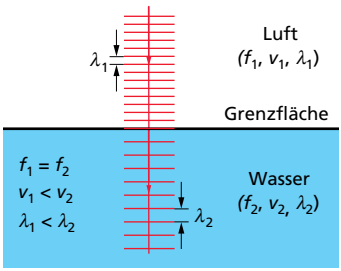
$$v = \lambda \cdot f \quad | : f \qquad \frac{v}{f} = \lambda \text{ bzw. } \lambda = \frac{v}{f}$$

Aus v = konstant folgt: $\lambda \sim \frac{1}{f}$

Das heißt: Wellenlänge und Frequenz einer mechanischen Welle sind umgekehrt proportional zueinander. Je größer die Wellenlänge ist, umso kleiner ist die Frequenz und umgekehrt. So ist z. B. die Wellenlänge einer Schallwelle umso kleiner, je größer die Frequenz eines Tones ist, wenn sich der Schall nur in einem Stoff (z. B. Luft) ausbreitet. Das bedeutet, je höher ein Ton (große Frequenz) ist, desto kleiner ist die Wellenlänge.

2. Unter der Bedingung, dass die Frequenz konstant ist, gilt:

$$v \sim \lambda$$



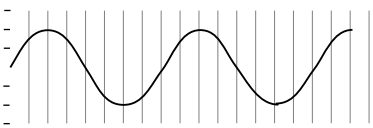
Das heißt, zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit und Wellenlänge besteht eine direkte Proportionalität. So ändert sich beim Übergang einer mechanischen Welle von einem Stoff in einen anderen die Wellenlänge, während die Frequenz konstant bleibt. Beim Übergang einer Schallwelle von Luft in Wasser wird die Wellenlänge z. B. größer, weil die Schallgeschwindigkeit in Wasser größer ist als in Luft.

Beim **Interpretieren von Diagrammen** kommt es vor allem darauf an, den Zusammenhang zwischen den beiden auf den Achsen aufgetragenen Größen zu erfassen.

Beim **Interpretieren** von Diagrammen sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Nennen der physikalischen Größen, die auf den Achsen abgetragen sind, und der Bedingungen, unter denen der dargestellte Sachverhalt gilt,
- Beschreiben des Zusammenhangs zwischen den Größen und Eingehen auf die Art des Zusammenhangs unter Beachtung der Bedingungen,
- Nennen charakteristischer Werte,
- Eingehen auf die physikalische Bedeutung des Anstiegs des Graphen und der Fläche unter dem Graphen.

Am Meer, auf Seen oder Pfützen kann man Wasserwellen beobachten. In den nebenstehenden Diagrammen ist eine spezielle Wasserwelle dargestellt.





Interpretieren Sie diese Diagramme!

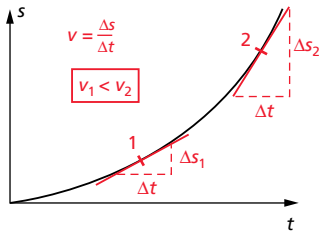
Im *y*-*t*-Diagramm ist für einen bestimmten Ort (x = konstant) der Zusammenhang zwischen der Auslenkung y und der Zeit t dargestellt. Die Auslenkung verändert sich mit der Zeit periodisch (sinusförmig). Aus dem Diagramm kann man entnehmen: Die maximale Auslenkung, die Amplitude, beträgt $y_{max} = 2$ m und die Schwingungsdauer $T = 2$ s.

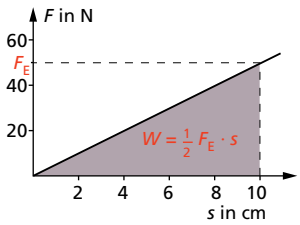
Im *y*-*x*-Diagramm ist zu einem bestimmten Zeitpunkt (t = konstant) der Zusammenhang zwischen der Auslenkung y und dem Ort x dargestellt. Die Auslenkung ändert sich räumlich periodisch, der Kurvenverlauf ist ebenfalls sinusförmig.

Aus dem Diagramm kann man ebenfalls entnehmen, dass die Amplitude $y_{max} = 2$ m beträgt. Darüber hinaus lässt sich die Wellenlänge ablesen. Sie beträgt $\lambda = 4$ m.

Beim Interpretieren von Diagrammen ist zu beachten, dass manchmal auch der Anstieg des Graphen und die Fläche unter dem Graphen eine physikalische Bedeutung haben können.

Anstieg des Graphen	**Fläche unter dem Graphen**
In einem Weg-Zeit-Diagramm ist der Anstieg des Graphen gleich der Geschwindigkeit.	In einem Kraft-Weg-Diagramm für eine elastisch verformte Feder ist die Fläche unter dem Graphen gleich der Federspannarbeit.





Der Anstieg des Graphen ergibt sich als Quotient aus den beiden Achsengrößen. Die Fläche unter dem Graphen ist multiplikativ mit den Achsengrößen verknüpft.



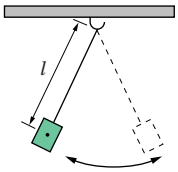
Messen

Das **Messen** ist eng mit dem Beobachten und dem Experimentieren (↗ S. 41) verbunden. Beim Beobachten mit Messgeräten werden im Unterschied zu qualitativen Beobachtungen Quantitäten (Mengen, Größen) festgestellt.

Beim Messen wird der Wert einer *Größe*, d. h. der Ausprägungsgrad einer Eigenschaft, mithilfe eines *Messgerätes* dadurch bestimmt, dass die zu messende Größe mit einer festgelegten *Einheit* verglichen wird. Dazu wird in der Regel eine *Messvorschrift* festgelegt.

Messgeräte haben einen bestimmten **Messbereich** und eine bestimmte **Messgenauigkeit.** Die Messgenauigkeit gibt an, mit welchem **Messfehler** der Messwert behaftet ist. Messwerte sind stets nur Näherungswerte für den wahren Wert der Größe.
In der Regel sind die Messwerte um diesen wahren Wert zufällig verteilt. Um die Messfehler möglichst gering zu halten, wiederholt man die Messung mehrmals und bildet den Mittelwert.
Dadurch können zufällige Schwankungen der Messwerte um den wahren Wert der Größe berücksichtigt werden.

In einem Experiment zur Bestimmung der Fallbeschleunigung mit einem Fadenpendel soll die Zeit für jeweils 10 Schwingungen bestimmt werden.





t für 10 Schwingungen

Den Mittelwert berechnet man, indem man alle Messwerte addiert und durch die Anzahl der Messungen dividiert (↗ S. 46).

Dazu werden 5 Messungen durchgeführt und der Mittelwert gebildet: $\bar{t} = 1{,}62$ s

Messung Nr.	*t* für 10 Schwingungen
1	16,4 s
2	16,1 s
3	16,2 s
4	16,0 s
5	16,3 s

Weitere Tätigkeiten

Weitere für die Physik charakteristische Tätigkeiten sind das **Beobachten,** das **Erläutern** und das **Begründen.** Beim **Beobachten** werden gezielt Informationen mit den Sinnesorganen aufgenommen. Es ist häufig mit einem Beschreiben des Beobachteten verbunden.
Beim **Erläutern** wird versucht, anderen Menschen einen Sachverhalt an Beispielen verständlich, anschaulich, begreifbar zu machen.
Begründen zielt darauf ab, den Nachweis zu führen, dass eine Aussage richtig oder falsch ist.

1.2.5 Lösen physikalisch-mathematischer Aufgaben

Viele Gesetze der Physik werden mithilfe von mathematischen Mitteln (Proportionalitäten, Gleichungen, Diagrammen, ↗ S. 20) beschrieben. Deshalb können auch viele physikalische Aufgaben unter Nutzung mathematischer Mittel gelöst werden. Das prinzipielle Vorgehen beim Lösen physikalisch-mathematischer Aufgaben entspricht dem beim Anwenden physikalischer Gesetze (↗ S. 26). Lediglich in der Phase der Ergebnisermittlung unterscheidet sich das Vorgehen.

Lösen physikalischer Aufgaben durch inhaltlich-logisches Schließen

Beim Lösen physikalisch-mathematischer Aufgaben durch inhaltlich-logisches Schließen werden die Eigenschaften proportionaler Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen zum Berechnen genutzt. Häufig müssen auch noch die Werte physikalischer Größen unter Nutzung der physikalischen Bedeutung der Größe interpretiert werden.

Wie weit ist ein Gewitter entfernt, wenn man den Donner 5 s nach dem Blitz wahrnimmt?
Leiten Sie eine Faustregel zur Bestimmung der Entfernung eines Gewitters her!

Analyse:
Es wird angenommen, dass der Blitz sofort wahrgenommen wird. Der Schall des Donners breitet sich mit der Schallgeschwindigkeit in Luft (v = 344 m/s bei 20 °C Lufttemperatur) aus.



Gesucht: s

Gegeben: t = 5 s
v = 344 m/s

Lösung:
Eine Schallgeschwindigkeit von 344 m/s bedeutet, dass der Schall in jeder Sekunde einen Weg von 344 m zurücklegt.
Da der Donner erst 5 s nach dem Blitz wahrzunehmen ist, legt der Schall in dieser Zeit einen Weg von

$$s = 5 \cdot 344 \text{ m} = 1\,720 \text{ m}$$

zurück, denn bei konstanter Geschwindigkeit ist $s \sim t$.

Ergebnis:
Das Gewitter ist etwa 1,7 km vom Beobachter entfernt, wenn der Donner 5 s nach dem Wahrnehmen des Blitzes zu hören ist.
Da der Schall ca. 3 s benötigt, um sich über eine Entfernung von 1 km auszubreiten (3 s · 344 m/s = 1 032 m), kann man folgende Faustregel ableiten: 3 Sekunden Zeitunterschied zwischen Blitz und Donner entsprechen einer Entfernung von 1 km.

Um solche Aufgaben zu lösen, sollte man sich folgende Fragen überlegen:

1. Wie kann man den Wert einer physikalischen Größe interpretieren?
2. Was für ein Zusammenhang besteht zwischen jeweils zwei Größen im Sachverhalt der Aufgabe?
3. Was folgt aus der Art des Zusammenhangs für die eine Größe, wenn von der anderen Größe Vielfache oder Teile gebildet werden?
4. Auf das Wievielfache bzw. den wievielten Teil ändert sich der Wert einer Größe?
5. Was folgt daraus für die andere Größe?

Lösen physikalischer Aufgaben durch Nutzung von Verfahren der Analysis

Beim Lösen solcher Aufgaben werden physikalische Gesetze in Form von Gleichungen genutzt sowie Verfahren und Regeln der Analysis und der analytischen Geometrie angewendet.

Um solche Aufgaben zu lösen, sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Notieren der bei den gegebenen Bedingungen geltenden Gesetze als Gleichungen,
- Lösen der Gleichungen bzw. des Gleichungssystems durch Nutzung der Differenzial- oder Integralrechnung bzw. durch die Substitutions- oder Additionsmethode,
- Umformen der Gleichung nach der gesuchten Größe,
- Einsetzen der Werte für die gegebenen Größen (gegebenenfalls Umrechnen von Einheiten) und Berechnen der gesuchten Größe,
- Berücksichtigen der Regeln für das Rechnen mit Näherungswerten bei der Angabe des Ergebnisses.

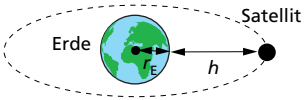
Ein Nachrichtensatellit mit einer Masse von 2,53 t soll auf eine geostationäre Umlaufbahn gebracht werden.



a) In welcher Höhe über der Erdoberfläche muss sich die Bahn eines solchen geostationären Satelliten befinden?

b) Welche Energie ist mindestens erforderlich, um den Satelliten mittels einer Rakete auf die geostationäre Bahn anzuheben?

Analyse zu a)



Auf einer geostationären Bahn befindet sich der Satellit ständig über ein und demselben Punkt der Erdoberfläche. Er bewegt sich dann auf einer äquatorialen Kreisbahn mit derselben Winkelgeschwindigkeit wie die Erde. Die Radialkraft, durch die der Satellit auf der Kreisbahn gehalten wird, ist die Gravitationskraft zwischen Satellit und Erde.

Gesucht: h

Gegeben:
$m_S = 2{,}53\ \text{t} = 2{,}53 \cdot 10^3\ \text{kg}$
$m_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$
$r_E = 6\,371\ \text{km} = 6{,}371 \cdot 10^6\ \text{m}$
$G = 6{,}673 \cdot 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
$T = 24\ \text{h} = 86\,400\ \text{s}$

Lösung:

Für einen geostationären Satelliten gilt:

$$F_r = F_G$$

$$m_S \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2} \qquad r = r_E + h$$

$$m_S \cdot \frac{v^2}{(r_E + h)} = G \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{(r_E + h)^2} \;|: m_S \qquad v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot (r_E + h)}{T}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot (r_E + h) = G \cdot \frac{m_E}{(r_E + h)^2}$$

Durch äquivalente Umformungen erhält man:

$$h = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_E \cdot T^2}{4\pi^2}} - r_E$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{6{,}67\,m^3 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} kg \cdot (86\,400\ s)^2}{10^{11}\ kg \cdot s^2 \cdot 4\pi^2}} - 6\,371\ km$$

$$h = 42\,227\ km - 6\,371\ km$$

$$h = 35\,956\ km$$

Ergebnis:
Ein geostationärer Satellit muss sich in einer Höhe von etwa 36 000 km über der Erdoberfläche befinden.

Bei vielen Aufgaben ist es für das Finden eines Gleichungsansatzes nützlich, wenn man die wirkenden Kräfte betrachtet. Bei einem solchen **„Kraftansatz"** kommt man häufig weiter, wenn im Sachverhalt die Summe aller Kräfte null ist, also ein Kräftegleichgewicht vorliegt.

Analyse zu b):
Die Energie, die mindestens nötig ist, um den Satelliten auf die geostationäre Bahn zu bringen, ist gleich der Arbeit im Gravitationsfeld der Erde von der Erdoberfläche bis zur Umlaufbahn: $\Delta E = W$

Bei vielen Aufgaben helfen auch **energetische Betrachtungen,** um zu einem Lösungsansatz zu kommen.

Gesucht: ΔE

Lösung:
Allgemein gilt für die mechanische Arbeit:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s)\,ds$$

Erhaltungssätze sind ebenfalls häufig ein zweckmäßiger Ausgangspunkt, um zu einem Ansatz für die Lösung einer Aufgabe zu kommen.

Die Kraft, gegen die die Arbeit verrichtet werden muss, ist die Gravitationskraft, sodass sich für den speziellen Fall ergibt:

$$\Delta E = W_{Hub} \qquad W_{Hub} = \int_{r_E}^{r_E + h} G \cdot \frac{m_S \cdot m_E}{r^2}\ dr$$

$$\Delta E = G \cdot m_S \cdot m_E \int_{r_E}^{r_E + h} \frac{1}{r^2}\ dr$$

Es gilt:
$\int \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{1}{r} + C$

$$\Delta E = G \cdot m_S \cdot m_E \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_E + h}\right)$$

$$\Delta E = 1{,}34 \cdot 10^{11}\ N \cdot m = 1{,}34 \cdot 10^{11}\ J$$

Ergebnis:
Um den Nachrichtensatelliten auf eine geostationäre Bahn zu bringen, benötigt man mindestens eine Energie von $1{,}34 \cdot 10^{11}$ J. Die berechnete Energie stellt den Mindestbetrag dar, der für den Transport des Satelliten erforderlich ist. Die tatsächlich aufzuwendende Energie muss erheblich größer sein, weil auch Energie für die Bewegung der Trägerrakete und des Satelliten notwendig ist. Hinzu kommen Reibungsprozesse und Beschleunigungsvorgänge, von denen bei der Berechnung ebenfalls abgesehen wurde.

Der Wert $1{,}34 \cdot 10^{11}$ J entspricht dem Energieverbrauch von etwa 3 300 Pkw, wenn jeder von ihnen eine Strecke von 100 km fährt und dabei 7 l Benzin verbraucht.

Lösen physikalischer Aufgaben mithilfe von Diagrammen

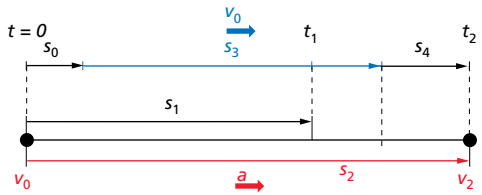
Beim Lösen solcher Aufgaben werden auch Verfahren der Analysis verwendet. Insbesondere werden häufig Funktionsgleichungen in Diagrammen grafisch dargestellt.

Beim Lösen solcher Aufgaben werden physikalische Zusammenhänge in **Diagrammen** dargestellt und diese Diagramme unter physikalischen Gesichtspunkten ausgewertet.

Bei Überholvorgängen ist wichtig, dass der Kraftfahrer den Weg, den er beim Überholen zurücklegt, richtig einschätzt.
Ein roter und ein blauer Pkw fahren zunächst beide in einem Abstand von 10 m mit 80 km/h. Dann beschleunigt der hinten fahrende rote Pkw mit 1,2 $m \cdot s^{-2}$ und überholt den blauen Pkw, bis er sich 10 m vor diesem wieder einordnet.
Nach welchem Weg hat der rote den blauen Pkw eingeholt? Welchen Weg hat der rote Pkw beim Überholen insgesamt zurückgelegt?

Bei dieser Aufgabe muss der Sachverhalt stark vereinfacht werden, um zu einer Lösung zu kommen.

Analyse:
Die Pkw werden vereinfacht als Massepunkte dargestellt. Die Länge der Fahrzeuge wird dabei zunächst nicht berücksichtigt. Außerdem wird angenommen, dass der blaue Pkw sich gleichförmig geradlinig und der rote Pkw sich gleichmäßig beschleunigt geradlinig bewegen.
Der blaue Pkw hat zu Beginn des Überholvorgangs einen Vorsprung von 10 m, der als Anfangsweg s_0 betrachtet wird. Zum Zeitpunkt t_1 hat der rote Pkw den blauen Pkw eingeholt und den Weg s_1 zurückgelegt. Der gesamte Überholvorgang ist zum Zeitpunkt t_2 abgeschlossen.



Der rote Pkw legt während des gesamten Überholvorgangs den Weg s_2 zurück. Der blaue Pkw legt in dieser Zeit den Weg s_3 zurück. Der rote Pkw muss außerdem noch einen Vorsprung von s_4 = 10 m herausfahren, um den Überholvorgang zu beenden. Damit ergibt sich für die Wege:

$$s_2 = s_0 + s_3 + s_4$$

Gesucht: s_1
s_2

Gegeben: $s_0 = 10\ m$
$s_4 = 10\ m$
$v_0 = 80\ \frac{km}{h} = 22{,}2\ \frac{m}{s}$

$a = 1{,}2\ \frac{m}{s^2}$

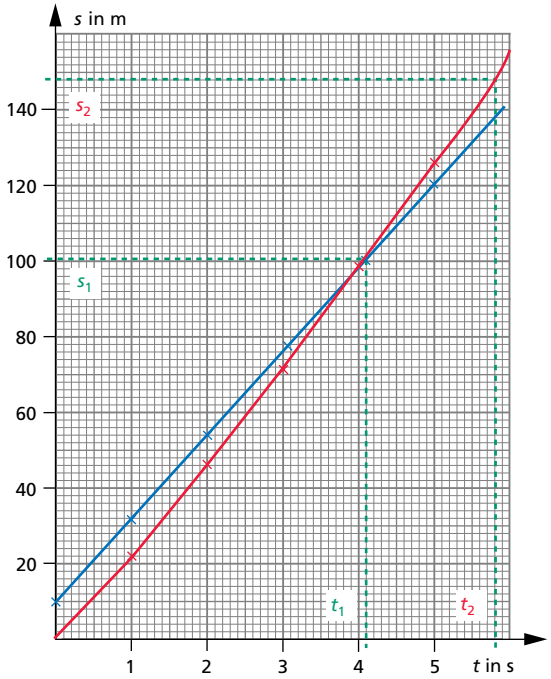
Lösung:
Für die **grafische Lösung** wird die Bewegung der Fahrzeuge in einem *s-t*-Diagramm dargestellt.
Für den blauen Pkw gilt das Weg-Zeit-Gesetz:

$$s = v_0 \cdot t + s_0$$

Für den roten Pkw gilt das Weg-Zeit-Gesetz:

$$s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 \cdot t$$

Für das Zeichnen des Diagramms ist es günstig, die Wege der Pkw nach verschiedenen Zeiten zu berechnen, die Punkte darzustellen und zu verbinden.



Der Schnittpunkt beider Kurven ist der Punkt, an dem der rote Pkw den blauen eingeholt hat. Bei diesem Punkt befinden sich beide Fahrzeuge zum selben Zeitpunkt nebeneinander. Aus dem Diagramm kann man ablesen:

$t_1 \approx 4{,}1$ s $\qquad\qquad$ $s_1 \approx 100$ m

Der Überholvorgang ist dann beendet, wenn der Abstand beider Kurven 10 m beträgt. Man kann aus dem Diagramm dafür ablesen:

$t_2 \approx 5{,}8$ s $\qquad\qquad$ $s_2 \approx 148$ m

Ergebnis:
Nach 100 m Weg hat der rote Pkw den blauen Pkw eingeholt und nach 148 m überholt.

Beim Nutzen grafischer Mittel zum Lösen von Aufgaben sollte man folgendermaßen vorgehen:

- Darstellen der physikalischen Zusammenhänge zwischen Größen in einem **Diagramm,**
- Ablesen wichtiger Wertepaare aus dem Diagramm,
- Interpretieren des Kurvenverlaufs.

Die Aufgabe kann auch durch Nutzung von Verfahren der Analysis gelöst werden.

Beachten Sie, dass in Diagrammen auch die Fläche unter dem Graphen oder der Anstieg des Graphen eine physikalische Bedeutung haben können (↗ S. 33)!

Lösen physikalischer Aufgaben durch geometrische Konstruktionen

Zum Lösen solcher Aufgaben werden die physikalischen Sachverhalte in maßstäblichen Zeichnungen dargestellt. Aus diesen können dann durch geometrische Konstruktionen Schlussfolgerungen gezogen werden. Genutzt wird dieser Lösungsansatz vor allem bei der Zusammensetzung und Zerlegung vektorieller Größen, in der Optik und bei Zeigerdiagrammen (↗ S. 68 f., 78, 348, 412, 457).

Die angegebenen Bedingungen stellen bereits eine Idealisierung dar. Die Verhältnisse sind wesentlich komplizierter, wenn der Wind schräg auf verschiedene Segel fällt und darüber hinaus die Wirkung des Ruders einbezogen wird.

Ein Segelboot bewegt sich immer in die Richtung, in die die resultierende Kraft wirkt.
Senkrecht auf das Segel wirkt der Wind mit einer Kraft von insgesamt 250 N. Der Wind weht von West nach Ost. Gleichzeitig wirkt auf das Boot aufgrund einer nach Nordost verlaufenden Strömung eine Kraft von 100 N.

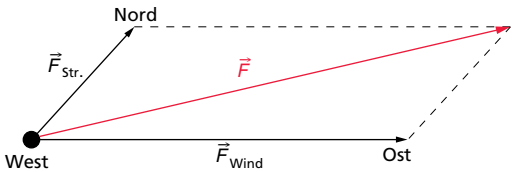


Wie groß ist die resultierende Kraft?
In welche Richtung bewegt sich das Boot aufgrund der resultierenden Kraft?

Analyse:
Auf das Segelboot wirken zwei Kräfte in unterschiedlichen Richtungen. Es kann angenommen werden, dass diese Kräfte an einem Angriffspunkt angreifen. Weitere Kräfte, die auf das Boot wirken könnten, z. B. durch das Ruder, werden nicht in die Betrachtung einbezogen. Bei dieser Idealisierung können mithilfe eines maßstäblichen Kräfteparallelogramms Betrag und Richtung der resultierenden Kraft ermittelt werden.

Beim **Lösen physikalisch-mathematischer Aufgaben** ist zu beachten, dass man in der Regel mit **Näherungswerten für Größen** rechnet, die durch Messungen, Schätzungen und Rundungen entstanden sind. Deshalb muss man bei Berechnungen, bei zeichnerischen Lösungen und insbesondere bei der Angabe des Ergebnisses die **Regeln für das Rechnen mit Näherungswerten** beachten.

Lösung:



Für die maßstäbliche Zeichnung wird vereinbart: 1 cm ≙ 50 N.
Der Kraftpfeil der resultierenden Kraft ist 6,5 cm lang, die resultierende Kraft beträgt also etwa $F = 325$ N.

Ergebnis:
Die resultierende Kraft auf das Boot beträgt 325 N. Es bewegt sich etwa in Richtung Nord-Nordost.

1.2.6 Vorbereiten, Durchführen und Auswerten physikalischer Experimente

Das **Experimentieren** ist eine sehr komplexe Tätigkeit, die in verschiedenen Etappen beim Erkennen und Anwenden von Gesetzen auftritt.
Sie ist eng mit dem Messen (↗ S. 34) verbunden. Das Ziel eines Experiments besteht darin, eine Frage an die Natur oder Technik zu beantworten. Dazu wird eine Erscheinung unter ausgewählten, kontrollierten und veränderbaren Bedingungen beobachtet und ausgewertet. Die Bedingungen und damit das gesamte Experiment müssen wiederholbar sein.



Beim Experimentieren wird eine Erscheinung der Natur unter ausgewählten, kontrollierten, wiederholbaren und veränderbaren Bedingungen beobachtet und ausgewertet.



Mit Experimenten werden z. B. Zusammenhänge zwischen Größen untersucht. Dies dient dem Erkennen von Naturgesetzen und Zusammenhängen.

Bei jedem **Experiment** ist genau zu überlegen, welche Größen und Bedingungen konstant gehalten werden müssen und welche Größe verändert wird. Nur dann ist auch eine Reproduzierbarkeit des Experimentes möglich.

- Wie verändert sich die Winkelgeschwindigkeit eines Körpers mit der Veränderung des Trägheitsmoments?
  Welcher Zusammenhang besteht bei einem npn-Transistor zwischen der Basisstromstärke und der Kollektorstromstärke?

Experimente sind auch ein wichtiges Mittel zur Prüfung des Wahrheitswertes von Voraussagen (Hypothesen).

- So entwickelte z. B. James Clerk Maxwell (1831–1879) eine **Theorie elektromagnetischer Felder** und sagte die Existenz elektromagnetischer Wellen voraus. Die Existenz solcher Wellen konnte Heinrich Hertz (1857–1892) im Jahr 1886 experimentell nachweisen. Diese Experimente stützten die maxwellsche Theorie. Eine in der 2. Hälfte des 19. Jahrhunderts allgemein akzeptierte Theorie war die **Äthertheorie.** Der Äther sollte ein Stoff sein, der den gesamten Raum ausfüllt und durch den sich Licht ausbreitet. Alle Experimente, die Existenz eines solchen Äthers nachzuweisen, endeten mit einem negativen Ergebnis. Die Äthertheorie musste schließlich fallengelassen werden.



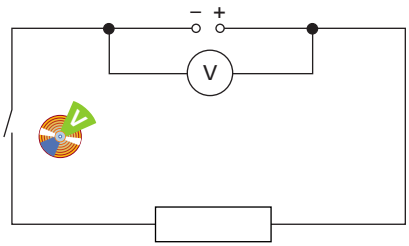
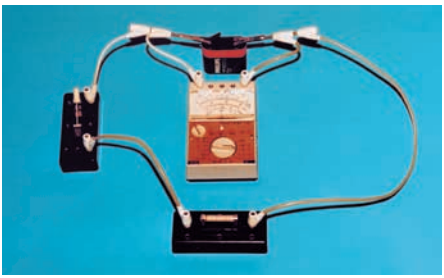


Experimente können auch dazu dienen, den Wert von Konstanten, insbesondere von allgemeinen Naturkonstanten (↗ S. 18), möglichst genau zu bestimmen. Bei solchen Präzisionsmessungen werden physikalische Gesetze und Zusammenhänge angewendet.



- Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit wurde erstmals 1675 durch den dänischen Astronomen Olaf Römer (1644–1710) aufgrund astronomischer Beobachtungen durchgeführt. Er erhielt einen Wert von 227 000 km/s. In den folgenden Jahrhunderten wurde diese Größe mit unterschiedlichen Methoden immer genauer bestimmt, z. B. durch H. Fizeau (1819–1896), L. Foucault (1819–1868) und A. A. Michelson (1852–1931).

Der Franzose Hippolyte Fizeau (1819–1896) war der Erste, dem es gelang, die **Lichtgeschwindigkeit** mit einem erdgebundenen Experiment zu messen.

Ablauf eines Experiments	Ein Beispiel aus der Physik
1. Vorbereiten des Experiments Zunächst ist zu überlegen, – welche Größen zu messen sind, – welche Größen verändert und welche konstant gehalten werden, – welche Gesetze angewendet werden können. Dann ist eine **Experimentieranordnung** zu entwerfen und zu skizzieren, mit der die gewünschten Größen gemessen und Beobachtungen gemacht werden können. Dabei sind die zu nutzenden **Geräte und Hilfsmittel** festzulegen. In der Planungsphase ist auch zu überlegen, wie das Experiment ausgewertet werden soll, da dies mitunter Einfluss auf die Experimentieranordnung und die **Messgeräte** hat. Mögliche Fehlerquellen sollten schon in der Planungsphase bedacht werden, weil dies Einfluss auf die Auswahl der Messgeräte sowie auf die Durchführung und die Auswertung hat.	*Untersuchen Sie experimentell Unterschiede zwischen der Leerlaufspannung und der Klemmenspannung von elektrischen Quellen!* Zu messende Größen: Leerlaufspannung U_L Klemmenspannung U_K Es werden Leerlaufspannung und Klemmenspannung für verschiedene elektrische Quellen gemessen und miteinander verglichen. Der Stromkreis wird über einen elektrischen Widerstand geschlossen. 
2. Durchführen des Experiments Die **Experimentieranordnung** ist nach der Planung aufzubauen. Die Messwerte und Beobachtungen werden registriert und protokolliert. Dazu werden häufig **Messwertetabellen** angefertigt.	
3. Auswerten des Experiments Die protokollierten Messwerte und Beobachtungen werden ausgewertet. Dazu werden häufig Diagramme angefertigt und Berechnungen durchgeführt. In Bezug auf die experimentelle Frage wird ein Ergebnis formuliert. Häufig werden Fehlerbetrachtungen zur Abschätzung der Genauigkeit der Messungen und Beobachtungen durchgeführt. Das experimentelle Ergebnis wird unter Berücksichtigung der Fehlerbetrachtungen bewertet.	**elektrische Quelle** | **U_L in V** | **U_K in V** Monozelle | 1,5 | 1,3 Flachbatterie | 4,5 | 4,0 Stromversorgungsgerät | 8,0 | 7,8 Bei allen im Experiment untersuchten elektrischen Quellen ist die Klemmenspannung kleiner als die Leerlaufspannung: $U_K < U_L$

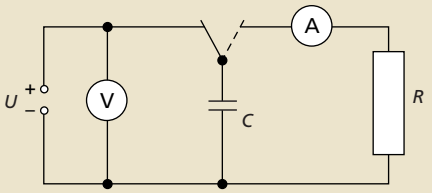
Protokoll eines Experiments

Name: *Tobias Musterschüler* **Klasse:** **Datum:**

Aufgabe:
Welcher Zusammenhang besteht zwischen Stromstärke und Zeit beim Entladen eines Kondensators über einen ohmschen Widerstand?

Vorbereitung:
zu messende Größen:
– Stromstärke
– Zeit
konstant zu haltende Größen:
– Ladespannung
– ohmscher Widerstand (10 kΩ)
– Kapazität des Kondensators

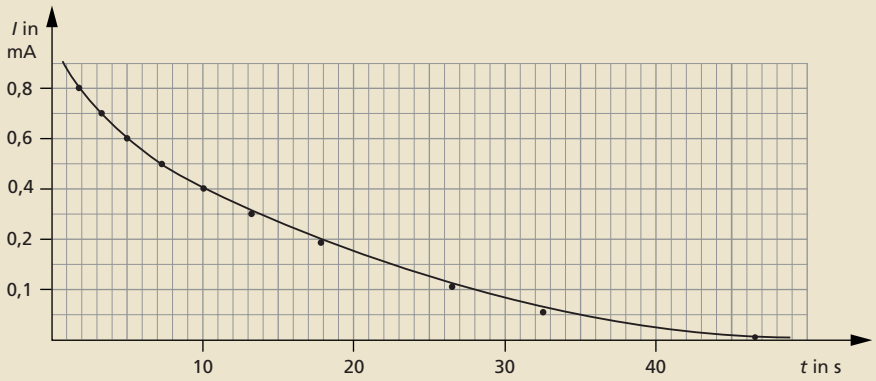
Schaltplan:



Durchführung und Auswertung:
Messwertetabelle:

***I* in mA**	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,06	0,02
***t* in s**	1,8	3,4	5,0	7,2	9,9	13,2	18,1	26,5	32,5	45,5

Diagramm:



Ergebnis:
Bei der Entladung eines Kondensators über einen ohmschen Widerstand besteht ein nichtlinearer Zusammenhang. Die Verringerung der Stromstärke erfolgt anfangs relativ schnell, dann immer langsamer.
Dieser Zusammenhang lässt sich auch mathematisch beschreiben, wobei er allerdings nicht elementar aus wenigen Messwerten ableitbar ist. Für die Stromstärke gilt:

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Fehler bei physikalischen Messungen

Jede Messung einer physikalischen Größe ist aus den verschiedensten Gründen mit Fehlern behaftet. Der **Messwert** x_i einer physikalischen Größe weicht vom tatsächlichen Wert der Größe, dem **wahren Wert** x, mehr oder weniger stark ab.
Um möglichst genaue Messungen durchführen zu können bzw. um die Genauigkeit bereits durchgeführter Messungen einschätzen zu können, muss man die Ursachen für Messfehler, die Größen solcher Fehler und ihre Auswirkungen auf die Genauigkeit des Ergebnisses kennen. Darüber hinaus muss man wissen, wie man in der Formulierung des Ergebnisses die Genauigkeit kenntlich macht.

Jede Messung ist mit Fehlern behaftet. Die Messwerte x_i weichen vom wahren Wert x der betreffenden Größe ab.

In der folgenden Übersicht sind Fehlerursachen und Beispiele genannt.

Fehlerursache	Beispiele
Experimentieranordnung	– unzureichende Isolierung bei kalorimetrischen Messungen und damit unkontrollierter Wärmeaustausch mit der Umgebung – Verwendung einer stromrichtigen statt einer spannungsrichtigen Schaltung oder umgekehrt bei der Messung von Spannung und Stromstärke – Vernachlässigung der Widerstände von Zuleitungen bei elektrischen Schaltungen – unzureichende Kompensation der Reibung bei der Untersuchung von Bewegungsabläufen in der Mechanik – Verzögerungen beim Auslösen von Abläufen, die durch die Experimentieranordnung bedingt sind
Messgeräte, Messmittel	– Jedes Messgerät hat nur einen bestimmten Messbereich und eine bestimmte Genauigkeitsklasse bzw. Fertigungstoleranz. – Messmittel wie Wägestücke, Hakenkörper, Widerstände haben ebenfalls Fertigungstoleranzen.
Experimentator	– Ablesefehler bei Messgeräten – Auslösefehler bei Zeitmessungen (Reaktionszeit des Menschen) – Fehler durch eine nicht exakte Handhabung von Messgeräten (z. B. ungenaues Anlegen eines Lineals) – Fehler durch Verwendung unzweckmäßiger Messgeräte (z. B. kleine Wassermenge in großem Messzylinder, Thermometer mit 1°-Teilung bei der Messung kleiner Temperaturunterschiede) – Fehler durch Ablesen an falschen Bezugspunkten (z. B. wird statt des Schwerpunktes eines Körpers seine Unter- oder Oberkante als Bezugspunkt für Entfernungsmessungen gewählt)
Umgebung	– Nichtbeachtung der Temperatur oder von Temperaturschwankungen – Nichtbeachtung des Druckes oder von Druckschwankungen – Schwankungen der Netzspannung, Erschütterungen

Arten von Messfehlern

Unterschieden werden grobe, systematische und zufällige Fehler.
Systematische Fehler sind solche, die vor allem durch die Experimentieranordnung und durch die Messgeräte verursacht werden und sich meist auch in gleicher Weise auswirken, wenn Messungen mehrmals durchgeführt werden. **Messgerätefehler** werden über die Genauigkeitsklasse oder die Toleranz der betreffenden Geräte erfasst.

Da grobe Fehler grundsätzlich vermeidbar sind, werden sie bei Fehlerbetrachtungen nicht berücksichtigt.

- Hat z. B. ein Spannungsmesser die Genauigkeitsklasse 2,5, so bedeutet das bei einem Messbereich von 10 V: Der maximale systematische Fehler beträgt 2,5 % vom Messbereichsendwert, also 2,5 % von 10 V und damit ± 0,25 V.

In einigen Fällen können systematische Fehler rechnerisch erfasst und beim Ergebnis berücksichtigt werden. Beim Messergebnis wird dann der erfasste systematische Fehler einbezogen.

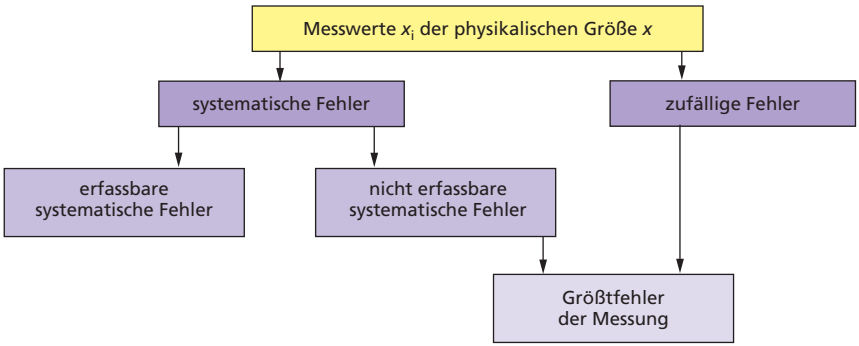
- Bei Mischungsvorgängen in der Thermodynamik kann die Wärmekapazität des Kalorimeters erfasst und bei der Formulierung des Ergebisses berücksichtigt werden.

Die nicht erfassbaren systematischen Fehler werden bei der Fehlerrechnung bzw. Fehlerbetrachtung berücksichtigt.
Zufällige Fehler sind solche, die vor allem durch den Experimentator und durch Umwelteinflüsse (Umgebung) zustande kommen.

Zufällige Fehler lassen sich teilweise abschätzen. So beträgt z. B. der Auslösefehler bei Zeitmessungen mit einer durch die Hand ausgelösten Uhr im Mittel ± 0,25 s.

- Bei Skalen wird als zufälliger Fehler die Hälfte des kleinsten Skalenwertes angenommen, also z. B. bei einem Lineal mit mm-Teilung ± 0,5 mm. Bei digitaler Anzeige nimmt man als Fehler eine Abweichung von 1 bei der letzten Ziffer an, z. B. bei einem elektronischen Thermometer: 21,6 °C ± 0,1 °C.

Die Summe aller nicht erfassbaren systematischen und zufälligen Fehler ergibt den Größtfehler der Messung.



Dieser **Größtfehler** kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\Delta x = \pm(|\Delta x_{zuf}| + |\Delta x_{sys}|)$$

Statt vom Größtfehler spricht man häufig vereinfacht vom Fehler einer Messung.

Berechnung zufälliger Fehler

Beim Auftreten zufälliger Fehler kann man eine physikalische Größe mehrfach messen. Sind x_1, x_2, … x_n die einzelnen Messwerte, so ergibt sich als Mittelwert (arithmetisches Mittel):

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

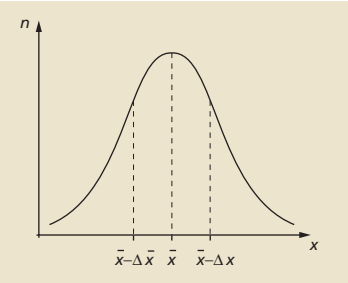
Maß für die Streuung der Messwerte ist der mittlere Fehler $\Delta\bar{x}$ des arithmetischen Mittels:

$$\Delta\bar{x} = \pm\sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{(für } n \geq 10\text{)}$$

Bei nur wenigen Messwerten ($n < 10$) kann man als mittleren Fehler ansehen:
$\Delta\bar{x} = \pm\frac{x_{max} - x_{min}}{n}$

Mitunter wird die empirische **Standardabweichung** s angegeben, die man folgendermaßen berechnen kann:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$



Bei Vorliegen einer großen Anzahl von Messwerten ergibt sich für die Häufigkeitsverteilung meist eine Normalverteilung nach GAUSS (siehe Bild). Es liegen dann 68,3 % der Messwerte im Bereich $\bar{x} \pm s$ und 95,4 % im Bereich $\bar{x} \pm 2 \cdot s$.
In der Industrie wird meist mit 95 % gerechnet. Das entspricht einem Intervall von $\bar{x} \pm 1{,}96\ s$.

Darstellung von Ergebnissen

Kennt man den Messwert x und den Messfehler Δx einer Größe, so kann man den Fehler als absoluten, relativen oder prozentualen Fehler angeben.
Der **absolute Fehler** Δx ist ein Maß für die Abweichung der Messwerte vom wahren Wert.
Der **relative Fehler** $\Delta x/x$ verdeutlicht die Abweichung in Bezug auf den Messwert.
Der **prozentuale Fehler** $\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\ \%$ ist der in Prozent angegebene relative Fehler.
Die Angabe des Messergebnisses x_E erfolgt dann in folgender Form:

$$x_E = x \pm \Delta x$$

Messwerte und Fehler	Beispiel
Messwert x	Zeit $t = 7{,}6$ s
absoluter Fehler Δx	$\Delta t = \pm 0{,}2$ s
relativer Fehler $\Delta x/x$	$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\pm 0{,}2\text{ s}}{7{,}6\text{ s}} = \pm 0{,}026$
prozentualer Fehler $(\Delta x/x) \cdot 100\ \%$	$\frac{\Delta t}{t} = (\pm 0{,}026) \cdot 100\ \% = \pm 2{,}6\ \%$
Messergebnis $x_E = x \pm \Delta x$	$t = (7{,}6 \pm 0{,}2)$ s

Fehlerfortpflanzung

Häufig erhält man ein Ergebnis erst durch Kombination mehrerer Größen. Zum Bestimmen des elektrischen Widerstandes misst man die Spannung U und die Stromstärke I und berechnet daraus den Widerstand $R = U/I$. Beide Größen sind fehlerbehaftet und beeinflussen das Ergebnis. Wie sich die Fehler von gemessenen Größen x und y auf den Fehler einer daraus berechneten Größe z auswirken, zeigt die nachfolgende Übersicht zur Fehlerfortpflanzung.

Man sollte schon **vor einer Messung** überlegen, wie die einzelnen Größen den Gesamtfehler beeinflussen. Tritt z. B. eine Größe im Quadrat auf, so geht der relative Fehler dieser Größe doppelt in den Gesamtfehler ein. Sie muss demzufolge besonders genau gemessen werden.

Verknüpfung der Größen	Fehler
Summe $z = x + y$ Differenz $z = x - y$	$\Delta z = \Delta x + \Delta y$
Produkt $z = x \cdot y$ Quotient $z = x/y$	$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
Potenz $z = x^k$	$\frac{\Delta z}{z} = k \cdot \frac{\Delta x}{x}$

Die Geschwindigkeit wird durch die Messung von Weg und Zeit ermittelt:

$s = (20 \pm 0{,}5)$ m $t = (1{,}6 \pm 0{,}2)$ s

Damit erhält man als Geschwindigkeit:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{20\text{ m}}{1{,}6\text{ s}} = 12{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der relative Fehler der Geschwindigkeit ist:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t}{t} \qquad \frac{\Delta v}{v} = \frac{\pm 0{,}5\text{ m}}{20\text{ m}} + \frac{\pm 0{,}2\text{ s}}{1{,}6\text{ s}} = \pm 0{,}15$$

Der absolute Fehler ist dann $\Delta v = (\pm 015) \cdot 45$ km/h $= \pm 6{,}75$ km/h ≈ 7 km/h. Das Ergebnis lautet somit:
Die Geschwindigkeit beträgt $v = (45 \pm 7)$ km/h.

Auch Fehler müssen sinnvoll gerundet werden. Im Unterschied zu den üblichen Rundungsregeln gilt:
Messfehler werden stets aufgerundet.

Messfehler und grafische Darstellungen

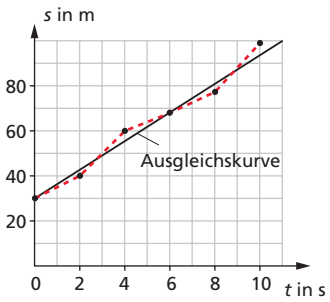
Häufig werden Messreihen grafisch dargestellt, wobei auch hier die Messfehler zu berücksichtigen sind. Nachfolgend ist als Beispiel ein Weg-Zeit-Diagramm gezeichnet.

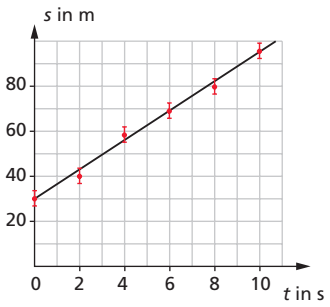
Die Funktionsgleichung der Ausgleichskurve lässt sich auch ermitteln. Nimmt man an, dass diese Gleichung $y = a \cdot x + b$ lautet, dann kann man a bzw. b folgendermaßen berechnen:

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i\right) - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - n \cdot \bar{x}^2}$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$$

Die Berechnung ergibt:
$y = 6{,}5 \cdot x + 29{,}3$





Da alle Messwerte fehlerbehaftet sind, ist es nicht sinnvoll, die einzelnen Punkte miteinander zu verbinden. Vielmehr wird eine **Ausgleichskurve** gezeichnet (linkes Bild).
Der Verlauf der Ausgleichskurve ergibt sich aus den jeweiligen Bedingungen. Kann der Fehler der Zeitmessung gegenüber dem der Wegmessung vernachlässigt werden, so kann man in jedem Punkt den Größtfehler des Weges in Form eines **Fehlerbalkens** markieren (rechtes Bild). Die Ausgleichskurve verläuft dann durch die Fehlerbalken hindurch.

Fehlerbetrachtungen vor und nach Messungen

Die Genauigkeit von Messungen kann nur vor oder während des Messens beeinflusst werden. Hinterher kann man nur noch die Größe der Messfehler ermitteln, aber nicht beeinflussen. Dazu müssen die zufälligen und nicht erfassbaren systematischen Fehler abgeschätzt und eine **Fehlerrechnung** durchgeführt werden.

Fehlerbetrachtungen vor der Messung haben das Ziel zu erkennen, welche Messfehler auftreten können und wie man sie minimieren kann. Zu entscheiden sind u. a.:

- Welches Messverfahren wähle ich?
- Wodurch können Messfehler verursacht werden?
- Gibt es Möglichkeiten, Fehler zu korrigieren, zu kompensieren oder zu minimieren?
- Welche Größen müssen besonders genau gemessen werden, weil ihr Fehler den Fehler des Gesamtergebnisses besonders stark beeinflusst.
- Ist es sinnvoll, eine Probemessung oder eine Kontrollmessung durchzuführen?
- Wie können zufällige Fehler von Größen durch mehrfache Messungen und deren statistische Auswertung ermittelt und später in der Fehlerrechnung berücksichtigt werden?
- Ist es sinnvoll und möglich, systematische Fehler durch die Wahl genauerer Messgeräte zu verkleinern?
- Wie kann man systematische Fehler erfassen und beim Ergebnis der Messungen durch Korrektur berücksichtigen?

Fehlerbetrachtungen nach der Messung ermöglichen eine Fehlerabschätzung und die Angabe des Messergebnisses mit Fehler.



2 Mechanik

Die Mechanik ist ein Teilgebiet der Physik. Während in der Kinematik Bewegungen von Körpern betrachtet werden, ohne nach deren Ursachen zu fragen, erfasst man in der Dynamik die Ursachen und Bedingungen für das Zustandekommen von Bewegungen, indem Kräfte und Energien untersucht werden.
Begriffe und Gesetze wie Impuls, Impulserhaltungssatz, Gravitation oder Gravitationsgesetz sind weit über die Physik hinaus von Bedeutung. Ein spezieller Bereich sind die mechanischen Schwingungen und Wellen, zu denen auch die Akustik gehört.

2.1 Grundeigenschaften von Körpern und Stoffen

Uns umgeben zahlreiche Gegenstände, die in der Physik als **Körper** bezeichnet werden. Diese Körper haben eine Reihe von grundlegenden Eigenschaften: Sie nehmen einen Raum ein, haben eine bestimmte Masse, befinden sich in einem der Aggregatzustände, bestehen aus unterschiedlichen Stoffen.

Man spricht inzwischen von fünf Aggregatzuständen und zählt neben fest, flüssig und gasförmig auch das **Plasma** und das **Bose-Einstein-Kondensat** dazu.

2.1.1 Volumen, Masse und Dichte

Drei wichtige physikalische Größen sind das **Volumen** und die **Masse** von Körpern sowie die **Dichte** von Stoffen.



Das Volumen gibt an, wie viel Raum ein Körper einnimmt.

Formelzeichen: V
Einheiten: ein Kubikmeter (1 m^3)
ein Liter (1 l)

Weitere Volumeneinheiten sind die Registertonne (bei Schiffen: Bruttoregistertonne) und bei Erdöl das Barrel:

1 RT = 2,832 m^3
1 barrel = 158,758 l

Genutzt werden auch Teile und Vielfache der Einheiten. Zwischen ihnen bestehen folgende Beziehungen:

1 m^3 = 1 000 l = 10 hl
1 dm^3 = 1 l
1 cm^3 = 1 ml





Das Volumen von regelmäßig geformten Körpern kann aus den Abmessungen des Körpers berechnet werden.
Das Volumen von strömenden Flüssigkeiten und Gasen kann man mit **Durchflusszählern** (Wasseruhr, Gasuhr, Bild links) messen.
Das Volumen von pulverförmigen festen Körpern (Zucker, Mehl) oder von ruhenden Flüssigkeiten wird mit **Messzylindern** gemessen. Mit ihrer Hilfe kann man auch das Volumen von kleineren unregelmäßig geformten festen Körpern mit der **Differenzmethode** oder der **Überlaufmethode** ermitteln.



Die Masse gibt an, wie schwer oder wie leicht und wie träge ein Körper ist.

Formelzeichen: m
Einheit: ein Kilogramm (1 kg)

Die Einheit 1 kg ist eine der sieben Basiseinheiten des **Internationalen Einheitensystems.**

Die Masse als Körpereigenschaft ist unabhängig davon, wo sich ein Körper befindet. Sie ist an jedem beliebigen Ort gleich groß. Gemessen wird die Masse mithilfe von **Waagen** unterschiedlicher Bauart.

Für ein abgeschlossenes System (↗ S. 90) gilt in der klassischen Mechanik, also für Geschwindigkeiten klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit, das **Gesetz der Erhaltung der Masse,** das auch als **Masseerhaltungssatz** bezeichnet wird.

In einem abgeschlossenen System ist die Summe der Massen aller Körper konstant.

$$m = \sum_{i=1}^{n} m_i = \text{konstant}$$

Das gilt auch für einen einzelnen Körper. Dabei ist zu beachten: Die Masse eines Körpers ist von seiner Geschwindigkeit abhängig. Für $v \ll c$ ist diese Geschwindigkeitsabhängigkeit der Masse aber vernachlässigbar klein (↗ S. 543).
Masse und Volumen sind bei der physikalischen Größe **Dichte** miteinander verknüpft.

Die Dichte gibt an, welche Masse ein bestimmtes Volumen eines Stoffes bei einer bestimmten Temperatur und einem bestimmten Druck hat.

Formelzeichen: ρ

Einheiten: $1\,\frac{g}{cm^3}$, $1\,\frac{kg}{m^3}$, $1\,\frac{g}{l}$

Die Dichte kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\rho = \frac{m}{V}$ m Masse des Körpers
V Volumen des Körpers

Die Dichte ist eine Stoffkonstante und hat für einen Stoff einen bestimmten Wert. Bei Stoffgemischen wird meist die **mittlere Dichte** angegeben. Für die Einheiten gilt:

$$1\,\frac{g}{cm^3} = 1\,\frac{kg}{dm^3} = 1000\,\frac{kg}{m^3} = 1000\,\frac{g}{l}$$

2.1.2 Teilchenanzahl, Stoffmenge und Aufbau der Stoffe

Jeder Körper besteht aus einem oder mehreren Stoffen, jeder Stoff aus Teilchen. Das können Atome, Moleküle oder Ionen sein. Eine bestimmte Stoffportion kann auch durch die **Teilchenanzahl** charakterisiert werden.

Die Teilchenanzahl gibt an, wie viele Teilchen (Atome, Moleküle, Ionen) in einer gegebenen Stoffportion vorhanden sind.

Formelzeichen: N
Einheit: 1

Zum Wägen werden heute meist elektronische Waagen mit digitaler Anzeige verwendet.



In der Physik gibt man die **Dichte** meist für eine Temperatur von 20 °C und den Normaldruck von 101,3 kPa an.
Die Dichte von Flüssigkeiten kann mit **Aräometern** gemessen werden.



So besteht z. B. 1 g Wasser aus $3{,}35 \cdot 10^{22}$ Molekülen.
40 g Kupfer bestehen aus $3{,}79 \cdot 10^{23}$ Atomen.

Je größer die Teilchenanzahl einer Stoffportion ist, desto größer ist auch ihre Masse. Da die Teilchenanzahl in der Regel sehr hoch ist, wird statt dieser Größe häufig die **Stoffmenge** genutzt.

Die Einheit 1 mol ist eine der sieben Basiseinheiten des **Internationalen Einheitensystems.**

Die Stoffmenge charakterisiert eine Teilchenmenge und gibt an, wie viele Teilchen eines Stoffes in einer Stoffportion vorliegen.

Formelzeichen: n
Einheit: ein Mol (1 mol)



Benannt ist die AVOGADRO-Konstante nach dem italienischen Physiker und Chemiker AMADEO AVOGADRO (1776–1856).

Die Bezugsgröße für die Teilchenanzahl ist die **AVOGADRO-Konstante** N_A. Sie gibt an, wie viele Teilchen in 1 mol eines Stoffes vorhanden sind. Es gilt:

$$N_A = 6{,}022\,136 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$$

Das bedeutet: In 1 mol eines Stoffes sind etwa $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen enthalten. Teilchen können dabei Atome, Moleküle oder Ionen sein.

Für die Stoffmenge gelten folgende Beziehungen:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}$$

N	Teilchenanzahl
N_A	AVOGADRO-Konstante
m	Masse der Stoffportion
M	molare Masse des Stoffes
V	Volumen der Stoffportion
V_m	molares Volumen

Die AVOGADRO-Konstante darf nicht mit der LOSCHMIDT-Zahl verwechselt werden.

Die nach dem österreichischen Physiker und Chemiker JOSEPH LOSCHMIDT (1821–1895) benannte LOSCHMIDT-Zahl (LOSCHMIDT-Konstante) gibt an, wie viele Molekühle 1 m^3 eines Gases im Normzustand hat.
Der Wert beträgt:
$N_L = 2{,}687 \cdot 10^{25}\,m^{-3}$

Aus wie vielen Molekülen bestehen 10 g Wasser?

Analyse:
Masse und AVOGADRO-Konstante sind bekannt, die molare Masse von Wasser kann man einem Tabellenwerk entnehmen.

Gesucht: N
Gegeben: $m = 10\ \text{g}$
$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ $\quad M_{H_2O} = 18\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Lösung:

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \quad | \cdot N_A$$

$$N = N_A \cdot \frac{m}{M}$$

$$N = \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot 10\ \text{g} \cdot \text{mol}}{\text{mol} \cdot 18\ \text{g}} = 3{,}35 \cdot 10^{23}$$

Ergebnis:
10 g Wasser bestehen aus $3{,}35 \cdot 10^{23}$ Molekülen.

Aus Überlegungen zur Teilchenanzahl ergibt sich auch die in der Atomphysik genutzte **atomare Masseeinheit** u:

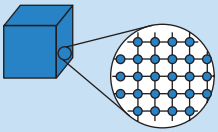
$$1\ u = \frac{1\ \text{g}}{6{,}022\,136 \cdot 10^{23}} = 1{,}660\,540 \cdot 10^{-24}\ \text{g}$$

Ein Wasserstoffatom hat ungefähr die Masse 1 u. Beträgt die Masse eines Teilchens $x \cdot u$, so beträgt die Masse eines Mols dieser Teilchen genau x Gramm.

Die Masse eines Atoms des Kohlenstoff-Nuklids C-12 beträgt $19{,}93 \cdot 10^{-24}$ g = 12 u. Somit hat ein Mol C-12 eine Masse von 12 g.

Stoffe bestehen aus Atomen und Molekülen, Ionen und Elektronen. Häufig spricht man vereinfacht von Teilchen. Mit einem einfachen **Teilchenmodell** lassen sich viele physikalische Erscheinungen deuten.

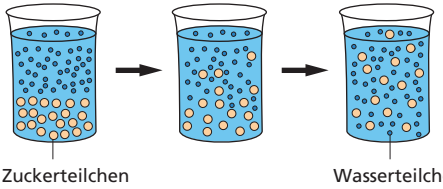
1. Alle Stoffe bestehen aus Teilchen.
2. Die Teilchen befinden sich in ständiger Bewegung.
3. Zwischen den Teilchen wirken anziehende bzw. abstoßende Kräfte.



Die Diffusion

Unter **Diffusion** versteht man die Erscheinung, dass sich Teilchen eines Stoffes aufgrund ihrer Bewegung mit denen eines anderen Stoffes selbstständig vermischen.

Gibt man z. B. Zucker in heißen Tee, so verteilt sich der Zucker allmählich im gesamten Tee. Dieser Vorgang lässt sich mit dem Teilchenmodell deuten (Bild unten).



Aufgrund der thermischen Bewegung der Teilchen kommt es zu einer Vermischung. Aus diesem Grunde verteilen sich auch Duftstoffe, z. B. Parfüm, schnell in Luft.

Diffusion tritt nicht nur bei Gasen und Flüssigkeiten, sondern auch bei Festkörpern auf. Genutzt wird sie z. B. bei der Dotierung von Halbleitermaterialien. Dazu sind in der Regel höhere Temperaturen erforderlich.

Bei Gasen beträgt das Volumen pro Mol (molares Volumen) bei einem Druck von 101,3 kPa und einer Temperatur von 0 °C immer $V_m = 22{,}4$ l/mol. In diesem Volumen befinden sich dann etwa $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen.



Ein wichtiger Beleg für die Bewegung von kleinsten Teilchen war die von dem schottischen Biologen ROBERT BROWN (1773–1858) im Jahr 1827 entdeckte **brownsche Bewegung**, die A. EINSTEIN (1879–1955) im Jahr 1905 erklären konnte.

Bei der **P anartechnik** wird die **Thermodiffusion** zum Dotieren von Halbleitern genutzt.

Die Kohäsion und die Adhäsion

cohaerere (lat.) bedeutet zusammenhängen, adhaerere (lat.) = aneinander haften.

Zwischen den Teilchen von Stoffen wirken anziehende Kräfte. Diese Kräfte können zwischen gleichen oder verschiedenen Stoffen wirken. Diese zwischenmolekularen Wechselwirkungen bezeichnet man als **Kohäsion** bzw. **Adhäsion,** die betreffenden Kräfte als **Kohäsionskräfte** bzw. **Adhäsionskräfte.**

Kohäsion	**Adhäsion**
ist die zwischenmolekulare Wechselwirkung bei einem Stoff.	ist die zwischenmolekulare Wechselwirkung zwischen verschieden Stoffen.
Kohäsionskräfte bewirken u. a. die Festigkeit von festen Körpern aus einem Stoff.	**Adhäsionskräfte** bewirken u. a. das Haften verschiedener Körper aneinander.
Ein Stahlträger behält seine Form bei, weil bei Stahl große Kohäsionskräfte wirken. Bei Flüssigkeiten sind sie geringer. Sie nehmen deshalb die Form der jeweiligen Gefäße an.	Adhäsionskräfte wirken z. B. zwischen einer Tafel und der Kreide, zwischen Farbe und Wand. Die Wirkungsweise von Klebstoffen beruht zumeist auf der Adhäsion.

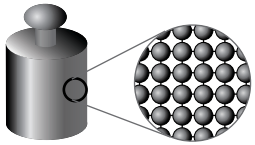
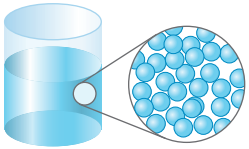
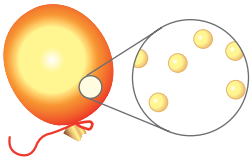
Auch die **Kapillarität** oder die **Randkrümmung** bei Flüssigkeiten in Gefäßen hängen mit der Adhäsion und der Kohäsion zusammen.





Feste Körper, Flüssigkeiten und Gase

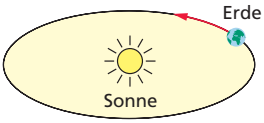
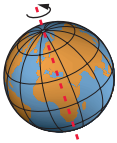
Feste Körper, Flüssigkeiten und Gase weisen jeweils Besonderheiten auf, die in der nachfolgenden Übersicht zusammengestellt sind.

Festkörper	**Flüssigkeiten**	**Gase**
Die Teilchen schwingen um ihren Platz hin und her. Ihre Packungsdichte ist groß.	Die Teilchen haben keinen bestimmten Platz. Sie sind gegeneinander verschiebbar. Ihre Packungsdichte ist groß.	Die Teilchen bewegen sich im Raum. Ihre Packungsdichte ist relativ gering.
		
Feste Körper haben eine bestimmte Form und ein bestimmtes Volumen. Sie sind inkompressibel.	Flüssigkeiten haben ein bestimmtes Volumen und nehmen die Form des jeweiligen Gefäßes an. Sie sind inkompressibel.	Gase füllen immer den zur Verfügung stehenden Raum aus. Sie sind kompressibel.

Modelle für Körper

Zur Beschreibung von Zusammenhängen, z. B. bei der Bewegung von Körpern oder bei der Wirkung von Kräften auf Körper, hat es sich als zweckmäßig erwiesen, nicht die jeweiligen realen Körper, sondern Modelle von ihnen zu betrachten. Je nachdem, ob man die Abmessungen eines Körpers vernachlässigen kann oder nicht, nutzt man die Modelle **Massepunkt** und **starrer Körper.**

Allgemeine Hinweise zu **Modellen** in der Physik sind ↗ S. 21 f. zu finden.

Massepunkt	**starrer Körper**
Die gesamte Masse des Körpers denkt man sich in einem Punkt vereinigt. Dafür wählt man häufig den Massenmittelpunkt (Schwerpunkt). Von Form und Volumen des Körpers wird abgesehen.	Alle Teile des Körpers haben zueinander eine bestimmte, unveränderliche Lage. Form und Volumen sind unveränderlich.
■ Das Modell wird z. B. angewendet, um die Bewegung der Erde um die Sonne zu beschreiben.  	■ Das Modell wird z. B. angewendet, um die Rotation der Erde um ihre Achse zu beschreiben. 

Das Modell Massepunkt wird manchmal auch **Punktmasse** oder **Massenpunkt** genannt.

Welches Modell sinnvoll anzuwenden ist, hängt von dem jeweils gegebenen Sachverhalt und der Problemstellung ab.

Neben diesen beiden Modellen nutzt man in der Mechanik weitere Modelle, um Sachverhalte eindeutig und überschaubar beschreiben zu können:

Ideal elastische Körper, kurz auch als elastische Körper bezeichnet, sind solche, bei denen unter dem Einfluss von Kräften nur elastische Verformungen auftreten und keine Umwandlung mechanischer Energie in andere Energieformen erfolgt. Wirken keine Kräfte mehr, so nimmt der Körper seine ursprüngliche Form wieder an.

■ Stahlfedern im elastischen Bereich, Tennisbälle oder ein Sprungbrett können als ideal elastische Körper angesehen werden.

Ideal unelastische Körper, kurz auch als unelastische Körper bezeichnet, sind solche, bei denen bei Wechselwirkungen keinerlei elastische Verformungen auftreten. Ein Teil der mechanischen Energie wird in innere Energie umgewandelt. Wirken keine Kräfte mehr, so bleibt die Verformung erhalten.

■ Eine Kugel aus Knetmasse, der Sand in einer Sprunggrube, die Blechkarosserie eines Autos oder ein verbogener Nagel werden unelastisch verformt, wenn Kräfte auf sie wirken.

Daneben gibt es auch teilelastische Körper, bei denen man den Grad der Elastizität durch eine Zahl zwischen 0 (unelastisch) und 1 (ideal elastisch) charakterisieren kann.

2.2 Kinematik

Die Bezeichnung Kinematik ist abgeleitet von kinesis (griech.) = Bewegung. Man spricht deshalb auch von der **Bewegungslehre.**

Die **Kinematik** ist die Lehre von den Bewegungen und deren Gesetzen, ohne dass dabei die Ursachen beachtet werden, die diese Bewegungen hervorrufen oder beeinflussen.

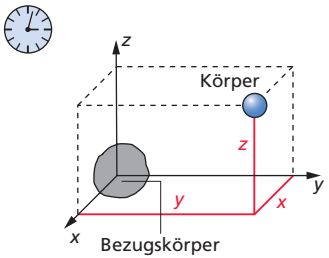
2.2.1 Beschreibung von Bewegungen

Unter der Bewegung eines Körpers versteht man seine Orts- oder Lageänderung gegenüber einem **Bezugskörper** oder einem **Bezugssystem.**

Meist wählt man ein **Bezugssystem** so, dass sich Bewegungen mathematisch möglichst einfach beschreiben lassen.



Ein **Bezugssystem** ist ein Koordinatensystem, das an einen Bezugskörper gebunden ist, sowie eine Uhr. Der **Ort eines Körpers** ist eindeutig durch Angabe der Koordinaten zu einem gegebenen Zeitpunkt bestimmt. Die Wahl des Bezugskörpers ist willkürlich. Häufig wird die Erdoberfläche als Bezugskörper genutzt.



> Ein Körper ist bezüglich eines Bezugsystems in Bewegung, wenn er seinen Ort in diesem Bezugssystem ändert. Er ist in Ruhe, wenn er seinen Ort nicht ändert.

Die Relativität der Bewegung war einer der Gründe für den Streit um die Frage, ob die Erde oder die Sonne im Zentrum unseres Planetensystems steht (↗ Weltbilder auf CD).

Ruhe und Bewegung sind somit relativ und vom gewählten Bezugssystem abhängig. Man spricht deshalb von der **Relativität der Bewegung.**

Eine Person, die in einem fahrenden Zug sitzt, ist in einem mit dem Zug verbundenen Bezugssystem in Ruhe und gleichzeitig gegenüber einem mit der Erdoberfläche verbundenen Bezugssystem in Bewegung.

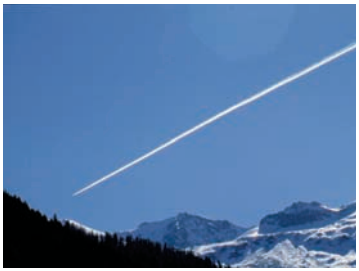
Alle Bezugssysteme, die sich gleichförmig und geradlinig zueinander bewegen, sind gleichberechtigt. Es sind **unbeschleunigte Bezugssysteme.** In ihnen gelten die gleichen physikalischen Gesetze, insbesondere auch das Trägheitsgesetz (↗ S. 80). Man bezeichnet solche Bezugssysteme daher als **Inertialsysteme,** abgeleitet vom lateinischen „inertia" = Trägheit.

Die Bewegung eines Körpers in einem Bezugssystem kann auch von einem anderen Bezugssystem aus beschrieben werden. Diese „Transformation" wird als **Galilei-Transformation** bezeichnet.

> Bezugssysteme, in denen das Trägheitsgesetz gilt, nennt man **Inertialsysteme** oder **unbeschleunigte Bezugssysteme.** Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt.

Alle nachfolgenden Beschreibungen erfolgen in Bezugssystemen, die man als Inertialsysteme ansehen kann. Abweichungen von dieser Vereinbarung sind deutlich hervorgehoben.

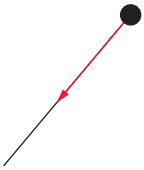
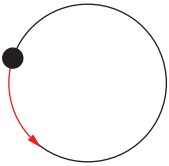
Einteilung von Bewegungen

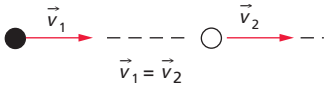
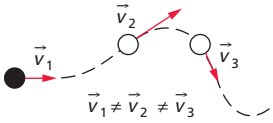


Die Bewegung eines Körpers erfolgt längs einer **Bahn,** die man mitunter direkt sehen kann, z. B. als Kondensstreifen (↗ Bild), als Spur im Schnee oder auf Sand.
Zum einen können Bewegungen nach der Form ihrer Bahn – der **Bahnform** – eingeteilt werden.
Zum anderen ist eine Einteilung nach der Art der Bewegung längs der Bahn – der **Bewegungsart** – möglich. In der nachfolgenden Übersicht sind die wichtigsten **Bahnformen** und **Bewegungsarten** zusammengestellt.

Zur einfachen Beschreibung der Bewegung von Körpern nutzt man das **Modell Massepunkt** (↗ S. 55).

In der Übersicht ist eine Möglichkeit der **Einteilung von Bewegungen** angegeben. Es gibt auch andere Möglichkeiten.

Bahnformen		
geradlinige Bewegung	**krummlinige Bewegung**	**Kreisbewegung**
Der Körper bewegt sich auf einer geraden Bahn.	Der Körper bewegt sich auf einer krummlinige Bahn.	Der Körper bewegt sich auf einer Kreisbahn.
		
Zug auf gerader Strecke, frei fallender Stein	Fußballspieler beim Dribbeln	Gondel eines Riesenrades

Bewegungsarten	
gleichförmige Bewegung	**ungleichförmige Bewegung** (beschleunigte oder verzögerte Bewegung)
Der Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit, d. h., Betrag und Richtung der Geschwindigkeit sind konstant.	Der Körper bewegt sich mit veränderlicher Geschwindigkeit, d. h., Betrag oder Richtung der Geschwindigkeit oder beides sind nicht konstant.
	
Paket auf einem Förderband	Radfahrer auf kurviger Strecke

Physikalische Größen zur Beschreibung von Bewegungen

Hinweise zur Messung der **Zeit** sind auf der CD zu finden.

Wichtige Größen zur Beschreibung von Bewegungen sind **Ort, Weg, Zeit, Geschwindigkeit** und **Beschleunigung**.

Der **Ort** *x*, an dem sich ein Körper befindet, ist seine Lage in einem Bezugssystem zu einem bestimmten Zeitpunkt.

In der Schwingungslehre ist es üblich, die eine Achse mit *y* statt mit *x* zu bezeichnen. Man erhält dann ein *y*-*t*-Diagramm (↗ S. 137 ff.).

In der Kinematik beschränken wir uns zumeist auf Bewegungen in einer Raumrichtung, der *x*-Richtung.
Zur Darstellung nutzt man deshalb häufig ***x*-*t*-Diagramme,** aus denen man entnehmen kann, an welchem Ort *x* sich ein Körper zum Zeitpunkt *t* befindet.



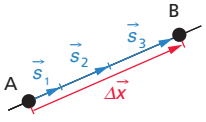
Die Bahn eines Körpers wird aus allen Orten gebildet, die er bei seiner Bewegung durchlaufen hat. Bei der Bewegung eines Körpers auf einer Bahn legt er einen **Weg** zurück.

Der Weg ist eine **vektorielle Größe,** also durch Betrag und Richtung gekennzeichnet (↗ S. 18).

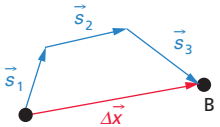
Der Weg gibt an, wie groß die Länge der Bahn zwischen zwei Orten bei einer Bewegung ist.
Formelzeichen: $\vec{s}$
Einheit: ein Meter (1 m)

Bewegt sich ein Körper auf einer kreisförmigen Bahn, dann legt er zwar einen Weg zurück; bei einem vollständigen Umlauf ist aber die Ortsveränderung null.

Der Weg kann, muss aber nicht identisch mit der **Ortsveränderung** sein.



$s = s_1 + s_2 + s_3 = \Delta x$



$s = s_1 + s_2 + s_3 \neq \Delta x$

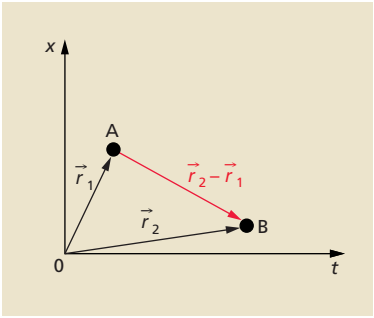
Die Ortsveränderung eines Körpers lässt sich auch mithilfe von **Ortsvektoren** beschreiben.

Mit $\overrightarrow{0A} = \vec{r}_1$ und $\overrightarrow{0B} = \vec{r}_2$ erhält man als Ortsveränderung:

$$\Delta\vec{x} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Eine Aussage darüber, welcher Weg bei der Ortsveränderung zurückgelegt wurde, lässt sich aus einer solchen Darstellung nicht ableiten.

Der **Ortsvektor** eines Punktes ist der Vektor vom Ursprung eines Bezugssystems zu diesem Punkt.



Die **Geschwindigkeit** kennzeichnet die Schnelligkeit der Bewegung eines Körpers längs einer Bahn.

Die Geschwindigkeit gibt an, wie schnell oder langsam sich ein Körper bewegt.
Formelzeichen: $\vec{v}$
Einheit: ein Meter durch Sekunde (1 $\frac{m}{s}$)
ein Kilometer durch Stunde (1 $\frac{km}{h}$)

Für die Einheiten der Geschwindigkeit gilt:

$1\ \frac{m}{s} = 3{,}6\ \frac{km}{h}$

$1\ \frac{km}{h} = \frac{1}{3{,}6}\ \frac{m}{s}$

Die Geschwindigkeit ist wie der Weg eine vektorielle Größe (↗ S. 18). Ihr Betrag kann mit **Tachometern** gemessen werden.



Die Geschwindigkeit kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$

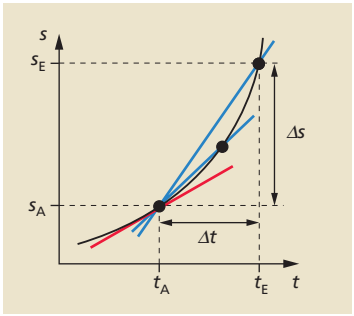
$\Delta\vec{s}$ Wegänderung
Δt Zeitintervall

Häufig wird nur mit den Beträgen des Weges und damit auch der Geschwindigkeit gearbeitet.
Bei ungleichförmigen Bewegungen ist zwischen Augenblicksgeschwindigkeit und Durchschnittsgeschwindigkeit zu unterscheiden. Die **Augenblicksgeschwindigkeit** oder **Momentangeschwindigkeit** ist die Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt. Die **Durchschnittsgeschwindigkeit** ist die mittlere Geschwindigkeit, die sich aus dem Betrag des Weges und der dafür benötigten Zeit ergibt. Diese Zusammenhänge lassen sich auch im Weg-Zeit-Diagramm (*s*-*t*-Diagramm) darstellen.

Wählt man das Zeitintervall Δt sehr klein, so erhält man mit $\Delta\vec{s}/\Delta t$ näherungsweise die jeweilige **Augenblicksgeschwindigkeit.** Auch ein **Tachometer** zeigt stets die Augenblicksgeschwindigkeit an. Diese kann auch mithilfe der Differenzialrechnung ausgedrückt werden:

$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} = \dot{\vec{s}}$



Die **Durchschnittsgeschwindigkeit** ist gleich dem Anstieg der Sekante (blau eingezeichnet). Je kleiner Δt ist, umso mehr nähert sich der Anstieg der Sekante dem der Tangente (rot eingezeichnet).
Der Anstieg der Tangente in einem Punkt ist gleich der **Augenblicksgeschwindigkeit** in diesem Punkt. Diese kann man näherungsweise aus dem Verlauf des Graphen ermitteln.

Körper können unterschiedlich schnell ihre Geschwindigkeit ändern. Das wird durch die physikalische Größe **Beschleunigung** erfasst.

Die Beschleunigung gibt an, wie schnell oder wie langsam sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert.
Formelzeichen: $\vec{a}$
Einheit: ein Meter durch Quadratsekunde (1 $\frac{m}{s^2}$)

Eine beschleunigte Bewegung liegt immer dann vor, wenn sich Betrag oder Richtung der Geschwindigkeit oder beides ändert.



Die Beschleunigung ist wie Weg und Geschwindigkeit eine vektorielle Größe (↗ S. 18). Sie kann mit **Beschleunigungsmessern** gemessen werden.

Die Beschleunigung eines Körpers kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$\Delta\vec{v}$ Geschwindigkeitsänderung
Δt Zeitintervall

Wählt man das Zeitintervall Δt sehr klein, so erhält man mit $\Delta\vec{v}/\Delta t$ näherungsweise die jeweilige **Augenblicksbeschleunigung.** Auch Beschleunigungsmesser zeigen den Betrag der Augenblicksbeschleunigung an. Für diese gilt:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{v}}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{s}}{\mathrm{d}t^2} = \ddot{\vec{s}}$$

Eine Beschleunigung, die sich auf Geschwindigkeitsänderungen längs einer Bahn bezieht, wird auch als **Bahnbeschleunigung** bezeichnet. Sie ergibt sich aus der Änderung des Betrages der Geschwindigkeit längs der Bahn und dem Zeitintervall.
Davon zu unterscheiden sind Beschleunigungen, die durch die Änderung der Richtung der Geschwindigkeit eines Körpers zustande kommen. Ein Beispiel dafür ist die **Radialbeschleunigung** (↗ S. 63).

Bei geradlinigen gleichmäßig beschleunigten Bewegungen, beispielsweise beim freien Fall eines Körpers, ist die Beschleunigung für jeden Ort und Zeitpunkt der Bewegung konstant. Bei ungleichmäßig beschleunigten Bewegungen, z. B. beim Anfahren eines Autos, erhält man bei Anwendung der Gleichung eine **mittlere Beschleunigung.** Eine negative Beschleunigung wird auch als **Verzögerung** bezeichnet.

Ein Pkw bremst in 6 s von 130 km/h auf 85 km/h ab.
Wie groß ist seine Beschleunigung?

Analyse:
Die mittlere Beschleunigung (Verzögerung) kann mit der Gleichung $\bar{a} = \Delta v/\Delta t$ berechnet werden. Da die Beschleunigung in der Regel in m/s^2 angegeben wird, ist es zweckmäßig, die Geschwindigkeiten in m/s umzurechnen.

Gesucht: $\bar{a}$
Gegeben: $v_A = 30\ km/h = 36{,}1\ m/s$
$v_E = 85\ km/h = 23{,}6\ m/s$
$\Delta t = 6\ s$

Lösung:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_E - v_A}{\Delta t}$$

$$\bar{a} = \frac{23{,}6\ m/s - 36{,}1\ m/s}{6\ s}$$

$$\bar{a} = \frac{12{,}5\ m}{6\ s \cdot s} = -2{,}1\ \frac{m}{s^2}$$

Ergebnis:
Die mittlere Beschleunigung des Pkw beträgt $-2{,}1\ m \cdot s^{-2}$.

Tritt die Differenz einer Größe auf, so ist es in der Physik üblich, immer vom Endwert den Anfangswert zu substrahieren:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_E - \vec{v}_A$$

Damit ergibt sich bei Geschwindigkeitsvergrößerung ein positives Vorzeichen, bei Verringerung der Geschwindigkeit ein negatives Vorzeichen für die **Beschleunigung.**

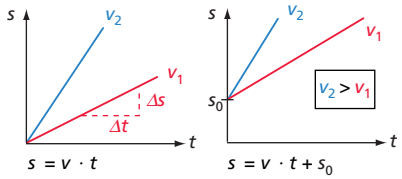
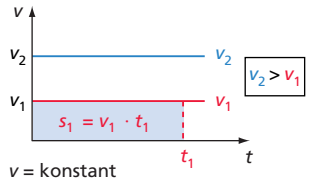
2.2.2 Gleichförmige geradlinige Bewegungen

Eine **gleichförmige geradlinige Bewegung** liegt vor, wenn sich ein Körper auf einer geraden Bahn mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegt.

Für eine solche Bewegung gilt immer, dass Betrag und Richtung der Geschwindigkeit konstant sind, also:
$\vec{v}$ = konstant

- Beispiele dafür sind eine stehende Person auf einer Rolltreppe oder ein mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig fliegendes Flugzeug.

Eine gleichförmige, geradlinige Bewegung lässt sich folgendermaßen charakterisieren:

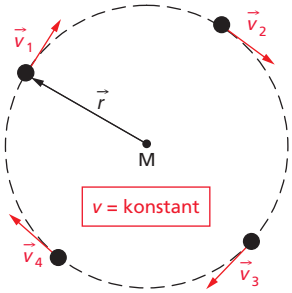
In gleichen Zeiten werden gleiche Wege zurückgelegt. Weg und Zeit sind zueinander proportional. Ein Anfangsweg muss berücksichtigt werden.	$s \sim t$ oder $\frac{s}{t}$ = konstant $(s_0 = 0)$ Das **Weg-Zeit-Gesetz** lautet: $s = v \cdot t + s_0$ v Geschwindigkeit t Zeit s_0 Anfangsweg
Der Quotient aus dem zurückgelegten Weg und der dafür erforderlichen Zeit ist konstant.	$\frac{\Delta s}{\Delta t} = v$ = konstant Das **Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz** lautet: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ oder $v = \frac{s}{t}$ $(s_0 = 0)$
Im Weg-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Gerade. Der Anstieg ist gleich der Geschwindigkeit.	**bei $s_0 = 0$** **bei $s_0 > 0$** 
Im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Gerade, die parallel zur t-Achse verläuft. Die Fläche unter dem Graphen ist gleich dem zurückgelegten Weg.	
Die Beschleunigung längs der Bahn ist null. Im Beschleunigung-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Gerade, die mit der t-Achse zusammenfällt.	

2.2.3 Gleichförmige Kreisbewegungen

Eine **Kreisbewegung** darf nicht mit einer **Drehbewegung** (↗ S. 101) verwechselt werden. Bei einer Kreisbewegung wird der betreffende Körper als **Massepunkt** (↗ S. 55) betrachtet. Jeder Punkt eines gleichmäßig um eine Achse rotierenden Körpers führt eine gleichförmige Kreisbewegung aus.

Eine gleichförmige Kreisbewegung liegt vor, wenn sich ein Körper ständig mit dem gleichen Betrag der Geschwindigkeit auf einer Kreisbahn bewegt.





Da sich ständig die Richtung der Geschwindigkeit ändert, ist jede Kreisbewegung eine beschleunigte Bewegung. Zur Beschreibung von Kreisbewegungen nutzt man die **Umlaufzeit** T, die **Drehzahl** n und die **Frequenz** f.
Zwischen diesen Größen bestehen folgende Beziehungen:

$$T = \frac{1}{n} \qquad f = n = \frac{1}{T}$$

Einheit der Drehzahl ist 1 s^{-1}. Für die Frequenz wird die nach HEINRICH HERTZ (1857–1894) benannte Einheit Hertz (Hz) genutzt:
1 Hz = 1 s^{-1}

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung (v = konstant) gilt für die Bahngeschwindigkeit:

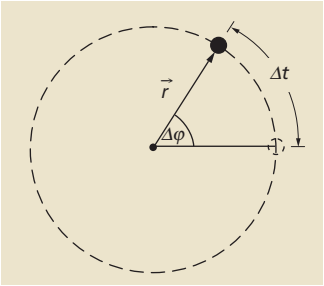
$$v = \frac{s}{t} \qquad v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \qquad v = 2\pi \cdot r \cdot n = 2\pi \cdot r \cdot f$$

s	Weg	r	Radius der Kreisbahn	n	Drehzahl
t	Zeit	T	Zeit für einen Umlauf (Umlaufzeit)	f	Frequenz

Es ist üblich, die **Winkelgeschwindigkeit** in Bogenmaß anzugeben. Für den Zusammenhang zwischen Gradmaß und Bogenmaß gilt:
360° ≙ 2π
180° ≙ π
90° ≙ $\pi/2$

Eine gleichförmige Kreisbewegung lässt sich auch mithilfe der **Winkelgeschwindigkeit** $\vec{\omega}$ beschreiben. Für sie gilt:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \text{konstant}$$



Da für einen vollständigen Umlauf $\Delta\varphi = 2\pi$ und $\Delta t = T$ sind, kann man auch schreiben:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n = 2\pi \cdot f$$

Die Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist 1 s^{-1}. Genutzt wird diese Größe vor allem zur Beschreibung der Bewegung rotierender starrer Körper, also bei der Drehbewegung (↗ S. 102).

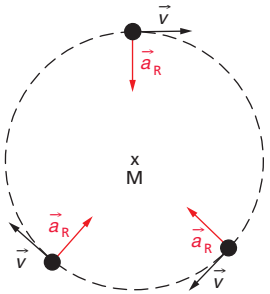
Für den Zusammenhang zwischen Bahngeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit gilt:

$v = \omega \cdot r$

v Bahngeschwindigkeit
ω Winkelgeschwindigkeit
r Radius der Kreisbahn

Die **Winkelgeschwindigkeit** ist wie die Bahngeschwindigkeit eine vektorielle Größe (↗ S. 18). Sie ist ein axialer Vektor (↗ S. 102).

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich ständig die Richtung der Geschwindigkeit. Zu dieser Richtungsänderung ist eine Kraft erforderlich, die in Richtung Zentrum der Bewegung wirkt und eine Beschleunigung in dieser Richtung hervorruft. Diese Beschleunigung, die bei jeder gleichförmigen Kreisbewegung auftritt, wird als **Radialbeschleunigung** $\vec{a}_R$ bezeichnet. Sie ist immer senkrecht zur Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$ und damit stets radial, also in Richtung Kreismittelpunkt *M,* gerichtet.



Genutzt werden auch die Bezeichnungen **Zentralbeschleunigung** oder **Zentripetalbeschleunigung.** Die **Radialbeschleunigung** lässt sich mithilfe mathematischer Überlegungen herleiten. Die Herleitung ist auf der CD zu finden.

Die Radialbeschleunigung a_R ist stets in Richtung Zentrum der Kreisbewegung gerichtet. Sie kann berechnet werden mit den Gleichungen:

$a_R = \frac{v^2}{r}$ oder $a_R = \omega^2 \cdot r$

v Bahngeschwindigkeit
r Radius der Kreisbahn
ω Winkelgeschwindigkeit

Ein Pkw fährt mit 40 km/h durch eine Kurve mit einem Krümmungsradius von 75 m.
Wie groß ist die Radialbeschleunigung?

Analyse:
Zur Berechnung kann die Gleichung $a_R = \frac{v^2}{r}$ angewendet werden.

Gesucht: a_R
Gegeben: $v = 40$ km/h $= 11{,}1$ m/s
$r = 75$ m

Lösung:

$$a_R = \frac{v^2}{r}$$

$$a_R = \frac{(11{,}1\ \text{m/s})^2}{75\ \text{m}} = 1{,}6\ \text{m/s}^2$$

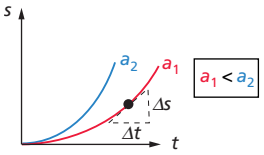
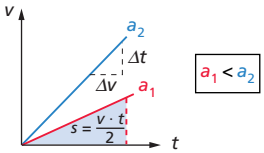
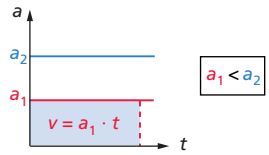
Ergebnis:
Die Radialbeschleunigung des Pkw beträgt 1,6 m/s^2.

2.2.4 Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegungen

Die unten genannten Gesetze und Zusammenhänge gelten auch für krummlinige Bewegungen, wenn die **Beschleunigung** längs der Bahn (Bahnbeschleunigung) einen konstanten Betrag hat.

Eine **gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung** liegt dann vor, wenn sich ein Körper mit einer konstanten Beschleunigung auf einer geraden Bahn bewegt. Wir betrachten nachfolgend zunächst nur Bewegungen, bei denen der Anfangsweg s_0 und die Anfangsgeschwindigkeit v_0 gleich null sind.
Eine solche gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung lässt sich folgendermaßen charakterisieren:

Liegen gleichmäßig beschleunigte Bewegungen mit Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ und Anfangsweg $\vec{s}_0$ vor, so gelten allgemein die ↗ S. 65 unten genannten Gesetze.

Der zurückgelegte Weg ist dem Quadrat der Zeit proportional.	$s \sim t^2$ oder $\frac{s}{t^2} = \text{konstant} = \frac{a}{2}$ Das **Weg-Zeit-Gesetz** lautet: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ a Beschleunigung, t Zeit
Die Geschwindigkeit ist der Zeit proportional. Der Quotient aus Geschwindigkeit und Zeit ist gleich der konstanten Beschleunigung.	$v \sim t$ oder $\frac{v}{t} = \text{konstant} = a$ Das **Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz** lautet: $v = a \cdot t$
Im Weg-Zeit-Diagramm ergibt sich ein parabelförmiger Graph. Der Anstieg des Graphen an einer bestimmten Stelle ist gleich der Augenblicksgeschwindigkeit.	
Im Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Gerade durch den Koordinatenursprung. Der Anstieg der Graphen ist gleich der Beschleunigung, die Fläche unter dem Graphen ist gleich dem Weg.	
Im Beschleunigung-Zeit-Diagramm ergibt sich eine Gerade, die parallel zur t-Achse verläuft. Die Fläche unter dem Graphen ist gleich der Geschwindigkeit.	

Verknüpft man das Weg-Zeit-Gesetz und das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz, so erhält man weitere Beziehungen zwischen Weg *s*, Zeit *t* und Beschleunigung *a*.

Für gleichmäßig beschleunigte Bewegungen ohne Anfangsweg und Anfangsgeschwindigkeit gelten auch folgende Beziehungen:

$s = \frac{v \cdot t}{2}$ $\quad v = \frac{2s}{t}$ $\quad a = \frac{v}{t}$

$s = \frac{v^2}{2a}$ $\quad v = \sqrt{2a \cdot s}$ $\quad a = \frac{v^2}{2s}$

Die Gleichungen ergeben sich, wenn man aus $s = \frac{a}{2}t^2$ und $v = a \cdot t$ entweder a oder t durch Einsetzen in die jeweils andere Gleichung eliminiert.

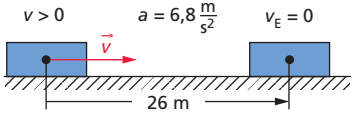
Alle genannten Gleichungen lassen sich auch anwenden, wenn eine gleichmäßig verzögerte Bewegung bis zum Stillstand vorliegt.

Inwieweit man dabei mit Vorzeichen arbeitet, muss vereinbart werden. Allgemein verbindliche Regeln gibt es dafür nicht.

Nach einem Unfall ermittelte die Polizei für ein Motorrad anhand der Bremsspuren einen Bremsweg von 26 m. Für den betreffenden Straßenbelag betrug die maximale Bremsverzögerung 6,8 m/s^2.
Wie groß war die Mindestgeschwindigkeit des Motorrades unmittelbar vor dem Unfall? War diese Geschwindigkeit innerhalb einer Ortschaft angemessen?

Analyse:
Wir nehmen an, dass der Fahrer mit maximaler Bremsverzögerung (negativer Beschleunigung) bis zum Stillstand abgebremst hat. Gleichmäßig verzögerte Bewegung vorausgesetzt, können die Gesetze der gleichmäßig beschleunigten Bewegung angewendet werden.

Gesucht: v
Gegeben: $s = 26$ m
$a = 6{,}8$ m/s^2



Lösung:

$$v = \sqrt{2a \cdot s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 6{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 26\ \text{m}} = 18\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 68\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Die Gleichung $v = \sqrt{2a \cdot s}$ ergibt sich aus $s = \frac{a}{2}t^2$ und $v = a \cdot t$ durch Elimination von *t*.

Ergebnis:
Die Geschwindigkeit des Motorrades betrug 68 km/h und lag damit über der zulässigen Höchstgeschwindigkeit innerhalb eines Ortes, die in der Regel maximal 50 km/h beträgt.

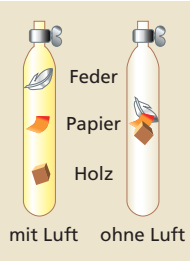
Liegt eine gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit und Anfangsweg vor, dann gelten folgende Gesetze:

Bei gleichmäßig beschleunigten Bewegungen mit Anfangsweg $\vec{s}_0$ und Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ gilt:

$\vec{s} = \frac{\vec{a}}{2}t^2 + \vec{v}_0 \cdot t + \vec{s}_0$

$\vec{v} = \vec{a} \cdot t + \vec{v}_0$

Arbeitet man nur mit den Beträgen von Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung, so kann man eine entgegengesetzte Richtung durch unterschiedliche Vorzeichen zum Ausdruck bringen.
(↗ S. 70).



2.2.5 Der freie Fall

Unter einem freien Fall versteht man die Fallbewegung eines Körpers ohne Luftwiderstand. Man spricht auch dann vom freien Fall, wenn der Luftwiderstand zwar vorhanden, aber vernachlässigbar klein ist, z. B. beim Fall eines Steines aus geringer Höhe. Als beschleunigende Kraft wirkt beim freien Fall nur die Gewichtskraft.
Der freie Fall ist eine gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung ohne Anfangsgeschwindigkeit und Anfangsweg. Die bei ihm auftretende Beschleunigung ist nur vom Ort abhängig. Sie wird als **Fallbeschleunigung** oder als **Ortsfaktor** bezeichnet.

Man rechnet auch häufig mit dem Näherungswert $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Unter der Bedingung, dass der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann, gilt für die mittlere Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche:

$$g = 9{,}806\,65\ \frac{m}{s^2} \approx 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$$

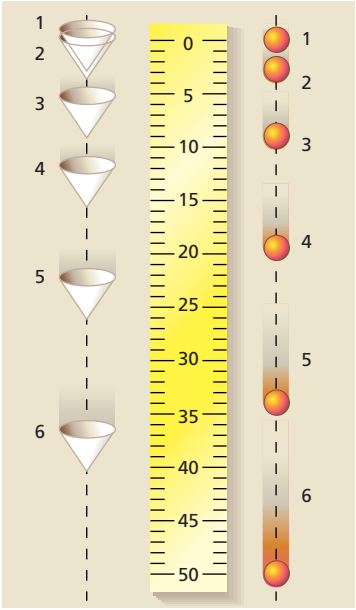
Die Gesetze des freien Falles sind gleich den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten geradlinigen Bewegung für $a = g$ (↗ S. 64).

Die **Fallgesetze** wurden um 1600 von dem italienischen Naturwissenschaftler GALILEO GALILEI (1564–1642) gefunden.

Für den freien Fall gelten folgende Gesetze:

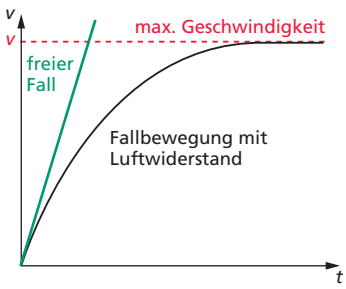
$s = \frac{g}{2}t^2$	$v = g \cdot t$	g = konstant
$s = \frac{v^2}{2g}$	$v = \sqrt{2g \cdot s}$	$g = \frac{v^2}{2s}$





Mithilfe der nebenstehenden Versuchsanordnung kann man die Unterschiede zwischen einem näherungsweise freien Fall (rechts) und der Fallbewegung eines beliebigen Körpers (links) demonstrieren. Eingezeichnet sind jeweils die Orte, an denen sich die Körper nach gleichen Zeiten befinden.

Bei einem Fallschirmspringer oder bei Regentropfen ist der geschwindigkeitsabhängige Luftwiderstand (↗ S. 85) nicht vernachlässigbar. Beim Fall erreichen diese Körper eine maximale Geschwindigkeit, die bei einem Fallschirmspringer bei geschlossenem Schirm etwa 200 km/h und bei einem Regentropfen je nach Tropfengröße bis zu etwa 30 km/h betragen.



GALILEI und die Bewegungsgesetze

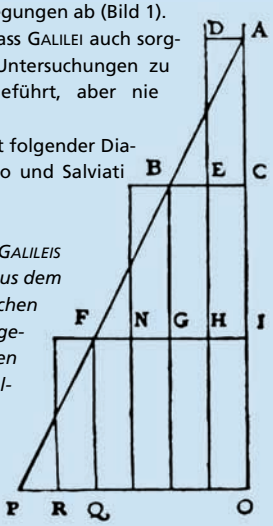
Der italienische Naturforscher GALILEO GALILEI (1564–1642) führte nicht nur die experimentelle Methode in die Naturwissenschaften ein, sondern entwickelte auch die mittelalterliche Bewegungslehre entscheidend weiter. Bis GALILEI dominierten die Auffassungen des ARISTOTELES (384–322 v. Chr.): *„Alles, was sich bewegt, bewegt sich entweder von Natur oder durch eine äußere Kraft oder vermöge seines freien Willens“*. Daraus folgerte ARISTOTELES, dass schwere Körper schneller fallen als leichte Körper, eine Auffassung, die sich durchaus mit der Alltagserfahrung deckt.

GALILEI überlegte sich dazu folgendes Gedankenexperiment: Verbindet man einen schweren und einen leichten Körper miteinander, dann müssen einerseits nach ARISTOTELES beide zusammen schneller fallen als der schwere Körper, da ihre Masse größer ist. Andererseits würde der leichte Körper den Fall des schweren Körpers hemmen, da er – ebenfalls nach ARISTOTELES – langsamer fallen soll als der schwere Körper. Den Widerspruch löste GALILEI, indem er davon ausging, dass alle Körper gleich schnell fallen müssten.

In seinem 1638 in Leiden erschienenen Werk „Discorsi“, einem in 6 Tage gegliederten Buch in Form von Gesprächen, formuliert er:
„Gleichförmig oder einförmig beschleunigte Bewegung nenne ich diejenige, bei der von Anfang an in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeitszuwüchse dazukommen“. Damit verwarf er seine zunächst aufgestellte These, dass die Geschwindigkeit gleichmäßig mit dem Weg wächst. Im Weiteren leitet GALILEI den Zusammenhang zwischen Weg und Zeit aus geometrischen Überlegungen ab (Bild 1).

Heute ist gesichert, dass GALILEI auch sorgfältige quantitative Untersuchungen zu Bewegungen durchgeführt, aber nie veröffentlicht hat.

In seinen „Discorsi“ ist folgender Dialog zwischen Simplicio und Salviati enthalten:



1 *Originalzeichnung GALILEIS zu den Fallgesetzen aus dem „Discorsi“: Die in gleichen Zeiten (senkrecht aufgetragen) zurückgelegten Wege (Flächen) verhalten sich wie 1 : 3 : 5, die Gesamtwege damit wie 1 : 4 : 9.*

„Simplicio: Ob aber die Beschleunigung, deren die Natur sich bedient, beim Fall der Körper eine solche sei, das bezweifle ich noch, und deshalb würden ich und andere ... es für sehr erwünscht halten, jetzt einen Versuch herbeizuziehen, deren es so viele geben soll.



2 *Der Galilei-Arbeitsraum im Deutschen Museum in München*

Salviati: Ihr stellt in der Tat... eine berechtigte Forderung auf. ... Der Autor hat es nicht unterlassen, Versuche anzustellen, und um mich davon zu überzeugen, dass die gleichförmig beschleunigte Bewegung im oben geschilderten Verhältnis vor sich gehe, bin ich wiederholt in Gemeinschaft mit unserem Autor in folgender Weise vorgegangen: ... auf einem Holzbrett von 12 Ellen Länge ... war ... eine Rinne von etwas mehr als einem Zoll Breite eingegraben. Dieselbe war sehr gerade gezogen, und um die Fläche recht glatt zu haben, war inwendig ein sehr glattes und reines Pergament aufgeklebt; in dieser Rinne ließ man eine sehr harte, völlig runde und glatt polierte Messingkugel laufen. Nach Aufstellung des Brettes wurde dasselbe auf einer Seite gehoben, bald eine, bald zwei Ellen hoch; dann ließ man die Kugel durch den Kanal fallen und verzeichnete ... die Fallzeit für die ganze Strecke. Darauf ließen wir die Kugel nur durch ein Viertel der Strecke laufen und fanden stets die halbe Fallzeit gegen früher; ... bei wohl hundertfacher Wiederholung fanden wir stets, dass die Strecken sich verhielten wie die Quadrate der Zeiten, und dieses zwar für jedwede Neigung der Ebene ...“

2.2.6 Überlagerung von Bewegungen

Ein Körper kann eine Bewegung ausführen, die sich aus mehreren Teilbewegungen zusammensetzt.
So bewegt sich ein Schwimmer in einem Fluss zum einen aufgrund seiner Muskelkraft und zum anderen infolge der Strömung des Wassers.
Ein geworfener Ball bewegt sich aufgrund der ihm verliehenen Anfangsgeschwindigkeit, zugleich fällt er wegen der stets wirkenden Gewichtskraft beschleunigt nach unten.
Für die Überlagerung von Teilbewegungen gilt das **Unabhängigkeitsprinzip.**

Statt von Überlagerung spricht man auch von **Superposition** und vom **Superpositionsprinzip.** Es gilt für Geschwindigkeiten, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind.

Führt ein Körper gleichzeitig zwei reibungsfreie Teilbewegungen aus, so überlagern sich diese Teilbewegungen unabhängig voneinander zu einer resultierenden Bewegung. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigungen addieren sich vektoriell.

$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ $\quad \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ $\quad \vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$

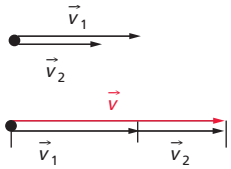
Viele Überlagerungen von Bewegungen lassen sich auf die Überlagerung zweier gleichförmiger Bewegungen oder einer gleichförmigen und einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung zurückführen.

Überlagerung zweier gleichförmiger Bewegungen

Die Teilbewegungen können in gleicher, in entgegengesetzter oder in beliebiger anderer Richtung zueinander erfolgen. Betrag und Richtung der jeweiligen Teilbewegung sind konstant.

gleiche Richtung

Eine Person läuft in Fahrtrichtung in einem fahrenden Zug.

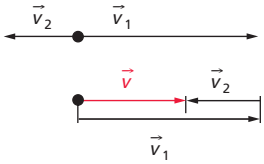


$v = v_1 + v_2$
$s = s_1 + s_2$

Die Zusammenhänge sind für die Geschwindigkeiten zeichnerisch dargestellt. Sie gelten analog auch für die Wege.

entgegengesetzte Richtung

Eine Person läuft entgegen der Fahrtrichtung in einem fahrenden Zug.

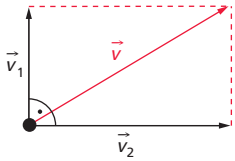


$v = v_1 - v_2$
$s = s_1 - s_2$

Wenn die Geschwindigkeiten bei den beiden entgegengesetzten Teilbewegungen gleich groß sind, dann ist die resultierende Geschwindigkeit null.

im rechten Winkel zueinander

Ein Boot fährt senkrecht zur Richtung der Strömung über einen Fluss.

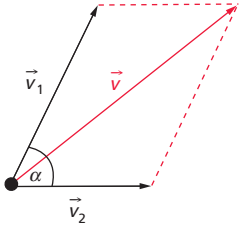


$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$

in einem beliebigen anderen Winkel α zueinander

Ein Flugzeug fliegt unter einem beliebigen Winkel α zur Windrichtung.



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 \cdot v_2 \cdot \cos\,\alpha}$$

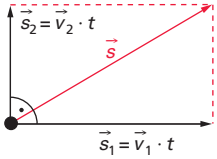
$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + 2s_1 \cdot s_2 \cdot \cos\,\alpha}$$

Die drei oben genannten Fälle erhält man aus dem allgemeinen Fall mit $\alpha = 0°$ (gleiche Richtung), $\alpha = 180°$ (entgegengesetzter Richtung) und $\alpha = 90°$.



Ein Schiff fährt mit 18 Knoten quer zur Strömungsrichtung eines breiten Flusses. Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt 0,8 m/s.
Wie groß ist der in 20 s zurückgelegte Weg?

Analyse:
Die Teilwege setzen sich wie die Geschwindigkeiten vektoriell zusammen.



Gesucht: s
Gegeben: $t = 20\ \text{s}$
$v_1 = 18\ \text{kn} = 9{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v_2 = 0{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Für die in der Schifffahrt gebräuchliche Einheit 1 Knoten (1 kn) gilt:

$1\ \text{kn} = \frac{1\ \text{Seemeile}}{1\ \text{Stunde}}$

$1\ \text{kn} = \frac{1852\ \text{m}}{\text{h}} \approx 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Lösung:

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$

$$s = \sqrt{(v_1 \cdot t)^2 + (v_2 \cdot t)^2}$$

$$s = \sqrt{\left(9{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20\ \text{s}\right)^2 + \left(0{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20\ \text{s}\right)^2}$$

$$s = 185\ \text{m}$$

Ergebnis:
In 20 s legt das Schiff einen Weg von insgesamt 185 m zurück. Dieser Weg bezieht sich auf ein mit dem Ufer verbundenes Bezugssystem.

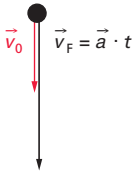
Überlagerung von gleichförmiger und gleichmäßig beschleunigter Bewegung (Würfe)

Die Teilbewegungen können in gleicher, in entgegengesetzter oder in anderer Richtung zueinander erfolgen. $\vec{v}_0$ und $\vec{v}_F$ sind die Geschwindigkeiten der Teilbewegungen, $\vec{v}$ ist die resultierende Geschwindigkeit.

gleiche Richtung

Mit konstanter Geschwindigkeit fahrendes Auto beschleunigt gleichmäßig.

Ein Ball wird senkrecht nach unten geworfen (**senkrechter Wurf** nach unten).



$v = v_0 + a \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2$

Für den **senkrechten Wurf nach unten** gilt:

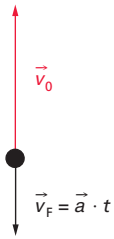
$v = v_0 + g \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{g}{2} t^2$

entgegengesetzte Richtung

Ein Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit und wird gleichmäßig abgebremst.

Ein Ball wird senkrecht nach oben geworfen (**senkrechter Wurf** nach oben).



$v = v_0 - a \cdot t$

$s = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{a}{2} t^2$

Für den **senkrechten Wurf nach oben** gilt:

$v = v_0 - g \cdot t$

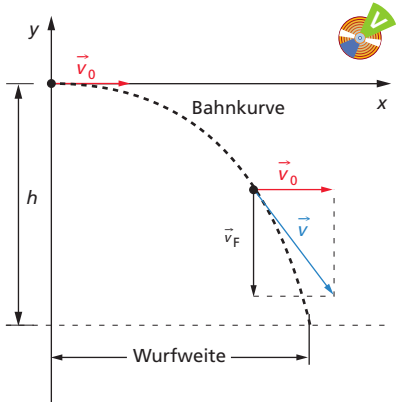
$s = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{g}{2} t^2$

Steigzeit: $t_h = \frac{v_0}{g}$

Steighöhe: $s_w = \frac{v_0^2}{2g}$

im rechten Winkel zueinander (waagerechter Wurf)

Ein Ball wird in waagerechter Richtung abgeworfen. Es überlagern sich eine gleichförmige Bewegung in waagerechter Richtung und der freie Fall senkrecht dazu.



Für die Geschwindigkeiten gilt:

$v_x = v_0$ $\quad v_y = -g \cdot t$

$v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}$

Für die Wege gilt:

$x = v_0 \cdot t$ $\quad y = -\frac{g}{2} t^2$

Die Gleichung für die Bahnkurve lautet:

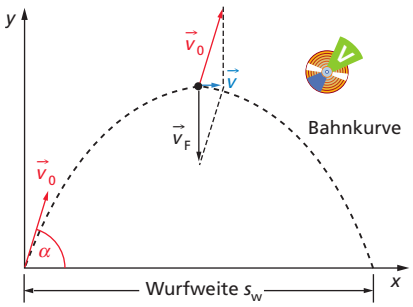
$y = -\frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$ (Wurfparabel)

Wird ein Körper aus der Höhe h abgeworfen, so beträgt die Wurfweite:

$s_w = \sqrt{\frac{2v_0^2 \cdot h}{g}}$

in einem beliebigen anderen Winkel α zueinander (schräger oder schiefer Wurf)

Ein Ball wird unter einem beliebigen Winkel α abgeworfen. Es überlagern sich eine gleichförmige Bewegung in Abwurfrichtung und der freie Fall.



Für die Geschwindigkeiten gilt:

$v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ (1)

$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - g \cdot t$ (2)

Für die Wege gilt:

$x = v_0 \cdot t \cdot \cos\alpha$ (3)

$y = v_0 \cdot t \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2}t^2$ (4)

Die Gleichung für die Bahnkurve ergibt sich durch Auflösen von Gleichung (3) nach t und Einsetzen in Gleichung (4):

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 \quad (5)$$

Von Interesse sind die Steigzeit, die Wurfhöhe und die Wurfweite.

Steigzeit t_h
ergibt sich aus (2) mit $v_y = 0$:

$$t_h = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

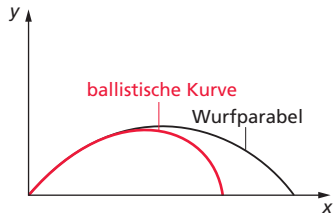
Wurfhöhe s_h
ergibt sich aus (4) mit $t = t_h$ und $y = s_h$:

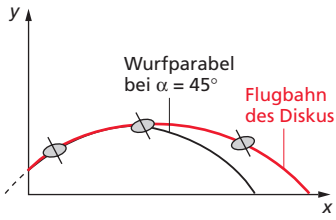
$$s_h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$$

Wurfweite s_w
ergibt sich aus (5) mit $y = 0$:

$$s_w = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Alle genannten Gleichungen gelten unter der Bedingung, dass der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann.
Bei vielen realen Bewegungen (z. B. Speerwurf, Diskuswurf, Bewegung eines Fußballs oder eines Golfballes) ist das jedoch nicht der Fall. Die Bahn weicht infolge des Luftwiderstandes erheblich von einer Wurfparabel ab. Solche Bahnkurven bezeichnet man im Unterschied zu **Wurfparmabeln** als **ballistische Kurven.**
Ballistische Kurven spielen vor allem im Sport und bei Geschossbahnen eine Rolle.
Der Luftwiderstand bewirkt eine deutlich geringere Wurfweite als diejenige, die sich aus der oben genannten Gleichung ergibt. Eine Ausnahme bildet hier der Diskuswurf. Aufgrund seiner im Idealfall stabilen räumlichen Lage, die durch eine Rotation des Diskus entsteht, wirkt vor allem im zweiten Teil des Fluges ein „Luftpolster".





Die **Ballistik** ist die Lehre von den Wurf- oder Geschossbahnen und ist abgeleitet von balleria (griech.) = werfen.

Bei **Würfen im Sport** (Kugelstoßen, Speerwerfen, Diskuswerfen) beträgt der optimale Abwurfwinkel ca. 35°. Mehr Informationen dazu sind auf den nachfolgenden Seiten zu finden.

Physik und Sport

Gehen oder Walking, ein Sprint über eine Strecke von 100 m, Hochspringen, Kugelstoßen oder Diskuswerfen sind Sportarten, die man aus physikalischer Sicht analysieren und beschreiben kann. Für die Beschreibung sind in der Regel Vereinfachungen erforderlich.

Gehen oder Walking

Das Gehen auf einer ebenen Strecke wird manchmal als Beispiel dafür genannt, dass keine mechanische Arbeit verrichtet wird. Eine genauere Analyse des Bewegungsablaufes zeigt aber:

- Beim Gehen wird der Körper ständig gehoben und gesenkt. Es wird Hubarbeit verrichtet (↗ S. 95).
- Beine und Arme werden beschleunigt. Damit wird auch Beschleunigungsarbeit verrichtet (↗ S. 95).

In welchem Verhältnis die verschiedenen Werte zueinander stehen, lässt sich folgendermaßen abschätzen: Masse m, Schrittfrequenz f und Hubhöhe h können für eine Person bestimmt werden. Für die Leistung gilt dann:

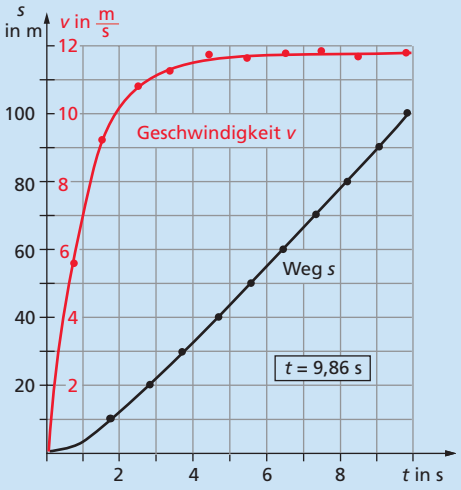
$$P = \frac{W}{t} = W \cdot f = m \cdot g \cdot h \cdot f$$

Mit $m = 60$ kg, $g = 10$ N/kg, $h = 0{,}03$ m und $f = 2\ s^{-1}$ erhält man: $P = 36$ W

Die durch Messungen ermittelte Gesamtleistung eines Menschen beträgt beim Gehen etwa 350 W. Das bedeutet: Etwa 10 % der Gesamtleistung wird beim Gehen für das Heben des Körpers benötigt. Berücksichtigt man darüber hinaus den Grundumsatz (die für die Erhaltung aller Lebensfunktionen erforderliche Energie bzw. Leistung) von ca. 80 W und den Wirkungsgrad des Menschen beim Gehen von etwa 20 %, dann ergibt sich folgende Bilanz:
350 W Gesamtleistung – 80 W Grundumsatz = 270 W
20 % von 270 W = 54 W
Von den 54 W werden 36 W (ca. 66 %) zum Heben des Körpers und die restlichen 18 W (33 %) zum Beschleunigen der Gliedmaßen benötigt.

Sprint über 100 m

Beim 100-m-Lauf kommt es darauf an, möglichst schnell die Höchstgeschwindigkeit zu erreichen und bis ins Ziel zu halten. Durch Messungen lassen sich Zeiten und Geschwindigkeiten ermitteln. In Bild 1 sind die zeitabhänigen Wege und Geschwindigkeiten für einen Lauf des amerikanischen Sprinters Carl Lewis dargestellt. Die Reaktionszeit beim Start betrug 0,14 s, die Laufzeit insgesamt 9,86 s.



***1** Weg-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für einen 100-m-Lauf*

Aus dem Diagramm ist erkennbar, dass nach etwa 4,5 s die Höchstgeschwindigkeit erreicht wurde, die mit knapp 12 $\frac{m}{s} \approx 43\ \frac{km}{h}$ deutlich über der Durchschnittsgeschwindigkeit liegt.

Stabhochsprung

Beim Stabhochsprung kommt es darauf an, möglichst viel kinetische Energie in potenzielle Energie umzusetzen (Bild 2).

***2** Beim Stabhochsprung erfolgen unterschiedliche Energieumwandlungen.*



Geht man von dem vereinfachten Fall aus, dass die gesamte kinetische Energie des Anlaufs in potenzielle Energie umgewandelt wird, dann gilt:

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad \text{und damit} \quad h = \frac{v^2}{2g}$$

Dann erhält man bei $v = 10\ \frac{m}{s}$ eine Höhe von ca. 5 m. Diese Höhe bezieht sich auf den Schwerpunkt des Körpers über dem Erdboden. Nimmt man für diesen einen Wert von 1 m an, dann würde unter diesen Bedingungen die Sprunghöhe etwa 6 m betragen. Bei sehr guten Stabhochspringern kann man tatsächlich davon ausgehen, dass die hochelastischen Sprungstäbe die kinetische Energie weitgehend aufnehmen. Hinzu kommt, dass der Sportler vom Boden abspringt, sich vom Stab abstößt und durch geschickte Körperbewegungen eine Schwerpunktverlagerung vornimmt. Damit sind Sprunghöhen bis zu 7 m erreichbar. Das sind die Höhen, die von den weltbesten Springern erreicht werden.

Kugelstoßen, Speerwerfen und Weitsprung

Bei Kugelstoßen, Speerwerfen und Weitsprung gibt es folgende Gemeinsamkeiten:

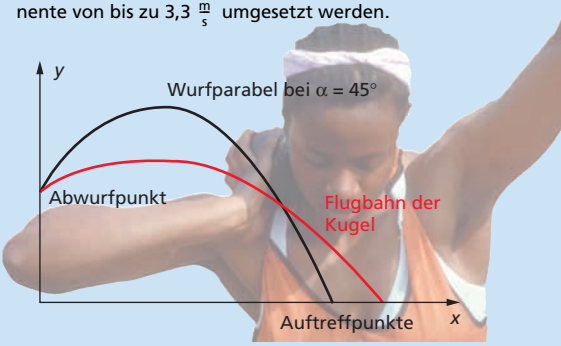
- Es handelt sich bei diesen Sportarten um schräge Würfe, bei denen der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann. Demzufolge kann man für Berechnungen die Gesetze des schrägen Wurfs (↗ S. 71) anwenden.
- Der Abwurfpunkt liegt über dem Auftreffpunkt (Bild 1). Damit wird die maximale Wurfweite nicht bei 45°, sondern bei kleineren Winkeln erreicht. Beim Kugelstoßen liegt der optimale Abwurfwinkel zwischen 38° und 40°, beim Speerwerfen zwischen 35° und 38°. Die Gleichung für die Wurfparabel für einen Wurf aus der Höhe h lautet:

$$y = h + \tan\alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2$$

Als Gleichung für die Wurfweite ergibt sich damit:

$$s_W = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} + \frac{v_0 \cdot \cos\alpha}{g} \sqrt{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha + 2g \cdot h}$$

Damit kann man für eine bestimmte Höhe h (Abwurfhöhe, Höhe des Körperschwerpunktes beim Absprung) den Abwurfwinkel für die theoretisch größtmögliche Weite berechnen. Es liegt beim Weitsprung bei ca. 40°. Praktisch erreichbar sind aber nur Winkel von 20°–25°. Solche Winkel werden erreicht, wenn eine Anlaufgeschwindigkeit von 10 $\frac{m}{s}$ durch Abbremsen und Abspringen in eine Horizontalkomponente von etwa 8,5 $\frac{m}{s}$ und eine Vertikalkomponente von bis zu 3,3 $\frac{m}{s}$ umgesetzt werden.



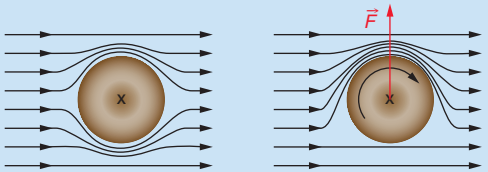
1 Die Wurfweite hängt von der Abwurfhöhe, der Abwurfgeschwindigkeit und dem Abwurfwinkel ab.

Diskuswerfen

Beim Diskuswerfen ist entscheidend, dass der Diskus beim Abwerfen in schnelle Rotation versetzt wird und dabei den richtigen Anstellwinkel hat. Durch die Rotation behält er seine räumliche Lage näherungsweise bei (↗ S. 71, Skizze unten). Insbesondere im zweiten Teil der Flugbahn wirkt ein „Luftpolster". Es führt dazu, dass der Diskus weiter fliegen kann als die Wurfparabel reicht. Der optimale Abwurfwinkel liegt bei 32°–35°.

Fußball, Handball, Tennis und Golf

Bei allen Ballspielen hat der Luftwiderstand einen wesentlichen Einfluss auf die Flugbahn. Die Bälle bewegen sich auf ballistischen Bahnen (↗ S. 71). Hinzu kommt allerdings ein zweiter Effekt: Werden die Bälle beim Abschlag oder Abwurf in Rotation versetzt, dann tritt der nach dem Physiker HEINRICH GUSTAV MAGNUS (1802–1870) benannte MAGNUS-Effekt auf (Bild 2). Je nach seiner Rotationsrichtung wird der Ball abgelenkt. Er kann dadurch nach rechts oder links sowie nach oben oder unten von der theoretischen Flugbahn abweichen.

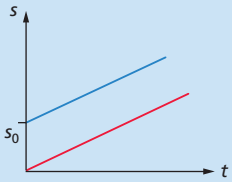
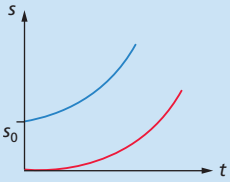
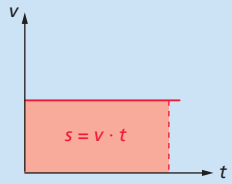
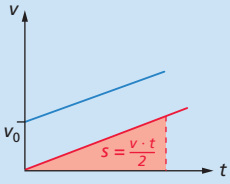
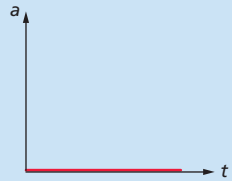
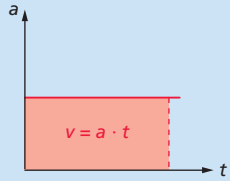


2 Der MAGNUS-Effekt: Um einen rotierenden Körper, der sich in einem Stoff bewegt, tritt eine Strömung auf, die eine Kraft auf den Körper bewirkt.

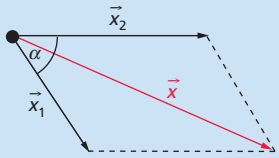
Kinematik

Die **Kinematik** beschäftigt sich mit den Bewegungen und deren Gesetzen, ohne nach den Ursachen für die Bewegungen zu fragen.

Arten von Bewegungen

Gleichförmige Bewegungen	Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen
 $s = s_0 + v \cdot t$ $s = v \cdot t$	 $s = s_0 + v \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$ $s = \frac{a}{2} t^2$
 $v = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ v = konstant	 $v = v_0 + at$ $v = a \cdot t$
 $a = 0$	 $a = \frac{v}{t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ a = konstant

Wege, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind **vektorielle Größen.** Das ist bei der Überlagerung von Bewegungen zu beachten.
Allgemein gilt für die Zusammensetzung zweier vektorieller Größen:



$$x = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 \cdot \cos\alpha}$$

Damit ergeben sich die folgenden speziellen Fälle:

$\alpha = 0°$	$s = s_1 + s_2$	$v = v_1 + v_2$	$a = a_1 + a_2$
$\alpha = 90°$	$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$	$v = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$	$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$
$\alpha = 180°$	$s = s_1 - s_2$	$v = v_1 - v_2$	$a = a_1 - a_2$

Die Überlagerung einer gleichförmigen mit einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung tritt beim senkrechten, waagerechten und schrägen Wurf auf.

2.3 Dynamik

Die **Dynamik** ist die Lehre von den Kräften und deren Wirkungen. Sie beschäftigt sich im Unterschied zur Kinematik (↗ S. 56) mit den Ursachen für Bewegungen.

Die Bezeichnung Dynamik ist abgeleitet von dynamis (griech.) = Kraft.

2.3.1 Kräfte und ihre Wirkungen

Kennzeichnung und Wirkungen von Kräften

In Natur und Technik wirkt eine Vielzahl unterschiedlicher Kräfte, von denen eine Auswahl in der nachfolgenden Übersicht dargestellt sind.

Gewichtskraft	**Reibungskraft**	**Zugkraft**
		
Jeder Körper wird von der Erde angezogen. Der Körper wirkt auf seine Unterlage mit einer Kraft, die man **Gewichtskraft** nennt.	Beim Fahren mit dem Fahrrad wirken immer Kräfte, die die Bewegung hemmen. Solche bewegungshemmende Kräfte sind **Reibungskräfte.**	Waggons werden durch eine Lokomotive in Bewegung gesetzt. Dabei wirken auf die Waggons **Zugkräfte.**
Windkraft	**Wasserkraft**	**Schubkraft**
		
Durch die Kraft des Windes werden Windräder in Rotation versetzt. Die **Windkraft** gewinnt immer mehr Bedeutung für die Gewinnung von Elektroenergie.	**Wasserkraft** wird genutzt, um Turbinen anzutreiben und in Wasserkraftwerken Elektroenergie zu gewinnen. Die Kraft des Wassers kann auch Zerstörungen hervorrufen.	Um eine Rakete in Bewegung zu setzen, werden Verbrennungsgase mit großer Geschwindigkeit ausgestoßen. Auf die Rakete wirkt dann eine **Schubkraft.**



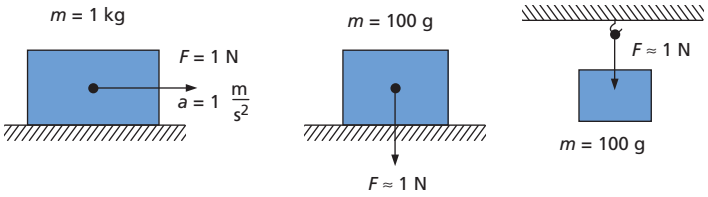
Die Einheit der Kraft ist nach dem englischen Naturforscher ISAAC NEWTON (1643–1727) benannt. NEWTON formulierte auch erstmals die Grundgesetze der Dynamik (↗ S. 80 ff.).

Die Kraft ist ein Maß dafür, welche Bewegungsänderung oder Verformung bei einem Körper hervorgerufen wird.

Formelzeichen: $\vec{F}$

Einheit: 1 Newton (1 N)

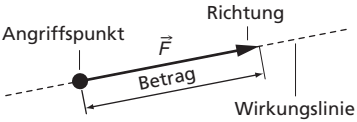
Ein Newton ist die Kraft, die einem Körper mit der Masse 1 kg eine Beschleunigung von 1 m/s^2 erteilt. Es ist etwa die Kraft, mit der ein Körper der Masse 100 g auf eine ruhende Unterlage drückt oder an einer Aufhängung zieht.



Der Buchstabe *F* ohne Pfeil bedeutet, dass nur der Betrag der Kraft angegeben wird.

Allgemein gilt für Kräfte:

– Die Kraft ist eine **vektorielle gerichtete) Größe.** Sie wird mithilfe von Pfeilen dargestellt.



– Die Kraft ist eine **Wechselwirkungsgröße.** Sie wirkt in der Regel zwischen zwei Körpern. Die beiden Kräfte einer Wechselwirkung haben stets den gleichen Betrag und entgengesetzte Richtung (↗ S. 82).

Durch Kräfte kann ein Körper auch zerstört werden.

– Die Kraft ist nur an ihren Wirkungen erkennbar. Kräfte können eine **Bewegungsänderung** von Körpern, eine **Formänderung** oder beides gleichzeitig hervorrufen.
  Die Wirkung einer Kraft auf einen Körper ist abhängig
  – vom Betrag der Kraft,
  – von der Richtung der Kraft,
  – vom Angriffspunkt der Kraft.

Die Wirkung von Kräften kann mithilfe **kraftumformender Einrichtungen (geneigte Ebene, Rollen, Flaschenzüge, Hebel)** verändert werden.

Die Wirkung einer Kraft hängt auch von dem Körper selbst ab, auf den sie einwirkt, z. B. davon, ob er beweglich ist und welche mechanischen Eigenschaften er besitzt. Die Verformungen von Körpern können **plastisch** oder **elastisch** sein. Eine **plastische Verformung** liegt vor, wenn der Körper nach der Krafteinwirkung nicht von allein wieder seine ursprüngliche Form annimmt. Dies ist z. B. nach einem Autounfall, beim Verbiegen eines Nagels oder beim Formen eines Bleches der Fall.
Eine **elastische Verformung** liegt vor, wenn der Körper nach der Krafteinwirkung von allein wieder seine ursprüngliche Form annimmt. Dies ist z. B. bei einem Impander, einem gebogenen Ast oder einer gedehnten Feder im elastischen Bereich der Fall. Beides sind Grenzfälle, die man auch als **ideal plastisch** bzw. **ideal elastisch** bezeichnet.

Messen von Kräften

Kräfte können in unterschiedlicher Weise gemessen werden. Eine erste Möglichkeit ist die Nutzung von Federn, die elastisch verformt werden. Für solche Federn gilt das **hookesche Gesetz.**

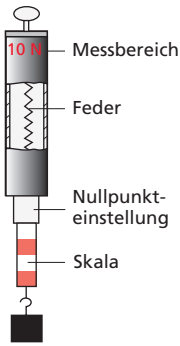
Das Gesetz ist nach dem englischen Naturwissenschaftler ROBERT HOOKE (1635–1703) benannt.

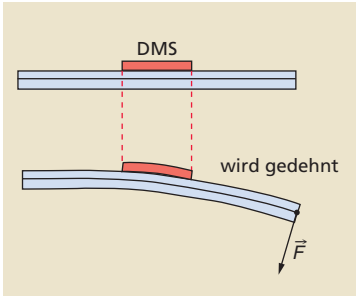
Unter der Bedingung, dass eine Feder elastisch verformt wird, gilt:

$F \sim s$ oder $\frac{F}{s}$ = konstant oder $F = D \cdot s$

F angreifende Kraft
s Verlängerung der Feder
D Federkonstante

Dieser Zusammenhang wird bei **Federkraftmessern** genutzt. Der Messbereich eines Federkraftmessers hängt von der **Härte der Feder** ab. Man spricht hier von **statischer Kraftmessung.**

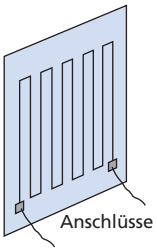




Ein andere Möglichkeit, Kräfte zu messen, besteht in der Nutzung von **Dehnungsmessstreifen** (DMS). Sie bestehen aus einem Widerstandsdraht oder einer Widerstandsfolie, die auf einen verformbaren Träger aufgebracht sind. Verändert sich durch Biegung eines solchen Streifens die Länge und die Dicke des DMS, so verändert sich auch sein elektrischer Widerstand. Je größer die wirkende Kraft ist, desto stärker ist auch die Biegung und desto größer ist die Widerstandsänderung. Sie ist somit ein Maß für die wirkende Kraft. Zur **elektrischen Kraftmessung** klebt man DMS an die Stelle, an der die Kraft gemessen werden soll.

Kräfte kann man mit **Federkraftmessern** (oben) oder **Dehnungsmessstreifen** (Skizze unten) messen.

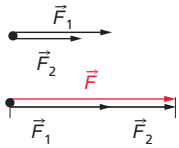
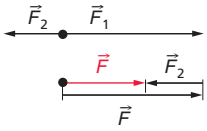
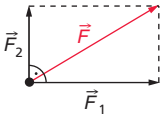
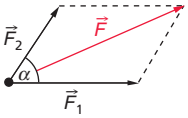
Eine dritte Möglichkeit ist die **dynamische Kraftmessung** unter Nutzung des newtonschen Grundgesetzes (↗ S. 81). Aus der Masse eines Körpers und der Beschleunigung, die durch eine Kraft hervorgerufen wird, kann man den Betrag der beschleunigenden Kraft ermitteln.



Kräfte in Natur und Technik		
Gewichtskräfte	ein 10-Cent-Stück 1 Tafel Schokolade (100 g) 1 Liter Wasser Mensch Pkw	0,04 N 1 N 10 N 500 N … 800 N ≈ 10 000 N
Zug- und Schubkräfte	Pferd Lokomotive Mondrakete „Saturn V“	400 N … 750 N bis 200 000 N 34 MN
Gravitationskräfte	Anziehungskraft Erde–Mond Anziehungskraft Sonne–Erde	$1{,}98 \cdot 10^{20}$ N $3{,}54 \cdot 10^{22}$ N

Zusammensetzung von Kräften

Wenn auf einen Körper zwei Kräfte wirken, so setzen sich diese zu einer resultierenden Kraft $\vec{F}$ zusammen. Diese **Resultierende** kann zeichnerisch **(Kräfteparallelogramm)** oder rechnerisch ermittelt werden.

zwei Kräfte wirken in gleicher Richtung		$F = F_1 + F_2$
zwei Kräfte wirken in entgegengesetzter Richtung		$F = F_1 - F_2$
zwei Kräfte wirken im rechten Winkel zueinander		$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$
zwei Kräfte wirken in beliebiger Richtung zueinander		$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha}$

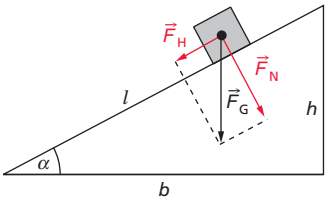
Haben die beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ den gleichen Betrag, so ist die resultierende Kraft null.

Wirken auf einen Körper mehr als zwei Kräfte, so kann man durch geometrische Addition von jeweils zwei Kräften schrittweise die resultierende Kraft ermitteln.

Zerlegung von Kräften

Eine Kraft $\vec{F}$ kann in **Teilkräfte** oder **Komponenten** $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zerlegt werden, wenn die Richtungen der Komponenten bekannt sind.

Eine Zerlegung von Kräften kann auch an der geneigten Ebene erfolgen. Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ kann in die **Hangabtriebskraft** $\vec{F}_H$ parallel zur geneigten Ebene und in die **Normalkraft** $\vec{F}_N$ senkrecht zur geneigten Ebene zerlegt werden. Hangabtriebskraft und Normalkraft können auch berechnet werden. Es gilt:



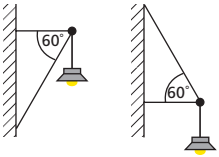
$$F_H = F_G \cdot \sin\alpha = F_G \cdot \frac{h}{l} \qquad F_N = F_G \cdot \cos\alpha = F_G \cdot \frac{b}{l}$$

Bei einer geneigten oder schiefen Ebene gilt: $0° \leq \alpha \leq 90°$.
Für die Grenzfälle gilt: Bei $\alpha = 0°$ ist die Gewichtskraft gleich der Normalkraft und $F_H = 0$.
Bei $\alpha = 90°$ ist die Gewichtskraft gleich der Hangabtriebskraft und $F_N = 0$.

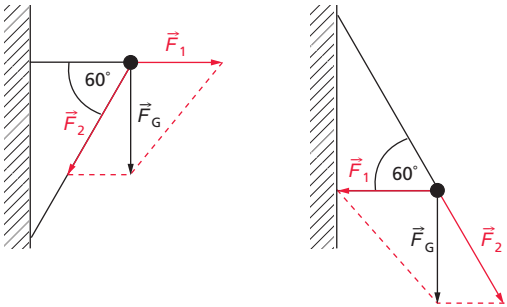
Eine Lampe mit einer Gewichtskraft von 50 N soll an der Außenwand eines Hauses mit zwei Streben befestigt werden, wobei die eine Strebe senkrecht zur Hauswand steht und die andere mit ihr einen Winkel von 60° bildet.
Wie könnten die Streben angeordnet sein?
Welche Kräfte wirken auf die Streben?

Analyse:
Die Richtungen der Kräfte sind vorgegeben, wobei es für die eine Strebe zwei Möglichkeiten gibt. Für beide Möglichkeiten sind die Beträge der Komponenten zu bestimmen.

Gesucht: F_1, F_2
Gegeben: $F_G = 50\ \text{N}$



Lösung:
Die beiden Komponenten werden für den jeweiligen Fall zeichnerisch bestimmt. Es gilt: 50 N ≙ 1,5 cm.



Bei der zeichnerischen Lösung solcher Aufgaben muss ein Maßstab vereinbart werden. Die Genauigkeit des Ergebnisses hängt von der Zeichengenauigkeit und von der Zweckmäßigkeit des Maßstabes ab.

Ergebnis:
Je nach der Anordnung der Streben wirken auf sie eine Zug- oder Druckkraft.
Zeigt die zweite Strebe nach unten, so wirkt auf die vertikale Strebe eine Zugkraft von etwa 29 N und auf die schräge Strebe eine Druckkraft von etwa 58 N.
Zeigt die zweite Strebe nach oben, so wirkt auf die vertikale Strebe eine Druckkraft von etwa 29 N und auf die schräge Strebe eine Zugkraft von etwa 58 N.

Sind die Winkel bekannt, so kann man die Komponenten meist auch unter Anwendung trigonometrischer Funktionen berechnen. Im gegebenen Fall gilt:

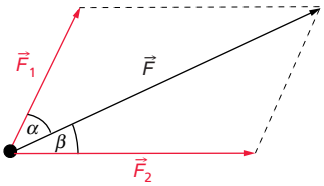
$$F_1 = \frac{F_G}{\tan 60°} = 28{,}9\ \text{N}$$

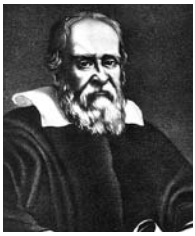
$$F_2 = \frac{F_G}{\sin 60°} = 57{,}7\ \text{N}$$

Sind die Richtung der beiden Komponenten vorgegeben, dann gilt:

$$F_1 = F \cdot \frac{\sin \beta}{\sin (180° - \alpha - \beta)}$$

$$F_2 = F \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin (180° - \alpha - \beta)}$$





Der italienische Naturwissenschaftler GALILEO GALILEI (1564–1642) entdeckte bei seinen Untersuchungen zu Bewegungen das **Trägheitsgesetz.**



Der englische Forscher ISAAC NEWTON (1643–1727) fand weitere grundlegende Gesetze der Mechanik und entwickelte eine Theorie zu Kräften und Bewegungen, die newtonsche Mechanik (↗ S. 11f.).

2.3.2 Die newtonschen Gesetze

Die drei newtonschen Gesetze, auch **Grundgesetze der Dynamik** genannt, beinhalten grundlegende Zusammenhänge zwischen Kräften, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Ihre Formulierungen gehen auf G. GALILEI und I. NEWTON zurück. Mit diesen Gesetzen entstand die newtonsche Mechanik, die erste in sich geschlossene Theorie für einen Bereich der Physik.

Das Trägheitsgesetz (1. newtonsches Gesetz)

Aufgrund seiner Masse bleibt ein Körper in Ruhe, wenn keine Kräfte auf ihn wirken. Ein bewegter Körper versucht seinen Bewegungszustand beizubehalten. Das kann man eindrucksvoll bei einem Crashtest beobachten (s. Bilder).





Die Eigenschaft von Körpern, aufgrund ihrer Masse den Bewegungszustand beizubehalten, wird als **Trägheit** bezeichnet. Die Bezeichnung ist von inertia (lat.) = Trägheit abgeleitet. Jeder Körper ist träge und schwer. Während aber die **Schwere** an die Existenz weiterer Körper (↗ Gravitation, S. 122 ff.) gebunden ist, tritt **Trägheit** überall als Körpereigenschaft auf. Das **Trägheitsgesetz** lautet:

> Ein Körper bleibt in Ruhe oder in gleichförmiger geradliniger Bewegung, solange die Summe der auf ihn wirkenden Kräfte null ist.
>
> $$\vec{v} = \text{konstant bei } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$$

Bezugssysteme (↗ S. 56), in denen das Trägheitsgesetz gilt, werden als **Inertialsysteme** bezeichnet. Ist ein Bezugssystem ein Inertialsystem, so sind auch alle Bezugssysteme, die sich gleichförmig geradlinig dazu bewegen, Inertialsysteme.

> Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt. In ihnen gelten die gleichen physikalischen Gesetze.

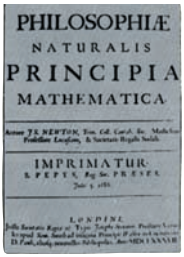
Ein mit der Erdoberfläche verbundenes Bezugssystem ist aufgrund der Erdrotation nur näherungsweise ein Inertialsystem.

Das newtonsche Grundgesetz (2. newtonsches Gesetz)

Das **newtonsche Grundgesetz,** auch als Grundgesetz oder Grundgleichung der Mechanik bezeichnet, beinhaltet den fundamentalen Zusammenhang zwischen der auf einen Körper wirkenden Kraft, seiner Masse und der Beschleunigung, die durch die Kraft hervorgerufen wird.

Zwischen Kraft $\vec{F}$, Masse m und Beschleunigung $\vec{a}$ gilt folgender Zusammenhang:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$



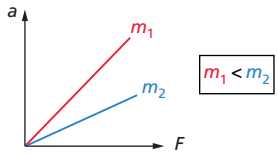
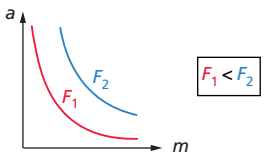
ISAAC NEWTON (1643–1727) fasste seine Erkenntnisse zur Mechanik in dem 1687 erschienenen Werk „Mathematische Prinzipien der Naturlehre" zusammen. Die Abbildung zeigt das Titelbild dieses Werkes.

Dabei ist stets zu beachten:
- Mit der Kraft $\vec{F}$ ist immer die beschleunigende Kraft gemeint. Wirkt z. B. auf ein Auto eine Antriebskraft in der einen und eine bewegungshemmende Reibungskraft in der anderen Richtung, so ist die beschleunigende Kraft die Resultierende aus beiden.
- Die Richtungen von beschleunigender Kraft und Beschleunigung sind stets gleich. Dabei ergibt sich die Richtung der Beschleunigung aus der Richtung der Kraft.
- Die jeweilige Geschwindigkeit des beschleunigten Körpers kann größer oder kleiner werden. Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung kann sie auch ihren Betrag beibehalten, ändert aber ständig ihre Richtung.



Die bei **Kreisbewegungen** wirkenden Kräfte sind ↗ S. 87 ausführlicher dargestellt.

In Natur und Technik sind zwei spezielle Fälle des newtonschen Grundgesetzes von besonderer Bedeutung.

Für m = konstant gilt: $a \sim F$	**Für F = konstant gilt:** $a \sim \frac{1}{m}$
	
Bei einem Pkw bestimmter Masse ist die Beschleunigung umso größer, je größer die beschleunigende Antriebskraft ist.	Ein Lkw ohne Ladung erreicht bei bestimmter Antriebskraft eine größere Beschleunigung als der gleiche Lkw mit voller Ladung.

Der dritte mögliche Fall lautet: Für a = konstant gilt $F \sim m$. Auch dafür gibt es Beispiele: Damit ein schwerer Pkw die gleiche Beschleunigung wie ein leichter erzielt, muss bei ihm die Antriebskraft proportional zur Masse größer sein.

In der Praxis hängt die jeweils wirkende Kraft und damit auch die Beschleunigung vom Übersetzungsverhältnis (vom Gang) ab. Damit ist die erzielbare Beschleunigung in der Anfangsphase (1. und 2. Gang) wesentlich größer als im weiteren Verlauf der Bewegung.

Ein Pkw mit einer Masse von 1 360 kg erreicht aus dem Stillstand in 9,6 s eine Geschwindigkeit von 100 km/h.
Wie groß ist die durchschnittliche beschleunigende Kraft?
Ist sie gleich der vom Motor aufgebrachten Kraft?

Analyse:
Es kann das newtonsche Grundgesetz angewendet werden. Die durchschnittliche Beschleunigung ergibt sich aus der Geschwindigkeitsänderung und dem Zeitintervall.

Gesucht: F
Gegeben: $m = 1\,360$ kg
$\Delta v = 100$ km/h $= 27{,}8$ m/s
$\Delta t = 9{,}6$ s

Lösung:

$$F = m \cdot a \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

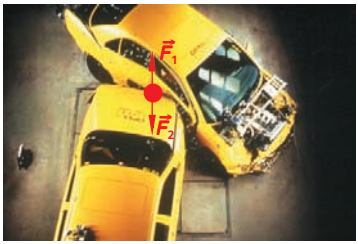
$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F = 1\,360\ \text{kg} \cdot \frac{27{,}8\ \text{m/s}}{9{,}6\ \text{s}}$$

$$F = 3\,940\ \text{N}$$

Ergebnis:
Die durchschnittliche beschleunigende Kraft beträgt 3 940 N. Die vom Motor aufzubringende Kraft ist größer, weil auch noch bewegungshemmende Reibungskräfte (Rollreibungskraft der Reifen, Luftwiderstandskraft) wirken.

Das Wechselwirkungsgesetz (3. newtonsches Gesetz)



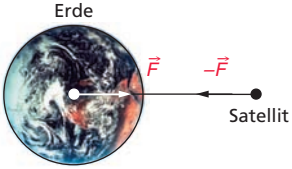
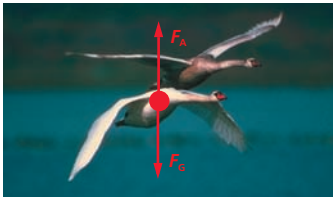
Wirken zwei Körper aufeinander ein, so wirkt auf jeden der beiden Körper eine Kraft. Das ist bei einem Crash von zwei Autos ebenso der Fall wie zwischen der Erde und der Sonne oder der Erde und einem Körper auf ihrer Oberfläche. Die Erde zieht den Körper an, der Körper aber auch die Erde.
Solche zwischen zwei Körpern auftretenden Kräfte werden als **Wechselwirkungskräfte** bezeichnet. Für sie gilt das **Wechselwirkungsgesetz.** Es lautet:

Üblich sind für das Gesetz auch die Kürzel **actio = reactio** oder Wirkung = Gegenwirkung.

Wirken zwei Körper aufeinander ein, so wirkt auf jeden der beiden Körper eine Kraft. Die Kräfte sind gleich groß und entgegengesetzt gerichtet. Es gilt:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Die **Wechselwirkung** zwischen zwei Körpern ist deutlich zu unterscheiden von dem **Kräftegleichgewicht,** in dem sich ein Körper befinden kann.

Wechselwirkung	Kräftegleichgewicht
Es werden Kräfte betrachtet, die durch das gegenseitige Einwirken *zweier* Körper aufeinander zustandekommen.	Es werden alle Kräfte betrachtet, die auf *einen* Körper wirken. Sie entstammen meist verschiedenen Wechselwirkungen.
	
Die Erde zieht den Satelliten an, der Satellit zieht mit der gleichen Kraft die Erde an. Die Kräfte haben unterschiedliche Angriffspunkte.	Zwischen dem Vogel und der Erde wirkt die Gewichtskraft (1. Wechselwirkung). Die Auftriebskraft kommt durch die Wechselwirkung Flügel–Luft (2. Wechselwirkung) zustande.
Die Kräfte sind gleich groß und entgegengesetzt gerichtet.	Die Summe aller auf *einen* Körper wirkenden Kräfte ist null.

Auch bei Wechselwirkungen wird – in Abhängigkeit vom jeweiligen Sachverhalt – häufig nur eine der beiden Kräfte betrachtet. Bei der Wechselwirkung Erde–Körper ist meist nur die auf den Körper wirkende Kraft (Gewichtskraft) von Interesse.
Bei der Wechselwirkung zwischen der Luft und einem Vogel interessiert den Physiker meist nur die nach oben wirkende Auftriebskraft.

Allgemein gilt für das **Kräftegleichgewicht** bei einem Körper:

> Ein Körper befindet sich im Kräftegleichgewicht, wenn die Summe der auf ihn wirkenden Kräfte null ist.

2.3.3 Arten von Kräften

Kräfte unterscheidet man häufig nach der Art ihres Zustandekommens oder auch danach, was sie bewirken. Eine eindeutige Systematik für die vielfältigen Arten von Kräften gibt es nicht. Wir betrachten nachfolgend einige Arten, die für die Physik eine wichtige Rolle spielen.

Beispiele für Arten von Kräften sind ↗ S. 75 genannt. Weitere Kräfte sind z. B. Druckkräfte, Federkräfte (↗ S. 24), Auftriebskräfte, Gravitationskräfte (↗ S. 124), Zentralkräfte oder Radialkräfte (↗ S. 87) und Trägheitskräfte (↗ S. 88).

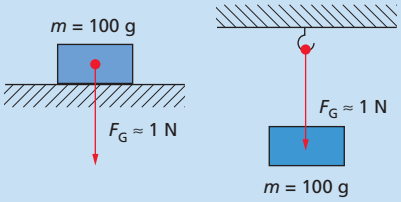
Gewichtskräfte

Verschiedene Körper werden von der Erde unterschiedlich stark angezogen. Damit wirken die Körper mit einer bestimmten Kraft auf eine Unterlage oder ziehen an einer Aufhängung. Diese Kraft nennt man **Gewichtskraft.**

Die Gewichtskraft gibt an, mit welcher Kraft ein Körper auf eine waagerechte Unterlage wirkt oder an einer Aufhängung zieht. Sie kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$$

$\vec{F}_G$ Gewichtskraft
m Masse
$\vec{g}$ Ortsfaktor (Fallbeschleunigung)



Für Überschlagrechnungen ist es zweckmäßig, mit dem Näherungswert $g = 10\,\frac{N}{kg}$ zu rechnen.

Der ortsabhängige **Ortsfaktor** beträgt im Mittel auf der Erdoberfläche $g = 9{,}81\ N/kg = 9{,}81\ m/s^2$. An den Polen ist er mit 9,83 N/kg etwas größer, am Äquator mit 9,79 N/kg etwas kleiner. Auf anderen Himmelskörpern hat der Ortsfaktor einen anderen Wert als auf der Erde.

Die Einheiten N/kg und m/s^2 sind identisch, denn es gilt:
$1\,\frac{N}{kg} = 1\,\frac{kg \cdot m}{kg \cdot s^2} = 1\,\frac{m}{s^2}$

Ist die Kraft, mit der ein Körper auf eine Unterlage drückt oder an einer Aufhängung zieht, gleich null, so spricht man von **Gewichtslosigkeit** oder **Schwerelosigkeit.** Es gilt:

- Jeder frei fallende Körper ist schwerelos. Er übt auf eine mit ihm fallende Unterlage keine Kraft aus.
- Körper in einem um die Erde kreisenden Raumschiff oder in einer Raumstation sind schwerelos, weil sie ständig mit der Fallbeschleunigung g in Richtung Erde fallen und damit keine Kraft auf eine Unterlage oder eine Aufhängung ausüben.

Wie groß ist die Gewichtskraft eines Astronauten auf dem Mond und auf der Erde, wenn er 75 kg wiegt?

Analyse:
Man kann die Gewichtskraft ermitteln, wenn man den betreffenden Ortsfaktor kennt. Er beträgt 1,62 N/kg für den Mond und 9,81 N/kg für die Erde. Die Masse ist überall gleich groß.

Gesucht: $F_{G,\,Mond}$, $F_{G,\,Erde}$
Gegeben: $m = 75\ kg$; $g_{Mond} = 1{,}62\ N/kg$; $g_{Erde} = 9{,}81\ N/kg$

Lösung:

$F_{G,\,Mond} = m \cdot g_{Mond}$
$F_{G,\,Mond} = 75\ kg \cdot 1{,}62\ \frac{N}{kg}$
$F_{G,\,Mond} = 122\ N$

$F_{G,\,Erde} = m \cdot g_{Erde}$
$F_{G,\,Erde} = 75\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{N}{kg}$
$F_{G,\,Erde} = 736\ N$

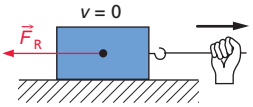
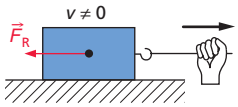
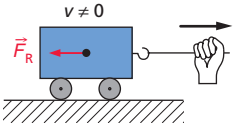
Ergebnis:
Ein Astronaut mit einer Masse von 75 kg hat auf dem Mond eine Gewichtskraft von 122 N. Das ist etwa 1/6 der Gewichtskraft auf der Erde, die 736 N beträgt.

Der **Ortsfaktor** beträgt in 10 km Höhe $9{,}78\ \frac{N}{kg}$, in 100 km Höhe $9{,}51\ \frac{N}{kg}$, in 1 000 km Höhe $7{,}33\ \frac{N}{kg}$.
Für die Oberfläche anderer Himmelskörper hat der Ortsfaktor folgende Werte:

Merkur:	$3{,}7\ \frac{N}{kg}$
Venus:	$8{,}9\ \frac{N}{kg}$
Mars:	$3{,}7\ \frac{N}{kg}$
Jupiter:	$24{,}9\ \frac{N}{kg}$
Saturn:	$10{,}4\ \frac{N}{kg}$
Sonne:	$274\ \frac{N}{kg}$

Reibungskräfte

Wenn Körper aufeinander haften, gleiten oder rollen, tritt **Reibung** auf. Dabei wird zwischen Haftreibung, Gleitreibung und Rollreibung unterschieden.

Haftreibung	Gleitreibung	Rollreibung
liegt vor, wenn ein Körper auf einem anderen haftet.	liegt vor, wenn ein Körper auf einem anderen gleitet.	liegt vor, wenn ein Körper auf einem anderen rollt.
		
An einem Schlitten wird gezogen, ohne dass er sich schon bewegt.	Ein Schlitten wird einen Weg entlang gezogen.	Ein Auto fährt eine Straße entlang.

Die Ursache für **Reibungskräfte** liegt in der Beschaffenheit der Oberfläche begründet. Von der Beschaffenheit der Berührungsflächen ist auch der Betrag der Reibungskraft abhängig. Er hängt außerdem vom Betrag der Kraft ab, die senkrecht auf die Unterlage wirkt **(Normalkraft** oder **Anpresskraft).**

Durch Behandlung der Oberfläche können **Reibungskräfte** vergrößert oder verkleinert werden.

Die Reibungskraft kann berechnet werden mit der Gleichung:

$F_R = \mu \cdot F_N$

F_R	Reibungskraft
μ	Reibungszahl
F_N	Normalkraft

Bei einer waagerechten Ebene ist die **Normalkraft** gleich der Gewichtskraft:

$F_N = m \cdot g$

Bei einer geneigten Ebene ist die Normalkraft eine Komponente der Gewichtskraft (↗ S. 78):

$F_N = F_G \cdot \cos \alpha$

Eine spezielle Reibungskraft ist die **Luftwiderstandskraft,** die z. B. bei Fahrzeugen eine erhebliche Rolle spielt.

Die Luftwiderstandskraft kann berechnet werden mit der Gleichung:

$F_R = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$

c_w	Luftwiderstandszahl
A	umströmte Querschnittsfläche
ρ	Dichte der Luft
v	Geschwindigkeit

Reibungskräfte wirken stets bewegungshemmend, sind also der Bewegungsrichtung entgegengerichtet. Der Kraftstoffverbrauch eines Pkw wird bei höheren Geschwindigkeiten maßgeblich durch die Luftwiderstandskraft beeinflusst. Wegen $F_R \sim v^2$ führt z. B. eine Erhöhung der Geschwindigkeit von 100 km/h auf 140 km/h annähernd zu einer Verdopplung des Betrages der bewegungshemmenden Luftwiderstandskraft.

Mit Geschwindigkeit ist hier immer die Relativgeschwindigkeit zwischen Luft und Fahrzeug gemeint.

Physik und Straßenverkehr

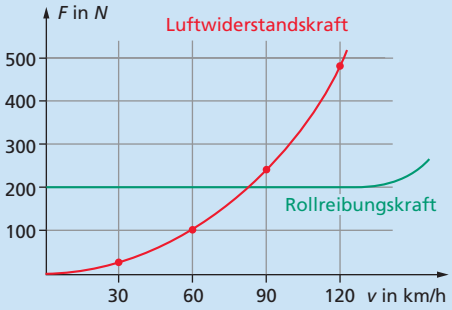
Die Bewegung von Personen und Fahrzeugen im Straßenverkehr wird entscheidend durch die wirkenden Kräfte und die jeweils gegebenen Bedingungen bestimmt, wobei trotz aller modernen Technik mit ESP und ABS gilt: Die Physik lässt sich nicht überlisten!

Betrachten wir als Beispiel einen Pkw, der auf ebener Strecke mit konstanter Geschwindigkeit fährt (Bild 1). Auf ihn wirken folgende Kräfte:

a) Gewichtskraft $F_G = m \cdot g$, die anteilig in Abhängigkeit von der Lage des Schwerpunktes auf die Vorder- und Hinterräder und damit als Anpresskraft der Reifen auf die Fahrbahn wirkt.

b) Antriebskraft F_A, die unmittelbar mit dem vom Motor aufgebrachten Drehmoment verknüpft ist.

c) Reibungskräfte F_R, die sich aus den Rollreibungskräften der Räder und der Luftwiderstandskraft zusammensetzen. Für die bewegungshemmende Rollreibungskraft kann man vereinfacht schreiben: $F_{Roll} = \mu_F \cdot F_G$. Dabei ist μ_F die Fahrwiderstandszahl für die betreffenden Bedingungen.



***1** Rollreibungskraft und Luftwiderstandskraft für einen Pkw der Mittelklasse ($c_w = 0{,}3$; $A = 2\ m^2$; $\mu_F = 0{,}02$)*

Für die Luftwiderstandskraft F_L gilt:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot c_W \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

Dabei sind c_W der Widerstandsbeiwert, A die Querschnittsfläche des Fahrzeugs in Fahrtrichtung, ρ die Dichte der Luft und v die Relativgeschwindigkeit zwischen Fahrzeug und Luft. Für moderne Pkw beträgt der c_W-Wert zwischen 0,25 und 0,35. Offene Fenster oder ein Dachgepäckträger beeinflussen ihn und damit auch den Kraftstoffverbrauch spürbar. Die Querschnittsfläche eines Pkw beträgt zwischen 1,6 m^2 und 2,5 m^2, die Dichte der Luft hat bei 0 °C einen Wert von 1,29 kg/m^3.

Vergleicht man für einen Pkw die Rollreibungskraft mit der Luftwiderstandskraft (Bild 1), dann wird erkennbar: Bei höheren Geschwindigkeiten überwiegt als bewegungshemmende Reibungskraft die Luftwiderstandskraft.

Die maximal möglichen Beschleunigungen beim Anfahren und beim Bremsen hängen von der Haftreibungskraft zwischen den Reifen und der Fahrbahn ab. Sie ergeben sich zu:

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{m} = \mu \cdot g$$

Als maximale Werte für das Beschleunigen bzw. Verzögern kann man annehmen:

Fahrzeug	Bedingung	max. Beschleunigung
Pkw	trockener Beton	8,5 m/s^2
	trockener Asphalt	8,0 m/s^2
	nasser Asphalt	5,0 m/s^2
	nasser Schnee, Eis	1,0 m/s^2
Motorrad	trockener Asphalt, Bremsen mit beiden Rädern	8,0 m/s^2
	trockener Asphalt, Bremsen nur mit Vorderrad	5,0 m/s^2
	trockener Asphalt, Bremsen nur mit Hinterrad	3,0 m/s^2

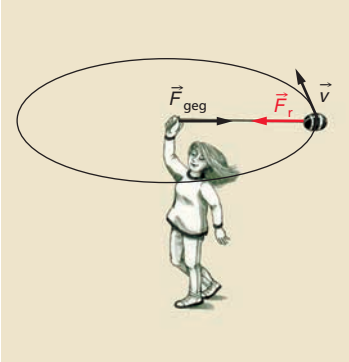
Beim Bremsen gilt: Die Bremsen der Vorderräder sind wirksamer als die der Hinterräder, weil beim Bremsen die Anpresskraft der Vorderräder auf die Fahrbahn größer ist.

Beim Anfahren dagegen ist es umgekehrt: Im Vergleich zum Stand oder zu gleichförmiger Bewegung verringert sich beim Anfahren die Anpresskraft der Vorderräder auf die Fahrbahn und damit die maximal mögliche Beschleunigung.



Kräfte bei der Kreisbewegung

Damit sich ein Körper auf einer Kreisbahn bewegt, muss auf ihn eine Kraft in Richtung des Zentrums der Kreisbewegung wirken. Diese Kraft wird als **Radialkraft** bezeichnet. Die Gegenkraft zur Radialkraft ist gleich groß und wirkt in entgegengesetzter Richtung (s. Bild). Der Betrag der Radialkraft kann mit dem newtonschen Grundgesetz (↗ S. 81) berechnet werden, wenn man als Beschleunigung die Radialbeschleunigung (↗ S. 63) einsetzt.



Für diese zum Zentrum gerichtete Kraft sind auch die Bezeichnungen **Zentralkraft** oder **Zentripetalkraft** üblich.

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung gilt für die Radialkraft:

$F_R = m \cdot \frac{v^2}{r}$

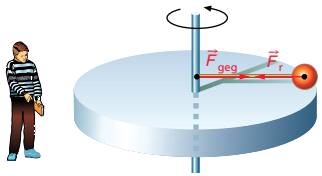
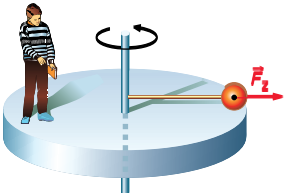
$F_R = m \cdot \omega^2 \cdot r$

$F_R = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$

m Masse des Körpers
v Geschwindigkeit des Körpers
r Radius der Kreisbahn
ω Winkelgeschwindigkeit (↗ S. 62 f.)
T Umlaufzeit

Alle bisherigen Betrachtungen zu Kräften bei der Kreisbewegung beziehen sich auf ein **ruhendes Bezugssystem.** Eine Beschreibung ist auch in einem **mitbewegten Bezugssystem** möglich.

Ein mitbewegter Beobachter führt ebenfalls eine Kreisbewegung aus. Da jede Kreisbewegung eine beschleunigte Bewegung ist (↗ S. 63), bewegt sich auch ein die Kreisbewegung mit ausführendes Bezugssystem beschleunigt.

ruhender Beobachter	mitbewegter Beobachter
Die Beschreibung erfolgt in einem Inertialsystem (↗ S. 56). 	Die Beschreibung erfolgt in einem beschleunigten Bezugssystem. 
Die Kugel bewegt sich auf einer Kreisbahn.	Die Kugel befindet sich in Ruhe.
Die Kugel wird durch die Radialkraft auf der Kreisbahn gehalten. Als Wechselwirkungskraft wirkt die Gegenkraft zur Radialkraft.	Der Beobachter stellt eine nach außen wirkende **Zentrifugalkraft** fest. Zu dieser Kraft gibt es keine Gegenkraft.
Reißt der Faden, so bewegt sich die Kugel tangential weiter.	Reißt der Faden, so bewegt sich die Kugel radial weiter.

Die **Zentrifugalkraft** ist eine **Trägheitskraft,** die nur in einem beschleunigten Bezugssystem auftritt. Sie hat den gleichen Betrag wie die Radialkraft:

$F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r}$

$F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$

Trägheitskräfte

Jeder Punkt der Erdoberfläche führt eine **Kreisbewegung** um die Erdachse, also eine beschleunigte Bewegung aus.

Trägheitskräfte, auch **Scheinkräfte** genannt, treten nur in beschleunigten Bezugssystemen auf. Das sind alle Bezugssysteme, die mit Körpern verbunden sind, die eine beschleunigte Bewegung ausführen (anfahrender oder bremsender Bus, Gondel eines Karussells). Da die Erde um ihre Achse rotiert, ist auch ein mit der Erdoberfläche verbundenes Bezugssystem ein beschleunigtes Bezugssystem. Man kann es nur näherungsweise als Inertialsystem ansehen.

> In beschleunigten Bezugssystemen wirken Trägheitskräfte. Zu einer Trägheitskraft gibt es keine Gegenkraft.

Der Betrag der **Trägheitskraft,** die auf einen Körper wirkt, hängt von der Masse des Körpers und seiner Beschleunigung ab. Es gilt:

$$\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a}$$

Trägheitskräfte werden durch die Trägheit eines Körpers gegenüber Bewegungsänderungen hervorgerufen.

Wenn z. B. eine Person in einem anfahrenden Bus steht, dann spürt sie beim Beschleunigen eine Trägheitskraft entgegen der Richtung der Beschleunigung.

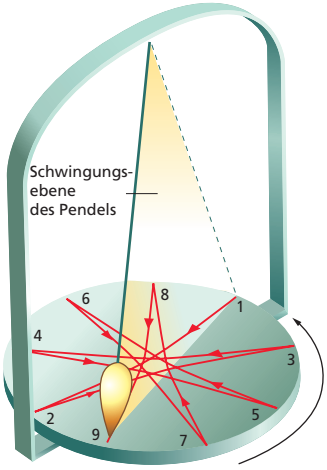


Allgemein gilt: Trägheitskräfte haben stets die entgegengesetzte Richtung zur Beschleunigung. Da sich auch jeder Punkt der Erdoberfläche aufgrund der Rotation der Erde um ihre Achse beschleunigt bewegt, wirken auf Körper auf der Erdoberfläche ebenfalls Trägheitskräfte.

> Eine Trägheitskraft, die auf der Erdoberfläche zusätzlich auf bewegte Körper wirkt, ist die CORIOLIS-Kraft.

Benannt ist die Trägheitskraft nach dem französischen Physiker und Ingenieur GASPARD GUSTAVE DE CORIOLIS (1792–1843). Sie ist von der geografischen Breite abhängig und hat bei der geographischen Breite φ den Betrag $F_c = 2m \cdot v \cdot \omega \cdot \sin \varphi$. v ist die Geschwindigkeit des Körpers, ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde.

Diese Trägheitskraft wirkt senkrecht zur Richtung der Geschwindigkeit des Körpers im rotierenden (beschleunigten) Bezugssystem.
Blickt man auf der Nordhalbkugel in Richtung der Bewegung, so erfolgt durch die CORIOLIS-Kraft eine Ablenkung nach rechts. Die relativ kleine CORIOLIS-Kraft wirkt z. B. auf strömende Luftmassen und auf strömendes Wasser. Das hat zur Folge, dass bei Bewegung von Luft oder Wasser von Süd nach Nord eine Ablenkung in Richtung Osten erfolgt.
Bei einem Pendel erfolgt unter der Einwirkung der CORIOLIS-Kraft eine Drehung der Schwingungsebene.

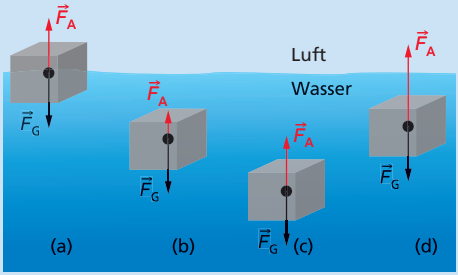


Der französische Physiker LEON FOUCAULT (1819–1868) wies mit einer solchen Anordnung 1851 die Erdrotation nach.

Kräfte beim Schwimmen und Fliegen

Kräfte beim Schwimmen

Ein Schiff oder ein anderer Körper schwimmt, wenn die Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft des Körpers ist, wobei sich dieser nur zum Teil in der Flüssigkeit befindet (Bild 1).



1 Schwimmen (a), Sinken (b), Schweben (c) und Steigen (d) eines Körpers in einer Flüssigkeit oder einem Gas.

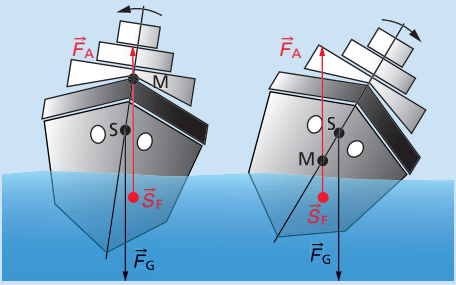
Nach dem archimedischen Gesetz ist die **Auftriebskraft** gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeits- oder Gasmenge und kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$F_A = \rho \cdot V \cdot g$$

Dabei sind ρ die Dichte der Flüssigkeit bzw. des Gases, V das eingetauchte (verdrängte) Volumen und g der Ortsfaktor.

Für Schiffe und andere Wasserfahrzeuge ist von Interesse, unter welchen Bedingungen sie stabil schwimmen und wann die Gefahr des Kentern besteht. Ein Körper schwimmt immer dann stabil, wenn sein Schwerpunkt S tiefer liegt als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge S_F. Bei Schiffen liegt in der Regel ein anderer Sachverhalt vor (Bild 2). Ist das Schiff nicht geneigt, so liegen beide Schwerpunkte auf der Symmetrieachse. Bei Neigung des Schiffes verschiebt sich der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge S_F, an dem die Auftriebskraft angreift, aus der Symmetrieachse des Schiffes (Bild 2).

Entscheidend für die Stabilität ist die Lage des Schnittpunktes M (Metazentrum) zwischen der Wirkungslinie der Auftriebskraft und der Symmetrieachse des Schiffes. Liegt M oberhalb des Schwerpunktes S des Schiffes, so bewirkt das Kräftepaar ein Aufrichten des Schiffes. Es schwimmt stabil (Bild 2 links). Liegt M dagegen unterhalb von S (Bild 2 rechts), so bewirken die Kräfte ein weiteres Kippen des Schiffes; es kentert.



2 Stabile und labile Schwimmlage eines Schiffes

Kräfte beim Fliegen

Bei **Ballons** wirkt neben der Gewichtskraft die Auftriebskraft. Steigen, Schweben oder Sinken erfolgt unter den gleichen Bedingungen wie in Flüssigkeiten (Bild 1).

Bei Flugzeugen dagegen ist der statische Auftrieb vernachlässigbar klein. Stattdessen tritt aufgrund der Luftströmung um die Tragflächen ein dynamischer Auftrieb auf. Der Betrag dieser Auftriebskraft hängt von den Strömungsgeschwindigkeiten unterhalb und oberhalb der Tragflächen, vom Anstellwinkel sowie von der Fläche der Flügel ab. Neben dieser Auftriebskraft wirkt beim Flugzeug die Luftwiderstandskraft $F_L = \frac{1}{2} c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$, die Gewichtskraft und die Antriebskraft. Bei gleichförmiger Bewegung in bestimmter Höhe besteht Kräftegleichgewicht (Bild 3). Die Summe der wirkenden Kräfte ist null.



2.4 Energie, mechanische Arbeit und Leistung

2.4.1 Energie und Energieerhaltung

Die physikalische Größe Energie

Benannt ist die Einheit 1 J nach dem englischen Physiker JAMES PRESCOTT JOULE (1818–1889). Weitere Einheiten sind ein Newtonmeter und eine Wattsekunde:

1 J = 1 Nm

1 J = 1 Ws

In der Energiewirtschaft nutzt man auch die Steinkohleneinheit und die Rohöleinheit:

1 SKE =29,3 MJ

1 RÖE = 41,9 MJ

Energie ist die Fähigkeit eines Systems, mechanische Arbeit zu verrichten, Wärme abzugeben oder Strahlung auszusenden.

Formelzeichen: E

Einheit: ein Joule (1 J)

Ein **System** ist ein gedanklich von seiner Umgebung abgetrennter Bereich. In ihm können sich Körper oder andere physikalische Objekte (Felder, Elementarteilchen) befinden. Es wird durch die **Systemgrenze** von seiner Umgebung abgegrenzt. Dabei wird zwischen verschiedenen Arten von Systemen unterschieden.

Art des Systems	Kennzeichen für das System	Beispiele
offenes System	Systemgrenze ist durchlässig für Energie und Stoff	Motor eines Pkw, Mensch
geschlossenes System	Systemgrenze ist durchlässig für Energie und undurchlässig für Stoff	Kühlschrank, Wärmepumpe, Sonnenkollektor
abgeschlossenes System	Systemgrenze ist undurchlässig für Energie und Stoff	gut isoliertes, verschlossenes Thermosgefäß

Bei vielen Energieumwandlungen wird die Energie entwertet, d. h. sie ist dann nicht weiter nutzbar.

Die Energie kennzeichnet den Zustand eines abgeschlossenen Systems. Sie ist eine **Zustandsgröße.** Darüber hinaus gilt:

- Energie kann von einem System auf ein anderes übertragen werden.
- Energie kann gespeichert werden.
- Energie kann von einer Form in andere Formen (↗ S. 91) umgewandelt werden, wobei die verschiedenen Formen für den Nutzer einen unterschiedlichen Wert haben.

Bei allen Prozessen der Umwandlung und Übertragung von Energie gilt das **Gesetz von der Erhaltung der Energie** (Energieerhaltungssatz).

Der **Energieerhaltungssatz** wurde zuerst von JULIUS ROBERT MAYER (1814–1878) und JAMES PRESCOTT JOULE (1818–1889) formuliert.

In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien stets konstant.

Die Gesamtenergie bleibt erhalten.

$$E_{\text{Gesamt}} = E_1 + E_2 + \ldots + E_n = \sum_{i=1}^{n} E_i = \text{konstant}$$

$E_1, E_2, \ldots, E_n$ verschiedene Energieformen

Energieformen		
Potenzielle Energie	**Kinetische Energie**	**Rotationsenergie**
		
Körper, die aufgrund ihrer Lage oder ihrer Verformung mechanische Arbeit verrichten können, besitzen **potenzielle Energie** E_{pot}.	Körper, die aufgrund ihrer Bewegung mechanische Arbeit verrichten können, besitzen **kinetische Energie** E_{kin}.	Körper, die aufgrund ihrer Rotation um eine Drehachse Arbeit verrichten können, besitzen **Rotationsenergie** E_{rot}.
Thermische Energie	**Chemische Energie**	**Strahlungsenergie**
		
Körper, die aufgrund ihrer Temperatur Wärme abgeben oder Licht aussenden können, besitzen **thermische Energie** E_{therm}.	Körper, die bei chemischen Reaktionen Wärme abgeben, Arbeit verrichten oder Licht aussenden, besitzen **chemische Energie** E_{ch}.	Die Strahlung der Sonne und anderer Strahlungsquellen besitzt **Lichtenergie** E_{licht} oder **Strahlungsenergie.**
Elektrische Energie	**Magnetische Energie**	**Kernenergie**
		
Körper, die aufgrund elektrischer Vorgänge Arbeit verrichten, Wärme abgeben oder Licht aussenden, besitzen **elektrische Energie** E_{el}.	Körper, die aufgrund ihrer magnetischen Eigenschaften mechanische Arbeit verrichten können, besitzen **magnetische Energie** E_{magn}.	Bei der Spaltung von Atomkernen und bei ihrer Verschmelzung wird Energie frei, die als **Kernenergie** E_{kern} bezeichnet wird.

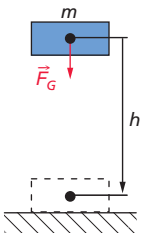
Eine besonders anschauliche Formulierung des Energieerhaltungssatzes geht auf HERMANN VON HELMHOLTZ (1821–1894) zurück:

> Energie kann weder erzeugt noch vernichtet werden, sondern nur von einer Form in andere umgewandelt werden.

Ein **Perpetuum mobile** 1. Art ist eine „sich unaufhörlich bewegende Anordnung", die ohne Energiezufuhr dauernd Arbeit verrichtet.

Man kann auch formulieren: Es ist nicht möglich, ein Perpetuum mobile 1. Art zu konstruieren. Wichtige Formen der mechanischen Energie sind die potenzielle und die kinetische Energie.

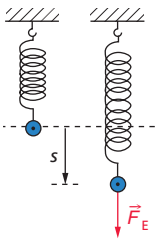
Potenzielle Energie (Energie der Lage) E_{pot}
besitzen gehobene und elastisch verformte Körper.



$E_{pot} = F_G \cdot h$

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

m Masse
g Ortsfaktor
h Höhe



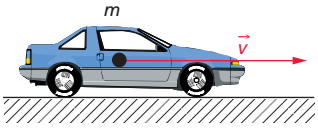
$E_{pot} = \frac{1}{2} F_E \cdot s$

$E_{pot} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$

F_E Endkraft
s Verformung
D Federkonstante

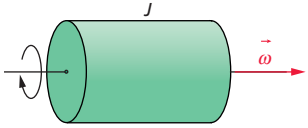
Abgeleitet ist die Bezeichnung von potentia (lat.) = Fähigkeit, Können und energeia (griech.) = Wirksamkeit.

Kinetische Energie (Energie der Bewegung) E_{kin}
besitzen sich bewegende Körper.



$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ (Translation)

m Masse
v Geschwindigkeit



$E_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$ (Rotation, ↗ S. 106)

J Trägheitsmoment
ω Winkelgeschwindigkeit

Abgeleitet ist die Bezeichnung von kinesis (griech.) = Bewegung und energeia (griech.) = Wirksamkeit. Die Energie eines rotierenden Körpers ist kinetische Energie, wird aber meist als **Rotationsenergie** E_{rot} bezeichnet.

Für rein mechanische Vorgänge gilt der **Energieerhaltungssatz der Mechanik.**

> Unter der Bedingung, dass keine Umwandlung von mechanischer Energie in andere Energieformen erfolgt, gilt für ein abgeschlossenes System (↗ S. 90): Die Summe aus potenzieller und kinetischer Energie ist konstant.
>
> $E_{pot} + E_{kin} = E$ = konstant oder
> $\Delta (E_{pot} + E_{kin}) = 0$

Als rein mechanisch bezeichnet man Vorgänge, die sich vollständig mit Größen der Mechanik beschreiben lassen und bei denen nur mechanische Energieformen auftreten.

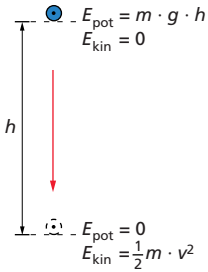
Bei realen Vorgängen ist stets zu prüfen, ob die Gültigkeitsbedingungen für die Anwendbarkeit des Energieerhaltungssatzes der Mechanik zumindest näherungsweise erfüllt sind.

Ein Mädchen springt von einem 5-m-Brett ins Wasser.
Mit welcher Geschwindigkeit trifft es auf die Wasseroberfläche?

Analyse:
Bei der Bewegung des Mädchens wird die ursprünglich vorhandene potenzielle Energie vollständig in kinetische Energie umgewandelt. Bei der relativ geringen Fallhöhe kann die Umwandlung in thermische Energie aufgrund des Luftwiderstandes vernachlässigt werden. Damit ist der Energieerhaltungssatz der Mechanik anwendbar.

Ein energetischer Ansatz ist bei vielen Aufgaben aus der Mechanik einfacher und besser überschaubar als ein kinetischer Ansatz, so wie er unten als zweite Lösungsmöglichkeit dargestellt ist.

Gesucht: v
Gegeben: $h = 5\ \text{m}$
$g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



Lösung:

$$\frac{1}{2}\ m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad | \cdot \frac{2}{\text{m}}$$

$$v^2 = 2g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5\ \text{m}}$$

$$v = 9{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Ergebnis:
Beim Sprung von einem 5-m-Brett beträgt die Auftreffgeschwindigkeit auf die Wasseroberfläche etwa 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Hinweis: Die Aufgabe kann auch kinematisch gelöst werden, wenn man annimmt, dass das Mädchen 5 m frei fällt. Dann gilt:

$s = \frac{g}{2} t^2$ (1) und $v = g \cdot t$ (2)

Stellt man die Gleichung (2) nach t um und setzt das t in Gleichung (1) ein, so erhält man:

$s = \frac{g}{2} \cdot \frac{v^2}{g^2}$ oder $s = \frac{v^2}{2g}$ (3)

Die Umstellung von (3) nach v ergibt:

$v = \sqrt{2g \cdot s}$

Durch Einsetzen der Werte kommt man zum gleichen Ergebnis wie oben.

Insgesamt ist zu beachten, dass die „Anwendungsbreite" des Energieerhaltungssatzes der Mechanik relativ gering ist. Bei vielen Vorgängen wird ein Teil der mechanischen Energie in andere Energieformen umgewandelt, bei Reibungsvorgängen beispielsweise in thermische Energie. Daher muss stets geprüft werden, ob die Gültigkeitsbedingung dieses Energieerhaltungssatzes zumindest näherungsweise erfüllt ist.

2.4.2 Die mechanische Arbeit

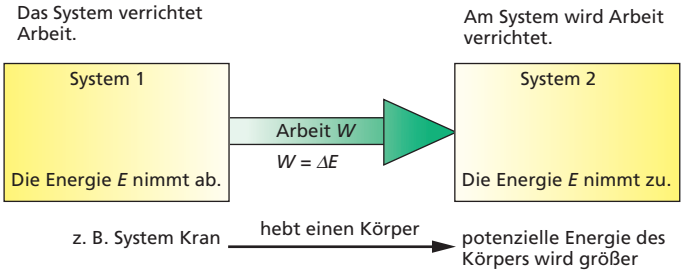
Die Größe mechanische Arbeit

Mechanische Arbeit wird verrichtet, wenn ein Körper bzw. ein System durch eine Kraft bewegt oder verformt wird.

Formelzeichen: W
Einheit: ein Newtonmeter (1 Nm)

Für die Einheiten gilt:
1 Nm = 1 J
1 Nm = 1 Ws

Durch die mechanische Arbeit wird der Prozess der Energieübertragung beschrieben. Sie ist deshalb im Unterschied zur Energie eine **Prozessgröße** (↗ S. 18). Die Zusammenhänge werden aus der nachfolgenden Darstellung deutlich.



Daraus ergibt sich eine in der Physik übliche Vorzeichenregelung: An einem System verrichtete Arbeit ($\Delta E > 0$) wird mit einem positiven Vorzeichen, von einem System verrichtete Arbeit ($\Delta E < 0$) mit einem negativen Vorzeichen versehen.

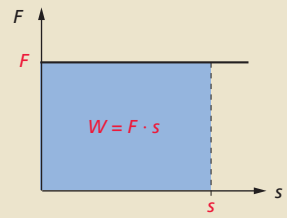
Arbeit bei konstanter Kraft in Wegrichtung

Vielfach wirkt eine konstante Kraft in Richtung des Weges oder entgegengesetzt dazu (z. B. Antriebskraft von Motoren, Bremskraft, Reibungskraft). Die verrichtete Arbeit hängt dann nur von der einwirkenden Kraft und vom zurückgelegten Weg ab.

Unter der Bedingung, dass die Kraft konstant ist und in Richtung des Weges wirkt, kann die Arbeit berechnet werden mit der Gleichung:

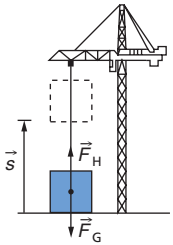
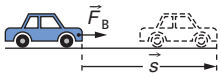
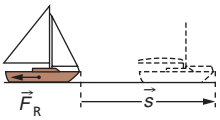
$W = F \cdot s$

F einwirkende Kraft
s zurückgelegter Weg



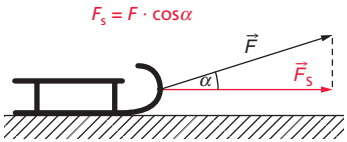
In einem F-s-Diagramm ist die Fläche unter dem Graphen gleich der verrichteten mechanischen Arbeit. Dieser Zusammenhang gilt für beliebige F-s-Diagramme.
Er gilt insbesondere auch dann, wenn die Kraft nicht konstant ist. Dann kann die Arbeit durch Auszählen der Fläche bestimmt werden.

spezielle mechanische Arbeiten bei F = konstant und $\vec{F} \parallel \vec{s}$

Hubarbeit	Beschleunigungsarbeit	Reibungsarbeit
wird verrichtet, wenn ein Körper gehoben wird.	wird verrichtet, wenn ein Körper beschleunigt wird.	wird verrichtet, wenn die Bewegung eines Körpers durch Reibungskräfte gehemmt wird.
 Die potenzielle Energie vergrößert sich: $W_H = \Delta E_{pot}$	Die kinetische Energie vergrößert sich: $W_B = \Delta E_{kin}$ 	Die kinetische Energie verkleinert sich: $W_R = \Delta E$ 
$W_H = F_H \cdot s$ $W_H = m \cdot g \cdot s$	$W_B = F_B \cdot s$ $W_B = m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	$W_R = F_R \cdot s$ $W_R = \mu \cdot F_N \cdot s$

Arbeit bei konstanter Kraft in beliebiger fester Richtung

Wirkt eine konstante Kraft nicht in Richtung des Weges, sondern unter einem beliebigen Winkel α, dann spielt für die Arbeit nur die Komponente der Kraft in Richtung des Weges eine Rolle.



Unter der Bedingung, dass die Kraft konstant ist und in beliebiger, aber fester Richtung wirkt, gilt:

$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$

F	einwirkende Kraft
s	zurückgelegter Weg
α	Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{s}$

Allgemein ist die mechanische Arbeit gleich dem Skalarprodukt aus Kraft und Weg:
$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$

Für $\alpha = 0°$ ergibt sich der ↗ S. 94 genannte Fall. Bei $\alpha = 90°$ ist $\cos\alpha = 0$, demzufolge auch die verrichtete mechanische Arbeit null.

Eine Person, die einen schweren Koffer waagerecht trägt, verrichtet im physikalischen Sinne keine mechanische Arbeit, da $\vec{F}$ und $\vec{s}$ senkrecht aufeinander stehen. Trotzdem ist es anstrengend. Es wird physiologische Arbeit verrichtet.

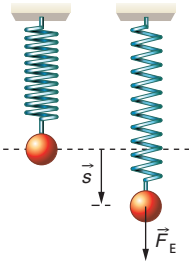
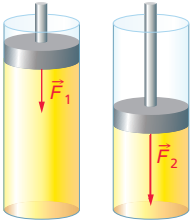
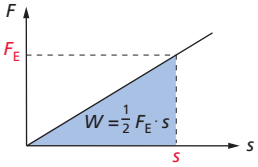
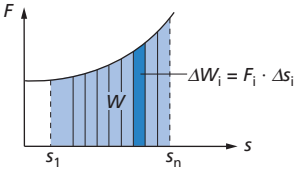
Bei $90° < \alpha \leq 180°$ ist $\cos\alpha$ negativ. Physikalisch bedeutet das: Auch die mechanische Arbeit ist negativ. Das stimmt mit der Festlegung ↗ S. 94 überein. Wirkt z. B. die Kraft genau in entgegengesetzter Richtung zum Weg, so wie das bei der Reibungskraft der Fall ist, wird vom Körper (vom System) Arbeit verrichtet. Seine mechanische Energie verringert sich.

Betrachtet man z. B. nur die Reibungskraft (s. o.), so wird häufig auf das negative Vorzeichen verzichtet.

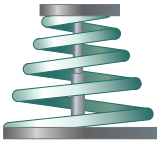
Arbeit bei veränderlicher Kraft

Ist die einwirkende Kraft nicht konstant, so kann man die verrichtete Arbeit ebenfalls aus einem *F-s*-Diagramm oder durch Berechnung ermitteln.

Die Arbeit bei der Kompression oder Expansion von Gasen wird auch als **Volumenarbeit** bezeichnet (↗ S. 215).

Federspannarbeit	Arbeit bei beliebiger Kraft
 Es gilt: $F \sim s$ $F_E = D \cdot s$	 Es gilt: $F = F(s)$
	
$W = \frac{1}{2} F_E \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2$	$W = \sum_{i=1}^{n} \Delta W_i = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \Delta s_i$ $W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot ds$

Die Räder von Lkw sind mit Schwingungsdämpfern und Federn abgefedert, wobei diese Federn einen speziellen Aufbau haben. Für die Federkraft gilt $F = D \cdot s^2$ mit $D = 2\,000\ \text{N/cm}^2$.
Wie groß ist die Verformungsarbeit, wenn die Feder von $s_1 = 5$ cm um weitere 10 cm zusammengepresst wird?



Analyse:
Da sich die wirkende Kraft mit dem Weg verändert, kann die Arbeit nur über das Auszählen der Fläche im *F-s*-Diagramm oder mithilfe der Integralrechnung gelöst werden.

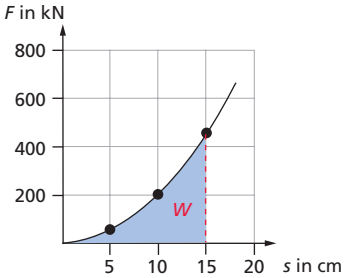
Um das *F-s*-Diagramm zeichnen zu können, müssen für einige Wege die zugehörigen Kräfte berechnet werden.

Gesucht: W
Gegeben: $D = 2\,000\ \text{N/cm}^2$ $s_1 = 5$ cm
$F = F(s) = D \cdot s^2$ $s_2 = 15$ cm

Lösung:

Eine Auszählung der Fläche unter dem Graphen ergibt einen Wert für die mechanische Arbeit von

$W \approx 2 \cdot 10^3$ kN · cm
$W \approx 2 \cdot 10^4$ Nm



Die Genauigkeit der grafischen Lösung hängt entscheidend von der Exaktheit des Verlaufs des Graphen und vom verwendeten Maßstab ab.

Will man die Verformungsarbeit berechnen, so muss man von der allgemeinen Definition der mechanischen Arbeit ausgehen.

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot \mathrm{d}s$$

$$W = \int_{s_1}^{s_2} D \cdot s^2 \mathrm{d}s = \frac{D}{3} \left[s^3\right]_{s_1}^{s_2} = \frac{D}{3} \left[s_2^3 - s_1^3\right]$$

$$W = \frac{2000\ \mathrm{N}}{3\ \mathrm{cm}^2} \left[(15\ \mathrm{cm})^3 - (5\ \mathrm{cm})^3\right]$$

$$W = 2{,}17 \cdot 10^4\ \mathrm{Nm}$$

Ergebnis:
Zum Zusammendrücken der Feder von 5 cm auf 15 cm wird eine Verformungsarbeit von etwa $2{,}2 \cdot 10^4$ Nm verrichtet.

2.4.3 Die mechanische Leistung

Mechanische Arbeit kann unterschiedlich schnell verrichtet werden. Die Schnelligkeit des Verrichtens von Arbeit wird durch die physikalische Größe **mechanische Leistung** erfasst.

Die mechanische Leistung gibt an, wie schnell mechanische Arbeit verrichtet wird.

Formelzeichen: P
Einheit: ein Watt (1 W)

Sie kann berechnet werden mit den Gleichungen:

$P = \frac{W}{t}$ oder $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

W verrichtete Arbeit
t Zeit



Benannt ist die Einheit der Leistung nach dem schottischen Techniker James Watt (1736–1819). Eine manchmal noch in der Umgangssprache verwendete Einheit ist die Pferdestärke (PS):

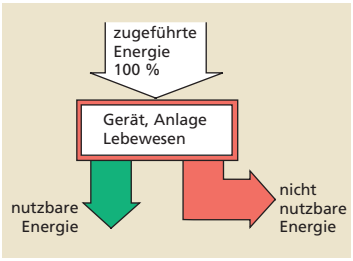
1 PS = 736 W
1 kW = 1,36 PS

Wird mechanische Arbeit gleichmäßig verrichtet, so ist die vollbrachte Leistung zu jedem Zeitpunkt des Vorganges gleich groß.
Wird die mechanische Arbeit ungleichmäßig verrichtet, so erhält man aus Arbeit und Zeit eine **Durchschnittsleistung.** Die Leistung zu einem bestimmten Zeitpunkt – die **Augenblicksleistung** – kann näherungsweise aus ΔW und Δt bei kleinem Zeitintervall berechnet werden.

Mithilfe der Differenzialrechnung kann man für die **Augenblicksleistung** auch schreiben:

$$P = \frac{dW}{dt} = \dot{W}$$

2.4.4 Der Wirkungsgrad



Bei beliebigen Geräten, Anlagen und Lebewesen wird immer nur ein Teil der Energie, die zugeführt wird, in für den jeweiligen Zweck nutzbare Energie umgewandelt. Die andere Energie wird an die Umgebung abgegeben. Die Güte einer Anordnung wird aus energetischer Sicht durch die Größe **Wirkungsgrad** erfasst.

Der **Wirkungsgrad** von Anordnungen ist immer kleiner als 1 bzw. 100 %.
Bei technischen Geräten und Bauteilen schwankt er zwischen 5 % (Glühlampe) und über 95 % (Transformator). Der Mensch hat einen maximalen Wirkungsgrad von etwa 30 %, beim Gehen liegt er bei etwa 20 %, beim Schwimmen bei 3 %.

Der Wirkungsgrad gibt an, welcher Anteil der aufgewendeten Energie in nutzbringende Energie umgewandelt wird.

Formelzeichen: η
Einheit: 1 oder Prozent (%)

Der Wirkungsgrad eines Gerätes oder einer Anordnung kann mit folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$\eta = \frac{E_{nutz}}{E_{auf}} \qquad \eta = \frac{W_{nutz}}{W_{auf}} \qquad \eta = \frac{P_{nutz}}{P_{auf}}$$

E_{nutz}, W_{nutz}, P_{nutz} nutzbringende Energie, Arbeit, Leistung
E_{auf}, W_{auf}, P_{auf} aufgewendete Energie, Arbeit, Leistung

Ein Wirkungsgrad von 0,4 oder 40 % bedeutet: 40 % der aufgewendeten Energie werden für einen bestimmten Zweck in nutzbringende Energie umgewandelt. Die übrigen 60 % sind für den betreffenden Zweck nicht nutzbar, können aber möglicherweise noch für andere Zwecke genutzt werden.

Beträgt z. B. der Wirkungsgrad eines Kraftwerkes 40 %, der Energieübertragung 90 % und einer Glühlampe 5 %, so ist der Gesamtwirkungsgrad:
$\eta = 0{,}4 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}05$
$\eta = 0{,}018$ (ca. 2 %!)

Bei komplexen Anordnungen ergibt sich der **Gesamtwirkungsgrad** aus den Wirkungsgraden der einzelnen Teile, die man in die Betrachtungen einbezieht.

Der Gesamtwirkungsgrad einer komplexen Anordnung kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \ldots \cdot \eta_n$ $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$ Wirkungsgrade der Teile

2.5 Mechanik starrer Körper

Bei ausgedehnten Körpern, z. B. bei einem Turm oder einem um eine Achse rotierenden Schwungrad, spielt sowohl die Form der Körper als auch die Verteilung ihrer Masse eine Rolle. Solche Körper können mit dem Modell **starrer Körper** (↗ S. 55) beschrieben werden. Wir betrachten nachfolgend ausschließlich solche Körper, auf die dieses Modell angewendet werden kann.

Modelle für Körper sind ↗ S. 55 im Überblick dargestellt.

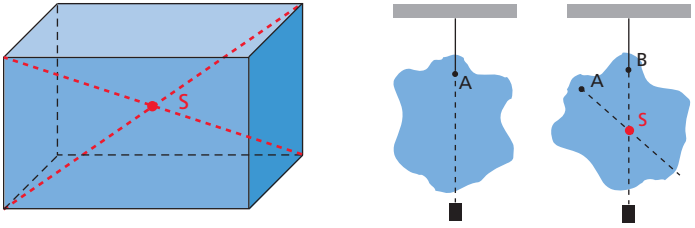
2.5.1 Statik starrer Körper

Für das Gleichgewicht und die Standfestigkeit von Körpern ist die Lage ihres **Schwerpunktes (Massenmittelpunktes)** entscheidend.

Der Begriff Statik ist abgeleitet vom lateinischen stare = stehen.
Statik ist die Lehre von den ruhenden Körpern.

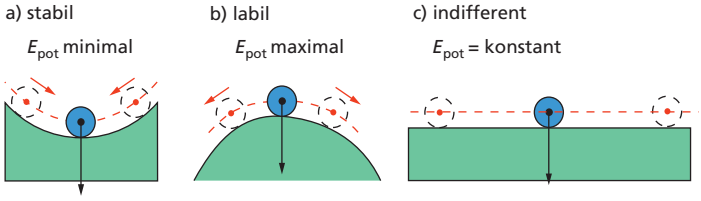
> Der Schwerpunkt eines starren Körpers ist derjenige Punkt, in dem man den Körper unterstützen muss, damit die Gewichtskraft kompensiert wird und er sich in Ruhe befindet.

Bei regelmäßig geformten Körpern aus *einem* Stoff, z. B. einem Quader (s. Skizze), liegt der Schwerpunkt S in der Körpermitte. Bei flächenhaften Körpern lässt er sich experimentell ermitteln, indem man die Körper an verschiedenen Punkten A bzw. B aufhängt und jeweils das Lot markiert (Bilder rechts). Der Schnittpunkt der Lote ergibt den Schwerpunkt.



Je nach Form des Körpers kann sein **Schwerpunkt** innerhalb oder auch außerhalb des Körpers liegen.

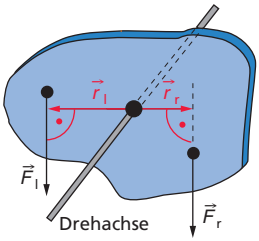
Ein Körper kann sich in einem **stabilen**, einem **labilen** oder einem **indifferenten Gleichgewicht** befinden.



Entscheidend für die Art des Gleichgewichts in einem Ort ist die Lage des Schwerpunktes im Vergleich zu benachbarten Orten.

Energetisch ist ein stabiles Gleichgewicht durch ein Minimum der potenziellen Energie und ein labiles Gleichgewicht durch ein Maximum der potenziellen Energie gekennzeichnet.

Verläuft die feste Drehachse nicht durch den Schwerpunkt, so dreht sich ein beweglich gelagerter Körper solange, bis er eine stabile Lage einnimmt.



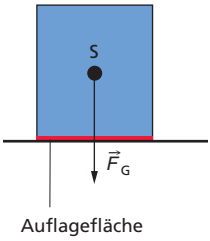
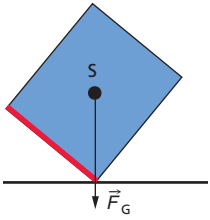
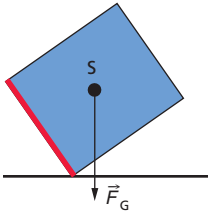
Ist ein Körper drehbar gelagert und geht die Drehachse durch den Schwerpunkt, so befindet sich der Körper in einem indifferenten Gleichgewicht.
Wirken zusätzliche Kräfte, dann gilt:
Ein drehbar gelagerter Körper befindet sich im Gleichgewicht, wenn die Summe aller linksdrehenden Drehmomente (↗ S. 104) gleich der Summe aller rechtsdrehenden Drehmomente ist, also wenn gilt:

$$\sum r_l \cdot F_l = \sum r_r \cdot F_r \; (\vec{F} \perp \vec{r}) \quad \text{oder} \quad \sum \vec{M}_l = \sum \vec{M}_r$$

Ein spezieller Fall ist das Hebelgesetz in der Form $r_1 \cdot F_1 = r_2 \cdot F_2$ (↗ CD).

Entscheidend für die **Standfestigkeit** eines Körpers ist die Lage seines Schwerpunktes bezüglich der Auflagefläche.

Von Bedeutung ist die Standfestigkeit z. B. für Gebäude, Türme, Masten, Kräne, Regale.
Bei allen diesen Beispielen muss ein stabiles Gleichgewicht gewährleistet sein.

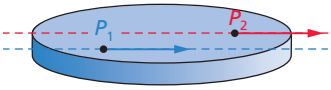
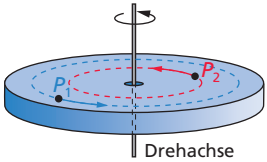
Standfestigkeit eines Körpers		
Die am Schwerpunkt S angreifende Gewichtskraft verläuft durch die Auflagefläche.	Die am Schwerpunkt S angreifende Gewichtskraft verläuft genau durch den Rand der Auflagefläche.	Die am Schwerpunkt S angreifende Gewichtskraft verläuft nicht durch die Auflagefläche.
		
Der Körper befindet sich im **stabilen** Gleichgewicht.	Der Körper befindet sich im **labilen** Gleichgewicht.	Der Körper befindet sich in keinem Gleichgewicht.
Wenn er geringfügig gekippt und losgelassen wird, gelangt er wieder in die Ausgangslage.	Wenn er geringfügig seine Lage ändert, kippt er ohne Einwirkung einer zusätzlichen Kraft.	Wenn nicht zusätzlich Kräfte wirken, kippt der Körper um und gelangt in ein neues stabiles Gleichgewicht.

Beim schiefen Turm von Pisa betrug die maximale Abweichung von der Senkrechten 4,86 m. Inzwischen wurde der Turm stabilisiert.



2.5.2 Kinematik rotierender starrer Körper

Die Bewegung starrer Körper kann grundsätzlich in zweierlei Weise erfolgen.

Translation (fortschreitende Bewegung)	**Rotation (Drehbewegung)**
Der Körper bewegt sich entlang einer Bahn, wobei die Bahnen einzelner Punkte parallel zueinander verlaufen. 	Der Körper rotiert um eine Drehachse, wobei die Bahnen der einzelnen Punkte Kreisbahnen sind. 
Bewegung eines Fahrzeuges, Verschieben eines Schrankes	Rotation eines Karussells, Bewegung eines Kreisels, rotierende Motorwelle
Die Bewegung der einzelnen Punkte kann mit den Bewegungsgesetzen für einen Massepunkt (↗ S. 61, 64) beschrieben werden.	Die Bewegung der einzelnen Punkte kann mit den Gesetzen der Kreisbewegung (↗ S. 62) beschrieben werden.
Die Bewegung des ganzen Körpers kann auf die Bewegung eines seiner Punkte (meist des Schwerpunktes) zurückgeführt werden. Genutzt werden die Größen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung.	Die Bewegung des ganzen Körpers kann mit den Größen Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung beschrieben werden. Die Größen sind für jeden Punkt des starren Körpers gleich groß.

Die Begriffe Translation und Rotation sind aus dem Lateinischen abgeleitet:

translatum = hinüberbringen,

rotare = sich drehen.

Als Maß für die Drehung eines starren Körpers um eine Drehachse wird der **Drehwinkel** gewählt.

Der Drehwinkel gibt an, um welchen Winkel ein starrer Körper gedreht wird oder sich dreht.

Formelzeichen: φ
Einheiten: ein Grad (1°) oder Bogenmaß (rad)

In der Physik wird der Drehwinkel meist in Bogenmaß angegeben. Es gilt:

$90° \mathrel{\hat{=}} \frac{\pi}{2}$
$180° \mathrel{\hat{=}} \pi$
$360° \mathrel{\hat{=}} 2\pi$

Die Einheit rad wird häufig weggelassen.

Eine volle Umdrehung entspricht 360° in Gradmaß oder 2π in Bogenmaß. Allgemein gilt:

$$1 \text{ rad} \mathrel{\hat{=}} \frac{180°}{\pi} = 57{,}3° \qquad 1° \mathrel{\hat{=}} \frac{\pi}{180}\text{rad} = 0{,}017 \text{ rad}$$

Für beliebige Drehbewegungen kann man auch schreiben:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

Alle Teile eines starren Körpers bewegen sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit.

Die Winkelgeschwindigkeit gibt an, wie schnell sich der Drehwinkel bei einem starren Körper ändert.

Formelzeichen: ω
Einheit: eins durch Sekunde ($1\ s^{-1}$)

Die Winkelgeschwindigkeit kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

$\Delta\varphi$ Änderung des Drehwinkels
Δt Zeitintervall

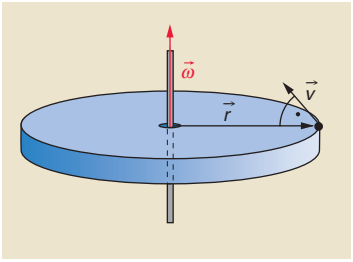
Die Winkelgeschwindigkeit hängt mit der **Umlaufzeit** T (Zeit für einen vollen Umlauf), und mit der **Drehzahl** n zusammen. Es gilt:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n$$

Die Richtung der Winkelgeschwindigkeit ergibt sich aus Radius und Geschwindigkeit. Sie ist mathematisch das **Kreuzprodukt** aus diesen beiden Größen

$$\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{v}$$

und damit ein **axialer Vektor,** zeigt also in Richtung Drehachse.



Für den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit eines Punktes des Körpers, seinem Abstand r von der Drehachse und der Winkelgeschwindigkeit ω gilt:

$$v = \omega \cdot r$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist ein **axialer Vektor.**

Für beliebige Drehbewegungen kann man auch schreiben:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$$

$$\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$

Die **Winkelbeschleunigung** ist wie die Winkelgeschwindigkeit ein axialer Vektor.

Die Winkelbeschleunigung gibt an, wie schnell sich die Winkelgeschwindigkeit eines starren Körpers ändert.

Formelzeichen: α
Einheit: eins durch Quadratsekunde ($1\ s^{-2}$)

Die Winkelbeschleunigung kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

$\Delta\omega$ Änderung der Winkelgeschwindigkeit
Δt Zeitintervall

Die nachfolgende Übersicht zeigt die Analogie und Zusammenhänge zwischen Größen der Translation und der Rotation.

Translation	Zusammenhang		Rotation
Weg s	$s = \varphi \cdot r$	$\varphi = \frac{s}{r}$	Winkel φ
Geschwindigkeit v	$v = \omega \cdot r$	$\omega = \frac{v}{r}$	Winkelgeschwindigkeit ω
Beschleunigung a	$a = \alpha \cdot r$	$\alpha = \frac{a}{r}$	Winkelbeschleunigung α

Für die Rotation starrer Körper gelten analoge Gesetze wie für die Translation von Massepunkten (↗ S. 61, 64, 65).

Translation	Rotation
gleichförmige Bewegung $a = 0$ v = konstant $s = v \cdot t + s_0$	gleichförmige Drehbewegung $\alpha = 0$ ω = konstant $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$
gleichmäßig beschleunigte Bewegung a = konstant $v = a \cdot t + v_0$ $s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 \cdot t + s_0$	gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung α = konstant $\omega = \alpha \cdot t + \omega_0$ $\varphi = \frac{\alpha}{2} t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0$

Wie bei der **Translation** kann auch bei der **Rotation** eine Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit als eine Überlagerung von gleichförmiger und gleichmäßig beschleunigter Bewegung angesehen werden (↗ S. 70).

Eine Motorwelle (d = 10 cm) läuft gleichmäßig an und erreicht nach 10 s eine Drehzahl von 360 min^{-1}.

a) Wie groß war die Winkelbeschleunigung während des Anlaufens?

b) Welche Geschwindigkeit hat dann ein Punkt des Umfangs der Welle?

Analyse:

Es liegt eine gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung aus dem Stillstand vor. Für die Berechnung der Winkelbeschleunigung kann ihre Definition (↗ S. 102) genutzt werden. Die Geschwindigkeit eines Punktes ergibt sich aus Winkelgeschwindigkeit und Radius.

Gesucht: α, v

Gegeben: d = 10 cm, r = 5 cm

t = 10 s

n = 360 min^{-1} = 6 s^{-1}

Lösung:

a) $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ $\qquad \Delta\omega = 2\pi \cdot 6\ s^{-1}$

$\alpha = \frac{12\pi}{10\ s^2}$

$\alpha = 3{,}77\ s^{-2}$

b) $v = \omega \cdot r = 2\pi \cdot n \cdot r$

$v = 2\pi \cdot 6\ s^{-1} \cdot 5$ cm

$v = 188{,}5\ cm \cdot s^{-1} \approx 1{,}9\ m \cdot s^{-1}$

Ergebnis:

Die Winkelbeschleunigung während des Anlaufens beträgt etwa 3,8 s^{-2}, die Geschwindigkeit eines Punktes des Umfangs der Welle bei einer Drehzahl von 360 min^{-1} etwa 1,9 $m \cdot s^{-1}$.

2.5.3 Dynamik rotierender starrer Körper

Drehmoment und Trägheitsmoment

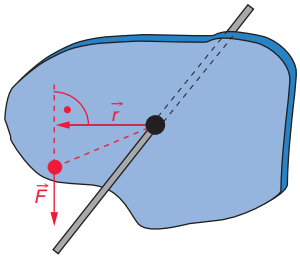
Bei einer geradlinigen Bewegung hängt die Änderung des Bewegungszustandes eines Körpers vom Betrag und von der Richtung der wirkenden Kraft sowie der Masse des Körpers ab.
Bei einem drehbar gelagerten starren Körper hängt die Änderung des Bewegungszustandes ab
- vom Betrag und von der Richtung der wirkenden Kraft,
- vom Abstand ihres Angriffspunktes von der Drehachse,
- von der Masseverteilung des Körpers bezüglich der Drehachse.

Das **Drehmoment** ist die analoge Größe zur **Kraft** bei einer Translation (↗ S. 75 ff.). Es hat wie die mechanische Arbeit (↗ S. 94) die Einheit Nm.

Beschrieben werden diese Abhängigkeiten durch die Größen **Drehmoment** und **Trägheitsmoment.**

Das Drehmoment beschreibt die Drehwirkung einer Kraft auf einen drehbar gelagerten Körper.

Formelzeichen: M
Einheit: ein Newtonmeter (1 Nm)



Entscheidend für die Wirkung einer Kraft sind nicht nur ihr Betrag und ihre Richtung, sondern auch der Abstand ihres Angriffspunktes von der Drehachse.
Wir bezeichnen den senkrechten Abstand zwischen der Wirkungslinie der Kraft und der Drehachse als **Kraftarm** r.

Das **Drehmoment** wird auch als **Kraftmoment** bezeichnet. Es ist eine vektorielle Größe und ist allgemein definiert als Kreuzprodukt aus Abstand $\vec{r}$ und Kraft $\vec{F}$:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Das Drehmoment ist damit wie die Winkelgeschwindigkeit ein axialer Vektor.
Für den Betrag gilt allgemein auch:
$M = r \cdot F \cdot \sin \sphericalangle (\vec{r}, \vec{F})$

Unter der Bedingung, dass die Kraft und der Kraftarm senkrecht zueinander sind, gilt:

$M = r \cdot F$

r Kraftarm
F wirkende Kraft

Wirkt eine Kraft in Richtung des Kraftarms, dann ist das Drehmoment null. Die Kraft bewirkt dann keine Drehung des Körpers.

Ist bei einem drehbar gelagerten Körper die Summe aller wirkenden Drehmomente null, so befindet er sich im Gleichgewicht. Es gilt dann auch: Die Summe aller linksdrehenden Drehmomente ist gleich der Summe aller rechtsdrehenden Drehmomente (↗ S. 100).
Drehmomente wirken z. B. bei den Pedalen eines Fahrrades, bei den antreibenden Rädern eines Fahrzeuges, bei Hebeln und allen ihren Anwendungen (Schere, Pinzette, Zange, Schraubenschlüssel, Brechstange, Balkenwaage).

Wirkt auf einen drehbar gelagerten Körper ein bestimmtes Drehmoment, so hängt seine Winkelbeschleunigung von der Masse des Körpers und ihrer Verteilung bezüglich der Drehachse ab. Diese Körpereigenschaft wird durch das **Trägheitsmoment** erfasst.

Das **Trägheitsmoment** ist die analoge Größe zur Masse bei der Translation.

Das Trägheitsmoment gibt an, wie träge ein drehbar gelagerter Körper gegenüber der Änderung seines Bewegungszustandes ist.

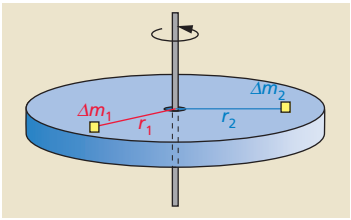
Formelzeichen: J
Einheit: ein Kilogramm mal Quadratmeter (1 kg · m^2)

Für einen ausgedehnten Körper muss man die Trägheitsmomente

$J = \Delta m_i \cdot r_i^2$

aller Masseteilchen aufsummieren und erhält:

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \cdot r_i^2$$



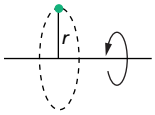
Mithilfe der Integralrechnung kann man unter bestimmten Bedingungen das **Trägheitsmoment** folgendermaßen berechnen:

$J = \int r^2 \, dm$

Nachfolgend sind die Trägheitsmomente einiger Körper angegeben. Dabei ist zu beachten, dass sich das Trägheitsmoment immer auf eine bestimmte Drehachse bezieht.

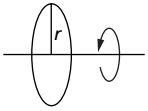
Trägheitsmomente ausgewählter Körper

Massepunkt



$J = m \cdot r^2$

dünner Kreisring



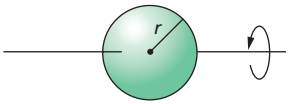
$J = m \cdot r^2$

Vollzylinder



$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$

Kugel



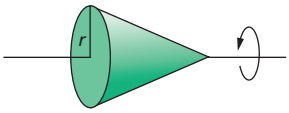
$J = \frac{2}{5} m \cdot r^2$

Hohlzylinder



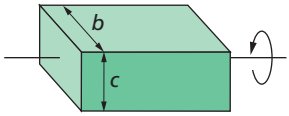
$J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$

gerader Kreiskegel



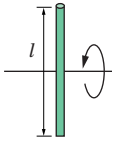
$J = \frac{3}{10} m \cdot r^2$

Quader



$J = \frac{1}{12} m (b^2 + c^2)$

Stab



$J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$

Grundgesetz der Dynamik der Rotation

Bei der Translation gilt der grundlegende Zusammenhang $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$, das newtonsche Grundgesetz (↗ S. 81). Analog dazu gibt es auch für die Dynamik rotierender Körper einen Zusammenhang zwischen dem auf einem Körper wirkenden Drehmoment, seinem Trägheitsmoment und der Winkelbeschleunigung des Körpers, der als **Grundgesetz der Dynamik der Rotation** bezeichnet wird.



Drehmoment und **Winkelbeschleunigung** sind axiale Vektoren mit gleicher Richtung, sodass man vektoriell auch schreiben kann:

$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$

> Für den Zusammenhang zwischen Drehmoment M, Trägheitsmoment J und Winkelbeschleunigung α gilt die Gleichung:
>
> $$M = J \cdot \alpha$$

Die Rotationsenergie



Ein rotierender Körper, z. B. ein Schwungrad, besitzt **Rotationsenergie.** Das ist eine spezielle Form der kinetischen Energie (↗ S. 92). Bewegt sich ein Masseteilchen Δm_i mit der Geschwindigkeit v_i um eine feste Drehachse, dann beträgt seine Bewegungsenergie:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2} \Delta m_i \cdot v_i^2 \qquad \text{oder} \qquad \Delta E_i = \frac{1}{2} \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \omega^2$$

Die Gesamtenergie ist gleich der Summe der Teilenergien:

$$E_{rot} = \sum_{i=1}^{n} \Delta E_i$$

Außerdem gilt (↗ S. 105):

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i \cdot r_i^2 = J$$

Die Rotationsenergie des gesamten Körpers ergibt sich als Summe der Energien aller seiner Masseteilchen.

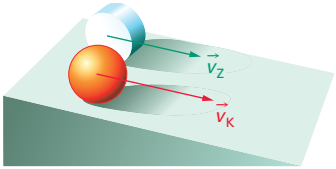
> Die Rotationsenergie eines Körpers kann berechnet werden mit der Gleichung:
>
> $E_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$
>
> J Trägheitsmoment
> ω Winkelgeschwindigkeit

Analoge Größen und Gesetze

Ähnlich wie in der Kinematik (↗ S. 102) gibt es auch in der Dynamik bei Translation und Rotation analoge Größen und Zusammenhänge.

Translation	Rotation
Kraft F Masse m	Drehmoment M Trägheitsmoment J
newtonsches Grundgesetz: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	Grundgesetz der Dynamik der Rotation: $\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$
kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	Rotationsenergie: $E_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

Ein Vollzylinder und eine Kugel mit gleicher Masse und gleichem Radius rollen aus gleicher Höhe eine geneigte Ebene hinab.
Welcher der beiden Körper kommt eher unten an?



Analyse:
Beide Körper bewegen sich beschleunigt abwärts. Dabei wird die für beide Körper gleiche potenzielle Energie in kinetische Energie der Translation und in Rotationsenergie umgewandelt. Wir gehen davon aus, dass die Reibung beide Bewegungen gleichartig beeinflusst. Sie braucht deshalb nicht berücksichtigt zu werden.
Der Körper, der die größere Geschwindigkeit oder Beschleunigung erreicht, kommt eher unten an. Es bietet sich ein energetischer Ansatz an.

Das Ergebnis könnte man auch experimentell ermitteln. Die Erklärung des Ergebnisses ergibt sich aus der nebenstehenden Betrachtung.

Gesucht: Geschwindigkeiten v_K, v_Z
Gegeben: Gleiche Höhe h des Herabrollens

Lösung:
Allgemein gilt für die Energien

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

Für den Vollzylinder erhält man mit $J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$, $v = v_Z$ und $\omega = \frac{v_Z}{r}$:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_Z^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m \cdot r^2 \cdot \frac{v_Z^2}{r^2}$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{3}{4} m \cdot v_Z^2$$

$$v_Z = \sqrt{\frac{4}{3} g \cdot h}$$

Durch analoge Überlegungen erhält man für die Kugel mit $J = \frac{2}{5} m \cdot r^2$:

$$v_K = \sqrt{\frac{10}{7} g \cdot h}$$

Der Vergleich zeigt: $v_K > v_Z$, da $\sqrt{\frac{10}{7}} \approx 1{,}2 > \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 1{,}15$.

Beachte: Die maximale Geschwindigkeit eines herabrollenden Körpers ist unabhängig von Masse und Radius des Körpers, hängt aber von der Masseverteilung ab.

Ergebnis:
Beim Herabrollen erreicht die Kugel die größere Geschwindigkeit, kommt also eher unten an als der Vollzylinder.

In der Praxis spielt die Rotationsenergie vor allem bei rotierenden **Wellen** und Maschinenteilen, den **Rotoren** von Elektromotoren und Generatoren, **Fahrzeugrädern** oder **Kreiseln** eine Rolle. So muss Energie aufgewendet werden, um einen Körper in Rotation zu versetzen.
In rotierenden Körpern kann auch eine erhebliche Energie gespeichert werden. Das wird vor allem bei **Schwungrädern** genutzt.

2.6 Impuls und Drehimpuls

2.6.1 Kraftstoß, Impuls und Impulserhaltungssatz

Der Impuls eines Körpers

Der Begriff **Impuls** ist abgeleitet vom lateinischen impellere = anstoßen.
Wir betrachten nachfolgend Körper, die eine translatorische Bewegung ausführen und die mit dem **Modell Massepunkt** (↗ S. 55) beschrieben werden können.

Den Bewegungszustand eines Körpers, z. B. eines Balles oder eines Autos, kann man mit der physikalischen Größe Geschwindigkeit beschreiben. Will man den Bewegungszustand ändern, dann ist eine Kraft erforderlich, die von der Masse des Körpers abhängt. Auch bei Einbeziehung möglicher Wirkungen von bewegten Körpern spielen Geschwindigkeit und Masse des Körpers eine Rolle.

So ist z. B. bei einem Crashtest die Verformung eines Pkw umso größer, je größer seine ursprüngliche Geschwindigkeit und seine Gesamtmasse sind.
Fährt ein schwerer Lkw mit einer bestimmten Geschwindigkeit auf einen stehenden Pkw auf, so ist die Wirkung größer als beim Auffahren eines leichten Pkw.



Früher wurde für die physikalische Größe Impuls auch die Bezeichnung **Bewegungsgröße** genutzt. Da der Impuls den Bewegungszustand eines Körpers kennzeichnet, ist er eine **Zustandsgröße.** Darüber hinaus ist er eine **vektorielle Größe,** deren Richtung mit der der Geschwindigkeit übereinstimmt.

Der **Bewegungszustand** eines Körpers wird sowohl durch seine Geschwindigkeit als auch durch seine Masse gekennzeichnet. Zur Beschreibung dieses Bewegungszustandes nutzt man die physikalische Größe **Impuls,** die als Produkt aus Geschwindigkeit und Masse definiert ist.

Der Impuls eines Körpers kennzeichnet die Wucht, die dieser Körper bei einer Translationsbewegung hat.

Formelzeichen: $\vec{p}$
Einheit: ein Kilogramm mal Meter durch Sekunde ($1\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

Der Impuls eines Körpers kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

m Masse des Körpers
$\vec{v}$ Geschwindigkeit des Körpers

Vergleichen Sie den Impuls eines Geschosses ($m_G = 12$ g, $v_G = 830\ \frac{m}{s}$) mit dem eines Balles mit der Masse von 500 g, der sich mit $72\ \frac{km}{h}$ bewegt!

Analyse:
Zu berechnen ist jeweils der Impuls. Er ergibt sich aus der Masse und der Geschwindigkeit. Für einen Vergleich ist es erforderlich, ihn in der gleichen Einheit anzugeben.

Gesucht: p_G, p_B

Gegeben: $m_G = 12\ g = 0{,}012\ kg$
$v_G = 830\ \frac{m}{s}$

$m_B = 500\ g = 0{,}5\ kg$

$v_B = 72\ \frac{km}{h} = 20\ \frac{m}{s}$

Lösung:
Angewendet wird die Definitionsgleichung des Impulses $p = m \cdot v$.

$$p_G = 0{,}012\ kg \cdot 830\ \frac{m}{s} = 9{,}96\ \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$p_B = 0{,}5\ kg \cdot 20\ \frac{m}{s} = 10\ \frac{kg \cdot m}{s}$$

Ergebnis:
Geschoss und Ball haben etwa den gleichen Impuls von 10 $\frac{kg \cdot m}{s}$.

Haben zwei Körper den gleichen **Impuls,** so verhalten sich ihre **Massen** umgekehrt proportional zu ihren Geschwindigkeiten, denn es gilt:
$m_1 \cdot \vec{v}_1 = m_2 \cdot \vec{v}_2$
und damit
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\vec{v}_2}{\vec{v}_1}$

Die Wirkung von Körpern mit gleichem Impuls kann völlig unterschiedlich sein.

Impulsänderung und Kraftstoß

Um den Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ eines Körpers zu ändern, gibt es unterschiedliche Möglichkeiten.

Die Änderung des Impulses eines Körpers kann erfolgen		
durch Änderung der Masse des Körpers.	durch Änderung des Betrages der Geschwindigkeit.	durch Änderung der Richtung der Geschwindigkeit.
Flugzeug mit $\vec{v}$ = konstant, dessen Masse sich durch Treibstoffverbrauch verringert.	Bergab rollender Radfahrer, dessen Geschwindigkeit sich vergrößert.	Billardkugel prallt gegen die Bande und wird dort reflektiert.

Die **Masse** eines Körpers hängt von seiner Geschwindigkeit ab. Für die hier betrachteten Bewegungen kann die relativistische Masseänderung (↗ S. 543) vernachlässigt werden.

Wir betrachten nachfolgend nur den Fall, bei dem man einen Körper als Massepunkt ansehen kann, keine Reibung auftritt und durch eine Kraft der Bewegungszustand des Körpers geändert wird.
Wirkt in einem solchen Fall eine bestimmte Kraft auf einen Körper, z. B. einen Ball, ein, so ist die Wirkung der Kraft von ihrem Betrag, ihrer Richtung sowie von der Dauer der Krafteinwirkung abhängig. Das zeitliche Einwirken einer Kraft auf einen Körper wird durch die physikalische Größe **Kraftstoß** erfasst.



Für die Einheiten gilt:

$1\ \mathrm{N \cdot s} = 1\ \frac{\mathrm{kg \cdot m \cdot s}}{\mathrm{s^2}}$

$1\ \mathrm{N \cdot s} = 1\ \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}}$

Der Kraftstoß hat also die gleiche Einheit wie der **Impuls** (↗ S. 108).

Der Kraftstoß kennzeichnet die Wirkung einer Kraft über eine bestimmt Zeit auf einen Körper.

Formelzeichen: $\vec{I}$

Einheiten: ein Newton mal Sekunde (1 N · s)

Unter der Bedingung, dass die Kraft im Zeitintervall konstant ist, kann der Kraftstoß berechnet werden mit der Gleichung:

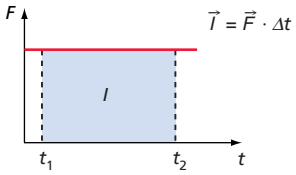
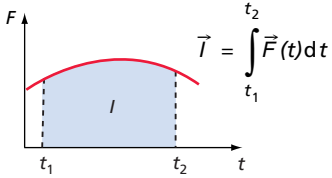
$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

$\vec{F}$ auf den Körper wirkende Kraft

Δt Zeitdauer der Einwirkung

Ist die einwirkende Kraft nicht konstant, so kann man mit einer mittleren Kraft rechnen oder den Kraftstoß durch Integration ermitteln, wenn *F(t)* bekannt ist.

Der **Kraftstoß** auf einen Körper kennzeichnet einen Vorgang und ist daher eine **Prozessgröße.** Er ist darüber hinaus eine **vektorielle Größe,** dessen Richtung mit der der einwirkenden Kraft übereinstimmt.

$\vec{F}$ = konstant	$\vec{F} \neq$ konstant
	

Zusammenhang zwischen Kraftstoß und Impuls

Ein Kraftstoß auf einen Körper ist immer mit einer Impulsänderung verbunden. Mathematisch lässt sich der Zusammenhang folgendermaßen beschreiben:

Auf einen Körper wird ein Kraftstoß $\vec{F} \cdot \Delta t$ ausgeübt, wobei $\vec{F}$ = konstant sei. Setzt man für $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (newtonsches Grundgesetz), so erhält man:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t$$

Mit $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ergibt sich

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \cdot \Delta t \quad \text{oder} \quad \vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Links steht der Kraftstoß auf einen Körper, rechts die Änderung seines Impulses. Allgemein gilt folgender Zusammenhang:

Wir betrachten auch hier nur Körper, die als **Massepunkte** (↗ S. 55) angesehen werden können. Damit sind **Drehbewegungen** ausgeschlossen. Der Körper sei darüber hinaus frei beweglich.



In der Übersicht S. 111 oben sind drei charakteristische Fälle der Impulsänderung beschrieben.

Der Kraftstoß $\vec{I}$ auf einen Körper ist gleich der Änderung seines Impulses $\Delta\vec{p}$.

$\vec{I} = \Delta\vec{p}$

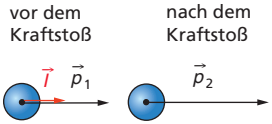
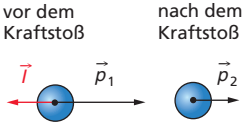
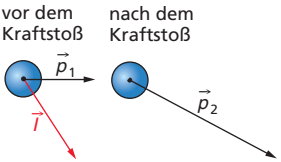
$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$

$\vec{F}$ einwirkende Kraft

Δt Zeitdauer der Einwirkung

m Masse des Körpers

$\Delta \vec{v}$ Geschwindigkeitsänderung

Kraftstoß in Bewegungsrichtung	Kraftstoß entgegen der Bewegungsrichtung	Kraftstoß in beliebiger Richtung
		
Der Impuls wird größer, die Richtung bleibt erhalten.	Der Impuls wird kleiner, kann auch null werden oder seine Richtung umkehren.	Betrag und Richtung des Impulses ändern sich.

Impuls und Kraft

Aus dem Zusammenhang zwischen Kraftstoß und Impulsänderung $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta\vec{p}$ erhält man für die Kraft:

Die Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses.

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$\Delta\vec{p}$ Änderung des Impulses
Δt Zeitdauer

Diese Definition der Kraft ist allgemeiner als die Kraftdefinition über die Beschleunigung $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Sie berücksichtigt auch den Fall, dass sich während eines Vorganges die Masse eines Körpers ändern kann (↗ S. 543).

Ist die auf einen Körper wirkende Kraft nicht konstant, dann kann man die Momentankraft ermitteln, indem man die Zeitdauer immer kleiner wählt. Dann ergibt sich:

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

Der Impulserhaltungssatz

Wir betrachten ein System aus zwei mit elastischen Federn versehenen Wagen, auf die keine äußeren Kräfte wirken (s. Skizzen unten). Nach dem Wechselwirkungsgesetz gilt für die Kräfte:

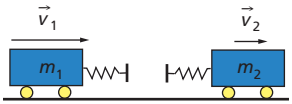
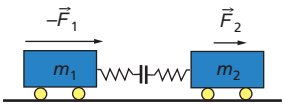
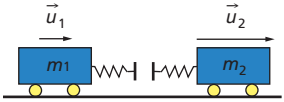
$$-\vec{F}_1 = \vec{F}_2 \qquad \text{oder} \qquad -\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}$$

Die Multiplikation mit Δt ergibt:

$$-\Delta\vec{p}_1 = \Delta\vec{p}_2 \qquad \text{oder} \qquad 0 = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2$$

Die beim Zusammenstoß auftretenden Impulsänderungen heben sich gegenseitig auf. Der Gesamtimpuls bleibt gleich.

Ein System, auf das keine äußeren Kräfte wirken, nennt man ein kräftemäßig **abgeschlossenes System** (↗ S. 90).

vor dem Zusammenstoß	beim Zusammenstoß	nach dem Zusammenstoß
		
Der Gesamtimpuls beträgt $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$	Die Impulsänderung ist null.	Der Gesamtimpuls beträgt $m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$

Aus diesem Beispiel und aus vielfältigen anderen Untersuchungen ergibt sich als grundlegender Erfahrungssatz der **Impulserhaltungssatz.**

Der Impuls ist wie die Energie, die elektrische Ladung oder die Masse eine Erhaltungsgröße, für die ein **Erhaltungssatz** gilt.

In einem kräftemäßig abgeschlossenen System bleibt der Gesamtimpuls erhalten. Es gilt:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{konstant}$$

$\vec{p}$ Gesamtimpuls
$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \ldots$ Impulse der einzelnen Körper des Systems

Häufig besteht ein System nur aus zwei Körpern, die miteinander wechselwirken. Durch eine solche Wechselwirkung wird der Gesamtimpuls nicht beeinflusst. Er bleibt erhalten.

Für ein kräftemäßig abgeschlossenes System aus zwei Körpern, die miteinander wechselwirken, ist der Impuls vor der Wechselwirkung gleich dem Impuls nach der Wechselwirkung.

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$$

m_1, m_2 Massen der Körper
$\vec{v}_1, \vec{v}_2$ Geschwindigkeiten vor der Wechselwirkung
$\vec{u}_1, \vec{u}_2$ Geschwindigkeiten nach der Wechselwirkung

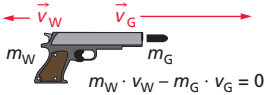
Bei den beteiligten Körpern sind stets Betrag und Richtung der Geschwindigkeit zu beachten. Bewegen sich Körper längs einer Geraden, dann bringt man die unterschiedliche Richtung der Geschwindigkeiten durch verschiedenen Vorzeichen zum Ausdruck.



Beim Abfeuern einer Waffe spürt man einen kurzen Stoß, der als **Rückstoß** bezeichnet wird.

Wie kommt der Rückstoß zustande?

Waffe und Geschoss einschließlich Treibladung können als kräftemäßig abgeschlossenes System mit dem Gesamtimpuls $\vec{p} = 0$ betrachtet werden. Nach dem Auslösen der Waffe wird das Geschoss kurzzeitig stark beschleunigt und verlässt zusammen mit den Gasen der Treibladung den Lauf mit großer Geschwindigkeit. Vernachlässigt man die Gase wegen ihrer meist geringen Masse, dann sind noch Geschoss und Waffe zu betrachten.

vor dem Abschuss	nach dem Abschuss
$\vec{p}_{Ges} = \vec{p}_{Waffe} + \vec{p}_{Geschoss} = 0$  $\vec{v}_W = \vec{v}_G = 0$	$\vec{p}_{Ges} = \vec{p}_{Waffe} + \vec{p}_{Geschoss} = 0$  $m_W \cdot v_W - m_G \cdot v_G = 0$ $m_W \cdot v_W = m_G \cdot v_G$

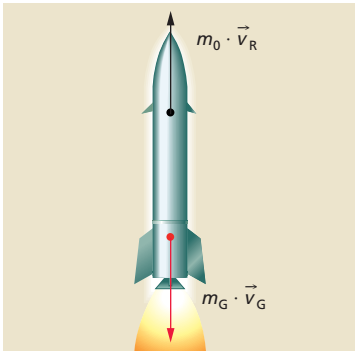
Durch die Bewegung des Geschosses in die eine Richtung bewegt sich die Waffe in die entgegengesetzte Richtung. Da aber ihre Masse wesentlich größer als die des Geschosses ist, gilt für die Geschwindigkeiten: Die Geschwindigkeit der Waffe ist wesentlich kleiner als die des Geschosses.

Bei so genannten **rückstoßfreien Geschützen** wird der Rückstoßimpuls durch den Schubimpuls eines Pulvergasstrahls kompensiert, der entgegengesetzt zur Richtung der Geschossbewegung austritt.

Raketenantrieb und Raketengrundgleichung

Raumflugkörper werden nach dem **Rückstoßprinzip** angetrieben. Diese Antriebsform stellt praktisch die einzige Möglichkeit dar, den Impuls und damit auch die Geschwindigkeit des Raumflugkörpers zu ändern.
Eine Rakete oder ein Raumflugkörper mit Triebwerk stellt ein kräftemäßig abgeschlossenes System dar, für das der Impulserhaltungssatz gilt.





Das Foto zeigt eine Rakete vom Typ Ariane. Das sind Trägerraketen für den Transport von Nutz- und Forschungssatelliten. Die gegenwärtig eingesetzte Version, die Ariane 5, kann Nutzlasten bis 15 t in eine erdnahe und bis 5 t in eine erdfernere Bahn bringen. Gestartet werden diese Raketen im französischen Raumfahrtzentrum Kourou in Französisch-Guayana.

Nach dem Impulserhaltungssatz gilt dann:

$$\vec{p}_{\text{Rakete}} + \vec{p}_{\text{Gase}} = 0 \quad \text{oder} \quad m_0 \cdot \vec{v}_R + m_G \cdot \vec{v}_G = 0$$

Für den Betrag der Geschwindigkeit der Rakete erhält man:

$$v_R = \frac{m_G \cdot v_G}{m_0}$$

Die Gleichung gilt nur für den Fall, dass die Rakete kurzzeitig beschleunigt wird. Bleiben die Triebwerke längere Zeit eingeschaltet, dann kann die Masse der Rakete nicht mehr als konstant angesehen werden, da sich ständig die Masse des Treibstoffes verringert. Das wird bei der **Raketengrundgleichung** berücksichtigt.







Die Endgeschwindigkeit, die eine Rakete bis zum Ende der Brenndauer von Triebwerken erreicht, nennt man auch **Brennschlussgeschwindigkeit.**

Die Geschwindigkeit einer zunächst ruhenden Rakete kann bei Vernachlässigung von Gravitationsfeldern berechnet werden mit der Gleichung:

$$v_R = v_G \cdot \ln \frac{m_0}{m}$$

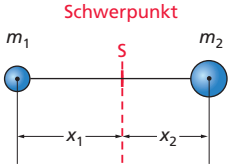
v_R Endgeschwindigkeit der Rakete
v_G Ausströmgeschwindigkeit der Verbrennungsgase
m Endmasse der Rakete
m_0 Anfangsmasse der Rakete

Impulserhaltung und Schwerpunkt von Körpern

Diese Beziehung wird auch als **Schwerpunktsatz** bezeichnet. Weitere Aussagen zum **Schwerpunkt** von Körpern sind ↗ S. 99 f. zu finden.

Für ruhende Körper in einem abgeschlossenen System (↗ S. 90) gilt die Beziehung

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{x_2}{x_1}$$



Der Gesamtimpuls der Körper ist null. Wirken nur innere Kräfte, dann gilt für das System der Impulserhaltungssatz. Bewegen sich die Körper geradlinig und gleichförmig voneinander weg, dann gilt die oben genannte Beziehung ebenfalls.
Das bedeutet: Der Schwerpunkt bleibt auch bei gleichförmiger geradliniger Bewegung der Körper erhalten. Diese Aussage lässt sich auf beliebige Bewegungsvorgänge in kräftemäßig abgeschlossenen Systemen verallgemeinern.

> Der Schwerpunkt eines kräftemäßig abgeschlossenen Systems bleibt erhalten, unabhängig davon, welche Bewegungen durch innere Kräfte im System erfolgen.

Der Schwerpunkt kann dabei in Ruhe sein oder sich bewegen.

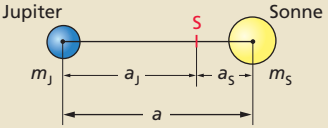
Ein Feuerwerkskörper, der in größerer Höhe explodiert, behält seinen Schwerpunkt bei, da nur innere Kräfte wirken.



Auch unser Sonnensystem besitzt einen Schwerpunkt, der seine Lage trotz der Bewegung der Himmelskörper in Bezug auf das Sonnensystem nicht ändert. Vergleicht man die Massen der Planeten, dann zeigt sich: Nur der Planet Jupiter hat wegen seiner extrem großen Masse merklichen Einfluss auf die Lage des Schwerpunktes. Daher werden nachfolgend nur Sonne und Jupiter betrachtet. Für diese Himmelskörper gilt der Schwerpunktsatz.

Nach dem Schwerpunktsatz gilt für diese beiden Körper:

$$\frac{m_S}{m_J} = \frac{a - a_S}{a_S}$$



Das Umstellen der Gleichung nach a_S und das Einsetzen der Werte liefert als Lösung:
Der Schwerpunkt des Sonnensystems ist etwa 740 000 km vom Sonnenmittelpunkt entfernt und liegt damit außerhalb der Sonne. Jupiter und Sonne sowie auch die anderen Planeten bewegen sich um diesen Schwerpunkt.
Ein außerirdischer Beobachter würde die Positionsveränderung der Sonne eventuell erkennen und so die Existenz eines massereichen Planeten schlussfolgern können, selbst wenn er diesen Planeten nicht beobachtet hat. Auf diese Weise hat man in den letzten Jahren eine Reihe von Planetensystemen um andere Sterne entdeckt. Das erste solche Planetensystem fanden 1995 M. MAYOR und D. QUELOZ um den Stern 51 Pegasi.

2.6.2 Unelastische und elastische Stöße

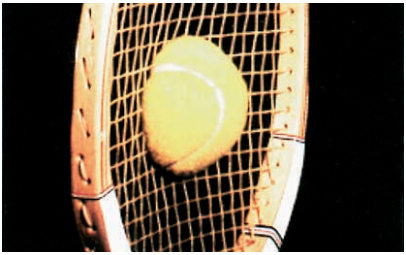
Einteilung von Stößen

Stoßvorgänge oder Stöße treten in Natur, Technik und Alltag in vielfältiger Weise auf.

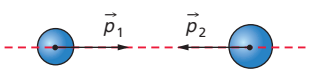
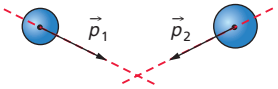
- Beispiele für Stöße sind der Aufprall eines Balles auf den Boden, der Schlag eines Schlägers gegen einen Tennisball, der Zusammenstoß zweier Fahrzeuge oder von Elementarteilchen, der Aufprall eines Himmelskörpers auf einen anderen oder der Schlag, den ein Boxer seinem Gegner zufügt.

Die beiden Arten von Stößen sind Idealisierungen, die in der Praxis nur näherungsweise auftreten. Daher muss man in jedem einzelnen Fall prüfen, welcher Stoß vorliegt und welche Gesetze dann näherungsweise anwendbar sind.

Nach der **Energiebilanz** unterscheidet man zwischen unelastischen und elastischen Stößen.

unelastischer Stoß	**elastischer Stoß**
Bei der Wechselwirkung der Körper treten nur unelastische Verformungen auf.	Bei der Wechselwirkung der Körper treten nur elastische Verformungen auf.
Es gilt der Impulserhaltungssatz und der allgemeine Energieerhaltungssatz. Ein Teil der mechanischen Energie wird in andere Energieformen umgewandelt.	Es gilt der Impulserhaltungssatz und der Energieerhaltungssatz der Mechanik, d. h. die mechanische Energie des Systems bleibt erhalten.
Zwei Autos stoßen frontal zusammen und werden dabei unelastisch verformt. 	Ein Tennisball wird mit einem Tennisschläger weggeschlagen. 

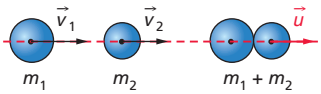
Nach der **Lage der Körper zueinander** beim Stoß unterscheidet man zwischen geraden und schiefen Stößen.

gerader Stoß	**schiefer Stoß**
	
Die Impulsvektoren liegen auf einer Linie.	Die Impulsvektoren liegen nicht auf einer Linie.

Steht darüber hinaus die Verbindungsgerade der Schwerpunkte beider Körper senkrecht auf der Berührungsfläche, die sich beim Stoß ausbildet, dann spricht man von einem **zentralen Stoß.**

Der zentrale gerade unelastische Stoß

Beim zentralen unelastischen Stoß zweier Körper, z. B. bei einem Auffahrunfall,
- treten keine elastischen Verformungen zwischen den beteiligten Körpern auf,
- bewegen sich die Körper nach dem Stoß mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit weiter,
- wird ein Teil der mechanischen Energie in andere Energieformen umgewandelt.

Kennzeichnung des Vorganges	mathematischer Zusammenhang
Es gilt der Impulserhaltungssatz.  	$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$ Bewegen sich alle Körper in der gleichen Richtung, so gilt: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2)u$
Die gemeinsame Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoß ergibt sich aus dem Impulserhaltungssatz.	$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$
Die mechanische Energie der Körper verringert sich.	$\Delta E_{mech} = \frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2$

Es ist stets der vektorielle Charakter der **Geschwindigkeit** zu beachten. Werden nur die Beträge betrachtet, so wird die Richtung der Geschwindigkeit durch das Vorzeichen berücksichtigt.

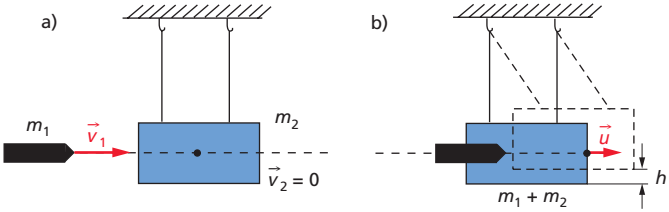
Von Interesse sind auch einige spezielle Fälle, die sich aus dem Verhältnis der Massen bzw. der Geschwindigkeiten der beteiligten Körper ergeben.

Bedingung	Bewegung nach dem Stoß
$m_1 \gg m_2$, Körper 1 stößt mit v_1 gegen Körper 2, Körper 2 ruht.	Beide Körper bewegen sich näherungsweise mit der Geschwindigkeit v_1 weiter. Ein Lkw stößt gegen einen Pkw.
$m_1 = m_2$, Körper 1 und Körper 2 haben die gleiche Geschwindigkeit bei entgegengesetzter Richtung.	Beide Körper sind nach dem Stoß in Ruhe. Pkw stoßen frontal zusammen.
$m_1 \ll m_2$, Körper 1 stößt mit v_1 gegen Körper 2, der ruht oder sich mit v_2 bewegt.	Beide Körper ruhen oder bewegen sich näherungsweise mit der Geschwindigkeit v_2 weiter. Ein Geschoss trifft auf einen Körper.

Beschreiben Sie eine Möglichkeit der Bestimmung der Geschossgeschwindigkeit!

Eine Möglichkeit, die Geschwindigkeit eines Geschosses experimentell zu bestimmen, ist die Verwendung eines ballistischen Pendels. Das ist ein Holzklotz, in den das Geschoss eindringen kann und in dem es stecken bleibt.

Geschossgeschwindigkeiten können in einem weiten Bereich variieren. Bei Pistolen und Gewehren liegen sie meist zwischen 200 $\frac{m}{s}$ und 700 $\frac{m}{s}$.



Es liegt ein unelastischer Stoß vor. Betrachtet man Geschoss und Holzklotz als kräftemäßig abgeschlossenes System, dann gilt der Impulserhaltungssatz:

$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2)\, u \quad \text{und damit}$$

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot u \quad (1)$$

Die gemeinsame Geschwindigkeit u lässt sich z. B. folgendermaßen bestimmen: Beim Auftreffen des Geschosses gerät das ballistische Pendel in Schwingungen. Dann gilt nach dem Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

$$u = \sqrt{2g \cdot h} \quad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man:

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2g \cdot h}$$

Die Massen des Geschosses (m_1) und des Holzklotzes (m_2) können ebenso wie die Höhe h gemessen werden. Aus den Messwerten kann man die Geschwindigkeit des Geschosses bestimmen.

Die Geschwindigkeit kann auch folgendermaßen bestimmt werden: Der Holzklotz wird nicht an Fäden aufgehängt, sondern liegt auf einer horizontalen Fläche. Beim Auftreffen des Geschosses bewegt er sich eine bestimmte Strecke s. Dabei wird Reibungsarbeit (↗ S. 95) verrichtet. Die kinetische Energie des Geschosses $\frac{1}{2}m_1 \cdot v_1^2$ ist gleich der verrichteten Reibungsarbeit $\mu(m_1 + m_2)\, g \cdot s$ Daraus ergibt sich v_1.

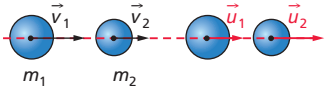
Der zentrale gerade elastische Stoß

Beim zentralen elastischen Stoß zweier Körper, z. B. beim Aufprall einer Billardkugel auf eine andere,

- treten nur elastische Wechselwirkungen auf,
- bewegen sich die Körper nach dem Stoß mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten weiter,
- bleibt die mechanische Energie erhalten.

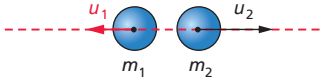
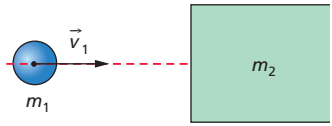
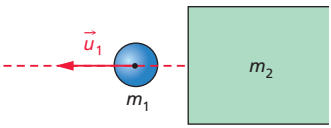
Es ist stets der vektorielle Charakter der **Geschwindigkeit** zu beachten. Werden nur die Beträge betrachtet, so wird die Richtung der Geschwindigkeit durch das Vorzeichen berücksichtigt.

Die Herleitung der Gleichungen für die Geschwindigkeiten beim **elastischen Stoß** ist auf der CD zu finden.

Kennzeichnung des Vorgangs	mathematischer Zusammenhang
Es gilt der Impulserhaltungssatz. 	$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$ Bewegen sich alle Körper in einer Richtung so gilt: $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$
Es gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik. Bei Bewegungen in einer Ebene spielt nur die kinetische Energie eine Rolle.	$\frac{m_1}{2}v_1^2 + \frac{m_2}{2}v_2^2 = \frac{m_1}{2}u_1^2 + \frac{m_2}{2}u_2^2$
Die Geschwindigkeiten der Körper nach dem Stoß ergeben sich aus den Gleichungen für Impuls und Energie (2 Gleichungen mit 2 Unbekannten)	$u_1 = \frac{2m_2 \cdot v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$ $u_2 = \frac{2m_1 \cdot v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$

Ähnlich wie beim unelastischen Stoß gibt es auch beim elastischen Stoß einige spezielle Fälle, die sich aus dem Verhältnis der Massen bzw. der Geschwindigkeiten der beteiligten Körper ergeben.

Ein Beispiel für den Fall $m_1 = m_2$ sind zusammenstoßende Billardkugeln.

Bedingungen	Bewegungen nach dem Stoß
$m_1 = m_2$, beliebige Geschwindigkeiten 	$u_1 = v_2$ $u_2 = v_1$ 
Körper gleicher Masse „tauschen“ ihre Geschwindigkeiten.	
$m_1 \ll m_2$, Körper 2 ist in Ruhe (Stoß gegen eine feste Wand) 	$u_1 = -v_1$ $u_2 = 0$ 
Beim elastischen Stoß gegen eine feste Wand ist der Betrag der Geschwindigkeit vor dem Stoß genauso groß wie nach dem Stoß, die Richtung der Geschwindigkeit ist entgegengesetzt. Trifft ein Körper unter einem beliebigen Winkel α gegen eine feste Wand, dann gilt das Reflexionsgesetz $\alpha = \alpha'$.	

Das Auftreffen eines Tischtennisballes auf eine Tischtennisplatte ist ein Stoß gegen eine feste Wand.

Das Reflexionsgesetz gilt nur für Massepunkte. Trifft z. B. ein Ball schräg auf eine Wand, dann gilt wegen der auftretenden Rotation das Reflexionsgesetz nicht.

2.6.3 Der Drehimpuls und seine Erhaltung

Der **Impuls** charakterisiert den Bewegungszustand eines Körpers, den man als Massepunkt ansehen kann, bei einer Translationsbewegung (↗ S. 101, 103). In analoger Weise lässt sich der Bewegungszustand eines um eine Achse rotierenden Körpers oder eines auf einer Kreisbahn umlaufenden Körpers durch die Größe **Drehimpuls** beschreiben.
Der Bewegungszustand eines rotierenden oder umlaufenden Körpers wird durch sein Trägheitsmoment J (↗ S. 105) und seine Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ (↗ S. 102) bestimmt.

Der Drehimpuls eines Körpers kennzeichnet den Schwung, den ein rotierender oder umlaufender Körper hat.

Formelzeichen: $\vec{L}$

Einheit: ein Kilogramm mal Quadratmeter durch Sekunde ($1\ \frac{kg \cdot m^2}{s}$)

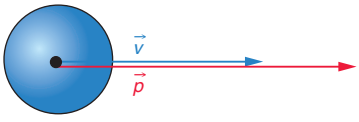
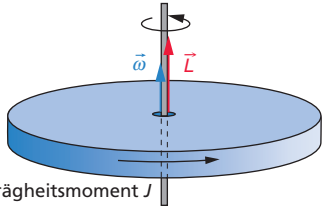
Der Drehimpuls eines rotierenden oder umlaufenden Körpers kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$

J Trägheitsmoment des Körpers
$\vec{\omega}$ Winkelgeschwindigkeit des Körpers

Der Drehimpuls charakterisiert den Zustand eines rotierenden Körpers. Es ist eine **Zustandsgröße** und darüber hinaus eine **vektorielle Größe,** deren Richtung mit der der **Winkelgeschwindigkeit** übereinstimmt.

Formal gelangt man zur Gleichung für den Drehimpuls, wenn man von der Gleichung $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ für den Impuls ausgeht und dort die zur Translation analogen Größen der Rotation einsetzt. Die zur Masse analoge Größe ist bei der Rotation das Trägheitsmoment, die zur Geschwindigkeit analoge Größe die Winkelgeschwindigkeit.

Vergleich zwischen Impuls und Drehimpuls	
Der Impuls kennzeichnet die Wucht eines Körpers, der als Massepunkt angesehen werden kann, bei einer Translation.	Der Drehimpuls kennzeichnet den Schwung eines Körpers bei seiner Eigendrehung oder eines umlaufenden Körpers.
Der Impuls wird durch Masse und Geschwindigkeit des Körpers bestimmt.  Masse m	Der Drehimpuls wird durch Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit des Körpers bestimmt.  Trägheitsmoment J
$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$
Impuls und Geschwindigkeit haben die gleiche Richtung.	Drehimpuls und Winkelgeschwindigkeit haben die gleiche Richtung.

Drehimpuls und Drehmoment

Bei der Translation besteht zwischen Impuls und Kraft ein enger Zusammenhang. Die Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses (↗ S. 111). Analoge Überlegungen kann man auch für Drehimpuls und Drehmoment durchführen.
Wirkt auf einen drehbar gelagerten Körper ein bestimmtes Zeitintervall lang ein Drehmoment $\vec{M}$, dann ändert sich dessen Drehimpuls:

$$\vec{M} \cdot \Delta t = \Delta \vec{L}$$

Diese Gleichung kann man nach $\vec{M}$ umstellen und erhält:

Das Drehmoment, das an einem Körper angreift, ist gleich der zeitlichen Änderung des Drehimpulses.

$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$

$\Delta \vec{L}$ Änderung des Drehimpulses
Δt Zeitdauer

Ist das auf einen Körper wirkende **Drehmoment** nicht konstant, so kann man das momentane Drehmoment ermitteln, indem man die Zeitdauer immer kleiner wählt. Dann ergibt sich:

$\vec{M} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$

$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$

Der Drehimpulserhaltungssatz

Analog zum Impulserhaltungssatz (↗ S. 112) gilt auch ein **Drehimpulserhaltungssatz.**

Unter der Bedingung, dass keine äußeren Drehmomente wirken, bleibt in einem abgeschlossenen System der Drehimpuls erhalten.

$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots + \vec{L}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i$ = konstant

$\vec{L}$ Gesamtdrehimpuls
$\vec{L}_i$ Drehimpulse der einzelnen Körper des Systems

Eine wichtige Anwendung des **Drehimpulserhaltungssatzes** sind **Kreisel** und darauf beruhende Instrumente (Kreiselkompass, Fliegerhorizont).

Ein Kunstspringer besitzt nach dem Absprung einen bestimmten Drehimpuls $\vec{L}$ um eine bestimmte Achse. Durch Veränderung der Körperhaltung, z. B. Anziehen der Beine, kann er sein Trägheitsmoment verkleinern und damit seine Winkelgeschwindigkeit vergrößern, denn für $\vec{L}$ = konst. gilt $\omega \sim \frac{1}{J}$. Damit werden z. B. Mehrfachsaltos möglich.



Auch bei der Entstehung von Planetensystemen spielt der Drehimpulserhaltungssatz eine Rolle. Extrem langsam rotierende Gaswolken im All erhöhen ihre Winkelgeschwindigkeit, wenn sie durch Gravitationskräfte (↗ S. 124) kollabieren. Dabei nimmt die Winkelgeschwindigkeit mit Verkleinerung des Trägheitsmomentes zu. Es entstehen schnell rotierende Scheiben um junge Sterne, in denen sich Planeten bilden können.

Dynamik

Die **Dynamik** beschäftigt sich mit den Kräften und deren Wirkungen. Grundlegend sind die drei **newtonschen Gesetze.**

Trägheitsgesetz	$\vec{v}$ = konstant bei $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$
Newtonsches Grundgesetz	$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$
Wechselwirkungsgesetz	$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Wird ein Körper bewegt oder verformt, so wird mechanische Arbeitet verrichtet. Dabei ändert sich seine Energie.

Mechanische Arbeit

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot \mathrm{d}s$$

$$\boxed{W = \Delta E}$$

$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ (für F = konstant)
$W = F \cdot s$ (für F = konst. und $\vec{F} \parallel \vec{s}$)

Mechanische Energie

$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ $\quad E_{pot} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ $\quad E_{rot} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$

Für rein mechanische Vorgänge in abgeschlossen Systemen gilt:

$$\Delta(E_{kin} + E_{pot} + E_{rot}) = 0$$

Die mechanische Leistung ist ein Maß für die Arbeitsgeschwindigkeit, der Wirkungsgrad ein Maß für die Güte der Energieumwandlung.

Mechanische Leistung

$$P = \frac{W}{t}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{nutz}}{P_{auf}} = \frac{E_{nutz}}{E_{auf}} = \frac{W_{nutz}}{W_{auf}}$$

Translation und Rotation werden mit analogen Größen und Gesetzen beschrieben.

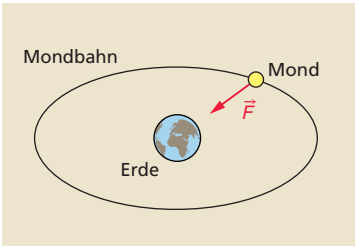
Translation	**Zusammenhang**		**Rotation**
Weg s	$s = \varphi \cdot r$		Winkel φ
Geschwindigkeit v	$v = \omega \cdot r$		Winkelgeschwindigkeit ω
Beschleunigung a	$a = \alpha \cdot r$		Winkelbeschleunigung α
Masse m	$J = \int r^2 \, \mathrm{d}m$		Trägheitsmoment J
Kraft F	$M = F \cdot r$		Drehmoment M
Grundgesetz der Translation	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$	Grundgesetz der Rotation
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$	Drehimpuls
Impulserhaltungssatz	$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ = konst.	$\sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i$ = konst.	Drehimpulserhaltungssatz

Abgeleitet ist der Begriff **Gravitation** von gravis (lat.) = schwer.

2.7 Gravitation

2.7.1 Das Gravitationsgesetz

Die Entdeckung des Gravitationsgesetzes durch den englischen Naturforscher ISAAC NEWTON (1643–1727) war der Endpunkt einer langen und komplizierten historischen Entwicklung. Dabei flossen irdische Beobachtungen über die **Erdanziehungskraft** und Himmelsbeobachtungen über die Bewegungen des Mondes und der Planeten zusammen. Zu beantworten war letztlich die Frage, ob die Kraft, die Erdmond oder Planeten auf eine kreisähnliche Bahn zwingt, wesensgleich mit der Kraft ist, die wir als Erdanziehungskraft kennen und die z. B. bewirkt, dass ein Apfel nach unten fällt, wenn man ihn loslässt.





Ein Teil dieses komplizierten und langwierigen Erkenntnisprozesses war der Streit um das **Weltbild,** der in den Auseinandersetzungen um die Richtigkeit des heliozentrischen Weltbildes des NIKOLAUS KOPERNIKUS (1473–1543) gipfelte.

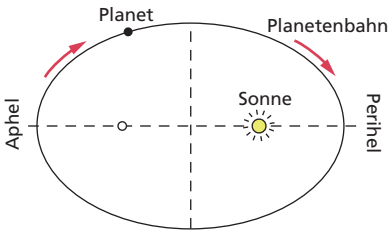


JOHANNES KEPLER (1571–1630) entdeckte die **keplerschen Gesetze** der Planetenbewegung. Eingebunden in das Denken seiner Zeit, war er zutiefst davon überzeugt, dass die Welt von göttlichen Harmonieprinzipien durchdrungen ist.

Die keplerschen Gesetze

Ein entscheidender Schritt auf dem Weg zur Erkenntnis des Gravitationsgesetzes war die Analyse der Bewegungen von Planeten des Sonnensystems und die Formulierung entsprechender Gesetze. Dieser Schritt wurde von JOHANNES KEPLER (1571–1630) unternommen. KEPLER gelangte durch intensive Auswertung von Beobachtungen des dänischen Astronomen TYCHO BRAHE (1546–1601) zu den heute nach ihm benannten **keplerschen Gesetzen,** die nachstehend in moderner Formulierung angegeben sind:

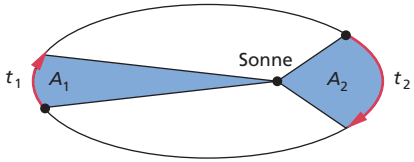
1. keplersches Gesetz



Alle Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen. In einem gemeinsamen Brennpunkt steht die Sonne.

Daraus folgt, dass sich bei der Bewegung von Planeten um die Sonne der Abstand Planet – Sonne ständig ändert. Für die Erde beträgt die geringste Entfernung von der Sonne $147{,}1 \cdot 10^6$ km (Perihel, Anfang Januar), die größte Entfernung $152{,}1 \cdot 10^6$ km (Aphel, Anfang Juli).

2. keplersches Gesetz



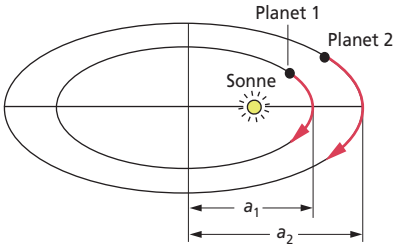
Die Verbindungslinie Sonne – Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

$\frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2}$

A_1, A_2 Flächen
t_1, t_2 Zeiten

Daraus folgt, dass sich ein Planet in Sonnenferne langsamer bewegt als in Sonnennähe.
Für die Erde betragen die Geschwindigkeiten 29,3 $km \cdot s^{-1}$ in Sonnenferne (Juni/Juli) und 30,3 $km \cdot s^{-1}$ in Sonnennähe (Dezember/Januar).

3. keplersches Gesetz



Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Bahnen.

$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

T_1, T_2 Umlaufzeiten der Planeten
a_1, a_2 große Halbachsen der Planetenbahnen

Aus diesem Gesetz folgt, dass die Bahngeschwindigkeit von Planeten mit wachsendem Abstand von der Sonne abnimmt. Merkur als sonnennächster Planet bewegt sich schneller um die Sonne als die Erde. Die Erde bewegt sich schneller um die Sonne als die sonnenfernen Planeten Saturn oder Pluto.
Aus den keplerschen Gesetzen ergeben sich wichtige Hinweise auf den Charakter der Gravitationskraft. Das gilt vor allem für das 3. keplersche Gesetz.

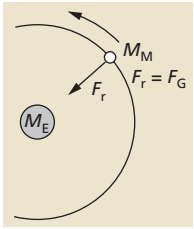
NEWTONS Mondrechnung

Neben I. NEWTON (1643–1727) waren im 17. Jahrhundert auch schon andere Gelehrte, z. B. der Astronom EDMUND HALLEY (1656–1743), auf den Zusammenhang zwischen Kraft und Abstand gestoßen (s. Randspalte). Mithilfe der so genannten **Mondrechnung** konnte NEWTON aber zeigen, dass es sich bei der Kraft zwischen Himmelskörpern um die gleiche Art von Kraft handelte, die auch die Körper auf der Erdoberfläche anzog.
NEWTON ging bei seinen Überlegungen von einer näherungsweisen Kreisbewegung des Mondes um die Erde aus. Die in Richtung Erde wirkende Radialbeschleunigung beträgt nach den Gesetzen der Kreisbewegung dann:

$$a = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} = 2{,}73 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

Geht man davon aus, dass die auf einen Planeten wirkende Kraft gleich der **Radialkraft** ist, dann gilt:
$F = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$
(↗ S. 87) und damit
$F \sim \frac{r}{T^2}$ (1)
Für Kreisbahnen folgt aus dem 3. keplerschen Gesetz: $T^2 \sim r^3$
Eingesetzt in (1) ergibt sich:
$F \sim \frac{1}{r^2}$

In den Jahren 1680–1684 arbeitete ISAAC NEWTON die Theorie der Planetenbewegung aus. Den Zusammenhang $F \sim \frac{1}{r^2}$ fand NEWTON bereits etwa 1665.



Aufgrund der **Gravitation** ist jeder Körper auf der Erde „schwer". Aus diesen Überlegungen ergibt sich der Begriff **„schwere Masse"**, der von der **„trägen Masse"** unterschieden wird, die bei Bewegungsänderungen eine Rolle spielt. Schwere und träge **Masse** eines Körpers sind gleich groß.



Darin bedeuten T die Umlaufzeit des Mondes um die Erde (27,32 d) und r den mittleren Mondbahnradius (384 400 km).
NEWTON wusste: Der Radius r der Mondbahn ist etwa 60-mal größer als der Erdradius R. Für das Verhältnis der Radialbeschleunigung a des Mondes und der Fallbeschleunigung g an der Erdoberfläche gilt näherungsweise:

$$\frac{a}{g} = \frac{1}{3\,590} = \left(\frac{1}{60}\right)^2 = \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

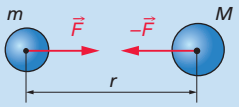
Sind beide Beschleunigungen auf dieselbe Kraft zurückzuführen, dann müsste für diese Kraft eine Entfernungsabhängigkeit der Form $F \sim \frac{1}{r^2}$ gelten.

Die Erdanziehungskraft und die im All wirkenden Anziehungskräfte zwischen Himmelskörpern sind auf das Wirken ein- und desselben Gesetzes, des Gravitationsgesetzes, zurückzuführen.

Das Gravitationsgesetz

Das **Gravitationsgesetz** fand ISAAC NEWTON um 1687. Es lautet:

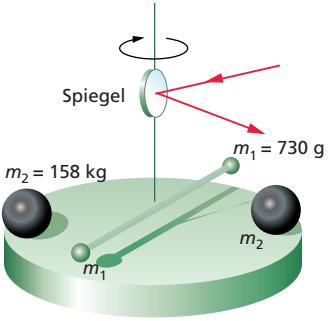
Zwischen zwei Körpern wirken aufgrund ihrer Massen anziehende Kräfte, die gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind. Für den Betrag dieser Gravitationskräfte gilt:



$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

G	Gravitationskonstante
m, M	Massen der Körper
r	Abstand der Massenmittelpunkte

Die Gravitationskonstante G kann experimentell ermittelt werden. Erstmals gelang das 1798 dem englischen Physiker HENRY CAVENDISH (1731–1810, Bild rechts) mit einer von ihm erfundenen **Drehwaage.** Die Skizze zeigt das Messprinzip.
An einem Draht sind zwei kleine kugelförmige Körper befestigt. Darüber hinaus ist ein Spiegel angebracht, über den die Verdrillung des Drahtes gemessen werden kann.
Zwei große Kugeln sind symmetrisch auf einer drehbar gelagerten Scheibe befestigt. Bei gleichem Abstand von den kleinen Kugeln heben sich die Gravitationskräfte auf. Der Draht wird nicht verdrillt. Nähert man die großen Kugeln den kleinen, so wird der Draht aufgrund der wirkenden Gravitationskräfte verdrillt. Die Stärke der Verdrillung kann gemessen und damit die Gravitationskonstante bestimmt werden.



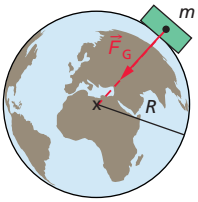
Mithilfe des Gravitationsgesetzes kann man die Erde „wiegen“, also ihre Masse ermitteln.
Führen Sie eine solche Bestimmung der Erdmasse durch!

Analyse:
Die Gewichtskraft F_G eines Körpers auf der Erdoberfläche ist gleich der Gravitationskraft zwischen ihm und der Erde. Es gilt also:

$$m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

und damit

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} \quad (1)$$



Erde mit der Masse M

Die nebenstehend genannte Gleichung (1) kann man beispielsweise dazu nutzen, um die Fallbeschleunigung an der Oberfläche von Himmelskörpern zu berechnen, wenn man deren Masse und Radius kennt.

Mithilfe der nach M umgestellten Gleichung kann man die Erdmasse berechnen.

Gesucht: M
Gegeben: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot s^2}$

$g = 9{,}81 \frac{\text{m}}{s^2}$

$R = 6\,371 \text{ km} = 6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m}$

Lösung:

$$M = \frac{g \cdot R^2}{G}$$

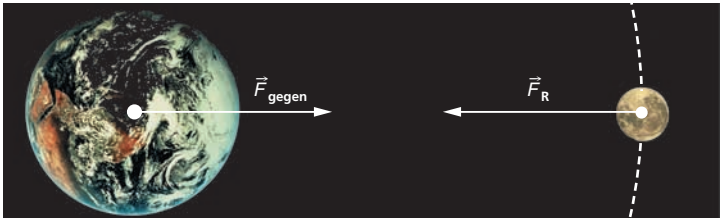
$$M = \frac{9{,}81 \frac{\text{m}}{s^2} \cdot (6{,}371 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot s^2}}$$

$$M = 5{,}97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Ergebnis:
Die Masse der Erde beträgt $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.

Die Erdmasse ist 81-mal größer als die Mondmasse.
Sie beträgt aber nur $\frac{1}{330\,000}$ der Masse der Sonne.

Das Gravitationsgesetz kann zur Lösung weiterer interessanter Aufgaben genutzt werden, beispielsweise zur Bestimmung der 1. kosmischen Geschwindigkeit (↗ S. 124) oder zur Bestimmung der Bahngeschwindigkeit des Mondes um die Erde. Mithilfe der Gravitation lassen sich auch Erscheinungen wie **Ebbe** und **Flut** erklären.



Als Ansatz ist bei solchen Aufgaben häufig zu wählen:

Radialkraft = Gravitationskraft

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

Höhepunkte der bemannten Weltraumfahrt

Die bemannte Weltraumfahrt begann am 12. April 1961: Als erster Mensch startete der Russe JURI A. GAGARIN (1934–1968) zu einem 89-minütigen Flug in den erdnahen Weltraum und umrundete die Erde einmal. Ihm folgte am 6. August 1961 GERMAN S. TITOW (*1935) mit einem 25-stündigen Flug (16 Erdumläufe). Kurze Zeit später zogen die USA nach. Am 16. Februar 1962 startete nach zwei ballistischen Flügen mit JOHN GLENN (*1921) der erste Amerikaner zu einem Orbitalflug (5 Stunden, 3 Erdumläufe). In den darauffolgenden Jahren wurden sowohl von der Sowjetunion als auch von den USA zahlreiche weitere Flüge mit verbesserten Raumschiffen durchgeführt, die Flugzeiten verlängert und neben Ausstiegen in den freien Weltraum auch Rendezvous- und Kopplungsmanöver vorgenommen.

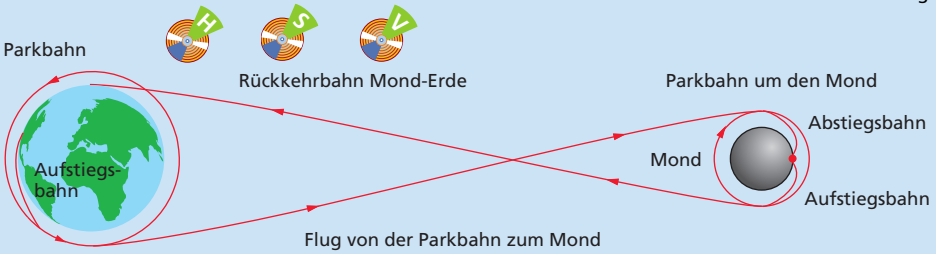
Im Wettlauf zwischen der Sowjetunion und den USA, der nach dem Start des ersten Erdsatelliten „Sputnik 1“ im Jahre 1957 eingesetzt hatte, wurde in den USA 1960/61 eine weitreichende Entscheidung getroffen, die der damalige Präsident JOHN F. KENNEDY 1961 in eine Rede verkündete:

„Ich bin der Ansicht, daß es sich unsere Nation zum Ziel setzen sollte, noch vor Ende dieses Jahrzehnts eine bemannte Mondlandung durchzuführen und die Besatzung wohlbehalten zur Erde zurückzubringen. Kein Raumfahrtprojekt dieser Epoche wird für die Menschheit so eindrucksvoll und für die weitere Erforschung des Alls so bedeutend sein wie dieses, und keines wird sich so schwer verwirklichen lassen. Es wird nicht ein Mensch allein zum Mond fliegen, sondern ein ganzes Volk.“



Das war der Auftakt zum Apollo-Mondlandeprogramm, eine der aufwendigsten und spektakulärsten Weltraumunternehmen des 20. Jahrhunderts. Es waren nicht nur Fragen der Flugbahn und des Landeortes zu klären. Vor allem mussten auch die raketentechnischen Voraussetzungen geschaffen werden. Dazu wurde unter der wissenschaftlichen Leitung von WERNHER VON BRAUN (1912–1977) die Großrakete „Saturn V“ entwickelt, die eine Höhe von 112 m und ein Startgewicht von ca. 2 900 t hatte. Davon entfielen auf die Treibstoffe ca. 2 500 t und auf die Mondfähre insgesamt 14,7 t.

Nach der Erprobung einzelner Komponenten und Flugphasen erfolgten mit Apollo 8 (1968), Apollo 9 (März 1969) und Apollo 10 (Mai 1969) Mondumkreisungen bis hin zu einer simulierten Landung. Die entscheidende Mission Apollo 11 begann am 16. 7. 1969. Bild 1 zeigt den prinzipiellen Ablauf. Zunächst wurde das Apollo-Raumschiff mit den drei weltraumerfahrenen Astronauten NEIL ARMSTRONG (*1930), EDWIN ALDRIN (*1930) und MICHAEL COLLINS (*1930) in eine 197 km hohe Parkbahn um die Erde gebracht, die 12 min nach dem Start erreicht wurde. Nach erneutem Zünden der Triebwerke und Beschleunigen auf eine Fluchtgeschwindigkeit von $10{,}8\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ schlug das Raumschiff eine Flugbahn zum Mond ein. Am 18. 7. 1969 erreichte Apollo 11 nach kurzer Zündung der Triebwerke eine Parkbahn in 111 km Höhe über der Mondoberfläche. Zwei Tage



1 *Verlauf des Fluges zum Mond und zurück bei Apollo 11 und den weiteren Mondmissionen im Rahmen des Apollo-Programms in den Jahren 1969–1972*

später, am 20. 7. 1969, wurde die 14,7 t schwere Mondfähre „Eagle“ mit N. ARMSTRONG und E. ALDRIN vom Apollo-Raumschiff getrennt, das mit M. COLLINS im Mondorbit verblieb. Die Landung auf dem Mond erfolgt um 21.18 MEZ. Den ersten Ausstieg der Astronauten kommentierte NEIL ARMSTRONG in einer Fernseh-Direktübertragung, die ca. 600 Millionen Menschen verfolgten, mit den Worten: *„Ich bin am Fuß der Leiter. Die LM (lunar module)-Füße drücken nur ein oder zwei Zoll in die Oberfläche ein, obwohl sie sehr feinkörnig wirkt, wenn man näher kommt. Sie ist fast wie Puder. Ich steige jetzt vom LM herunter.“* Dann sprach er den berühmten Satz: *„That's one small step for a man; one gigant leap for mankind“*. Übersetzt wird dieser Satz meist als: *„Das ist ein kleiner Schritt für einen Menschen, aber ein gewaltiger Sprung für die Menschheit.“*

Dieser „Sprung“ erfolgte am 21. 7. 1969 um 3.56 MEZ. Nach ca. 22 Stunden Aufenthalt auf dem Mond, darunter etwa 2 Stunden außerhalb der Mondfähre, kehrten beide Astronauten mit dem Aufstiegsteil der Mondfähre und 21 kg Mondgestein zum Apollo-Raumschiff im Mondorbit zurück. Am 22. 7. 1969 ging Apollo 11 nach Abstoßen des Aufstiegsteils auf Erdkurs. Die Landekapsel prallte am 24. 7. 1969 südwestlich von Hawaii auf dem Wasser auf. Die drei Astronauten wurden zunächst 18 Tage unter Quarantäne gehalten, um das Einschleppen eventueller Mondbakterien auszuschließen.

Das Apollo-Programm wurde 1969–1972 mit Mondflügen von Apollo 12–16 fortgesetzt und 1972 mit Apollo 17 beendet. An der auf dem Mond verbliebenen Landestufe von Apollo 17 ist eine Plakette mit folgender Inschrift angebracht:

„Hier beendete der Mensch seine erste Erkundung des Mondes. Dezember 1972 A. D. Möge sich der Geist des Friedens, in dem wir kamen, im Leben der ganzen Menschheit widerspiegeln.“



1 *Der Astronaut D. SCOTT (Apollo 15) mit Mondfähre und dem Mondmobil (rechts)*

Wesentliche wissenschaftliche Ergebnisse des Mondlandeprogramms waren Untersuchungen an 6 Landestellen auf dem Mond, die Gewinnung von 385 kg Mondgestein und Bodenproben, der Aufbau von Messstationen auf der Mondoberfläche, die fotografischer Erfassung von Mond und Erde sowie die Untersuchung der kosmischen Strahlung.

Kontinuierliche Forschungen im erdnahen Weltraum werden durch bemannte Weltraumstationen ermöglicht. Bereits ab 1971 wurden sowjetische Weltraumstationen vom Typ „Saljut“ betrieben, 1973 folgte die amerikanische Station „Skylab“.

Die erfolgreichste Mission war die 1986 gestartete und immer weiter ausgebaute sowjetische Station „Mir“ (Frieden). Nachfolgerin ist die Internationale Raumstation (ISS). Aktuelle Informationen und Bilder der ISS sind unter den Internet-Adressen **www.nasa.gov** und **www.esa.de** zu finden.





2 *Die sowjetische Weltraumstation „Mir“ (oben) arbeitete von 1986 – 2001. Der Aufbau der International Space Station (ISS, links) begann 1998.*



2.7.2 Gravitationsfelder

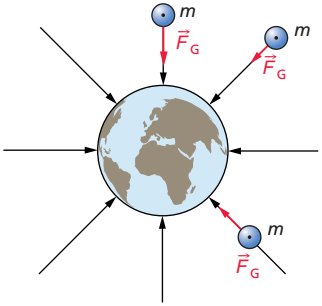
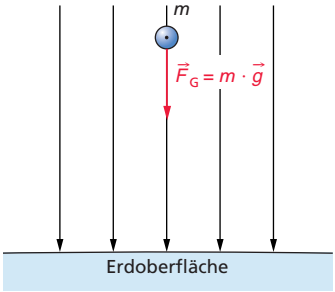
Beschreibung von Gravitationsfeldern

Lange Zeit konnte die Wissenschaft nicht die Frage beantworten, wie die gravitative Wirkung zwischen Körpern durch den Raum hindurch erfolgt. Dies wurde erst mithilfe der **Feldtheorie** möglich.

Analog dazu existiert um einen geladenen Körper ein **elektrisches Feld** (↗ S. 260 ff.) und um einen Magneten ein **magnetisches Feld** (↗ S. 277 ff.).

Unter einem Gravitationsfeld versteht man den besonderen Zustand des Raumes um einen massebehafteten Körper.
In ihm werden auf andere Körper Gravitationskräfte ausgeübt.

Veranschaulichen kann man sich ein Gravitationsfeld ähnlich wie ein elektrisches oder ein magnetisches Feld durch ein **Feldlinienbild.**

Gravitationsfeld der Erde	Gravitationsfeld in der Nähe der Erdoberfläche
	
Das Gravitationsfeld der Erde ist ein Radialfeld und damit ein inhomogenes Feld.	In unmittelbarer Nähe der Erdoberfläche kann man das Gravitationsfeld als homogen ansehen.

Als Richtung der Feldlinien des **Gravitationsfeldes** wird die Richtung der Kraft auf einen Probekörper angenommen. In die Physik eingeführt wurde das **Feldlinienmodell** durch den englischen Physiker MICHAEL FARADAY (1791–1867).

Die ortsabhängige Stärke eines Gravitationsfeldes wird durch die **Gravitationsfeldstärke** erfasst.

Die Gravitationsfeldstärke gibt an, wie groß die Gravitationskraft $\vec{F}$ auf einen Probekörper der Masse m im Gravitationsfeld ist.

Formelzeichen: $\vec{g}$
Einheit: ein Newton durch Kilogramm $\left(1\frac{N}{kg}\right)$

Für die Einheiten gilt:
$1\frac{N}{kg} = 1\frac{kg \cdot m}{s^2 \cdot kg} = 1\frac{m}{s^2}$

Die Gravitationsfeldstärke eines Körpers der Masse M kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad g = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

G	Gravitationskonstante
M	Masse des felderzeugenden Körpers
r	Abstand vom Massenmittelpunkt

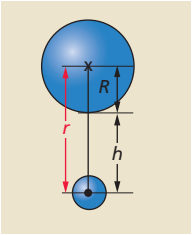
Die Gravitationsfeldstärke wird auch als **Ortsfaktor** oder als **Fallbeschleunigung** (↗ S. 66) bezeichnet.

In welcher Entfernung von der Erdoberfläche ist der Ortsfaktor nur noch halb so groß wie an der Erdoberfläche?

Analyse:
Für den Ortsfaktor an der Erdoberfläche gilt $g_E = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$. Die Entfernung h, in der der Ortsfaktor nur noch halb so groß ist, kann mithilfe der Gleichung für die Gravitationsfeldstärke berechnet werden.

Der Abstand r wird stets vom Massenmittelpunkt des felderzeugenden Körpers aus gemessen.

Gesucht: h
Gegeben: $R = 6\,371\ \text{km} = 6{,}371 \cdot 10^6\ \text{m}$
$M = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}$
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$
$g = \frac{1}{2}\ g_E$



Lösung:

$h = r - R \qquad r = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{g_E}}$

$h = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{g_E}} - R$

$h = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67\,\text{m}^3 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\text{kg} \cdot \text{s}^2}{10^{11} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2 \cdot 9{,}81\,\text{m}}} - 6{,}371 \cdot 10^6\ \text{m}$

$h = 9{,}01 \cdot 10^6\ \text{m} - 6{,}371 \cdot 10^6\ \text{m}$
$h = 2{,}64 \cdot 10^6\ \text{m}$

Die Aufgabe lässt sich auch durch inhaltlich-logisches Schließen (↗ S. 35) lösen:
$r = R \cdot \sqrt{2}$
$h = R\,(\sqrt{2} - 1)$

Ergebnis:
Der Ortsfaktor (Gravitationsfeldstärke) hat in 2 640 km Höhe über der Erdoberfläche die Hälfte des Wertes auf der Erdoberfläche.

Hebt man einen Körper von Normalnull (NN) auf 1 000 m an, so verkleinert sich der Ortsfaktor lediglich um 0,000 2 %.

Potenzielle Energie und Arbeit im Gravitationsfeld

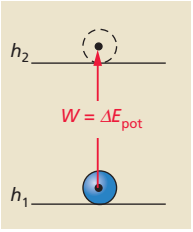
In der Nähe der Erdoberfläche kann man das Gravitationsfeld der Erde als homogen ansehen (↗ S. 128). Demzufolge ist in diesem Bereich der Ortsfaktor g = konstant. Wird an einem Körper Hubarbeit (↗ S. 95) verrichtet, so vergrößert sich seine potenzielle Energie:

$$W = \Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$$

Im homogenen Gravitationsfeld in der Nähe der Erdoberfläche ist die Änderung der potenziellen Energie eines Körpers gleich der verrichteten Hubarbeit:

$W = \Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h$

m Masse des Körpers
g Ortsfaktor
Δh Höhenunterschied

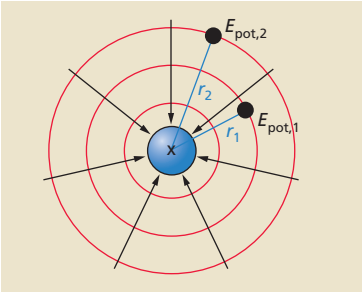


Als **Bezugsniveau** für die **potenzielle Energie** in Erdnähe wird häufig die Erdoberfläche gewählt. Man kann auch jedes andere Bezugsniveau wählen.

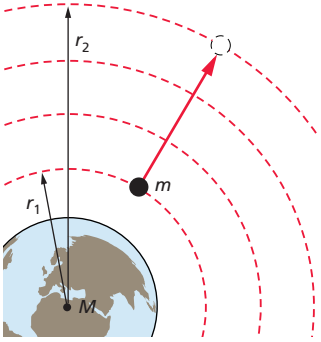
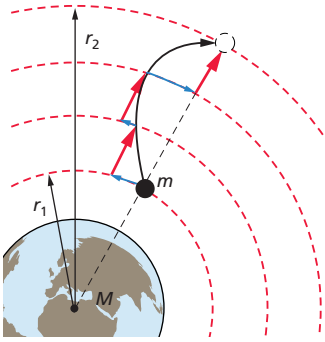
Die verrichtete Arbeit und damit die Änderung der potenziellen Energie ist nur vom Anfangs- und Endpunkt der Bewegung abhängig. Beide Größen hängen nicht von der Bahn ab, auf der die Bewegung erfolgt.
Wird ein Körper um größere Strecken im Gravitationsfeld verschoben, dann kann man das Feld nicht mehr als homogen ansehen (↗ S. 128). Die genannte Gleichung ist dann nicht mehr anwendbar.

Ein Körper auf **einer Äquipotenzialfläche** hat eine bestimmte potenzielle Energie, unabhängig davon, an welchem Ort auf der Fläche er sich befindet.

Verbindet man in einem Gravitationsfeld Punkte gleicher Gravitationsfeldstärke miteinander, so erhält man Flächen gleichen Potenzials, die man in der Physik auch als **Äquipotenzialflächen** bezeichnet.
In einem Radialfeld sind es Kugelschalen, auf denen die Feldlinien des Gravitationsfeldes senkrecht stehen.



Um einen Körper aus der Entfernung r_1 in die Entfernung r_2 zu verschieben, ist eine bestimmte Arbeit erforderlich. Dabei kann man zwei Fälle unterscheiden.

Gravitationskraft und Weg haben stets die gleiche Richtung.	**Es wird ein beliebiger Weg zurückgelegt.**
	

Rechts lässt sich der Weg in Teilstrecken längs einer Äquipotenzialfläche (blau) und in solche, die radial verlaufen (rot) zerlegen. Nur die radialen Teile ergeben einen Beitrag für die zu verrichtende Arbeit. Die Wege in radialer Richtung sind in beiden Fällen gleich groß.

Es gilt:

$$\int \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{1}{r} + C$$

In beiden Fällen lässt sich die Arbeit durch Integration ermitteln:

Mit $W = \int_{r_1}^{r_2} F\,dr$ *und* $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$ erhält man:

Die **Arbeit** ist positiv, wenn sich die **Energie** des Systems Erde-Körper vergrößert, also der Körper von der Erde weg bewegt wird. Im umgekehrten Fall ist sie negativ.

In einem radialen Gravitationsfeld kann die Arbeit zum Verschieben eines Körpers und damit die Änderung seiner potenziellen Energie berechnet werden mit der Gleichung:

$$W = \Delta E_{pot} = G \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

G	Gravitationskonstante
M	Masse des felderzeugenden Körpers
m	Masse des Körpers im Gravitationsfeld
r_1, r_2	Abstand vom Massenmittelpunkt

Welche Arbeit kann ein Meteoroid der Masse 500 kg verrichten, der aus den Tiefen des Alls kommt und auf die Erdoberfläche fällt?

Analyse:
Zur Berechnung kann die ↗ S. 130 unten genannte Gleichung für die Arbeit im Gravitationsfeld genutzt werden. Es geht dabei um das Gravitationsfeld der Erde, folglich ist die Masse der Erde einzusetzen. Als Anfangsgeschwindigkeit des Meteoroiden nehmen wir $v = 0$ an. Da der Meteoroid aus sehr großer Entfernung kommt und auf die Erdoberfläche fällt, setzen wir $r_1 \to \infty$ und $r_2 = R$.

Gesucht: W
Gegeben: $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg (Masse der Erde)
$r_1 \to \infty$
$r_2 = 6{,}371 \cdot 10^6$ m (Radius der Erde)
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Lösung:

$$W = G \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Mit $r_1 \to \infty$ erhält man $\frac{1}{r_1} \to 0$ und damit:

$$W = -\frac{G \cdot m \cdot M}{r_2}$$

$$W = -\frac{6{,}67\,m^3 \cdot 500\,kg \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg}{10^{11}\,kg \cdot s^2 \cdot 6{,}371 \cdot 10^6\,m}$$

$$W = -3{,}13 \cdot 10^{10}\,J$$

Ergebnis:
Ein Meteoroid mit einer Masse von 500 kg kann beim Fall auf die Erde eine Arbeit von etwa $3 \cdot 10^{10}$ J verrichten.

Meteoroide sind Kleinstkörper des Sonnensystems, die in die Erdatmosphäre eindringen können. Kleine Meteoroide verdampfen in der Atmosphäre und rufen dabei Leuchterscheinungen hervor, die als **Meteore** (Sternschnuppen) bezeichnet werden. Größere Meteoroide können den Erdboden erreichen. Diese zur Erdoberfläche gelangenden Reste der Meteoroide werden als **Meteorite** bezeichnet. Der größte bekannte Meteorit liegt in Namibia und besitzt eine Masse von mehr als 60 Tonnen.

Bereits der Aufprall eines solchen Meteoroiden könnte verheerende Wirkungen haben. Zum Vergleich:
Eine **Energie** von $3 \cdot 10^{10}$ J wird auch frei, wenn etwa 1000 l Benzin vollständig verbrennen.

Potenzielle Energie und Potenzial

Die potenzielle Energie eines Körpers, der sich im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers befindet, ist von seiner Masse und davon abhängig, welches Bezugsniveau man für die potenzielle Energie wählt. In der Physik wird häufig die potenzielle Energie im Unendlichen gleich null gesetzt. Um einen Körper der Masse m vom Unendlichen auf den Abstand r zu verschieben, ist die Arbeit

$$W = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

erforderlich. Diese Arbeit entspricht der Änderung der potenziellen Energie und mit $E_{pot,\infty} = 0$ zugleich der potenziellen Energie.

Ist ein Körper der Masse m von einem Zentralkörper der Masse M den Abstand r entfernt, dann besitzt er die potenzielle Energie

$$E_{pot} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

Bei Betrachtungen zur **potenziellen Energie** in der Nähe der Erdoberfläche wählt man meist die Erdoberfläche als Bezugsniveau und setzt für $h = 0$ die potenzielle Energie $E_{pot} = 0$.

Setzt man dagegen für die Erdoberfläche die **potenzielle Energie** $E_{pot} = 0$, dann ergibt sich allgemein für die potenzielle Energie der Ausdruck:

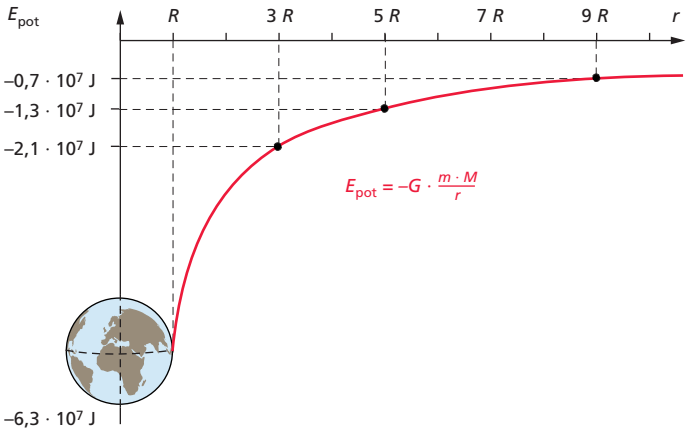
$E_{pot} = G \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$

und für $r \to \infty$

$E_{pot} = G \cdot m \cdot M \cdot \frac{1}{R}$



Betrachtet man z. B. einen Körper der Masse 1 kg im Gravitationsfeld der Erde, so ergibt sich für das Bezugsniveau $E_{pot,\infty} = 0$ der nachfolgend dargestellte Verlauf für die potenzielle Energie.



Um das Gravitationsfeld eines Körpers unabhängig davon beschreiben zu können, ob sich ein Probekörper in ihm befindet oder nicht, führt man die Größe **Potenzial** ein.

In analoger Weise wird beim elektrischen Feld das Potenzial eingeführt (↗ S. 267 f.).

Als Bezugspunkt ($V = 0$) für das **Potenzial** kann entweder ein Punkt im Unendlichen oder ein Punkt auf der Erdoberfläche festgelegt werden. Die nebenstehende Gleichung gilt für einen Bezugspunkt im Unendlichen.

Das Potenzial eines Punktes im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers der Masse M ist ein Maß für die Energie eines Körpers im betreffenden Punkt.

Formelzeichen: V
Einheit: ein Joule durch Kilogramm $\left(1\frac{J}{kg}\right)$

Das Potenzial in einem Radialfeld kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$V = \frac{E_{pot}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r}$$

E_{pot}	potenzielle Energie
m	Masse eines Körpers im Gravitationsfeld
G	Gravitationskonstante
M	Masse des felderzeugenden Körpers
r	Abstand des Punktes vom Massenmittelpunkt des felderzeugenden Körpers

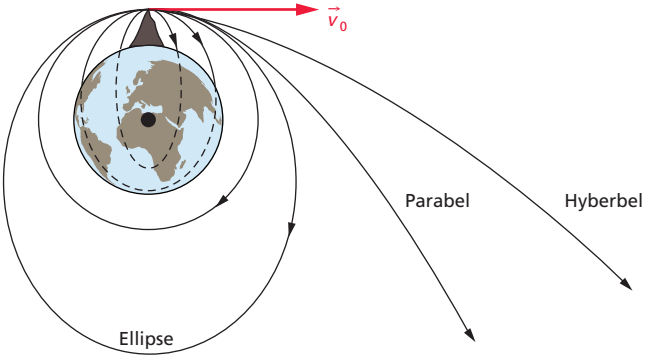
Für das Potenzial ergibt sich in der grafischen Darstellung ein ähnlicher Verlauf wie für die potenzielle Energie (s. oben).

Berechnet man mit der oben genannten Gleichung das Potenzial auf der Erdoberfläche ($M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $r = 6\,371$ km), so erhält man einen Wert von $-6{,}3 \cdot 10^7$ J/kg. Mit Vergrößerung der Entfernung vergrößert sich dieser Wert (↗ Skizze oben).

Die kosmischen Geschwindigkeiten

Damit eine von der Oberfläche eines Himmelskörpers gestartete Raumsonde auf eine Umlaufbahn um diesen Himmelskörper gelangt oder den Anziehungsbereich des Himmelskörpers verlassen kann, muss sie auf eine bestimmte Mindestgeschwindigkeit beschleunigt werden.
Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge betrachten wir folgenden vereinfachten Fall: Ein Körper wird von einem hohen Berg aus waagerecht zur Erdoberfläche abgeschossen, wobei die Abschussgeschwindigkeit in weiten Grenzen variiert werden kann.

Die Kenntnis der zum Erreichen einer bestimmten Bahn erforderlichen Geschwindigkeit ist z. B. notwendig, um den genauen Antriebsbedarf ermitteln zu können.



Bei den nachfolgenden Betrachtungen wird der Luftwiderstand vernachlässigt. Die Erde wird als ideal kreisförmig angesehen. Die rechts stehende Skizze ist eine Darstellung, die auf NEWTON zurückgeht.

Ist die Geschwindigkeit gering, dann fällt der Körper auf einer elliptischen Bahn auf die Erdoberfläche.
Bei Vergrößerung der Abschussgeschwindigkeit vergrößert sich die Flugweite immer mehr, bis schließlich der Körper den Zentralkörper (die Erde) auf einer Kreisbahn gerade umläuft.

Alle Bahnkurven, die vollständig im Erdfeld verlaufen, sind geschlossen und damit elliptisch oder kreisförmig. Bei kleinen Geschwindigkeiten verläuft die Bewegung natürlich nur bis zur Erdoberfläche.

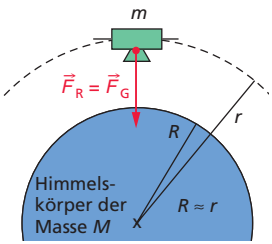
Die Geschwindigkeit, die ein Satellit haben muss, damit er einen Zentralkörper gerade umläuft, wird als **1. kosmische Geschwindigkeit** oder als **minimale Kreisbahngeschwindigkeit** bezeichnet.

Der Betrag der 1. kosmischen Geschwindigkeit ergibt sich aus folgender Überlegung: Für einen Körper auf einer Kreisbahn ist die Radialkraft gleich der Gravitationskraft:

$$\frac{m \cdot v_K^2}{R} = G \cdot \frac{m \cdot M}{R^2}$$

und damit:

$$v_K = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$$



Für eine Kreisbewegung, die gerade um die Erde herum erfolgt, ist R gleich dem Erdradius. Damit erhält man als Betrag der 1. kosmischen Geschwindigkeit für die Erde $v = 7{,}9\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Für andere Himmelskörper ergeben sich für die **1. kosmische Geschwindigkeit** andere Werte. So beträgt sie z. B. für den Erdmond 1,68 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ und für den Planeten Mars 3,54 $\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Die 1. kosmische Geschwindigkeit (minimale Kreisbahngeschwindigkeit) kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$v_K = \sqrt{G \cdot \frac{M}{R}}$$

G Gravitationskonstante
M Masse des Zentralkörpers
R Radius des Zentralkörpers

Wird die waagerechte Abschussgeschwindigkeit eines Körpers über die 1. kosmische Geschwindigkeit hinaus weiter erhöht, dann kann er sich von der Oberfläche des Zentralkörpers entfernen (s. Skizze ↗ S. 133). Es entstehen zunächst elliptische Bahnen, die sich schließlich zur Bahnform der Parabel und weiter zu Hyperbelästen öffnen.

Die Geschwindigkeit, die ein Satellit mindestens haben muss, um das Gravitationsfeld eines Himmelskörpers zu verlassen, wird als 2. kosmische Geschwindigkeit (Fluchtgeschwindigkeit) bezeichnet.

Für die Erde erhält man einen Wert von 11,2 $\frac{km}{s}$, für den Erdmond 2,38 $\frac{km}{s}$ und für den Mars 5,00 $\frac{km}{s}$.
Zwischen 1. und 2. **kosmischer Geschwindigkeit** besteht folgender Zusammenhang:

$$v_F = \sqrt{2} \cdot v_K$$

Der Betrag dieser Geschwindigkeit ergibt sich aus energetischen Betrachtungen. Der Satellit muss beim Start gerade soviel kinetische Energie besitzen, um Hubarbeit bis ins Unendliche verrichten zu können.

Die 2. kosmische Geschwindigkeit (Fluchtgeschwindigkeit) kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$v_F = \sqrt{2G \cdot \frac{M}{R}}$$

G Gravitationskonstante
M Masse des Zentralkörpers
R Radius des Zentralkörpers

In der nachstehenden Übersicht sind die Geschwindigkeiten und die Bahnformen für die Bewegung im Gravitationsfeld der Erde zusammengestellt.

Startgeschwindigkeit	Bahnform	Beispiele
$v < 7{,}9$ km/s	Körper fällt zur Erde zurück.	Rakete bei Ausfall einer Antriebsstufe
$v = 7{,}9$ km/s	Kreisbahn	Satelliten auf niedriger Umlaufbahn
$7{,}9\ \frac{km}{s} < v < 11{,}2\ \frac{km}{s}$	Ellipse	viele Forschungssatelliten
$v = 11{,}2\ \frac{km}{s}$	Parabel	Pioneer-Raumsonden
$v > 11{,}2\ \frac{km}{s}$	Hyperbel	

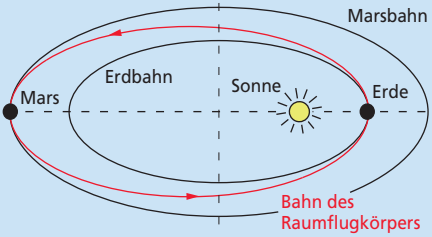
Zum Verlassen unseres Sonnensystems ist die **3. kosmische Geschwindigkeit** erforderlich, die für die Erde 16,7 $\frac{km}{s}$ beträgt. Durch **Swing-by-Manöver**, also der Nutzung von Gravitationskräften von Himmelskörpern, kann die Geschwindigkeit von Raumflugkörpern vergrößert werden (↗ S. 135).

Die Bahn von Raumsonden in größerer Entfernung von der Erde wird maßgeblich durch Gravitationskräfte anderer Himmelskörper beeinflusst.

HOHMANN-Bahnen und Swing-by-Manöver

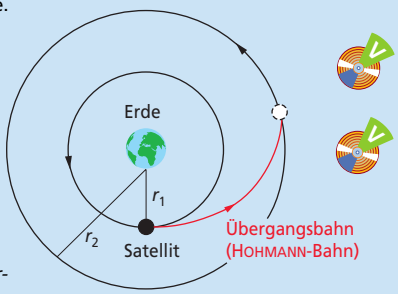
Schon die ersten Raumfahrtpioniere bewegte zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Frage, auf welchen Bahnen sich Raumflugkörper bewegen müssten, um andere Himmelskörper zu erreichen. Seit 1914 beschäftigte sich auch der deutsche Ingenieur WALTER HOHMANN (1880–1945) mit dem Problem interplanetarer Flüge. Er veröffentlichte 1925 das Werk „Die Erreichbarkeit der Himmelskörper", in dem er ausführliche Untersuchungen zu interplanetaren Flugbahnen darstellte und auch erstmals das Prinzip eines „Beibootes" für Landungen auf anderen Himmelskörpern vorschlug, wie es rund 45 Jahre später beim Mondlandeprogramm „Apollo" realisiert wurde.

HOHMANN beschrieb Flugbahnen, auf denen man energetisch am günstigsten einen anderen Himmelskörper erreichen kann. Sie werden heute als **HOHMANN-Bahnen** bezeichnet. Geht man von einem Raumflugkörper aus, der auf eine bestimmte Geschwindigkeit gebracht wurde und dann antriebslos weiterfliegt, dann bewegt er sich nach den keplerschen Gesetzen auf einer elliptischen Bahn, wenn seine Geschwindigkeit kleiner als die 2. kosmische Geschwindigkeit ist. Auf einer elliptischen Bahn kann man einen Himmelskörper dann erreichen, wenn die Bahnellipse die Erdbahn und die Bahn des anderen Himmelskörpers tangential berührt. In Bild 1 ist das für das Beispiel eines Fluges zum Mars dargestellt.



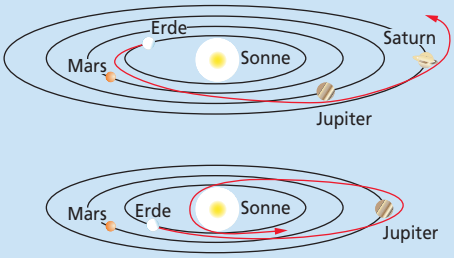
***1** Eine HOHMANN-Ellipse ist eine energetisch optimale Bahn (Bahnen sind übertrieben elliptisch gezeichnet).*

HOHMANN-Bahnen nutzt man auch, um Satelliten von einer Kreisbahn auf eine andere zu bringen (Bild 2). Ein Satellit bewege sich z. B. auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_1 um die Erde. Durch Zündung der Triebwerke gelangt er in eine Übergangsbahn (HOHMANN-Ellipse), seine potenzielle Energie vergrößert sich. Durch einen zweiten Steuerimpuls erfolgt die Anpassung an die gewünschte Kreisbahn mit dem Radius r_2. Dieser Impuls bewirkt eine Steigerung der Bahngeschwindigkeit und damit eine Erhöhung der kinetischen Energie.



2 HOHMANN-Ellipse als Übergangsbahn

Bei interplanetaren Flügen wird die **Swing-by-Technik** genutzt, die manche Flüge überhaupt erst ermöglicht hat. Swing-by bedeutet: Eine antriebslos fliegende Sonde gelangt in die Nähe eines Himmelskörpers. Dessen Gravitationswirkung und Bahngeschwindigkeit wird zur Richtungsänderung sowie zur Vergrößerung oder Verringerungen der Geschwindigkeit der Sonde relativ zur Sonne genutzt. Besonders wirkungsvoll kann die Bahn von Sonden durch den massereichen Planeten Jupiter beeinflusst werden, 1977/78 ergab sich aus der Konstellation der großen Planeten Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun die sehr seltene Möglichkeit eines Ketten-Swing-By-Verfahrens. Das wurde von den 1977 gestarteten amerikanischen Voyager-Sonden genutzt. In den neunziger Jahren erreichen die beiden Sonden die Grenze unseres Sonnensystems. Im Jahre 2002 waren beide Sonden mehr als 10 Milliarden Kilometer von der Erde entfernt.



***3** Swing-by-Technik bei Flügen zu äußeren und inneren Planeten*

2.8 Mechanische Schwingungen und Wellen

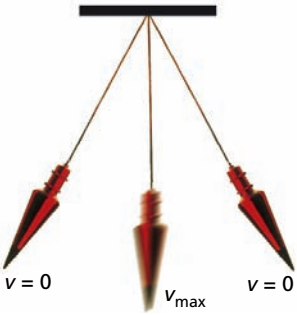
2.8.1 Entstehung und Beschreibung mechanischer Schwingungen

Häufig sind in Natur und Technik Vorgänge zu beobachten, bei denen Körper periodisch ihre Raumlage oder ihr geometrisches Erscheinungsbild ändern und sich dabei immer wieder ein gleicher oder weitgehend ähnlicher Bewegungsprozess abspielt.

Statt von Gleichgewichtslage spricht man auch von **Ruhelage.**

Eine mechanische Schwingung ist eine zeitlich periodische Bewegung eines Körpers um eine Gleichgewichtslage.

Beispiele für **Schwingungen** sind auch die Bewegung einer Schaukel, der Unruh einer Uhr oder eines Autos bei unebener Fahrbahn.
Manche Sterne ändern periodisch ihren Radius. Sie pulsieren um eine Gleichgewichtslage.

Pendel	Stimmgabel
	
Bei einem Pendel schwingt der gesamte Pendelkörper hin und her.	Teile einer angeschlagenen Stimmgabel bewegen sich periodisch.

Jede **mechanische Schwingung** ist eine periodische Bewegung, aber nicht jede periodische Bewegung ist eine Schwingung. Ein solches Beispiel für einen periodischen Vorgang ist die Bewegung der Erde um die Sonne. Es liegt zwar Periodizität vor, es gibt aber keine Gleichgewichtslage.

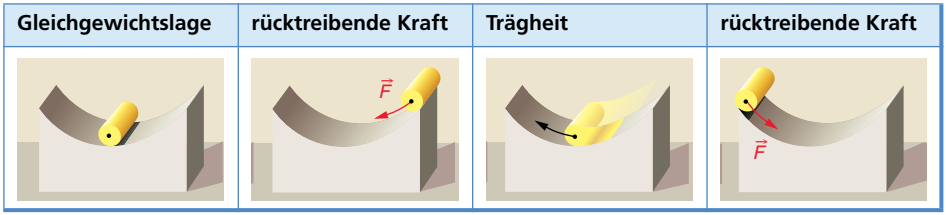
Bei dieser periodischen Bewegung ändern sich zeitlich verschiedene physikalische Größe, z. B. der Abstand von der Gleichgewichtslage, die Geschwindigkeit, die Beschleunigung, die potenzielle und die kinetische Energie, bei Schallschwingungen der Druck. Deshalb lässt sich eine **Schwingung** allgemein auch folgendermaßen definieren:

Eine Schwingung ist eine zeitlich periodische Änderung physikalischer Größen.

Entstehung mechanischer Schwingungen

Voraussetzungen für das Entstehen mechanischer Schwingungen sind:
- das Vorhandensein schwingungsfähiger Körper bzw. Teilchen, die auch als **Oszillatoren** oder **Schwinger** bezeichnet werden,
- die Auslenkung dieser Oszillatoren aus der Gleichgewichtslage (Energiezufuhr),
- das Vorhandensein einer zur Gleichgewichtslage rücktreibenden Kraft.

Allerdings wird ein ausgelenkter Körper durch diese Kraft beschleunigt, sodass er beim Erreichen der Gleichgewichtslage nicht verharrt, sondern sich vielmehr infolge seiner Trägheit über diese Lage hinaus weiterbewegt. Außerhalb der Gleichgewichtslage wirkt wiederum eine rücktreibende Kraft, die ihn bis zum Stillstand abbremst und in Richtung Gleichgewichtslage beschleunigt.



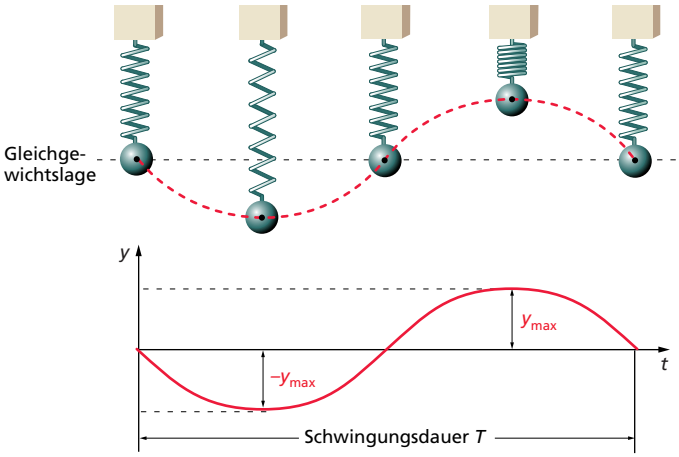
Vernachlässigt man die Reibung, dann erfolgt dieser periodische Vorgang unbegrenzt weiter, eine Schwingung hat sich ausgebildet.

Beschreibung mechanischer Schwingungen

Schwingungen können in verschiedenen Formen auftreten. Es ist deshalb erforderlich, sie möglichst genau zu charakterisieren.
Zunächst kann man untersuchen, in wie vielen Raumrichtungen sich das schwingenden System bewegen kann und wie viele Masseteilchen sich dabei unabhängig voneinander bewegen. Der einfachste Fall ist die Schwingung eines Körpers in nur einer Richtung. Man hat dann eine **lineare Schwingung** vor sich.

Neben linearen Schwingungen gibt es auch flächenhafte und dreidimensionale Schwingungen. **Federschwinger** oder **Fadenpendel** führen lineare Schwingungen aus.

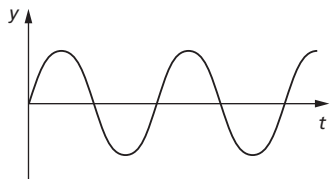
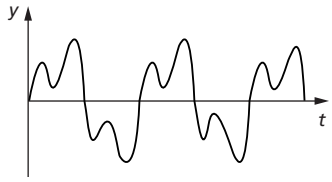
Zeichnet man in ein Diagramm den Zusammenhang zwischen der Auslenkung y aus der Gleichgewichtslage und der Zeit t ein, so erhält man eine Weg-Zeit-Funktion der Schwingung. Dabei ergibt sich ein periodischer Kurvenverlauf, der unterschiedlich aussehen kann.



Zeichnet man eine solche Federschwingung auf, so ergibt sich eine Sinus- bzw. Kosinusfunktion.

Entspricht der Graph einer Sinusfunktion, dann bezeichnet man die Schwingung als **harmonisch,** andernfalls ist sie **nicht harmonisch.** Wir beschränken uns nachfolgend auf die genauere Betrachtung und Kennzeichnung **harmonischer Schwingungen.**

Eine **harmonische Schwingung** kann mit einer Sinus- oder Kosinusfunktion mathematisch beschrieben werden (↗ S. 139 f.). Bei nicht harmonischen Schwingungen ist eine mathematische Beschreibung wesentlich komplizierter. ***y-t*-Diagramme** von Schwingungen können in unterschiedlicher Weise aufgezeichnet werden.

harmonische Schwingung (sinusförmige Schwingung)	**nicht harmonische Schwingung (nicht sinusförmige Schwingung)**
	
Uhrpendel, Fadenpendel, schwingende Wassersäule	Stimmbänder beim Menschen, Saite einer Gitarre

Zur mathematischen Beschreibung von mechanischen Schwingungen nutzt man einige physikalische Größen, die in der folgenden Übersicht zusammengestellt sind.

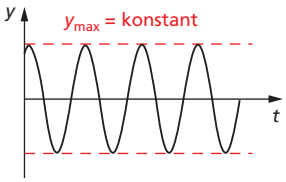
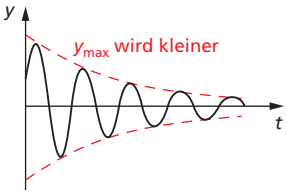
Die **Auslenkung (Elongation)** gibt den Abstand des schwingenden Körpers von der Gleichgewichtslage an.	Formelzeichen: y	Einheit: 1 Meter (1 m)
Die **Amplitude** einer Schwingung ist der maximale Abstand des schwingenden Körpers von der Gleichsgewichtslage.	Formelzeichen: y_{max}	Einheit: 1 Meter (1 m)
Die **Schwingungsdauer (Periodendauer)** gibt die Zeit für eine vollständige Hin- und Herbewegung an.	Formelzeichen: T	Einheit: 1 Sekunde (1 s)
Die **Frequenz** einer Schwingung gibt an, wie viele Schwingungen in jeder Sekunde ausgeführt werden.	Formelzeichen: f $f = \frac{1}{T}$	Einheit: 1 Hertz (1 Hz) 1 Hz = 1/s

Die Amplitude wird auch als maximale Auslenkung bezeichnet.

Die Einheit für die Frequenz ist nach dem deutschen Physiker HEINRICH HERTZ (1857–1894) benannt worden.

Sofern keine Reibungseinflüsse existieren, erfolgt eine Schwingung ungedämpft. Reale Schwingungen kommen durch Reibung nach einer gewissen Zeit zum Erliegen. Man nennt sie **gedämpfte Schwingungen.**

Durch periodische Energiezufuhr kann der „Verlust" an mechanischer Energie ausgeglichen werden.

ungedämpfte Schwingung	gedämpfte Schwingung
	
Membran eines Lautsprechers bei einem Ton bestimmter Lautstärke	Fadenpendel bei Berücksichtigung der Luftreibung, Schwingungsdämpfer
$E_{pot} + E_{kin}$ = konstant	$E_{mech} \rightarrow E_{th}$

Bei einer **gedämpften Schwingung** verkleinert sich zwar die Amplitude, die Schwingungsdauer bleibt aber gleich groß, damit auch die Frequenz.

Mathematische Beschreibung harmonischer Schwingungen

Ein harmonischer Oszillator führt die gleiche Bewegung aus wie die Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung. Der Radius entspricht der Amplitude y_{max}, die Umlaufzeit der Schwingungsdauer T. Für die Elongation (Auslenkung) y gilt jeweils:

Das lässt sich auch leicht experimentell zeigen, indem man z. B. die **gleichförmige Kreisbewegung** eines Stativstabes, der auf einer drehbaren Scheibe befestigt ist, auf eine Fläche projiziert.

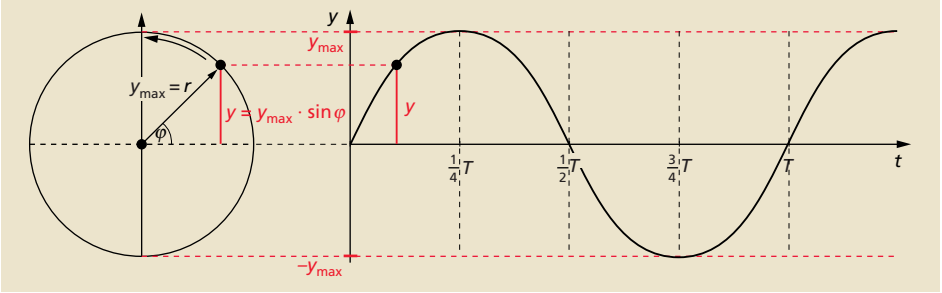
$$y = y_{max} \cdot \sin \varphi$$

Der Winkel, den man auch als **Phasenwinkel** oder **Phase** bezeichnet, lässt sich mithilfe der Umlaufzeit ausdrücken, denn es gilt:

$$\frac{T}{t} = \frac{2\pi}{\varphi} \text{ oder } \varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Der Faktor $\frac{2\pi}{T}$ wird als **Kreisfrequenz** bezeichnet, sodass man für den Winkel φ auch schreiben kann:

$$\varphi = \omega t$$



Die **Kreisfrequenz** ist identisch mit der **Winkelgeschwindigkeit** (↗ S. 102).

Die Gleichung für eine harmonische Schwingung lautet:

$$y = y_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = y_{max} \cdot \sin \omega t$$

T	Schwingungsdauer
t	Zeit
ω	Kreisfrequenz

Hat eine Schwingung zum Zeitpunkt $t = 0$ den Phasenwinkel φ_0, dann kann man sie beschreiben mit der Gleichung:

$$y = y_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Die betreffenden Gleichungen bezeichnet man auch als **Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz** bzw. **Beschleunigung-Zeit-Gesetz** einer harmonischen Schwingung. In der grafischen Darstellung haben **Geschwindigkeit** und **Beschleunigung** auch einen sinusförmigen bzw. kosinusförmigen Verlauf, sind also wie die Schwingungen selbst harmonisch.

Die **Geschwindigkeit des Oszillators** ergibt sich als Ableitung der Elongation nach der Zeit:

$$v = \frac{dy}{dt} = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Als Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit erhält man die **Beschleunigung des Oszillators:**

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -y_{max} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = -y \cdot \omega^2$$

Die Membran eines Lautsprechers schwingt bei einem Ton mit einer Frequenz von 650 Hz und wird dabei maximal um 2,5 mm aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt.

a) Wie lautet die Schwingungsgleichung?

b) Welche maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung erreicht die Membran?

Analyse:

Bei der Wiedergabe eines Tons führt die Membran eine harmonische Schwingung aus. Die Kreisfrequenz kann aus der gegebenen Frequenz ermittelt werden.

Gesucht: Gleichung für y
v
a

Gegeben: $f = 650$ Hz $\rightarrow$ $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{650}$ s
$y_{max} = 2{,}5$ mm

Die maximale Geschwindigkeit wird beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage erreicht, die maximale Beschleunigung dagegen in den Umkehrpunkten.

Lösung:

Als Schwingungsgleichung erhält man:

$y = 2{,}5 \text{ mm} \cdot \sin(2\pi \cdot 650 \frac{1}{s} \cdot t)$

$y = 2{,}5 \text{ mm} \cdot \sin(4\,084 \frac{1}{s} \cdot t)$

Für die maximale Geschwindigkeit ergibt sich:

$v = y_{max} \cdot \omega$

$v = 2{,}5 \text{ mm} \cdot 2\pi \cdot 650 \frac{1}{s} = 10\,210 \frac{mm}{s} = 10{,}2 \frac{m}{s}$

Für die maximale Beschleunigung erhält man:
$a = -y_{max} \cdot \omega^2$
$a = -2{,}5\ \text{mm} \cdot (2\pi \cdot 650\ \frac{1}{\text{s}})^2 = -4{,}2 \cdot 10^7\ \frac{\text{mm}}{\text{s}^2} = -4{,}2 \cdot 10^4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ergebnis:
Die Schwingungsgleichung für die Membran lautet:
$y = 2{,}5\ \text{mm} \cdot \sin(4\,084\ \frac{1}{\text{s}} \cdot t)$. Die Membran erreicht eine maximale Geschwindigkeit von 10,2 m/s und eine maximale Beschleunigung von $4{,}2 \cdot 10^4\ \text{m/s}^2$.

Rücktreibende Kraft bei harmonischen Schwingungen

Bei einer harmonischen Schwingung ist die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung. Es gilt:

$\vec{F} = -D \cdot \vec{y}$

D Richtgröße (Rückstellfaktor)
$\vec{y}$ Elongation (Auslenkung)

Diese Beziehung ergibt sich aus $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Mit $\vec{a} = -\vec{y} \cdot \omega^2$ erhält man: $\vec{F} = m \cdot (-\vec{y} \cdot \omega^2)$ und mit $m \cdot \omega^2 = D$ die Gleichung $\vec{F} = -D \cdot \vec{y}$ (hookesches Gesetz).

Auch die Umkehrung dieses Satzes ist richtig: Ist in einem schwingungsfähigen System die rücktreibende Kraft proportional zur Auslenkung, dann führt es harmonische Schwingungen aus. Das Minuszeichen in der Gleichung bedeutet, dass die rücktreibende Kraft der Elongation stets entgegengerichtet ist.

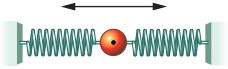
Federschwinger und Fadenpendel

Bei einem **Federschwinger** gilt im elastischen Bereich das **hookesche Gesetz** $\vec{F} = -D \cdot \vec{y}$. Federschwinger und Fadenpendel führen harmonische Schwingungen aus. Mit $D = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$ erhält man durch Umstellen nach T eine Gleichung für die Schwingungsdauer.



Federschwinger (vertikal, horizontal)





Für die Schwingungsdauer eines Federschwingers gilt:

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$



m Masse des schwingenden Körpers
D Federkonstante (Richtgröße)

Auch gespannte Seile (Seile mit Last) oder Maschinen mit ihren elastischen Fundamenten können als **Federschwinger** betrachtet werden.





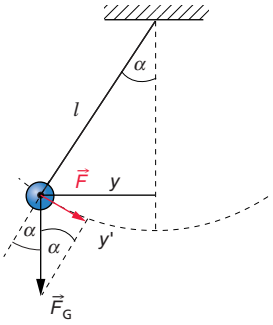
Beim **Fadenpendel** ist die rücktreibende Kraft die tangential zur Pendelbahn gerichtete Komponente der Gewichtskraft F_G (↗ Skizze S. 142). Dabei ist für kleine Auslenkwinkel die Länge des Kreisbogens y' näherungsweise gleich der linearen Auslenkung y. Unter kleinen Auslenkungen verstehen wir Auslenkwinkel von weniger als 10°. Dann beträgt der Unterschied zwischen der linearen Auslenkung y und dem Bogen y' weniger als 0,5 %. Man kann also setzen:

$y' \approx y$

Der Zusammenhang $y' \approx y$ wird bei der nachfolgenden Ableitung genutzt.

Für die tangential gerichtete Komponente F der Gewichtskraft gilt:

$$F = F_G \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$



Ein solches Fadenpendel wird auch als **mathematisches Pendel** bezeichnet. Kann der schwingende Körper nicht als **Massepunkt** betrachtet werden, so hat man ein **physisches Pendel** vor sich.

Für $\sin\alpha$ gilt außerdem: $\sin\alpha = \frac{y}{l}$
Damit erhält man für die rücktreibende Kraft F:

$$F = m \cdot g \cdot \frac{y}{l} = \frac{m \cdot g}{l} \cdot y$$

Der Term $\frac{m \cdot g}{l}$ ist also die Richtgröße D bei einem Fadenpendel. Für D gilt auch (↗ S. 141):

$$D = m \cdot \omega^2 = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

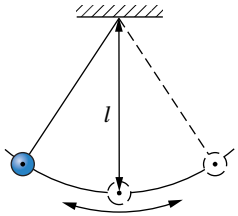
Eine Gleichsetzung der Terme für D ergibt:

$$\frac{m \cdot g}{l} = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2}$$

Durch Umstellung nach T erhält man eine Gleichung für die Schwingungsdauer eines Fadenpendels.

Das Pendel einer Uhr oder einer Schaukel kann als **Fadenpendel** betrachtet werden. Die Gleichung kann auch genutzt werden, um mithilfe eines Fadenpendels die **Fallbeschleunigung** an einem bestimmten Ort zu bestimmen.

Fadenpendel



Für die Schwingungsdauer eines Fadenpendels gilt unter der Bedingung kleiner Auslenkungen:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

l Länge des Pendels
g Fallbeschleunigung (Ortsfaktor)

Gedämpfte Schwingungen

Bei der Schwingung von Körpern treten unterschiedliche Arten von Reibung auf. Dadurch wird den Oszillatoren mechanische Energie entzogen; die Amplitude der Schwingung verringert sich.

Bei einer **gedämpften Schwingung** ändert sich die Amplitude. Schwingungsdauer und Frequenz bleiben gleich.

Eine gedämpfte harmonische Schwingung kann beschrieben werden mit der Gleichung:

$$y = y_{max,0} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin\omega t$$

y Elongation
$y_{max,0}$ Amplitude bei $t = 0$
δ Abklingkoeffizient
ω Kreisfrequenz
t Zeit

Resonanz

Wird ein Oszillator einmal angeregt und dann sich selbst überlassen, so führt er freie Schwingungen aus. Die Schwingungen erfolgen mit der Eigenfrequenz f_0. Wird dagegen die Energie nicht einmalig, sondern über einen längeren Zeitraum hinweg periodisch zugeführt, so führen die betreffenden Oszillatoren **erzwungene Schwingungen** aus.

Die Bezeichnung Resonanz ist abgeleitet vom lateinischen resonare = nachklingen.

Die Gesetze für erzwungene Schwingungen können mithilfe eines **Drehpendels** (Bild unten links) untersucht werden. Die rücktreibende Kraft wird durch eine Spiralfeder aufgebracht. Ein Motor kann dem Pendel über einen Exzenter periodisch Energie zuführen. Die Erregerfrequenz f_E ist veränderbar. Die Amplitude lässt sich an einer Skala ablesen.

Registriert man die Amplitude des Pendels in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz, so erhält man eine **Resonanzkurve,** deren Verlauf vom Grad der Dämpfung abhängig ist (Bild unten rechts). Die Auswertung der Resonanzkurven führt zu charakteristischen Merkmalen erzwungener Schwingungen.

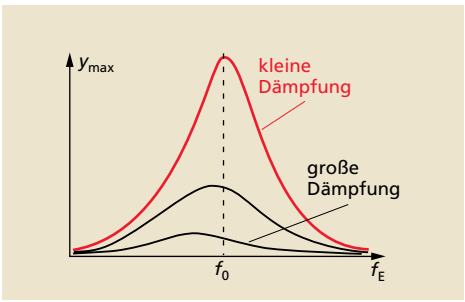
Die Amplitude der erzwungenen Schwingung ändert sich mit der Erregerfrequenz f_E. Es existiert bei $f_E \approx f_0$ ein Maximum der Amplitude. Dieser Fall wird als Resonanz bezeichnet.

Beispiele für das Auftreten von **Resonanz** sind das Klirren von Fensterscheiben, das Mitschwingen von Autoteilen oder das Schwingen von Hängebrücken. Die Resonanz ist dabei unerwünscht. Genutzt wird die Resonanz dagegen bei **Zungenfrequenzmessern** oder bei der Prüfung von **schwingungsdämpfern.**

Unter der Resonanzbedingung $f_E \approx f_0$ ist die Amplitude besonders groß, wenn die Dämpfung gering ist.
Bei ungenügend gedämpften schwingungsfähigen Systemen kann sich die Amplitude der Schwingungen so weit vergrößern, dass die mechanische Zerstörung des Systems erfolgt. Unter ungünstigen Bedingungen können Windböen, die zufällig periodisch auftreten, höhere Gebäude oder Brücken zum Einsturz bringen. Bei Erdbeben können die periodischen Bodenbewegungen zum Aufschaukeln der Gebäudestruktur bis zum Zusammenbruch führen. Man spricht dann von einer **Resonanzkatastrophe.** Verhindert werden kann sie durch eine wirkungsvolle Dämpfung.

- Ein berühmtes Beispiel für eine Resonanzkatastrophe war der Einsturz der 1 km langen Tacoma-Hängebrücke (USA) im Jahr 1940.

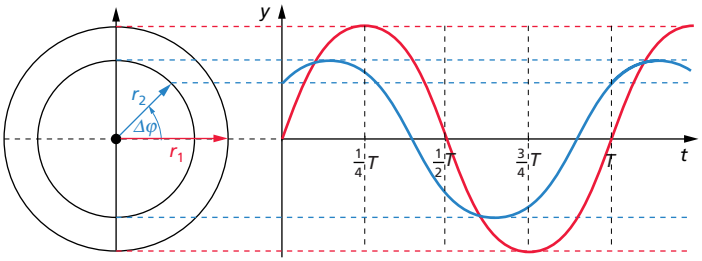




Zeigerdarstellung von Schwingungen

Harmonische Schwingungen können als Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung betrachtet werden (↗ S. 139). Dabei rotiert ein Radiusvektor gleichförmig. Diese Form der grafischen Darstellung nennt man **Zeigerdiagramm.** Die nachfolgende Darstellung zeigt ein Zeigerdiagramm (links) und das entsprechende *y*-*t*-Diagramm (rechts) für zwei Schwingungen gleicher Frequenz, unterschiedlicher Amplitude und bestimmter Phasendifferenz $\Delta\varphi$.

Bei der **Zeigerdarstellung** ist die Länge von *r* gleich der Amplitude, die Elongation zu einem bestimmten Zeitpunkt ist gleich der Projektion auf eine Senkrechte. Die Phase bzw. die Phasendifferenz zwischen zwei Schwingungen kann unmittelbar als Winkel abgelesen werden.

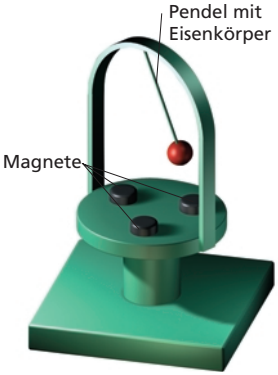


Aus einem Zeigerdiagramm lässt sich die Amplitude sowie für einen bestimmten Zeitpunkt die Phase und die Elongation ablesen. Die Kreisfrequenz (Winkelgeschwindigkeit) des Zeigers muss gesondert angegeben werden.

Chaotische Bewegung von Schwingern

Man spricht hier auch vom **klassischen Determinismus,** den man auch folgendermaßen formulieren kann: Gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen oder abgeschwächt: Ähnliche Ursachen haben ähnliche Wirkungen.

Lenkt man ein Fadenpendel oder einen Federschwinger aus der Gleichgewichtslage aus und überlässt den Schwinger sich selbst, so schwingt er immer in bestimmter und vorhersagbarer Weise hin und her. Der Vorgang ist exakt berechenbar und eindeutig vorhersagbar.



Eine genaue Voraussage von Vorgängen in Natur und Technik ist aber keineswegs immer möglich. Lässt man z. B. das dargestellte **Magnetpendel** schwingen, so ist nicht vorhersagbar, wie es sich bewegt und bei welchem Magneten es letztendlich stehenbleibt.

In Natur und Technik gibt es viele ähnliche Vorgänge, die man als **chaotische Vorgänge** bezeichnet. Mit der Beschreibung solcher chaotischen Vorgänge befasst sich die **Chaostheorie,** die sich seit den siebziger Jahren das 20. Jahrhunderts entwickelt hat.

Die Chaostheorie spielt nicht nur für die Physik eine Rolle. Auch biologische, astronomische, meteorologische oder ökonomische Systeme zeigen chaotisches Verhalten.

2.8.2 Überlagerung von Schwingungen

Wie auch andere Bewegungen können sich Schwingungen überlagern. Das tritt vor allem bei komplexen Systemen auf. Solche komplexen Systeme können Schwingungen in verschiedenen Frequenzen und Amplituden ausführen. Kennt man die Frequenzen und Amplituden der Grundschwingungen, dann kann man die resultierende Schwingung ermitteln. Wir betrachten nachfolgend den speziellen Fall der Überlagerung von zwei linearen harmonischen Schwingungen, die in der gleichen Richtung schwingen und die gleiche Schwingungsdauer bzw. Frequenz haben.

So entsteht z. B. das Geräusch eines Pkw-Motors durch Überlagerung verschiedener **Frequenzen,** mit denen seine Baugruppen vibrieren.

Zeichnet man die Schwingungen unter Berücksichtigung ihrer Phasenwinkel in ein *y*-*t*-Diagramm, dann kann man für jeden Zeitpunkt die resultierende Auslenkung ermitteln, wenn man die Auslenkungen der Einzelschwingungen unter Beachtung ihrer Vorzeichen addiert. Dabei gilt:

– Überlagern sich zwei harmonische Schwingungen gleicher Frequenz, so entsteht wieder eine harmonische Schwingung mit der gleichen Frequenz. Zwei spezielle Fälle sind in der Übersicht unten dargestellt.

– Überlagern sich zwei harmonische Schwingungen unterschiedlicher Frequenz, so ist die resultierende Schwingung im Allgemeinen keine harmonische Schwingung mehr.

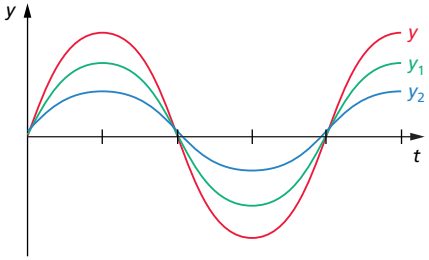
Unterscheiden sich die Frequenzen der Einzelschwingungen nur wenig voneinander, so entsteht eine **Schwebung.**



Schwingungen gleicher Frequenz, Phasendifferenz $\Delta\varphi = 0$

$y_1 = y_{max,\,1} \cdot \sin \omega t$
$y_2 = y_{max,\,2} \cdot \sin \omega t$

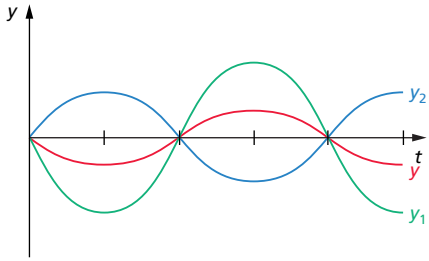
resultierende Schwingung:
$y = y_1 + y_2$
$y = y_{max,\,1} \cdot \sin \omega t + y_{max,\,2} \cdot \sin \omega t$
$y = (y_{max,\,1} + y_{max,\,2}) \cdot \sin \omega t$



Schwingungen gleicher Frequenz, Phasendifferenz $\Delta\varphi = \pi$

$y_1 = y_{max,\,1} \cdot \sin \omega t$
$y_2 = y_{max,\,2} \cdot \sin(\omega t + \pi)$

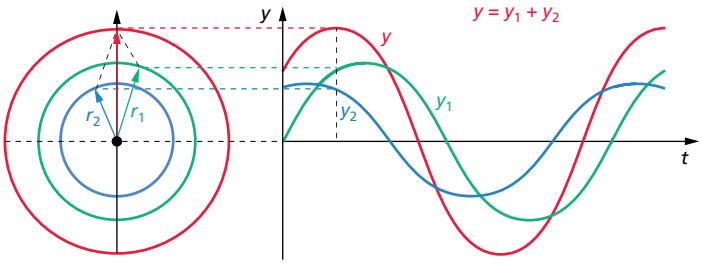
resultierende Schwingung:
$y = y_{max,\,1} \cdot \sin \omega t + y_{max,\,2} \cdot \sin(\omega t + \pi)$
$y = y_{max,\,1} \cdot \sin \omega t - y_{max,\,2} \cdot \sin \omega t$
$y = (y_{max,\,1} - y_{max,\,2}) \cdot \sin \omega t$



Für $y_{max,\,1} = y_{max,\,2}$ erfolgt Auslöschung.

Bei beliebigen Phasendifferenzen kann man die **Zeigerdarstellung** (↗ S. 144) zur Ermittlung der resultierenden Schwingung nutzen.

Die mathematische Herleitung ist relativ aufwändig. Deshalb ist an dieser Stelle die **Zeigerdarstellung** zu bevorzugen. Das *y*-*t*-Diagramm ist mitgezeichnet. Darauf kann aber auch verzichtet werden.



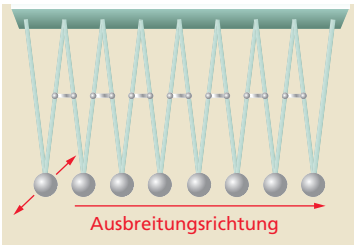
Die Amplitude der resultierenden Schwingung ergibt sich durch vektorielle Addition der Zeiger der Einzelschwingungen. Auch der jeweilige Phasenwinkel φ ist ablesbar.

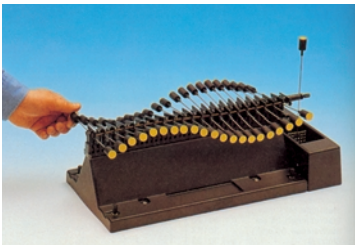
2.8.3 Entstehung und Beschreibung mechanischer Wellen

Entstehung mechanischer Wellen

Schwingungsfähige Körper oder Teilchen (Oszillatoren) können durch Kopplung von einem anderen Oszillator Energie erhalten und so selbst zu Schwingungen angeregt werden. Beispiele dafür sind eine Pendelkette (Bild links) oder eine Wellenmaschine (Bild rechts).

Regt man einen der Oszillatoren an, so wird wegen der Kopplung Energie auf den jeweils nächsten Oszillator übertragen. Die **Schwingung** pflanzt sich im Raum fort.





Eine mechanische Welle ist die Ausbreitung einer mechanischen Schwingung im Raum.

Dabei ändern sich für den einzelnen Oszillator so wie bei Schwingungen (↗ S. 138) physikalische Größen, z. B. die Geschwindigkeit und die Beschleunigung, zeitlich periodisch. Zugleich ändern sich diese Größen auch räumlich periodisch, haben also zu einem bestimmten Zeitpunkt für die verschiedenen Oszillatoren unterschiedliche Werte. Deshalb gilt:

Eine Welle ist eine zeitlich und räumlich periodische Änderung physikalischer Größen.

Voraussetzungen für das Entstehen von mechanischen Wellen sind
– das Vorhandensein von miteinander gekoppelten Oszillatoren,
– die Anregung von mindestens einem der Oszillatoren durch Energiezufuhr zu Schwingungen.

Die Kopplung zwischen den Oszillatoren kann in unterschiedlicher Weise erfolgen, z. B. durch Federn oder durch eine andere mechanische Verbindung. Bei **Schallwellen** und **Wasserwellen** wirken vorrangig Stöße zwischen den Teilchen und zwischenmolekulare Kräfte.

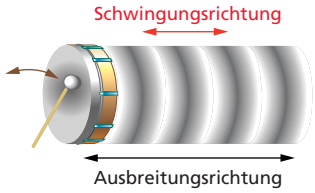
Bei einer Welle wird Energie von einem Oszillator zum nächsten übertragen. Es gilt:

> Mit einer Welle wird Energie übertragen, jedoch kein Stoff transportiert.

Arten mechanischer Wellen

Je nach dem Verhältnis der Schwingungsrichtung der einzelnen Schwinger und der Ausbreitungsrichtung der Welle zueinander unterscheidet man zwischen **Longitudinalwellen** (Längswellen) und **Transversalwellen** (Querwellen). Eine besondere Form sind **Oberflächenwellen.**

Längswellen (Longitudinalwellen)

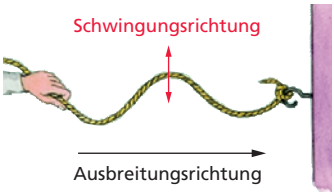


Schwingungsrichtung und Ausbreitungsrichtung stimmen überein.
In Gasen und Flüssigkeiten wirken kaum Kohäsionskräfte, benachbarte Teilchen können daher nur über Stöße wechselwirken.

Beispiele für **Longitudinalwellen** sind Schallwellen und ein Teil der Erdbebenwellen (P-Wellen).



Querwellen (Transversalwellen)

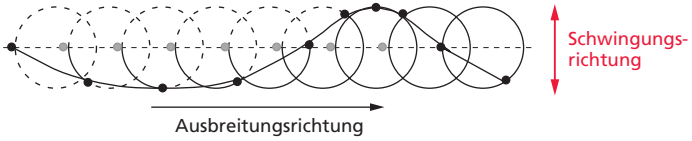


Schwingungsrichtung und Ausbreitungsrichtung verlaufen senkrecht zueinander.
In Festkörper wirken starke Kohäsionskräfte. Es können auch transversale Bewegungen übertragen werden.

Beispiele für **Transversalwellen** sind Seilwellen und ein Teil der Erdbebenwellen (S-Wellen).



Oberflächenwellen (Kreiswellen)



Die Teilchen führen eine kreisförmige Bewegung aus, wobei für das wellenförmige Erscheinungsbild die Bewegungskomponente senkrecht zur Ausbreitungsrichtung entscheidend ist. Es wirken Kohäsionskräfte (Oberflächenspannung) und die Schwerkraft.

Ein Beispiel für **Oberflächenwellen** sind Wasserwellen.

Beschreibung mechanischer Wellen

Da jeder Oszillator mechanische Schwingungen ausführt, können solche Schwingungsgrößen wie Auslenkung **(Elongation)**, **Amplitude, Schwingungsdauer** und **Frequenz** bzw. **Kreisfrequenz** (↗ S. 138 f.) auch für die Beschreibung mechanischer Wellen genutzt werden. Mithilfe dieser Größen kann man das Verhalten einer Welle (eines Oszillators) an einem bestimmten Ort charakterisieren. Zur Beschreibung der räumlichen Ausbreitung werden noch zwei weitere Größen benötigt, die **Wellenlänge** und die **Ausbreitungsgeschwindigkeit.**

Die **Wellenlänge** und die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** sind abhängig vom Stoff, in dem sich die Welle ausbreitet. Die Frequenz ist nur davon abhängig, wie die Welle erzeugt wird. Bei der Ausbreitung von **Wellen** ändert sie sich nicht.

Die Wellenlänge ist der minimale Abstand zwischen zwei Oszillatoren, die sich im gleichen Schwingungszustand befinden. Das ist auch der Abstand zwischen zwei benachbarten Wellenbergen oder Wellentälern.

Formelzeichen: λ
Einheit: ein Meter (1 m)

Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit gemeint, mit der sich eine bestimmte Phase, z. B. ein Wellenberg oder ein Wellental, fortbewegt. Man spricht deshalb auch von der **Phasengeschwindigkeit.**

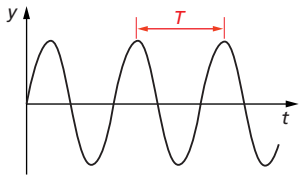
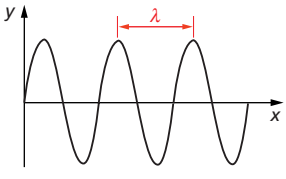
Neben der **Phasengeschwindigkeit** ist auch die Geschwindigkeit, mit der sich eine Wellengruppe ausbreitet **(Gruppengeschwindigkeit)** von Bedeutung.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle ist die Geschwindigkeit, mit der sich eine bestimmte Phase im Raum ausbreitet.

Formelzeichen: v
Einheit: ein Meter durch Sekunde (1 $\frac{m}{s}$)

Die Darstellung mechanischer Wellen kann auch mithilfe von Diagrammen erfolgen. Dabei kann die Bewegung eines Oszillators wie bei Schwingungen mit einem *y-t*-Diagramm beschrieben werden. Die räumliche Ausbreitung kann man mit einem *y-x*-Diagramm erfassen.

Ein *y-t*-Diagramm zeigt den zeitlichen Verlauf der Bewegung eines Oszillators, ein *y-x*-Diagramm das Momentanbild der Oszillatoren, die sich in unterschiedlichen Phasen befinden. Zur vollständigen Beschreibung einer **Welle** sind beide Diagramme erforderlich.

***y-t*-Diagramm**	***y-x*-Diagramm**
Für einen bestimmten Ort (x = konstant) wird dargestellt, wie sich der betreffende Oszillator in Abhängigkeit von der Zeit bewegt.	Für einen bestimmten Zeitpunkt (t = konstant) wird dargestellt, welche Lage die Gesamtheit der Oszillatoren hat.
	

Für mechanische Wellen gilt wie für andere Wellen ein grundlegender Zusammenhang zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit, der Frequenz und der Wellenlänge.

Für alle mechanischen Wellen gilt:

$v = \lambda \cdot f$

v	Ausbreitungsgeschwindigkeit
λ	Wellenlänge
f	Frequenz

Dieser Zusammenhang gilt auch für **elektromagnetische Wellen** (↗ S. 361). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist dort gleich der Lichtgeschwindigkeit c.

Die Wellengleichung

Zur mathematischen Beschreibung einer Welle benötigt man einen Ausdruck, der sowohl ihre räumliche als auch ihre zeitliche Ausbreitung beschreibt. Die betreffende Gleichung bezeichnet man als **Wellengleichung.**

Die Wellengleichung für lineare harmonische Wellen lautet:

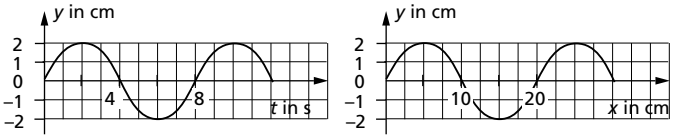
$y = y_{max} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

y	Auslenkung am Ort x	T	Schwingungsdauer
y_{max}	Amplitude	x	Ort
t	Zeit	λ	Wellenlänge

Die **Her eitung der Wellengleichung** kann erfolgen, indem man die Auslenkung y an einem Ort x zur Zeit t allgemein ermittelt (↗ CD).



Eine mechanische Welle sei durch die folgenden zwei Diagramme charakterisiert:



Aus dem y-t-Diagramm kann man die **Amplitude** und die **Schwingungsdauer** entnehmen. Mit $f = \frac{1}{T}$ erhält man auch die Frequenz.
Aus dem y-x-Diagramm ergeben sich Amplitude und **Wellenlänge.**

Wie groß ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Welle?
Wie groß ist die Elongation eines Schwingers, der sich 50 cm vom Ausgangspunkt der Welle entfernt befindet, zur Zeit t = 10 s?

Analyse:
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit kann aus Wellenlänge und Frequenz ermittelt werden. Beide Größen ergeben sich aus den Diagrammen. Die Elongation lässt sich mithilfe der Wellengleichung berechnen.

Gesucht: v
y

Gegeben: $\lambda = 20$ cm
$T = 8$ s $\rightarrow$ $f = \frac{1}{T} = 0{,}125$ Hz
$x = 50$ cm
$t = 10$ s
$y_{max} = 2$ cm

Lösung:
Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit erhält man:

$$v = \lambda \cdot f$$
$$v = 20\ \text{cm} \cdot 0{,}125\ \text{Hz} = 2{,}5\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

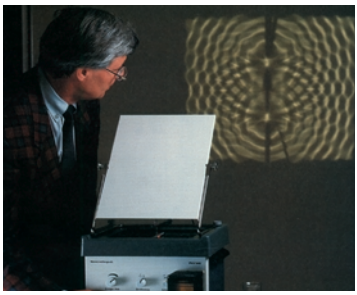
Für die Elongation erhält man:

$$y = y_{\text{max}} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$y = 2\ \text{cm} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{10\,\text{s}}{8\,\text{s}} - \frac{50\,\text{cm}}{20\,\text{cm}}\right) = 2\ \text{cm} \cdot \sin 2\pi\,(-1{,}25)$$
$$y = -2\ \text{cm}$$

Ergebnis:
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle beträgt 2,5 $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ die Elongation des Schwingers hat zur Zeit $t = 10$ s den Wert –2 cm.

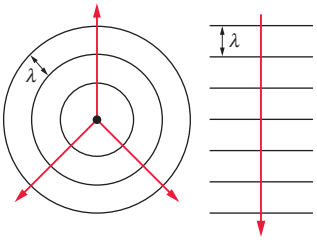
2.8.4 Ausbreitung und Eigenschaften mechanischer Wellen

Mithilfe eines Wasserwellengerätes kann man die **Interferenz** von Wellen zeigen.



Anhand der kreisförmigen Wasserwelle können wesentliche Eigenschaften von Wellen, die sich flächenhaft oder räumlich ausbreiten, demonstriert werden. Solche Eigenschaften sind **Reflexion, Brechung, Beugung** und **Interferenz.** Entscheidende Zusammenhänge zur Erklärung dieser Eigenschaften fand der niederländische Naturforscher Christiaan Huygens.

Das huygenssche Prinzip

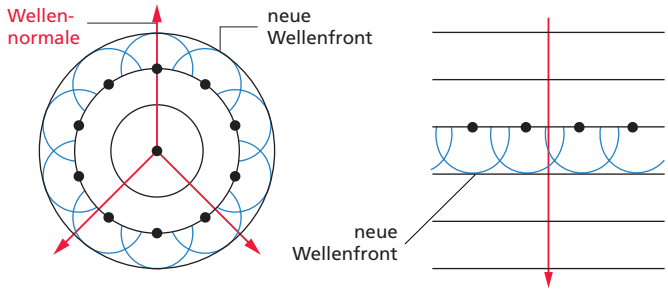


Zur Darstellung der Ausbreitung von Wellen nutzt man **Wellenfronten** und **Wellennormale.**
Die **Wellenfronten** (in den Skizzen schwarz) sind Stellen maximaler Auslenkung (Wellenberge). Ihr Abstand voneinander ist gleich der Wellenlänge λ. Die **Wellennormale** (in der Skizze rot) steht immer senkrecht auf den Wellenfronten. Ihre Richtung stimmt mit der Ausbreitungsrichtung überein. Für die Ausbreitung von Wellen gilt das **huygenssche Prinzip.**

Christiaan Huygens (1629–1695) entwickelte im Zusammenhang mit Untersuchungen zum Wesen des Lichtes eine Vorstellung zur Wellenausbreitung, die als **huygenssches Prinzip** bezeichnet wird.



> Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt für kreis- oder kugelförmige Elementarwellen. Diese Elementarwellen besitzen die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit wie die ursprüngliche Welle. Die Elementarwellen überlagern sich. Die Einhüllende aller Elementarwellen bildet die neue Wellenfront.



Da die (blau gezeichneten) **Elementarwellen** von jedem Punkt einer **Wellenfront** ausgehen, ergibt sich als Einhüllende eine neue Wellenfront.

Das durch A. J. FRESNEL erweiterte Prinzip wird als **huygens-fresnelsches Prinzip** bezeichnet und lautet:

> Der Schwingungszustand in einem Punkt eines Raumes wird bestimmt durch die Summe aller Elementarwellen, die von Wellenfronten ausgehen und die in diesem Punkt zusammentreffen.

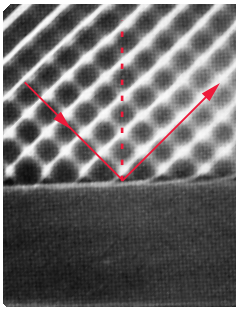


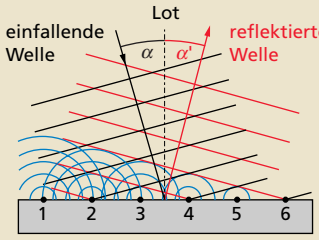
AUGUSTIN JEAN FRESNEL (1788–1827) war ein französischer Physiker und Ingenieur, der sich vor allem mit der **Wellentheorie** des Lichtes beschäftigt hat.

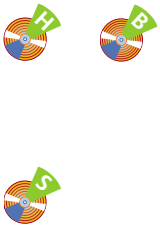
Charakteristische Eigenschaften von Wellen

Nachfolgend sind charakteristische Eigenschaften von Wellen im Überblick dargestellt und mithilfe des huygensschen Prinzips erklärt.

Reflexion: Trifft eine Welle auf eine ebene Oberfläche, dann wird sie reflektiert. Es gilt das Reflexionsgesetz.





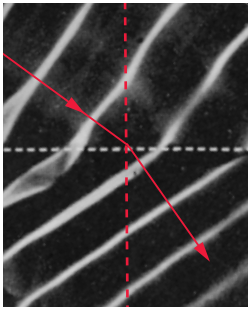


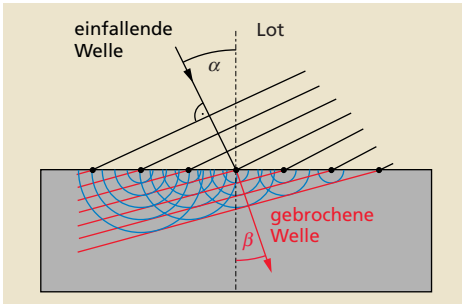
Bei **Schallwellen** ist die Reflexion als **Echo** oder als Nachhall wahrzunehmen.

> Bei der Reflexion von Wellen sind der Einfallswinkel und der Reflexionswinkel gleich groß: $\alpha = \alpha'$. Die Wellennormalen der einfallenden und reflektierten Wellen liegen in einer Ebene.

Brechung: Trifft eine Welle unter einem Winkel $\alpha \neq 0$ auf eine ebene Grenzfläche zweier Stoffe, in denen sie sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten ausbreitet, dann ändert sie ihre Ausbreitungsrichtung. Sie wird gebrochen. Es gilt das Brechungsgesetz. Fast immer tritt dabei gleichzeitig auch Reflexion auf, die wir hier aber nicht mit betrachten wollen.

Brechung tritt z. B. auf, wenn Schallwellen auf eine Grenzfläche zwischen Luft und Wasser treffen. Bei Wasserwellen verändert sich die Ausbreitungsrichtung mit der Wassertiefe, da sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit mit Verringerung der Tiefe verkleinert.





In welcher Richtung die Brechung von Wellen beim Übergang von einem Stoff in einen anderen erfolgt, hängt von den Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den betreffenden Stoffen ab.

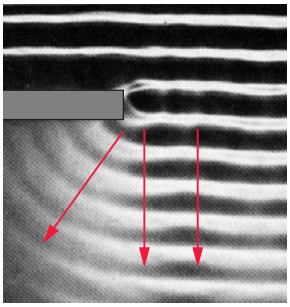
Beim Übergang von einem Stoff in einen anderen gilt das Brechungsgesetz:

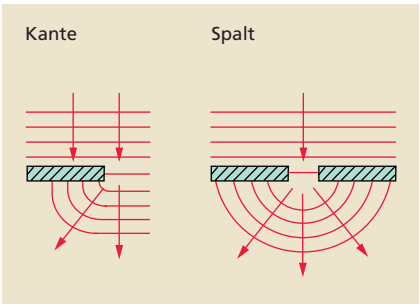
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$$

α Einfallswinkel
β Brechungswinkel
v_1, v_2 Ausbreitungsgeschwindigkeiten

Beugung tritt z. B. bei **Schallwellen** auf: Geräusche eines Autos hört man auch, wenn man sich hinter einer Hausecke befindet. Die Intensität der gebeugten Wellen ist aber im Vergleich zu der der ursprünglichen Wellen meist gering.

Beugung: Trifft eine Welle auf einen Spalt oder eine Kante, so sind die betreffenden Stellen nach HUYGENS Ausgangspunkt von Elementarwellen. Damit breitet sich die Welle auch in den Schattenraum hinein aus.

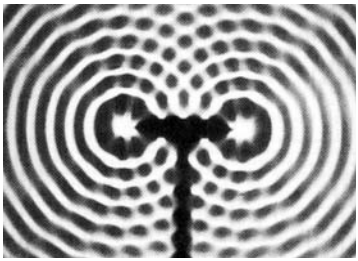


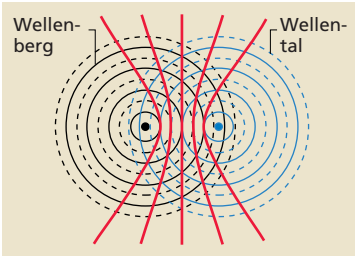


Dringt eine Welle abweichend von ihrer geradlinigen Ausbreitung an Kanten und Spalten in den Schattenraum ein, so spricht man von Beugung.

Statt von Überlagerung spricht man auch von **Superposition,** hergeleitet vom lateinischen superpositum = Überlagerung.

Interferenz: Treffen zwei oder mehrere Wellen in einem Ort zusammen, dann regen sie den dort befindlichen Schwinger nach dem huygens-fresnelschen Prinzip (↗ S. 151) zu einer zusammengesetzten Schwingung an. Da es bei der Zusammensetzung von Schwingungen zu Verstärkung, Abschwächung oder Auslöschung (↗ S. 145) kommen kann, ist ein gleiches Verhalten auch bei der Überlagerung von Wellen zu erwarten.





Stabile **Interferenzmuster** kann man z. B. mithilfe eines Wasserwellengerätes (↗ Foto S. 150) oder von zwei Lautsprechern erreichen, die Töne gleicher Frequenz aussenden. Solche stabilen Interferenzmuster entstehen, wenn zwischen den beteiligten Wellen eine konstante Phasendifferenz besteht. Man sagt auch: Zwischen den Wellen besteht **Kohärenz** (↗ S. 411).

Als Interferenz bezeichnet man die Überlagerung von Wellen. Dabei bilden sich Bereiche der Verstärkung und der Abschwächung bzw. Auslöschung heraus.

Entscheidend ist dabei der **Gangunterschied** zwischen den beiden Wellen. Beträgt er an einem Ort 0, λ oder ein Vielfaches davon, dann treffen die Wellen bei gleicher Wellenlänge mit der gleichen Phase zusammen. Es tritt **Verstärkung** auf. Bei einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ oder einem ungeradzahligen Vielfachen davon tritt **Abschwächung** (Auslöschung) auf.

Weitere Eigenschaften von Wellen

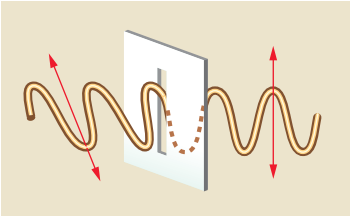
Wellen können absorbiert, gestreut oder polarisiert werden. Darüber hinaus kann auch Dispersion auftreten.

Ausführliche Informationen zu einigen diesen **Welleneigenschaften** sind unter den betreffenden Stichwörtern im Stoffgebiet Optik zu finden.

Absorption: Beim Durchgang von Wellen durch Stoffe erfolgt eine Abschwächung oder **Absorption,** die sich durch den Absorptionsgrad erfassen lässt. Damit verringert sich die Energie der Welle. Die Energie wird vom Stoff aufgenommen.

Streuung: Hindernisse, die im Vergleich zur Wellenlänge sehr klein sind, werden zu Zentren von Elementarwellen, die sich von dort nach allen Richtungen ausbreiten. Dieser Vorgang wird als **Streuung** bezeichnet. Er spielt vor allem in der Optik eine wichtige Rolle (↗ S. 395).

Polarisation: Wird bei Transversalwellen unterschiedlicher Schwingungsrichtung eine bestimmte Schwingungsrichtung herausgefiltert, so spricht man von **Polarisation.** Die Wellen schwingen dann in *einer* Schwingungsrichtung. Sie sind linear polarisiert.



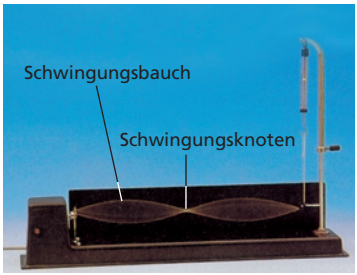
Dispersion: Bei der Ausbreitung in einem Stoff hängt die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle in der Regel von der Wellenlänge bzw. von der Frequenz ab. Diese Erscheinung wird als **Dispersion** bezeichnet. Sie spielt vor allem in der Optik eine Rolle (↗ S. 388).

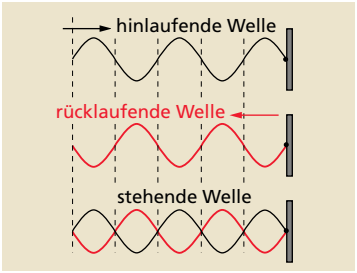
Bei **Schallwellen** in Luft tritt keine **Dispersion** auf. Es gibt deshalb bei der Übertragung von Sprache oder Musik durch die Luft auch keine Verzerrungen durch Dispersion.

Stehende Wellen

Eine **Transversalwelle** wird bei der Reflexion am losen Ende ohne Phasensprung reflektiert. Am festen Ende (↗ Skizze) tritt ein Phasensprung von $\Delta\varphi = \pi$ auf.
Experiment und Skizze zeigen die Reflexion am festen Ende.

Wellen breiten sich in der Regel von einem Erreger in den Raum aus. Man spricht dann von **fortschreitenden Wellen.** Werden solche Wellen reflektiert, so können sich hin- und rücklaufende Wellen überlagern. Dabei können sich **stehende Wellen** ausbilden.





Der Abstand zwischen zwei Schwingungsknoten beträgt immer $\frac{\lambda}{2}$.

Für die beschriebene stehende Welle ist charakteristisch, dass
- der Bereich zwischen den beiden festen Enden (Erreger und Ort der Reflexion) ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist,
- sich an bestimmten Stellen des Raumes Orte mit maximaler Auslenkung **(Schwingungsbäuche)** und solche mit der Auslenkung null **(Schwingungsknoten)** herausbilden.

Der Doppler-Effekt

Benannt ist dieser Effekt nach dem österreichischen Physiker und Mathematiker Christian Johann Doppler (1803–1853), der ihn 1842 bei **Schallwellen** entdeckte und mathematisch beschrieb. Man bezeichnet deshalb den hier beschriebenen Effekt als **akustischen Doppler-Effekt.** Es gibt auch einen **optischen Doppler-Effekt** (↗ S. 542).

Registriert man mit einem Empfänger die Frequenz bzw. Wellenlänge von Schallwellen, dann stimmen diese Werte nur dann mit den vom Sender abgegebenen überein, wenn Sender und Empfänger zueinander ruhen. Bei einer Relativbewegung zwischen Sender und Empfänger tritt eine Frequenzverschiebung auf, die sich bei Schall als Änderung der Tonhöhe (↗ S. 156) bemerkbar macht.
Zu registrieren ist das z. B., wenn ein hupendes Auto an einer Person vorbeifährt.

Bei einer Relativbewegung zwischen einem Sender und einem Empfänger unterscheidet sich die vom Empfänger registrierte Frequenz f_E von der vom Sender abgegebenen Frequenz f_S.

Für einen **ruhenden Empfänger** und einen **bewegten Sender** gilt:

$$f_E = \frac{f_S}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad \text{(– beim Annähern, + beim Entfernen voneinander)}$$

Für einen **ruhenden Sender** und einen **bewegten Empfänger** gilt:

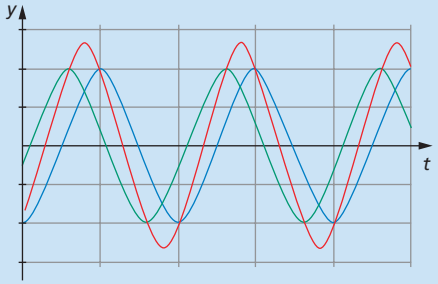
$$f_E = f_S \pm \frac{v}{c} \quad \text{(+ beim Annähern, – beim Entfernen voneinander)}$$

v Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger
c Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen (Schallgeschwindigkeit)

Zusammensetzung von Wellen und FOURIER-Analyse

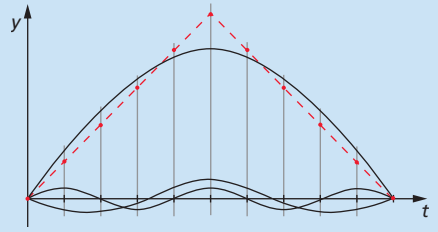
Sowohl Schwingungen als auch Wellen können zusammengesetzt sein, also aus mehreren Teilschwingungen bzw. mehreren Teilwellen bestehen. Welche Form die resultierende Schwingung bzw. Welle hat, hängt von den Amplituden und Frequenzen der Teilschwingungen oder Teilwellen ab.

Überlagern sich zwei lineare harmonische Wellen gleicher Frequenz, so entsteht wieder eine lineare harmonische Welle gleicher Frequenz (Bild 1).



***1** Die rote Kurve ist die Resultierende aus der blauen und der grünen Kurve.*

Sind dagegen die Frequenzen der sich überlagernden Wellen unterschiedlich, so können bei der Überlagerung unterschiedliche Resultierende entstehen. Insbesondere ist es möglich, durch Überlagerung von harmonischen Schwingungen oder Wellen beliebige periodische Verläufe zu erzeugen. Ein Beispiel dafür ist in Bild 2 dargestellt. Bereits aus drei harmonischen Schwingungen unterschiedlicher Frequenz erhält man in guter Näherung eines Dreiecksschwingung.



***2** Eine Dreiecksschwingung ergibt sich in guter Näherung aus drei geeignet gewählten, harmonischen Schwingungen. Das Verhältnis der drei Frequenzen zueinander kann man aus der Skizze entnehmen.*

Der französische Mathematiker und Physiker JEAN BAPTISTE JOSEPH DE FOURIER (1768–1830), der auch Untersuchungen zur Wärmetheorie durchführte, wies nun umgekehrt nach, dass sich jede periodische Schwingung bzw. Welle beliebiger Form als eine Überlagerung von harmonischen (sinusförmigen) Teilschwingungen bzw. Teilwellen darstellen lässt. Das Verfahren, mit dem man die Amplituden und die Frequenzen der Einzelwellen gewinnen kann, wird als **FOURIER-Analyse** bezeichnet. Allgemein gilt nach FOURIER zwischen den Wellengleichungen der Teilwellen und der Funktion f (t) für die resultierende Welle:

$$f(t) = \sum \left[a_n \cdot \sin 2\pi \cdot n \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + b_n \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Wenn die Funktion $f(t)$ bekannt ist, dann lassen sich die Amplituden a_n und b_n der Teilwellen nach Rechenregeln berechnen, die FOURIER angegeben hat. Für die in Bild 2 dargestellt Dreiecksschwingung würde die Funktion lauten:

$$f(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[\sin \omega t - \frac{1}{3^2} \sin 3\,\omega t + \frac{1}{5^2} \sin 5\,\omega t \ldots\right]$$

Ist $f(t)$ eine periodische Funktion, so lässt sich unter allen Teilwellen eine mit der größten Schwingungsdauer und damit mit der kleinsten Frequenz finden. Sie wird als **Grundschwingung** bezeichnet. Die Frequenzen der übrigen Teilwellen sind ganzzahlige Vielfache der Frequenz der Grundschwingung. Analysiert man die Klänge von Musikinstrumenten (↗ S. 159), dann ergibt sich:

- Jeder Klang setzt sich aus sinusförmigen Schwingungen verschiedener Frequenz zusammen.
- Die Grundschwingung ist diejenige, die die Tonhöhe bestimmt. Dabei ist zu beachten, dass häufig von einem bestimmten Ton eines Instruments gesprochen wird, damit aber manchmal die harmonische Grundschwingung und manchmal der Klang gemeint ist.
- Die übrigen Teilschwingungen haben Frequenzen, die ganzzahlige Vielfache der Frequenz der Grundschwingung sind. Sie werden als Obertöne bezeichnet.
- Bei gleicher Grundschwingung (Tonhöhe) können die Oberschwingungen und damit die Klangfarbe sehr unterschiedlich sein (↗ S. 159). Das kann man hören, wenn der gleichen Ton auf verschiedenen Instrumenten gespielt wird. Dann nehmen wir ihn unterschiedlich wahr.

2.8.5 Akustik

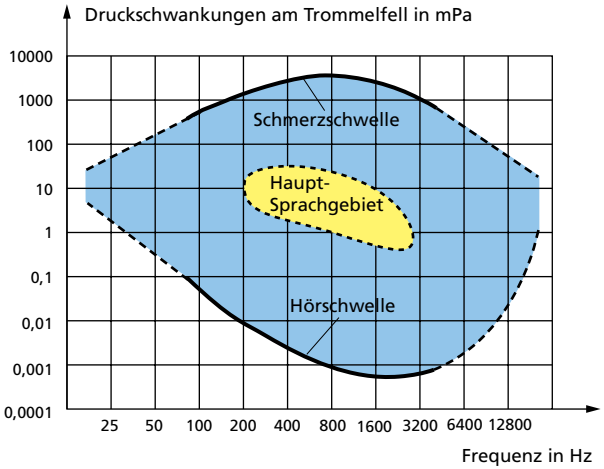
Weitere Information zu Themen der **Akustik** findet man auf der CD.

Die Lehre vom Schall (Akustik) beschäftigt sich mit der Entstehung, der Ausbreitung, den Eigenschaften und der Nutzung des Schalls.

> Schall im engeren Sinn ist alles das, was der Mensch mit den Ohren wahrnehmen kann.

Dazu gehören z. B. Geräusche, Sprache, Musik oder Lärm. Damit wir etwas als Schall wahrnehmen, müssen bestimmte Bedingungen erfüllt sein. Diese lassen sich in einem Diagramm darstellen, aus dem der **Hörbereich** des menschlichen Ohres erkennbar ist.

Der **Hörbereich** des Menschen wird auch als **Hörfläche** bezeichnet. Sie ist im Diagramm farbig gekennzeichnet.

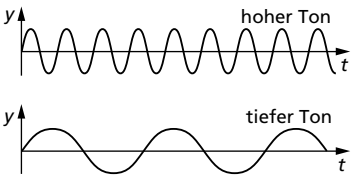


Mit zunehmendem Alter können Menschen höhere Frequenzen immer schlechter wahrnehmen.

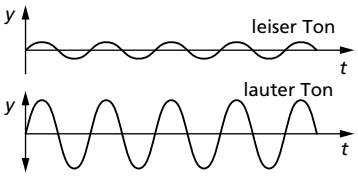
Der Hörbereich des menschlichen Ohres umfasst Frequenzen von 16 Hz bis 20 000 Hz.
Schall mit einer Frequenz von weniger als 16 Hz wird als **Infraschall** bezeichnet.
Schall mit einer Frequenz von über 20 000 Hz (20 kHz) nennt man **Ultraschall.**
Schallwellen sind Longitudinalwellen (↗ S. 147), da die Ausbreitungsrichtung der Welle und die Schwingungsrichtung der Teilchen übereinstimmen. Wie andere mechanische Wellen werden Schallwellen reflektiert und gebrochen. Sie können sich auch überlagern (↗ S. 151 ff.).

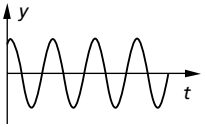
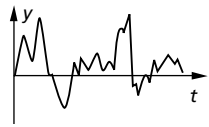
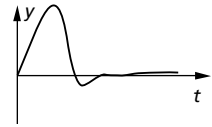
Verschiedene Lebewesen haben nicht nur unterschiedliche **Hörbereiche,** sondern auch einen unterschiedlichen **Stimmumfang.** Der Stimmumfang des Menschen liegt meist zwischen 85 Hz und 1 100 Hz, bei einem Hund zwischen 450 Hz und 1 000 Hz und bei einer Fledermaus zwischen 10 000 Hz und 120 000 Hz.

Die **Tonhöhe** ist davon abhängig, wie schnell ein Körper schwingt.
Je größer die Frequenz der Schwingung eines Körpers ist, umso höher ist der Ton.



Die **Lautstärke** ist davon abhängig, mit welcher Amplitude ein Körper schwingt.
Je größer die Amplitude der Schwingung eines Körpers ist, umso lauter ist der Ton.



Ton	Klang	Geräusch	Knall
Die Schwingung ist sinusförmig.	Die Schwingung ist periodisch, aber nicht sinusförmig.	Die Schwingung ist unregelmäßig.	Die Schwingung hat zunächst eine große Amplitude und klingt schnell ab.
			
			
Eine angeschlagene Stimmgabel erzeugt einen ganz klaren Ton.	Mit Musikinstrumenten kann man verschiedene Klänge erzeugen.	Geräusche entstehen z. B. bei Fahrzeugen und Maschinen.	Beim Explodieren eines Feuerwerkskörpers entsteht ein Knall.

Bei schwingenden Saiten hängt die Frequenz der Schwingung von verschiedenen Größen ab.

Die Frequenz einer schwingenden Saite kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$$

l	Länge der Saite
A	Querschnittsfläche der Saite
ρ	Dichte
F	Kraft, mit der die Saite gespannt ist

Geigen oder Gitarren verfügen über verschieden dicke Saiten. Zum Stimmen des Instruments wird die Kraft verändert, mit der die jeweilige Saite gespannt ist.

Für praktische Anwendungen besonders bedeutsam ist **Ultraschall,** also Schall mit Frequenzen über 20 kHz. Wichtige Anwendungen sind die **Ultraschalldiagnostik** im medizinischen Bereich, die **Werkstoffprüfung** oder das **Echolot** (↗ S. 160). Bei Pkw wird Ultraschall für Einparkhilfen genutzt. Dabei wird das Prinzip des Echolots angewendet.

Physik und Musik

Erzeugung von Schall

Mithilfe von Musikinstrumenten lässt sich in unterschiedlicher Weise Schall erzeugen.

Bei **Saiteninstrumenten** (z. B. Geige, Gitarre, Klavier) werden metallische Saiten unterschiedlicher Länge und Spannung durch Zupfen, Anschlagen oder mit einem Bogen in Schwingungen versetzt. Diese kaum hörbaren Schwingungen werden über die Auflagepunkte der Saite, vor allem den Steg, auf den Instrumentenkörper übertragen, der als Resonanzkörper wirkt.



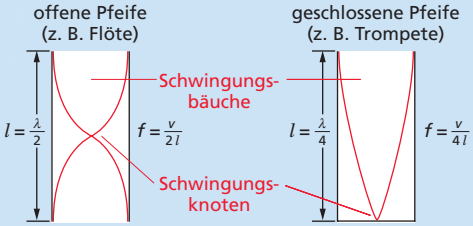
***1** Frequenzen der Grundtöne bei einer Gitarre*

Bei **Blasinstrumenten** (z. B. Trompete, Saxofon, Flöte) werden Luftsäulen in Schwingungen versetzt. Die Tonhöhe ist von der Länge der Luftsäule und davon abhängig, ob es sich um eine offene oder eine geschlossene Pfeife handelt (Bild 2).

Bei **Schlaginstrumenten** (z. B. Trommel, Pauke, Xylofon) schwingen Membranen, Stäbe oder Platten.

Klangfarbe und Klangspektrum

Spielt man den gleichen Ton auf verschiedenen Instrumenten, dann zeigt sich: Ein und derselbe Ton wird subjektiv unterschiedlich empfunden. Man spricht von der **Klangfarbe**, die für jedes Instrument charakteristisch ist. Unterschiedliche Klangfarben kommen zustande, weil bei jedem Instrument neben der Grundschwingung auch Oberschwingungen auftreten, die die Schwingungskurve beeinflussen. Das wird deutlich, wenn man die Schwingungskurven verschiedener Instrumente mit einem Mikrofon und einem Computerinterface aufzeichnet und vergleicht (Bild 2, S. 159).



***2** Je nach Bauart bilden sich an unterschiedlichen Stellen Schwingungsbäuche bzw. Schwingungsknoten. Bei gleicher Länge der Luftsäule entstehen damit unterschiedlich hohe Töne. v ist die Schallgeschwindigkeit.*

Diatonische Tonleiter

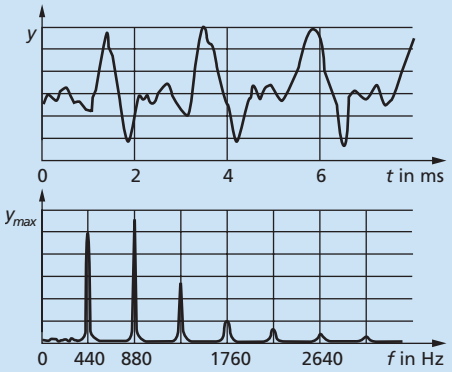
Ton	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
relative Schwingungszahl	1,000 00	1,125 00	1,250 00	1,333 33	1,500 00	1,666 67	1,875 00	2,000 00
absolute Schwingungszahl in Hz	264	297	330	352	396	440,00	495	528

Gleichmäßig temperierte (wohltemperierte) Tonleiter

Ton	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
relative Schwingungszahl	1,000 00	1,122 46	1,259 92	1,334 84	1,498 31	1,681 79	1,887 75	2,000 00
absolute Schwingungszahl in Hz	261,63	293,67	329,63	349,23	392,00	440,00	493,88	523,25

***3** Relative und absolute Frequenzen der eingestrichenen Oktave bei reiner Stimmung (diatonische Durskala) und bei gleichmäßig temperierter Stimmung*

Aus den in der Regel recht komplizierten Schwingungsformen lassen sich keine gesetzmäßigen Zusammenhänge erkennen. Mithilfe der **Fourier-Analyse** (S. 155), die man mit einem Computer durchführen kann, lassen sich der Grundton und die Obertöne ermitteln, aus denen sich die Schwingung zusammensetzt.



***1** Schwingungskurve und Frequenzspektrum für den Ton a' bei einem Klavier unmittelbar nach dem Anschlag*

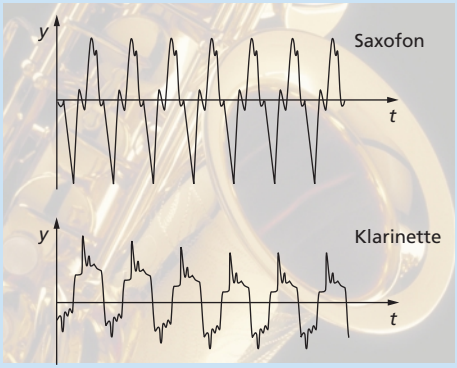
In Bild 1 ist das für den Kammerton a' (440 Hz) dargestellt, der auf einem Klavier gespielt wurde. Trägt man die Amplituden der Einzelschwingungen gegen die Frequenz auf, so erhält man ein **Frequenzspektrum**, auch **Klangspektrum** genannt. Solche Klangspektren können sehr unterschiedlich aussehen. Insbesondere muss der Grundton nicht die größte Amplitude haben. Beim Klavier kommt hinzu, dass sich nach dem Einschwingen einer Saite eine fast sinusförmige Schwingung einstellt und sich damit auch das Klangspektrum verändert.

Tonleitern und musikalische Intervalle

Geprägt ist unser Tonempfinden in Mitteleuropa durch einen Frequenzbereich von jeweils 8 Tönen mit Frequenzen f von $f_0 \leq f \leq 2f_0$.

Ein solches Intervall, in dem sich die Frequenz eines Grundtones f_0 zur Frequenz eines anderen Tones wie 1 : 2 verhält, wird als **Oktave** bezeichnet. Bei einer diatonischen Tonleiter (Bild 3, S. 158) lässt sich das Verhältnis des Grundtones zum höheren Ton immer mit ganzen Zahlen beschreiben. Als besonders angenehm empfinden wir das Zusammenwirken von Tönen, wenn sich das Verhältnis ihrer Frequenzen mit Zahlen kleiner als 7 ausdrücken lässt (Bild 3). Man spricht von Konsonanzen.

Für Musikinstrumente wählt man die gleichmäßig temperierte oder **wohltemperierte Tonleiter**. Das ist eine zwölfstufige Tonskala mit einem für alle Tonschritte konstanten Frequenzverhältnis von $\sqrt[12]{2}$ = 1,059 46, wobei vom Kammerton a' ausgegangen wird.



***2** Schwingungsbilder des gleichen Tones bei einem Saxofon und einer Klarinette*

Bezeichnung des Tons	Frequenz in Hz	Musikalisches Intervall		
		Bezeichnung der Töne	Name des Intervalls	Verhältnis der Frequenz des Grundtons zum höheren Ton
c'	264	c'-c'	Prime	1:1
d'	297	c'-d'	Sekunde	8:9
e'	330	c'-e'	Terz	4:5
f'	352	e'-f'	Quarte	3:4
g'	396	c'-g'	Quinte	2:3
a'	440	c'-a'	Sexte	3:5
h'	495	c'-h'	Septime	8:15
c''	528	c'-c''	Oktave	1:2

***3** Frequenzen und musikalische Intervalle bei der diatonischen Tonleiter*



Ultraschall und seine Anwendung

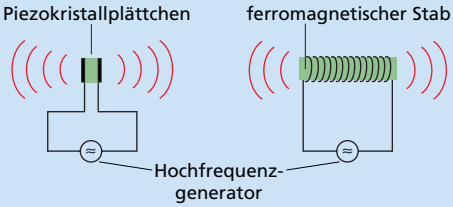
Schall mit einer Frequenz von über 20 kHz bezeichnet man als Ultraschall. Der Frequenzumfang des Ultraschalls reicht bis 1 GHz. Bei technischen Anwendungen arbeitet man in der Regel in einem Bereich von einigen MHz.

Die **Erzeugung von Ultraschall** erfolgt meist mithilfe von piezoelektrischen und magnetostriktiven Schallgebern. Bei den vorrangig genutzten piezoelektrischen Schallgebern wird der reziproke piezoelektrische Effekt genutzt: Unter dem Einfluss eines hochfrequenten elektrischen Wechselfeldes wird ein Piezokristall zu Schwingungen angeregt (Bild 1) und strahlt Ultraschall ab. Bei magnetostriktiven Wandlern wird der 1847 von J. P. JOULE gefundene Effekt genutzt, dass ferromagnetische Stoffe bei der Magnetisierung ihre Länge ändern.

Die **Ausbreitung von Ultraschall** hängt vom jeweiligen Stoff und seiner Temperatur ab.

Stoff	ϑ in °C	v in $\frac{m}{s}$
Luft	0 +20 +30	332 344 350
Wasser	5 25	1 400 1 457
Muskel Fettgewebe Knochen	37 37 37	1 570 1 470 3 600

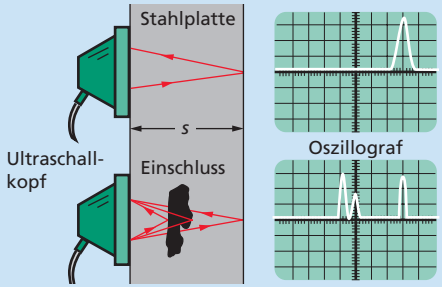
An Grenzflächen zwischen verschiedenen Stoffen wird ein Teil des Ultraschalls reflektiert und kann von einem Empfänger aufgenommen werden. Sender und Empfänger sind zumeist in einem **Ultraschallkopf** vereinigt, wobei man bei Anwendungen oft mit Ultraschallimpulsen mit einer Impulsdauer von 1 µs–2 µs und einer Impulsfolge in einem Bereich von 0,3 kHz–10 kHz arbeitet.



1 Erzeugung von Ultraschall durch Wandler

Die **Anwendungen von Ultraschall** sind überaus vielfältig. Das **Echolotverfahren** (**A-scope**, A von Amplitude) wird nicht nur genutzt, um die Wassertiefe unter Schiffen zu bestimmen oder Fischschwärme zu orten, sondern auch, um massive Werkstücke oder Schweißnähte zu prüfen (Bild 2). Die Lage der Amplituden des reflektierten Ultraschalls ergibt sich aus Ausbreitungsgeschwindigkeit und Laufzeit.

Für die Schichtdicke s gilt: $s = v \cdot \frac{t}{2}$



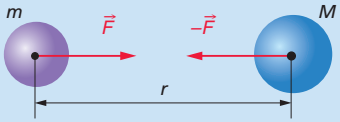
2 Werkstoffprüfung mit Ultraschall

Bei Augenuntersuchungen mit Ultraschall kann man z. B. feststellen, ob eine Netzhautablösung vorliegt. Um ein zweidimensionales Schnittbild einer Körperebene zu erhalten, wendet man das **B-scope** (B von brightness = Helligkeit) an. Dabei wird der Schallkopf über die Körperoberfläche geführt. Die empfangenen Echoimpulse werden synchron zur Bewegung des Schallkopfes nicht als Impulse, sondern als mehr oder weniger helle Punkte dargestellt. Damit erhält man ein zweidimensionales Bild aus dem Körperinneren (Bild oben links).

Gravitation, Schwingungen und Wellen

Für den Betrag der Gravitationskraft zwischen zwei Körpern gilt das **Gravitationsgesetz:**

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$



Gravitationsfeldstärke

$$g = \frac{F}{m} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

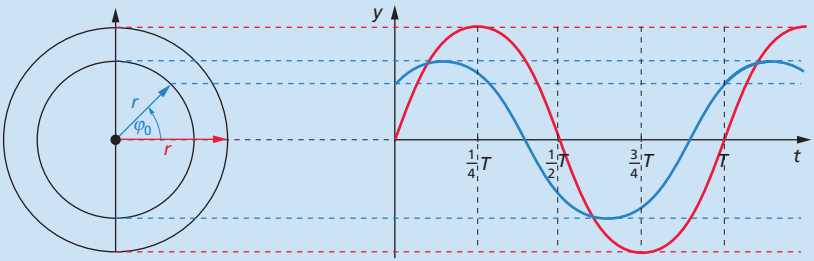
potenzielle Energie im Gravitationsfeld

$$E_{pot} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r}$$

Arbeit im Gravitationsfeld

$$W = \int_{r_1}^{r_2} F \, dr = G \cdot m \cdot M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \Delta E_{pot}$$

Harmonische Schwingungen können mit einem **Zeigerdiagramm** oder einem ***y-t*-Diagramm** beschrieben werden. Die mathematische Beschreibung erfolgt mit der Sinus- oder Kosinusfunktion.



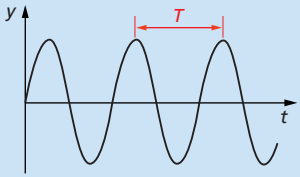
Ort-Zeit-Gesetz: $y = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz: $v = y_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$

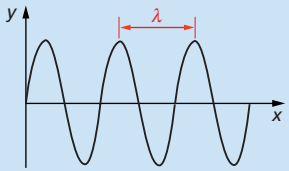
Beschleunigung-Zeit-Gesetz: $a = -y_{max} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -y \cdot \omega^2$

Harmonische Wellen können mit *y-t*- und *y-x*-Diagrammen beschrieben werden.

Verlauf bei einem Schwinger an einem bestimmten Ort x = konstant



Zustand der verschiedenen Schwinger zu einem bestimmten Zeitpunkt t = konstant



Die Wellengleichung lautet:

$$y = y_{max} \cdot \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Für den Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit v, Wellenlänge λ und Frequenz f gilt: $v = \lambda \cdot f$

Aufgaben

Grundeigenschaften von Körpern und Stoffen

1. Beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie man die Masse eines Tropfens Öl bestimmen kann!

2. Die durchschnittliche Dichte des menschlichen Körpers liegt bei etwa 1 g · cm^{-3}. Wie könnten Sie die durchschnittliche Dichte Ihres Körpers experimentell bestimmen?
Diskutieren Sie Varianten!

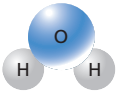
3. Ein Körper hat ein Volumen von 0,2 dm^3 und wiegt 1,79 kg. Aus welchem Stoff könnte er bestehen? Begründen Sie, warum die Aufgabe nicht eindeutig lösbar ist!

4. Aus wie vielen Atomen bestehen 100 g Eisen, Aluminium und Kupfer?

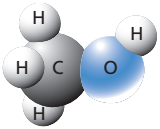
5. Welche Masse haben folgende Stoffmengen: 1,2 mol Wasserstoffatome; 0,7 mol Eisenatome; 0,2 mol Ammoniakmoleküle?

6. Bestimmen Sie mithilfe der AVOGADRO-Konstanten die Masse eines Kohlenstoffatoms, eines Eisenatoms und eines Uranatoms!

7. Die Skizzen zeigen den Aufbau eines Wassermoleküls und eines Moleküls Methanol.



Wasser
H_2O

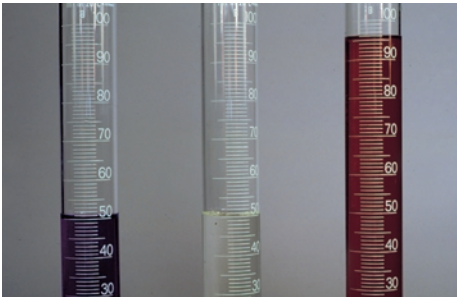


Methanol
CH_3OH

Bestimmen Sie das Volumen dieser beiden Moleküle!

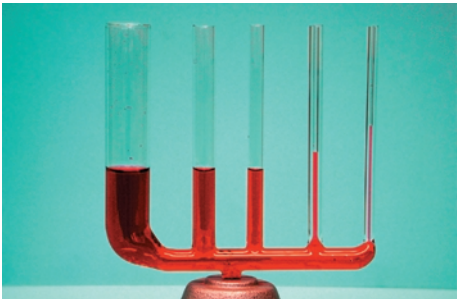
8. Diffusion tritt auch im Alltag auf! Nennen und erläutern Sie Beispiele dafür!

9. Mischt man 50 ml Wasser und 50 ml Alkohol, so erhält man nicht 100 ml, sondern nur etwa 96 ml (siehe Foto rechts oben).



a) Wie ist dieses Ergebnis zu erklären?
b) Welche Aussage kann man über die Massen der Ausgangsstoffe und die Masse des Gemisches treffen? Welches Gesetz liegt Ihrer Aussage zugrunde?

10. In verbundenen Röhren mit unterschiedlicher Querschnittsfläche wird angefärbtes Wasser gefüllt. Es steigt unterschiedlich hoch.

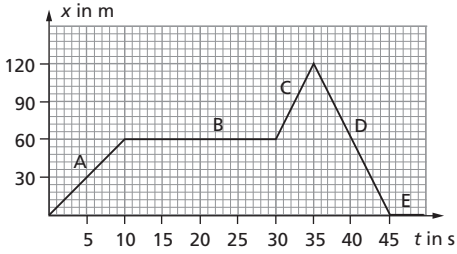


a) Welche Kohäsions- und Adhäsionskräfte wirken bei dem dargestellten Beispiel?
b) Welche Aussagen kann man über das Verhältnis der Kohäsionskräfte zwischen den Wassermolekülen und der Adhäsionskräfte zwischen Glas und Wasser ableiten?

11. Die Modelle Massepunkt und starrer Körper kann man auch auf ein- und dieselben Objekte anwenden. Nennen Sie Sachverhalte, bei denen es zweckmäßig ist,
a) einen Tischtennisball,
b) einen Menschen
c) ein Auto,
d) die Erde
als Massepunkt bzw. als starren Körper anzusehen! Begründen Sie jeweils Ihre Aussagen!

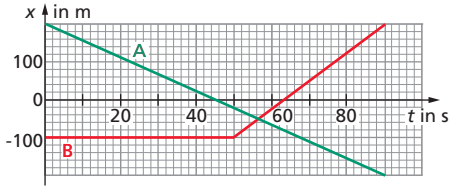
Gleichförmige Bewegungen

12. In einem Ort-Zeit-Diagramm ist die Bewegung eines Fahrzeuges dargestellt.



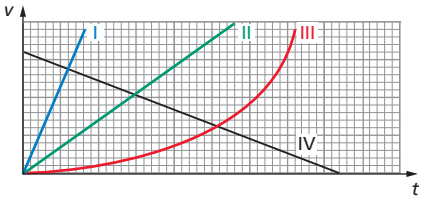
a) Beschreiben Sie die Bewegung des Fahrzeuges in den Abschnitten A bis E!
b) Wie groß ist die Geschwindigkeit in den Abschnitten A, B und C?
c) Wie würde sich das Diagramm für eine reale Bewegung von dem dargestellten idealisierten Diagramm unterscheiden?

13. Auf unterschiedlichen Fahrbahnen einer Straße bewegen sich zwei Fahrzeuge A und B so, wie es in dem *x*-*t*-Diagramm dargestellt ist.



a) Interpretieren Sie das Diagramm!
b) Welche physikalische Bedeutung hat der Schnittpunkt der beiden Graphen?

14. In einem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm sind die Bewegungen unterschiedlicher Körper dargestellt.



a) Welche Bewegungsarten liegen jeweils vor? Begründen Sie!
b) Welche physikalische Bedeutung hat der Schnittpunkt zweier Graphen?

15. Ein Auto fährt mit 50 km/h eine Straße entlang und überholt einen mit 15 km/h fahrenden Radfahrer. In entgegengesetzter Richtung läuft ein Fußgänger mit 1,4 m/s.
a) Wie groß sind die Geschwindigkeiten von Fußgänger und Auto bezüglich des Radfahrers?
b) Geben Sie die Relativgeschwindigkeiten bezüglich des Fußgängers an!

16. Bei einem 11-m-Strafstoß hängt viel von der Reaktionszeit des Torwarts ab.
a) Welche Reaktionszeit vom Abstoß bis zum Erreichen des Balles hat ein Torwart, wenn der Ball mit einer Geschwindigkeit von 95 km/h abgeschlossen wird?
b) Diskutieren Sie, ob es sinnvoll ist, wenn sich der Torwart nicht auf die Torlinie, sondern deutlich davor stellt!

17. Ein Fahrzeug fährt 14 min lang mit einer konstanten Geschwindigkeit von 80 km/h. In den folgenden 10 min fährt es mit einer anderen konstanten Geschwindigkeit, wobei es in beiden Zeitintervallen eine gleich lange Strecke zurücklegt.
a) Berechnen Sie die Länge der gesamten durchfahrenen Strecke!
b) Welche Durchschnittsgeschwindigkeit ergibt sich für die gesamte Strecke?

18. Ein 5 m langer Pkw fährt mit konstanter Geschwindigkeit von 90 km/h auf einer Fernverkehrsstraße und überholt einen 20 m langen Lastzug, der mit 72 km/h fährt. Dabei wechselt der Pkw 40 m hinter dem LkW auf die Überholspur und ordnet sich 30 m vor dem Lkw wieder ein.
a) Wie lange dauert der gesamte Überholvorgang?
b) Welche Strecke legt der Pkw dabei zurück?
c) Diskutieren Sie, welche Bedingungen erfüllt sein sollten, damit ein solcher Überholvorgang bei Berücksichtigung des Gegenverkehrs für alle Verkehrsteilnehmer möglichst sicher erfolgen kann!

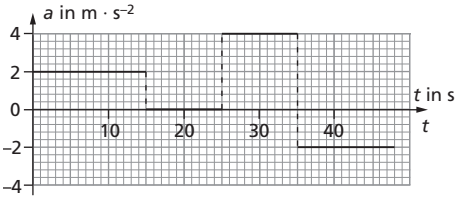
Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen

19. Bei einem 100-m-Lauf werden für einen Läufer die Zeiten für verschiedene Wege gemessen. Der Start erfolgt zur Zeit $t = 0$.

s in m	10	20	40	60	80	100
t in s	2,65	3,70	4,96	6,92	8,63	10,27

a) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für diese Bewegung! Interpretieren Sie es!
b) Wie groß ist die durchschnittliche Beschleunigung des Läufers auf den ersten 20 m? Welche Annahmen muss man machen, um die Beschleunigung berechnen zu können?
c) Welche Durchschnittsgeschwindigkeit erreicht der Läufer insgesamt?
d) Entwickeln Sie ein Messverfahren zur Bestimmung der Augenblicksgeschwindigkeit eines Läufers!

20. Für die Bewegung eines Autos liegt ein idealisiertes Beschleunigung-Zeit-Diagramm vor.



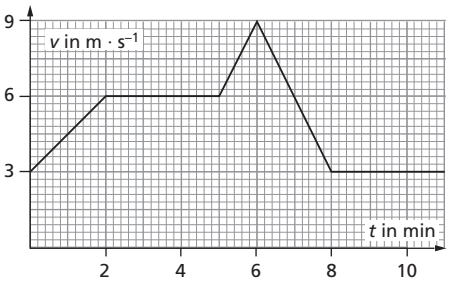
a) Interpretieren Sie dieses Diagramm!
b) Entwickeln Sie das v-t-Diagramm und das s-t-Diagramm für diese Bewegung!
c) Berechnen Sie den innerhalb der ersten 40 s zurückgelegten Weg!
d) Welche Höchstgeschwindigkeit erreicht das Fahrzeug?
e) Geben Sie für den ersten Bewegungsabschnitt die Gleichungen für a, v und s an! Leiten Sie daraus eine Gleichung $v = v(s)$ ab!

21. Ein Bob hat vom Start an eine gleichbleibende Beschleunigung von 1,8 m · s^{-2}.
a) Wie schnell ist der Bob 5,0 s nach dem Start?
b) Welchen Weg hat er bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegt?
c) Wie groß ist bis zu diesem Zeitpunkt die Durchschnittsgeschwindigkeit?

22. Ein Pkw wird aus dem Stand heraus gleichmäßig beschleunigt und erreicht nach 7 s eine Geschwindigkeit von 50 km/h. Diese Geschwindigkeit behält er 15 s lang bei und bremst dann innerhalb von 4 s gleichmäßig bis zum Stillstand ab.
a) Zeichnen Sie das v-t-Diagramm für die beschriebene Bewegung!
b) Entwickeln Sie daraus das s-t- und das a-t-Diagramm!

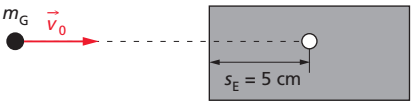
23. Untersuchungen der Reaktionszeit von Kraftfahrern ergaben einen Mittelwert von 0,92 s.
a) Wie groß ist der Anhalteweg unter Berücksichtigung der Reaktionszeit bei Geschwindigkeiten von 30 km/h, 50 km/h, 70 km/h und 100 km/h, wenn man auf trockener Straße eine konstante Bremsverzögerung von 5,5 m · s^{-2} annimmt?
b) Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für das Verhalten von Kraftfahrern in Ortschaften?

24. Berechnen Sie aus dem v-t-Diagramm für einen Radfahrer die Strecke, die er insgesamt zurücklegt!



25. Entwickeln Sie eine Messmethode, mit der man bestimmen kann, welche Geschwindigkeit der letzte Waggon eines anfahrenden Zuges am Ende des Bahnsteiges hat!

26. Ein Geschoss trifft mit 750 m/s auf eine dicke Holzbohle und dringt gleichmäßig verzögert 5 cm tief ein.

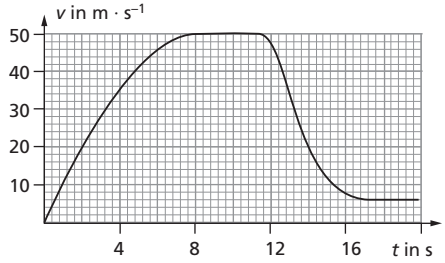


a) Wie lautet das Geschwindigkeit-Zeit- Gesetz $v = v(t)$ und das Weg-Zeit-Gesetz $s = s(t)$ für die Bewegung im Holz?
b) Zeichnen Sie das v-t- und das s-t-Diagramm!
c) Wie groß ist die Verzögerung des Geschosses im Holz?
d) Leiten Sie eine Gleichung ab, bei der die Geschwindigkeit v im Holz als Funktion des Weges dargestellt ist! Zeichnen Sie das entsprechende Diagramm!
e) Bestimmen Sie aus dem Diagramm, bei welcher Eindringtiefe das Geschoss noch die halbe Auftreffgeschwindigkeit hat!

27. Aus welcher Höhe müsste ein Körper frei fallen, damit er beim Auftreffen eine Geschwindigkeit von 50 km/h hat?

28. Ein Stein fällt aus 35 m Höhe frei herab.
a) In welcher Höhe befindet er sich nach 1 s und nach 2 s?
b) Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit trifft er auf?

29. Im Diagramm ist die Bewegung eines Fallschirmspringers dargestellt, der aus großer Höhe abspringt.



a) Interpretieren Sie dieses Diagramm!
b) Nennen Sie Bedingungen, unter denen man die Bewegung eines realen Körpers näherungsweise als freien Fall ansehen kann!

30. Um die Höhe eines Felsplateaus über einer Wasserfläche abzuschätzen, lässt man einen Stein fallen. Nach 4,0 s sieht man ihn auf das Wasser aufschlagen.
a) Wie hoch liegt das Felsplateau über der Wasseroberfläche?
b) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Stein auf das Wasser auf?
c) Nach welcher Zeit hat der Stein die Hälfte seines Fallweges zurückgelegt?
d) Welche Zeit braucht der Stein zum Durchfallen der letzten 20 m?
e) Nach welcher Zeit hört man den Stein auf die Wasseroberfläche aufschlagen, wenn die Schallgeschwindigkeit 340 m/s beträgt?

31. Im Fallturm in Bremen werden Experimente unter den Bedingungen der Schwerelosigkeit durchgeführt. Die Experimente werden in einer Fallkapsel realisiert, die in einer Vakuumröhre näherungsweise frei fällt.
a) Welche weitere Möglichkeit gäbe es für die Realisierung solcher Experimente?
b) Wie lange kann ein Experiment unter den Bedingungen der Schwerelosigkeit durchgeführt werden, wenn die Fallkapsel 110 m frei fällt?
c) Wie groß müsste die Fallhöhe sein, wenn die Zeit für das Experiment unter Schwerelosigkeit doppelt so groß sein soll?
d) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht die 95 kg schwere Fallkapsel bei 110 m Fallhöhe?
e) Welche Verzögerung tritt auf, wenn die Fallkapsel im Fuß des Fallturmes in einer mit Styroporkugeln gefüllten Kammer auf 4 m Strecke abgebremst wird? Vergleichen Sie den Betrag mit dem der Fallbeschleunigung!

Zusammengesetzte Bewegungen

32. Ein Surfer bewegt sich aufgrund des Windes mit 5 m/s von West nach Ost. Gleichzeitig existiert in dem Bereich eine Wasserströmung in südöstlicher Richtung mit 1,6 m/s.
Mit welcher Geschwindigkeit und in welcher Richtung bewegt sich der Surfer?

33. Ein Kind kann einen Ball so hoch werfen, dass er gerade die Spitze eines 7 m hohen Baumes erreicht. Das Kind selbst ist 1,50 m groß und wirft aus dieser Höhe den Ball ab. Welche Abwurfgeschwindigkeit kann das Kind dem Ball verleihen?

34. Ein senkrecht nach oben geworfener Körper hat in 20 m Höhe eine Geschwindigkeit von 8 m/s. Mit welcher Geschwindigkeit wurde er abgeworfen und wie groß ist die Dauer bis zum Erreichen des Abwurfpunktes?

35. Vergleichen Sie die Geschwindigkeiten und die Wege für einen frei fallenden und einen vom gleichen Standort aus senkrecht mit 10 m/s nach unten geworfenen Körper!

a) Zeichnen Sie dazu für beide Körper die Graphen in einem *v*-*t*- und einem *s*-*t*-Diagramm!

b) Wie ändern sich die Diagramme, wenn der zweite Körper nicht senkrecht, sondern waagerecht mit 10 m/s abgeworfen wird?

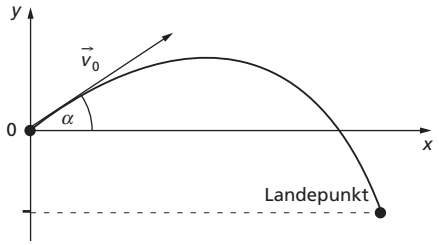
36. Ein aus 1 m Höhe senkrecht auf den Erdboden geschleuderter hochelastischer Ball springt 4,5 m hoch. Mit welcher Geschwindigkeit wurde er abgeworfen?

37. Ein Geschoss wird aus 1,75 m Höhe waagerecht abgefeuert wird und hat eine Anfangsgeschwindigkeit von 550 m/s. Das Ziel befindet sich in 100 m Entfernung.

a) Um wie viele Millimeter fällt das Geschoss bis zum Erreichen des Ziels?

b) Wie kann man erreichen, dass ein Geschoss genau in den Mittelpunkt einer Zielscheibe trifft?

38. Beim Weitsprung liegt, bezogen auf den Schwerpunkt des menschlichen Körpers, der Landepunkt niedriger als der Absprungpunkt. In der Skizze ist die Bahnkurve für den Schwerpunkt dargestellt. Die Absprunggeschwindigkeit beträgt 10 m/s. Der Absprungpunkt liegt 1 m höher als der Landepunkt.

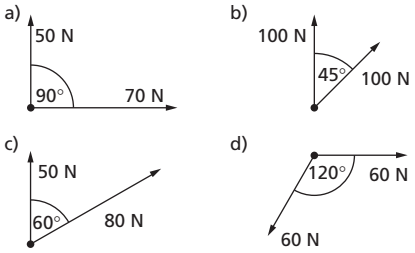


a) Ermitteln und vergleichen Sie die Sprungweiten bei Absprungwinkeln von 40 ° und 45 °!

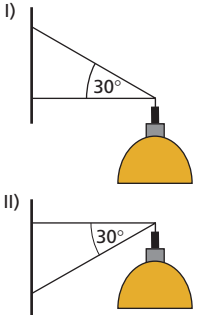
b) Stellen Sie die Sprungweite in Abhängigkeit vom Absprungwinkel grafisch dar! Ermitteln Sie aus dieser Darstellung den optimalen Absprungwinkel für die gegebenen Bedingungen!

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften

39. Ermitteln Sie jeweils den Betrag der resultierenden Kraft!



40. An der Außenwand eines Hauses soll eine Lampe befestigt werden. Die Skizzen zeigen zwei verschiedene Möglichkeiten der Befestigung.

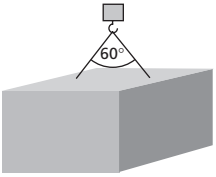


a) In welchen Richtungen wirken jeweils die beiden Teilkräfte?

b) Ermitteln Sie für beide Fälle die Beträge der Teilkräfte!

c) Geben Sie eine Variante an, bei der die Kräfte auf die beiden Streben den gleichen Betrag haben!

41. Mit welcher Kraft werden die im Bild angegebenen Halteseile gespannt, an denen eine Last mit einer Masse von 600 kg hängt?



42. Ein Radfahrer (Gesamtmasse Fahrer-Rad: 90 kg) rollt einen 12° geneigten Weg hinab.

a) Skizzieren Sie die Kräfte, die auf ihn wirken!

b) Wie groß sind Hangabtriebskraft und Normalkraft?

c) Wie groß wäre die Beschleunigung des Radfahrers, wenn man die Reibungskraft vernachlässigt?

d) Wie groß sind Neigungswinkel, Hangabtriebskraft und Normalkraft bei 8 % Gefälle?

Newtonsche Gesetze

43. Beim ruckartigen Anheben eines schweren Koffers kann der Griff abreißen. Warum passiert das beim langsamen Anheben nicht?

44. Für die Sicherheit beim Autofahren sind Sicherheitsgurte, Airbag, Kopfstützen und eine Knautschzone vorgesehen.
Erläutern Sie aus physikalischer Sicht den Zweck und die Wirkungsweise der genannten Sicherheitseinrichtungen!

45. Bei einem Experiment zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Beschleunigung eines Körpers und der beschleunigenden Kraft wurden folgende Messwertepaare aufgenommen:

F in N	0	1,0	2,0	3,0	4,0
a in $m \cdot s^{-2}$	0	0,30	0,59	0,91	1,20

a) Zeichnen Sie das Beschleunigung-Kraft-Diagramm!
b) Interpretieren Sie das Diagramm!
c) Berechnen Sie aus den Messwerten die Masse des Körpers!

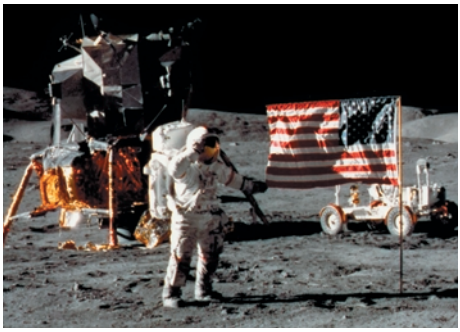
46. Welche Bremskraft ist erforderlich, um ein Fahrzeug mit einer Masse von 1 100 kg, das mit 65 km/h fährt, nach 55 m zum Halten zu bringen?

47. Die Elektromotoren eines Intercity-Express haben eine maximale Antriebskraft von 270 kN. Die Masse des Zuges beträgt 500 t.
a) Welche maximale Beschleunigung erreicht ein ICE beim Anfahren?
b) In welcher Zeit erreicht der ICE bei dieser Beschleunigung eine Geschwindigkeit von 100 km/h? Vergleichen Sie das mit den Zeiten, die bei einem Pkw erreicht werden! Welchen Weg legt der ICE dabei zurück?
c) Die Bremsverzögerung beim Abbremsen beträgt 0,60 $m \cdot s^{-2}$. Welche Strecke benötigt der mit 200 km/h fahrende Zug, um zum Stillstand zu kommen? Wie groß ist dabei die Bremskraft?
d) Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für den gesamten Bremsvorgang!

Verschiedene Arten von Kräften

48. Vergleichen Sie Ihre Masse und Ihre Gewichtskraft am Schulort mit der, die Sie am Nordpol (g = 9,83 N/kg), am Äquator (g = 9,79 N/kg), auf dem Erdmond und auf dem Mars hätten!

49. Die Mondlandeeinheit, mit der amerikanische Astronauten im Jahr 1969 erstmals zur Mondoberfläche gelangten, hatte eine Masse von insgesamt 14,7 t.



a) Wie groß war die Gewichtskraft der Mondlandeeinheit auf der Erde und auf dem Mond?
b) Vergleichen Sie diese Werte mit der Gewichtskraft eines Mittelklasse-Pkw (m = 1200 kg)!

50. Beim Hammerwerfen beträgt die Masse des Wurfkörpers 7,0 kg. Aus den erreichten Wurfweiten kann man ermitteln, dass Abwurfgeschwindigkeiten bis 100 km/h erreicht werden. Die Länge des Wurfgerätes und des Arms des Sportlers betragen zusammen 2,5 m.
Berechnen Sie die Kraft, die der Hammerwerfer aufbringen muss, um das Gerät auf einer Kreisbahn zu halten!

51. Ein Pkw (m = 1,5 t) will eine Kurve mit einem Radius von 30 m durchfahren. Die Reibungszahl beträgt bei den gegebenen Bedingungen 0,55.
a) Mit welcher Geschwindigkeit darf er die Kurve höchstens durchfahren?
b) Diskutieren Sie, was passieren könnte, wenn er die Kurve deutlich schneller durchfahren würde? Was würde geschehen, wenn der Pkw mit EPS ausgestattet wäre?

52. Nach Messungen des TÜV treten in Abhängigkeit vom Fahrzeugtyp bei einem Frontalaufprall auf ein festes Hindernis mit einer Geschwindigkeit von 50 km/h kurzzeitig Verzögerungen zwischen 35 g und 50 g auf.

a) Was bedeutet das für die auf Personen und Gegenstände im Auto wirkenden Trägheitskräfte?

b) Wie groß wären bei einer Verzögerung von 40 g die Trägheitskräfte auf eine Person (65 kg) und auf einen Regenschirm (600 g), der lose auf der hinteren Ablage liegt?

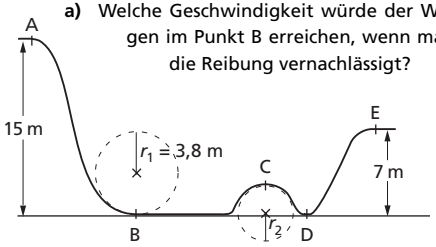
c) Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für Fahrer und Fahrgäste?

d) Setzen Sie sich mit der Aussage „Ein Auffahrunfall mit 30 km/h ist ungefährlich" aus physikalischer Sicht auseinander!

53. Mit welcher Beschleunigung rutscht ein 10 kg schwerer Körper bei $\mu = 0{,}50$ eine geneigte Ebene mit einem Neigungswinkel von 30° hinab?

54. Der Wagen einer Berg- und Talbahn hat einschließlich Insassen eine Masse von 380 kg. Er startet vom Punkt A aus. Die gesamte Strecke von A bis E ist 120 m lang.

a) Welche Geschwindigkeit würde der Wagen im Punkt B erreichen, wenn man die Reibung vernachlässigt?



b) Mit welcher Kraft wird eine 65 kg schwere Person im Punkt B in den Sitz gedrückt?

c) Welchen Wert darf der Radius r_2 nicht unterschreiten, wenn der Wagen in Punkt C nicht abheben soll?

d) Wie groß darf die durchschnittliche Reibungskraft höchstens sein, damit der Wagen den Punkt E noch mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h erreicht?

e) Experimente mit einer realen Bahn zeigen, dass die Reibungskraft zu groß ist und Punkt E nicht sicher vom Wagen erreicht wird. Welche konstruktiven Änderungen könnte man vornehmen, um die Betriebsicherheit zu gewährleisten?

Mechanische Energie, mechanische Arbeit und Leistung

55. Wie groß ist die potenzielle Energie

a) einer 1 l-Flasche in 1 m Höhe,

b) eines Dachziegels (m = 1,3 kg) in 7 m Höhe,

c) eines Passagierflugzeuges (m = 120 t) in 8000 m Höhe?

56. Wie groß ist die kinetische Energie

a) eines Sprinters (m = 75 kg) bei einer Geschwindigkeit von 10 m/s,

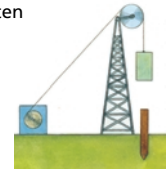
b) eines Geschosses (m = 7,5 g) bei 800 m/s,

c) eines Pkw (m = 1 300 kg) bei Autobahnrichtgeschwindigkeit von 130 km/h?

57. Ein Hubschrauber (m = 5 600 kg) fliegt in 250 m Höhe mit einer Geschwindigkeit von 180 km/h.

a) Vergleichen Sie seine potenzielle und seine kinetische Energie!

b) Geben Sie zwei verschiedene Kombinationen von Höhe und Geschwindigkeit an, bei der die beiden Arten mechanischer Energie gleich groß sind!



58. Mit einem Rammbär können Pfähle eingerammt werden.

a) Beschreiben Sie die Energieumwandlungen und -übertragungen, die dabei vor sich gehen!

b) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der 850 kg schwere Körper auf den Pfahl, wenn er aus 3,5 m Höhe herabfällt?

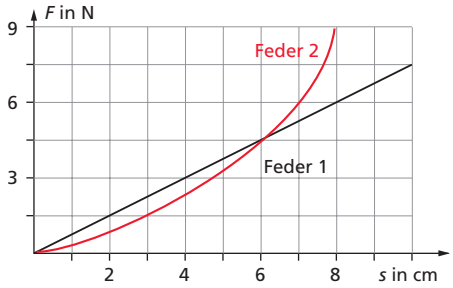
59. Berechnen Sie die Arbeit, die durch eine konstante Kraft von 15 N an einem Körper bei einem Weg von 8 m verrichtet wird, wenn zwischen Kraft und Weg ein Winkel von
a) 0°, b) 45°, c) 60°, d) 90°, e) 120° besteht!

60. Ein Auto (m = 950 kg) fährt zunächst mit 50 km/h, wird dann wird 4 s lang konstant beschleunigt und erreicht eine Geschwindigkeit von 70 km/h.

a) Wie groß ist die Beschleunigungsarbeit und die dann vorhandene kinetische Energie?

b) Welche Geschwindigkeit hätte das Auto mit der gleichen Beschleunigungsarbeit erreicht, wenn es aus dem Stand heraus beschleunigt worden wäre?

61. Für zwei Federn ergeben sich die im Diagramm dargestellten Zusammenhänge.



a) Interpretieren Sie das Diagramm! Welche physikalische Bedeutung haben der Anstieg des Graphen und die Fläche unter ihm?
b) Wie groß sind die mechanischen Arbeiten zum Dehnen der Federn 1 und 2 von 0 cm auf 4 cm und von 4 cm auf 8 cm?
c) Vergleichen Sie die Energien der Federn für die Dehnung, bei der sich die Graphen schneiden!

62. Für das Spannen eines Bogens gilt $F = k \cdot s^2$. Um einen bestimmten Bogen um 5 cm zu spannen, ist eine Kraft von 10 N erforderlich.
a) Zeichnen Sie für diesen Bogen das *F-s*-Diagramm im Bereich von 0 cm bis 40 cm!
b) Bestimmen Sie die mechanische Arbeit zum Spannen eines Bogens um 30 cm!
c) Ein Pfeil (m = 100 g) wird unter einem Winkel von 30° abgeschossen. Wie weit fliegt dieser Pfeil, wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt und der Auftreffpunkt in gleicher Höhe wie der Abschusspunkt liegt?

63. Ein Pkw (m = 1 100 kg) fährt eine 500 m lange 10 %ige Steigung hinauf. Die Rollreibungszahl beträgt dabei 0,05.
a) Berechnen Sie die Reibungsarbeit!
b) Um welchen Betrag vergrößert sich die potenzielle Energie des Pkw!
c) Welche Leistung muss der Motor aufbringen, wenn man von einer gleichförmigen Bewegung des Pkw ausgeht?
d) Welche Strecke würde der Pkw ab Beginn der Steigung noch zurücklegen, wenn seine anfängliche Geschwindigkeit 50 km/h betragen und er sich rollen lassen würde?

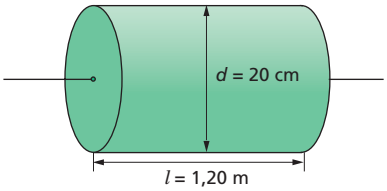
Mechanik starrer Körper

64. Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 72 km/h. Wie groß sind Drehzahl und Winkelgeschwindigkeit der Räder, wenn deren Durchmesser 65 cm beträgt?

65. Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeiten für:
a) Sekunden-, Minuten- und Stundenzeiger einer Uhr,
b) die Erde,
c) eine Motorwelle mit einer Drehzahl von 600 min^{-1},
d) Karussell mit einer Umlaufzeit von 8 s!

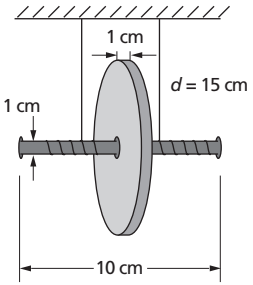
66. **a)** Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich ein Punkt des Äquators aufgrund der Erdrotation? Warum spürt man diese Bewegung nicht?
b) Wie verändert sich diese Geschwindigkeit mit der geografischen Breite? Entwickeln Sie dafür eine allgemeine Lösungsgleichung!
c) Wie groß ist diese Geschwindigkeit für die deutsche Hauptstadt und für Ihren Schulort? Geben Sie den prozentualen Wert bezüglich des Wertes am Äquator an!

67. Eine massive Welle aus Stahl (ρ = 7,85 g/cm^3) hat die in der Skizze angegebenen Abmessungen. Sie wird aus dem Stillstand heraus innerhalb von 30 s gleichmäßig so in Rotation versetzt, dass ihre Umfangsgeschwindigkeit 10 m/s beträgt.



a) Wie groß ist ihr Trägheitsmoment?
b) Berechnen Sie die Winkelbeschleunigung während des Anlaufens?
c) Welche Winkelgeschwindigkeit erreicht die Walze nach 30 s?
d) Die Walze rotiert mit dieser Winkelgeschwindigkeit weiter. Nach Abschalten des Antriebs wirkt ein konstantes bremsendes Drehmoment von 15 Nm. Nach wie vielen Umdrehungen kommt sie zum Stillstand?

68. Ein maxwellsches Rad aus Messing ($\rho = 8{,}5\ \mathrm{g/cm^3}$) ist an zwei Schnüren befestigt und rollt aus dem Stillstand ab.



a) Welche Drehzahl erreicht das maxwellsche Rad nach einer Fallstrecke von 50 cm?

b) Welche Zeit benötigt das Rad zum Durchfallen dieser Strecke?

c) Wie groß ist dann seine Rotationsenergie und seine gesamte Bewegungsenergie?

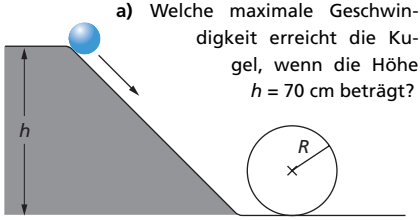
69. Zwei Zylinder mit gleicher Masse und gleichem Durchmesser lässt man von einer Stelle einer geneigten Ebene zur gleichen Zeit starten. Ein Zylinder ist homogen aufgebaut, der andere ist ein Hohlzylinder mit einer sehr dünnen Wandung.

a) Treffen Sie ohne Rechnung eine begründete Entscheidung, welcher Zylinder zuerst unten ankommt!

b) Berechnen Sie für beide Zylinder die Beschleunigung! Vergleichen Sie diese mit der Beschleunigung eines reibungsfrei auf der Ebene gleitenden Körpers!

c) Berechnen Sie für alle drei Körper die Endgeschwindigkeit, wenn die geneigte Ebene 60 cm lang ist und eine Neigung von 25° hat!

70. Eine Kugel ($r = 10$ cm, $m = 2{,}0$ kg) rollt eine geneigte Ebene hinab, an die sich eine kreisförmige Bahn anschließt.



a) Welche maximale Geschwindigkeit erreicht die Kugel, wenn die Höhe $h = 70$ cm beträgt?

b) Durchläuft dann die Kugel die schleifenförmige Bahn mit dem Radius $R = 20$ cm sicher?

c) Aus welcher Mindesthöhe müsste die Kugel abrollen, damit sie die Schleifenbahn gerade noch durchläuft?

d) Wie groß ist im Fall c) die Kraft auf den untersten und den obersten Punkt der Schleifenbahn?

Impuls und Impulserhaltung



71. Zum Antrieb von Raketen, Flugzeugen oder Ruderbooten wird das Rückstoßprinzip genutzt. Erklären Sie an einem Beispiel die Nutzung dieses Prinzips!

72. Vergleichen Sie den Impuls eines Fußgängers ($m = 65$ kg, $v = 5$ km/h) mit dem eines Geschosses ($m = 12$ g, $v = 750$ m/s)!

73. Ein 7,5 g schweres Geschoss verlässt den Lauf eines 5,2 kg schweren Gewehres mit einer Geschwindigkeit von 750 m/s. Wie groß ist die Rückstoßgeschwindigkeit?

74. Beim Elfmeterschießen wird der 450 g schwere Ball mit 96 km/h auf das Tor geschossen.

a) Wie groß sind kinetische Energie und Impuls des Balles?

b) Welche mittlere Kraft wirkt auf den Torwart, wenn er den Ball innerhalb 1/10 s abbremst?

75. Zur Fortbewegung im Weltraum kann man Rückstoßpistolen nutzen.

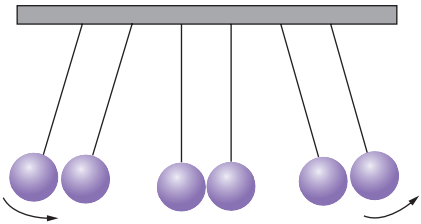
a) Welche mittlere Kraft wirkt auf einen Astronauten, wenn aus einer solchen Pistole 40 g Gas je Sekunde mit $v = 120$ m/s austritt?

b) Wie groß ist seine Beschleunigung, wenn er mit Ausrüstung eine Masse von 95 kg hat?

c) Welche Geschwindigkeit erreicht er, wenn die Pistole 5 s lang betätigt wird?

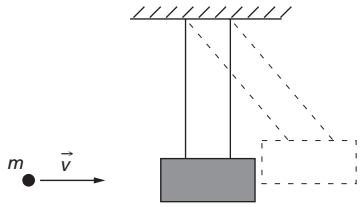
d) Wie lange benötigt er, um einen Gesamtweg von 20 m zurückzulegen? Zeichnen Sie das Weg-Zeit-Diagramm für den gesamten Vorgang!

76. Bei einem Kugelstoßapparat fliegen immer genau so viele Kugeln weg, wie man stoßen lässt.



Wie ist das zu erklären?

77. Die Geschwindigkeit des Geschosses einer Pistole soll mithilfe eines ballistischen Pendels bestimmt werden.



a) Leiten Sie eine Gleichung zur Bestimmung der Geschossgeschwindigkeit her!

b) Beschreiben Sie, wie man alle zur Berechnung erforderlichen Größen bestimmen kann!

c) Wie groß ist die Geschwindigkeit eines 10 g schweren Geschosses, wenn das Pendel eine Masse von 3,8 kg hat und es nach dem Einschuss um 5,6 cm gehoben wird?

78. Das 10 g schwere Geschoss eines Gewehrs dringt in einen Holzklotz der Masse 600 g ein. Dieser Holzklotz liegt auf einer horizontalen Fläche und rutscht infolge des Einschusses 5,5 m weit. Die Reibungszahl beträgt 0,4.

a) Welche Geschwindigkeit hatte das Geschoss?

b) Wie viel Prozent der Geschossenergie wurde durch Reibung auf der Fläche und wie viel durch den unelastischen Stoß „vernichtet"?

79. Ein Güterwaggon der Masse 25 t stößt beim Ankoppeln auf einen stehenden Waggon mit einer Masse von 5 t, wobei die automatische Kupplung die Wagen sofort verbindet.

a) Mit welcher gemeinsamen Geschwindigkeit bewegen sie sich weiter?

b) Vergleichen Sie die mechanische Energie vor und nach dem Ankoppeln!

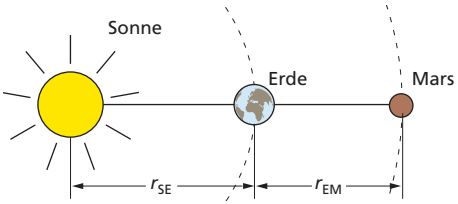
80. Zwei Kugeln (m_1 = 150 g, m_2 = 250 g) bewegen sich mit den Geschwindigkeiten v_1 = 7,8 m/s und v_2 = 5,6 m/s aufeinander zu. Sie stoßen zentral zusammen.

a) Wie und mit welcher Geschwindigkeit bewegen sie sich nach einem unelastischen Stoß?

b) Ermitteln Sie die Bewegungsrichtungen und die Geschwindigkeiten nach einem elastischen Stoß!

Gravitation

81. Die Entfernung Erde-Mars beträgt 78,4 Mio. Kilometer, die Umlaufzeit des Mars um die Sonne 1,88 Jahre.



Berechnen Sie aus diesen Werten die Entfernung Erde-Sonne, also den Wert für die astronomische Einheit!

82. Aus dem durchschnittlichen Radius der Erdbahn (r = 149,6 · 10^6 km) und der Zeit für einen Umlauf um die Sonne (365,2 d) kann man die Masse der Sonne ermitteln.

a) Leiten Sie eine entsprechende Beziehung her!

b) Führen Sie die Berechnung durch!

c) Ermitteln Sie aus den gegebenen Erddaten die Umlaufzeit des Uranus, wenn sein Abstand von der Sonne 2,87 · 10^9 km beträgt!

83. Die Gewichtskraft eines Körpers kann man als die Kraft ansehen, mit der er von der Erde oder einem anderen Himmelskörper, auf dessen Oberfläche er sich befindet, angezogen wird.

a) Begründen Sie für den Fall der Erde, weshalb diese Aussage für einen rotierenden Körper nur näherungsweise gilt!

b) Stellen Sie die Gewichtskraft, die auf einen 100 kg schweren Körper wirkt, in Abhängigkeit von der Entfernung von der Erdoberfläche dar!

c) In welcher Entfernung von der Erdoberfläche verringert sich diese Kraft auf die Hälfte?

d) Wird die Gewichtskraft einer Person spürbar beeinflusst, wenn sie von Garmisch-Partenkirchen (720 m über NN) bis zum Gipfel des höchsten deutschen Berges, der Zugspitze (2962 m) wandert?

e) Astronauten, die sich in der Raumfähre befinden, sind schwerelos. Die Erdanziehungskraft ist aber nicht null. Erklären Sie!

84. Der englische Naturwissenschaftler HENRY CAVENDISH (1731–1810) veröffentlichte 1798 in den Schriften der Royal Society eine Arbeit unter dem Titel „Experiments to determine the density of the earth", wo er eine Möglichkeit der Bestimmung der Gravitationskonstanten darstellte.

a) Skizzieren und erläutern Sie die Versuchsanordnung von H. CAVENDISH!

b) Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen der Gravitationskonstanten und der mittleren Erddichte her!

85. 1969 erfolgte mit Apollo 11 das erste Mondlandeunternehmen. Zunächst wurde das Raumschiff in eine näherungsweise kreisförmige Parkbahn um die Erde gebracht.

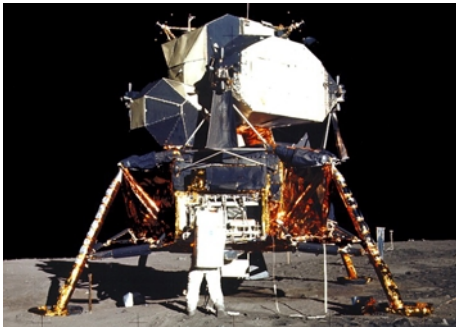
a) Für die Umlaufzeit auf einer solchen Bahn gilt die Gleichung

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R-h)^3}{G \cdot M}}$$

R ist der Erdradius, *M* die Masse der Erde, *G* die Gravitationskonstante und *h* die Höhe über der Erdoberfläche.
Leiten Sie diese Gleichung her! Interpretieren Sie diese!

b) Durch Zündung der Triebwerke flog das Raumschiff in Richtung Mond. In welcher Entfernung von der Erdoberfläche sind die Gravitationskräfte von Erde und Mond gleich groß?

c) Das Mutterschiff mit der angekoppelten Mondlandefähre näherte sich der Mondoberfläche bis auf 85 km und blieb auf dieser Bahn. Wie groß war die Kreisbahngeschwindigkeit dieses Mutterschiffes während des Mondumlaufes?



d) Mit einer Mondfähre gelangten die beiden Amerikaner NEIL ARMSTRONG und EDWIN ALDRIN vom Mutterschiff aus am 21.7.1969 zur Mondoberfläche. Der Aufstiegsteil der Mondfähre hatte eine Gesamtmasse von 4,67 t. Welche Arbeit war erforderlich, um sie von der Mondoberfläche wieder in eine Höhe von 85 km zu bringen?

86. Nachrichtensatelliten sind meist geostationäre Satelliten.

a) Begründen Sie, weshalb die Bahn eines geostationären Satelliten eindeutig bestimmt ist und sich in der Äquatorebene der Erde befinden muss!

b) Leiten Sie eine Gleichung zur Berechnung der Höhe eines geostationären Satelliten über der Erdoberfläche ab!

87. In näherer Zukunft scheinen Raumflüge zum Mars realisierbar. Der Mars ist ein erdähnlicher Planet mit einer Masse von $6{,}4 \cdot 10^{23}$ kg und einem Radius von 3 394 km.

a) Wie groß ist der Ortsfaktor auf der Marsoberfläche?

b) Ein Raumschiff, das sich dem Mars nähert, soll zunächst auf eine kreisförmige Parkbahn um den Mars einschwenken. Geben Sie eine Funktion $v = v(r)$ an!

c) Wie groß wäre die Geschwindigkeit des Raumschiffes auf einer Parkbahn in 100 km Höhe?

d) Eine Landefähre mit einer Masse von 14 t schwebt unmittelbar über der Marsoberfläche. Welche Schubkraft müssten die Triebwerke aufbringen?

e) Wie groß wäre die erforderliche Schubkraft beim Start, wenn die Rückbringeinheit eine Masse von 6,5 t hat und mit 7 m/s^2 beschleunigt werden soll?

f) Welche Energie wäre mindestens erforderlich, um ein 30 t schweres Raumschiff von der Parkbahn aus so weit vom Mars wegzubringen, dass die Gravitationswirkung des Mars vernachlässigbar ist?

88. Unter den Internet-Adressen **www.nasa.gov** und **www.esa.de** finden Sie aktuelle Informationen zu Weltraumunternehmen. Informieren Sie sich über gerade laufende Unternehmen und bereiten Sie dazu einen Vortrag vor!

Mechanische Schwingungen

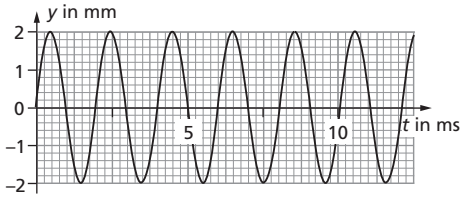
89. Der Pulsschlag ist ein periodischer Vorgang, der durch die Kontraktion des Herzmuskels zustandekommt.

a) Bestimmen Sie Ihre Pulsfrequenz!

b) Diskutieren Sie die Zweckmäßigkeit der Nutzung des Pulsschlages für eine Zeitmessung!

c) Geben Sie periodische Vorgänge an, die sich gut als Grundlage für eine Zeitmessung eignen und die bei Uhren auch genutzt werden!

90. Aufgezeichnet wurde die Schwingung einer Stimmgabel.



a) Ermitteln Sie aus dem Diagramm die Amplitude, die Schwingungsdauer und die Frequenz der Schwingung!

b) Wie lautet die Schwingungsgleichung für diese Schwingung?

91. Die Schwingungsgleichung für eine mechanische Schwingungen lautet: $y = 0{,}2\ \text{m} \cdot \sin \frac{2\pi}{0{,}8} \cdot t$

a) Stellen Sie die Schwingung grafisch dar!

b) Bestimmen Sie die maximale Geschwindigkeit und Beschleunigung der Schwinger!

92. An einem Fadenpendel von 0,56 m Länge ist ein Körper der Masse 250 g befestigt. Die Amplitude beträgt 10 cm.

a) Wie groß ist die Schwingungsdauer dieses Fadenpendels?

b) Wie verändert sich die Schwingungsdauer, wenn die Pendellänge halb so groß, doppelt so groß und viermal so groß wäre?

c) Wie verändert sich die Schwingungsdauer mit zunehmender Höhe über der Erdoberfläche?

d) Berechnen Sie *y*, *v* und *a* nach 1,2 s!

e) Zeichnen Sie das *y*-*t*-, *v*-*t*- und *a*-*t*-Diagramm!

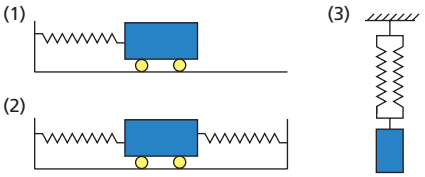
f) Wie groß ist die Energie des schwingenden Körpers?

93. Das Fadenpendel, mit dem der französische Physiker LÉON FOUCAULT (1819–1868) die Erdrotation nachwies, hatte eine Länge von 67 m, der Pendelkörper eine Masse von 28 kg.

a) Beschreiben Sie, wie man mit einem solchen Pendel die Erdrotation nachweisen kann!

b) Welche Schwingungsdauer hatte dieses Pendel?

94. Jede Feder der dargestellten Federschwinger hat eine Federkonstante von 4,8 N/kg, der schwingende Körper eine Masse von 100 g. Die Bewegung der Körper erfolgt reibungsfrei.



a) Geben Sie für jeden der Schwinger eine Gleichung zur Berechnung der Schwingungsdauer an!

b) Schwinger 1 wird um 6,3 cm ausgelenkt. Welche Kraft ist dazu erforderlich? Welche Arbeit wird verrichtet?

c) Begründen Sie, dass der Körper nach dem Loslassen harmonische Schwingungen ausführt!

d) Welche Geschwindigkeit hat der Körper beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage!

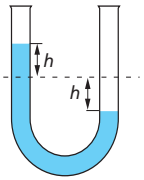
e) An welcher Stelle hat der Körper die größte Beschleunigung? Wie groß ist sie?

95. In einem U-Rohr wird eine Flüssigkeit zu Schwingen angeregt.

a) Zeigen Sie, dass für die Schwingungsdauer einer solchen Flüssigkeitssäule die Gleichung

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$$

gilt, wobei l die Länge der Flüssigkeitssäule ist!



b) Interpretieren Sie diese Gleichung!

c) Wie lang müsste ein Fadenpendel sein, das die gleiche Schwingungsdauer wie eine 40 cm lange Flüssigkeitssäule hat!

Mechanische Wellen

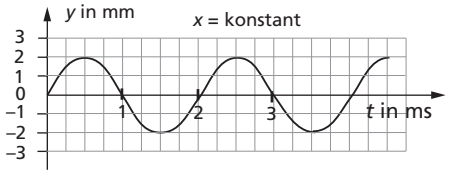
96. Für einen Schwinger einer Transversalwelle lautet die Schwingungsgleichung:
$y = 3\ \text{cm} \cdot \sin \frac{3\pi}{3s} \cdot t$
Der Schwingungszustand breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 5,0 m/s aus.

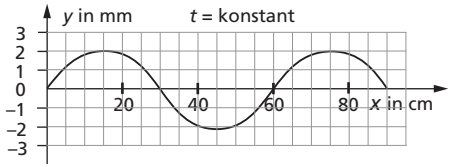
a) Wie groß sind Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge dieser Welle?

b) Stellen Sie die Welle in einem *y*-*t*- und einem *y*-*x*-Diagramm dar!

c) Wie lautet die Wellengleichung für diese Welle?

97. Mit den folgenden beiden Diagrammen wird eine Welle beschrieben.





a) Ermitteln Sie aus den Diagrammen bzw. durch Berechnung Amplitude, Schwingungsdauer, Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle!

b) Wie lautet die Wellengleichung?

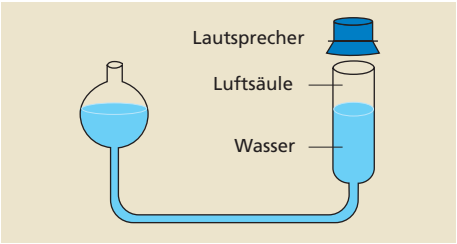
c) Geben Sie die Gleichung für einen Schwinger für $x = 40$ cm an!

98. Menschen haben im Durchschnitt einen Hörbereich von 16 Hz bis 20 kHz und einen Stimmumfang von 85 Hz bis 1100 Hz.

a) Wie groß ist das Wellenlängenintervall des Hörbereiches und des Stimmumfangs?

b) Wieso sind diese Intervalle temperaturabhängig?

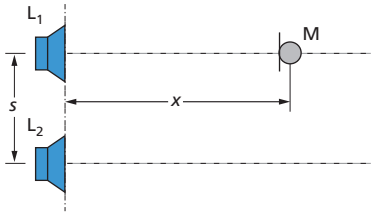
99. Mithilfe der rechts oben angegebenen Anordnung kann man die Schallgeschwindigkeit in Luft bestimmen.



a) Beschreiben Sie, wie man das Experiment durchführen könnte und welche Größen man messen müsste!

b) Der Lautsprecher sendet Schall mit einer Frequenz von 3600 Hz aus. Die Schallgeschwindigkeit beträgt 340 m/s. Bei welchen Längen der Luftsäule entstehen stehende Wellen?

100. Zwei Lautsprecher sind an den gleichen Tongenerator veränderbarer Frequenz angeschlossen. Mit einem Mikrofon M wird die Lautstärke an verschiedenen Stellen registriert. Der Schall breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 340 m/s aus.



a) Was würde das Mikrofon registrieren, wenn es parallel zu den Lautsprechern verschoben wird? Begründen Sie!

b) Das Mikrofon steht in $x = 1{,}40$ m Entfernung von L_1 und L_2 steht unmittelbar neben L_1. Wird nun L_2 um $s = 70$ cm verschoben, so wird vom Mikrofon das erste Minimum der Lautstärke registriert. Wie groß ist die Frequenz des Schalls, der von den Lautsprechern abgegeben wird?

c) Wie weit müsste man das Mikrofon von L_1 weg bis zum ersten Maximum der Lautstärke verschieben?

d) Die Frequenz des Schalls wird nun allmählich verdoppelt, ohne die Lage der Geräte zu ändern. Beschreiben Sie, was vom Mikrofon erfasst wird!



3 Thermodynamik

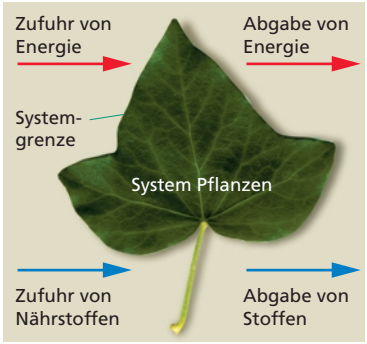
Die Thermodynamik oder Wärmelehre beschäftigt sich mit dem Verhalten von physikalischen Systemen bei der Zufuhr oder Abgabe von Wärme. Von besonderer Bedeutung sind die Hauptsätze der Thermodynamik und die Kreisprozesse, die bei alle Wärmekraftmaschinen erfolgen. Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik ist weit über die Physik hinaus von Bedeutung, weil er Auskunft über die Richtung von Prozessen in beliebigen abgeschlossenen Systemen gibt, die sich selbst überlassen sind.

3.1 Betrachtungsweisen und Modelle in der Thermodynamik

Manchmal spricht man auch von der **Kalorik.** Diese Bezeichnung kommt aus dem Lateinischen: calor = Wärme.

Die **Thermodynamik** oder **Wärmelehre** beschäftigt sich mit dem thermischen Verhalten von Körpern und Stoffen, den dafür geltenden Gesetzen und Beziehungen, den physikalischen Grundlagen von Wärmekraftmaschinen, Energieumwandlungen sowie mit solchen grundlegenden physikalischen Größen wie Temperatur, Wärme, thermische Energie oder Entropie. Letztere ist für die Verständigung über die Richtung des Ablaufs von natürlichen Vorgängen von größter Bedeutung. Ein Teilbereich der Thermodynamik sind die Strahlungsgesetze und solche damit zusammenhängenden Fragen wie das Strahlungsgleichgewicht der Erde oder das Ozonloch und seine Auswirkungen.

Mit dem Begriff **thermodynamisches System** wird nur zum Ausdruck gebracht, dass im betreffenden **System** thermodynamische Vorgänge und Erscheinungen vor sich gehen bzw. betrachtet werden.



Wie in anderen Teilbereichen der Physik werden in der Thermodynamik offene, geschlossene oder abgeschlossene Systeme (↗ S. 90) betrachtet, die manchmal auch als **thermodynamische Systeme** bezeichnet werden. Im Bild wird ein solcher abgegrenzter Raumbereich dargestellt. Der Zustand eines thermodynamischen Systems und seine Änderungen können in unterschiedlicher Weise beschrieben werden.

> Ein thermodynamisches System ist ein durch eine Systemgrenze von seiner Umgebung abgetrennter Raumbereich, der durch Größen wie Temperatur, Druck, Volumen, Teilchenanzahl oder Geschwindigkeit der Teilchen gekennzeichnet werden kann.

Die Wahl der Systemgrenze erfolgt meist so, dass die Vorgänge im System möglichst gut überschaubar erfasst werden können. Zur Beschreibung der Vorgänge in einem thermodynamischen System wird entweder die **phänomenologische** oder die **kinetisch-statistische Betrachtungsweise** angewendet.

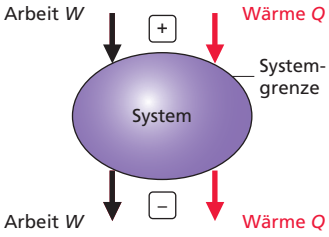
3.1.1 Die phänomenologische Betrachtungsweise

Die Bezeichnung ist aus dem Griechischen hergeleitet: phainomenon (griech.) = Erscheinung, Phänomen.

Die **phänomenologische Betrachtungsweise** ist – wie der Name schon sagt – an den Erscheinungen orientiert. Es geht dabei um die Beschreibung von Sachverhalten und Vorgängen mit makroskopisch messbaren Größen, z. B. um die Beschreibung der Volumenänderung von Körpern mit den Größen Temperatur und Wärme oder um die Zustandsänderung eines Gases, dargestellt mit den Größen Volumen, Druck und Temperatur. Erfasst werden damit immer Eigenschaften von Systemen, die mit-

hilfe von makroskopisch messbaren **Zustands-** und **Prozessgrößen** (↗ S. 18) beschrieben werden können.
Wichtige thermodynamische **Zustandsgrößen,** also Größen, die den Zustand eines Systems kennzeichnen, sind die **Temperatur** (↗ S. 179f.), das **Volumen,** der **Druck,** die **innere Energie** (↗ S. 181) und die **Entropie** (↗ S. 232 ff.). Wichtige **Prozessgrößen,** also Größen, mit denen Vorgänge im System und Austauschvorgänge mit der Umgebung beschrieben werden, sind die von einem System aufgenommene oder abgegebene **Wärme** sowie die am System oder vom System verrichtete **Arbeit.**

Dabei gilt vereinbarungsgemäß:
Die am System verrichtete Arbeit bzw. die dem System zugeführte Wärme ist positiv.
Die vom System verrichtete Arbeit bzw. die von ihm abgegebene Wärme ist negativ. Bei einem abgeschlossenem System erfolgen keine Austauschprozesse mit der Umgebung. Solche Prozesse können aber innerhalb des Systems vor sich gehen.



Diese Festlegungen entsprechen der in der Physik üblichen Herangehensweise. Wird z. B. an einem **System** Arbeit verrichtet, so vergrößert sich dessen Energie. Die Zustandsänderung kann folgendermaßen beschrieben werden:

$E_E - E_A = \Delta E = W > 0$

Viele thermodynamische Prozesse und Erscheinungen können mithilfe **makroskopischer Zustands- und Prozessgrößen** beschrieben werden. Diese Art der Beschreibung wird als **phänomenologische Betrachtungsweise** bezeichnet.

Die Volumenänderung von homogenen Körpern bei Temperaturänderung kann mit den Größen Volumen, Temperatur und einer Stoffkonstanten (Volumenausdehnungskoeffizient) beschrieben werden. Quantitativ wird sie erfasst mit der Gleichung:

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

Kennt man die Stoffkonstante γ, das Ausgangsvolumen V_0 und die Temperaturänderung ΔT, so kann man die Volumenänderung berechnen. Das ist für viele praktische Anwendungen völlig ausreichend.

Durch die Gleichung wird das Phänomen Volumenänderung ausreichend beschrieben. Warum bei Temperaturänderung eine Volumenänderung erfolgt, bleibt allerdings offen.

3.1.2 Die kinetisch-statistische Betrachtungsweise

Bei der kinetisch-statistischen Betrachtungsweise wird vom Aufbau der Stoffe aus **Atomen** und **Molekülen** ausgegangen. Ihr liegt ein **Teilchenmodell** (↗ S. 54) zugrunde. Die Beschreibung thermodynamischer Systeme erfolgt durch Teilchengrößen, z. B. durch die **Teilchenanzahl** (↗ S. 51), die **Geschwindigkeit** der Teilchen, ihre **kinetische Energie** und ihre **räumliche Verteilung.** Ein makroskopisches System ist durch eine sehr große Teilchenanzahl gekennzeichnet. Aussagen über das Gesamtsystem erfordern deshalb statistische Betrachtungen. Daher stammt die Bezeichnung **kinetisch-statistische Betrachtungsweise.**

Viele thermodynamische Prozesse und Erscheinungen können auch mithilfe von **Teilchengrößen** beschrieben, gedeutet oder erklärt werden. Diese Art der Beschreibung wird als **kinetisch-statistische Betrachtungsweise** bezeichnet. Ihr liegt ein Teilchenmodell zugrunde.

Eine Reihe von thermodynamischen Prozessen und Erscheinungen können sowohl phänomenologisch als auch kinetisch-statistisch beschrieben werden. Während das bei der phänomenologischen Betrachtungsweise makroskopisch erfolgt, ermöglicht die kinetisch-statistische Betrachtungsweise die Erklärung bzw. Deutung von Vorgängen und Erscheinungen im mikroskopischen Bereich und damit das Vordringen zum Wesen einer Erscheinung.

Häufig wird nur eine der beiden Betrachtungsweisen angewendet. Darüber hinaus gibt es Prozesse und Erscheinungen, die nur mit einer der Betrachtungsweisen erfasst werden können. Dazu gehört z. B. die **Geschwindigkeitsverteilung** der Teilchen in einem Gas.

Phänomenologische und kinetisch-statistische Betrachtungsweisen ergänzen einander. Sie können auf ein- und dieselben Prozesse und Erscheinungen angewendet werden.

Ein einfaches Beispiel ist die Längenänderung von Körpern bei Temperaturänderung (↗ S. 189). Phänomenologisch lässt sich diese Erscheinung vollständig mit der Gleichung

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

beschreiben. Auch für praktische Anwendungen reicht es aus, diesen Zusammenhang zu kennen.
Die Frage, warum eine solche Längenänderung bei Temperaturänderung erfolgt, lässt sich nur kinetisch-statistisch beantworten.



Reale Gase und das ideale Gas

Zum Gegenstandsbereich der Thermodynamik gehört die Untersuchung des thermodynamischen Verhaltens der Gase. Bei Gasen in Natur und Technik (realen Gasen) haben die Atome bzw. Moleküle ein Volumen. Zwischen den Teilchen treten Wechselwirkungen auf. Die mathematische Beschreibung ist relativ kompliziert. In der Thermodynamik wird deshalb das **Modell ideales Gas** genutzt.

Die Beschreibung von Prozessen und Erscheinungen bei Gasen mit der kinetisch-statistischen Betrachtungsweise wird auch als **kinetische Gastheorie** bezeichnet (↗ S. 201 ff.).

Das **Modell ideales Gas** ist dadurch gekennzeichnet, dass
- die Teilchen eines Gases als Massepunkte betrachtet werden,
- die Teilchen untereinander und mit den Gefäßwänden nur ideal elastische Wechselwirkungen haben.

Allen nachfolgenden Betrachtungen zu Gasen liegt dieses Modell zugrunde. Untersuchungen zeigen: Viele reale Gase verhalten sich annähernd wie das ideale Gas. Das gilt insbesondere für Wasserstoff und Helium unter Normbedingungen sowie für alle anderen Gase bei höherer Temperatur und geringem Druck.

3.2 Thermisches Verhalten von Körpern und Stoffen

3.2.1 Temperatur, innere Energie und Wärme

Die Größe Temperatur und ihre Messung

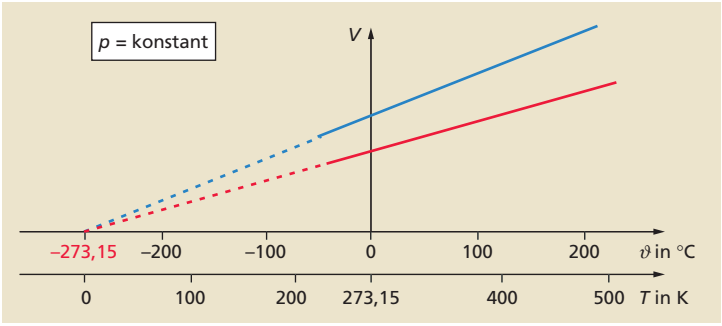
Eine der grundlegenden Größen der Thermodynamik ist die **Temperatur,** die den thermischen Zustand von Körpern bzw. Systemen kennzeichnet, also eine **thermodynamische Zustandsgröße** ist.

Die Temperatur gibt an, wie warm oder wie kalt ein Körper ist.

Formelzeichen: ϑ oder T
Einheiten: ein Grad Celsius (1 °C) oder ein Kelvin (1 K)

Für die CELSIUS-Skala wird das Formelzeichen ϑ für die KELVIN-Skala das Formelzeichen T verwendet. Temperaturdifferenzen werden meist in Kelvin angegeben.

Fixpunkte der CELSIUS-Skala sind 0 °C (Temperatur von schmelzendem Eis) und 100 °C (Temperatur von siedendem Wasser bei Normdruck).
Die Festlegung des **Nullpunktes der KELVIN-Skala** ergibt sich aus thermodynamischen Überlegungen: Nach dem Gesetz von GAY-LUSSAC (↗ S. 194) ändert sich bei konstantem Druck das Volumen eines Gases gleichmäßig mit der Temperatur. Für das ideale Gas ergibt sich, dass bei einer ständigen Verringerung der Temperatur der Schnittpunkt der Graphen bei beliebigem Ausgangsvolumen bei –273,15 °C liegen würde.



Es ist zugleich diejenige Temperatur, bei der die kinetische Energie der Teilchen eines Systems null wäre. Da keine tiefere Temperatur möglich ist, wird sie auch als **absoluter Nullpunkt** und die in Kelvin angegebene Temperatur als **absolute Temperatur** bezeichnet.

Der absolute Nullpunkt hat einen Wert von –273,15 °C = 0 K. Er ist Ausgangspunkt der absoluten Temperaturskala (KELVIN-Skala).

Für die Umrechnung von Kelvin in Grad Celsius und umgekehrt gilt:

$$\frac{T}{\mathrm{K}} = \frac{\vartheta}{°\mathrm{C}} + 273{,}15 \qquad \frac{\vartheta}{°\mathrm{C}} = \frac{T}{\mathrm{K}} - 273{,}15$$

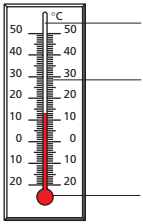
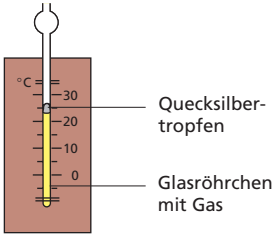
Die KELVIN-Skala wurde von dem britischen Physiker WILLIAM THOMSON (1824–1907) entwickelt, der 1892 geadelt wurde und sich dann LORD KELVIN OF LARGS nannte.
Auf ihn geht auch die Bezeichnung **absolute Temperaturskala** zurück.



Häufig wird mit dem gerundeten Wert von 273 K gerechnet. Damit gilt:
0 °C = 273 K
100 °C = 373 K

Neben der CELSIUS- und der KELVIN-Skala wird in verschiedenen Ländern auch noch die FAHRENHEITSkala genutzt. Darüber hinaus gibt es die REAUMUR-Skala. Die Temperaturskalen sind nach dem Schweden ANDERS CELSIUS, dem Briten LORD KELVIN, dem Deutschen DANIEL FAHRENHEIT und dem Franzosen RÉNE-ANTOINE RÉAUMUR benannt.

Temperaturen können mithilfe von **Thermometern** direkt gemessen oder auch indirekt bestimmt werden. Zur Temperaturmessung eignen sich im Prinzip alle Vorgänge, bei denen sich eine messbare Größe mit der Temperatur ändert.

Flüssigkeitsthermometer	**Gasthermometer**
	
Genutzt wird die Volumenänderung einer Thermometerflüssigkeit (Quecksilber, Alkohol) mit der Temperatur (↗ S. 188).	Genutzt wird die Volumenänderung eines Gases bei p = konstant mit der Temperatur (↗ S. 188).

Die Genauigkeit der verschiedenen Arten der **Temperaturmessung** ist sehr unterschiedlich.
Beim galileischen Thermometer wird die Änderung der Dichte und damit des Auftriebs mit Temperaturänderung genutzt. Das Foto zeigt ein galileisches Thermometer.



Weitere Möglichkeiten, die Temperatur zu bestimmen sind:

- Mit Veränderung der Temperatur ändert sich die Biegung eines Bimetallstreifens **(Bimetallthermometer).**
- Mit Veränderung der Temperatur ändert sich der elektrische Widerstand eines metallischen Leiters oder eines Halbleiters **(Widerstandsthermometer, elektronisches Thermometer).** Als temperaturempfindliche Halbleiterbauelemente nutzt man vor allem Thermistoren (↗ S. 329).
- Mit Veränderung der Temperatur ändert sich die Thermospannung bei einem **Thermoelement.**
- Die Intensität der Strahlung, die von einem Körper ausgeht, hängt von dessen Temperatur ab. Aus der Analyse des Spektrums eines Strahlers kann mithilfe der **Strahlungsgesetze** (↗ S. 240 ff.) die Temperatur des Strahlers ermittelt werden. Insbesondere lässt sich damit die Oberflächentemperatur von Sternen bestimmen.
- Es gibt Stoffe, die mit der Temperatur ihre Farbe ändern **(Thermofarben).** Auch das kann man für Thermometer nutzen.
- Mit der Temperatur ändert sich die Dichte von Stoffen und damit der **Auftrieb** (galileisches Thermometer, Bild links).
- Mit der Temperatur ändert sich die Festigkeit von Körpern. Das wird bei Temperaturabschätzungen mittels **Segerkegeln** genutzt. Das sind kegelförmige Körper aus speziellem Material, die bei einer bestimmten Temperatur ihre Form ändern.
- Mit der Temperatur ändert sich die Farbe von glühenden Körpern. Anhand von **Glühfarben** kann man die ungefähre Temperatur eines glühenden Körpers abschätzen. Glüht z. B. ein Werkstück aus Stahl dunkelrot, so hat es eine Temperatur von ca. 740 °C.

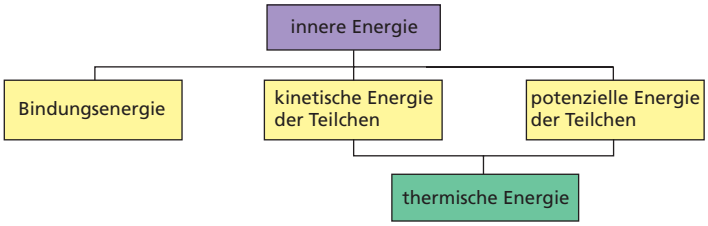
Die Größe innere Energie

Die Temperatur eines Systems besagt noch nichts darüber, wie groß die in diesem System gespeicherte Energie ist. Das wird durch die Größe **innere Energie** erfasst.

Die innere Energie kennzeichnet den energetischen Zustand eines Systems. Sie ist eine **Zustandsgröße.**

> Die innere Energie gibt an, wie groß die in einem System gespeicherte Energie ist.
>
> Formelzeichen: U
> Einheit: ein Joule (1 J)

Diese innere Energie setzt sich aus unterschiedlichen Bestandteilen zusammen:



Die kinetische Energie der Teilchen umfasst Translationsenergie, Rotationsenergie und Schwingungsenergie. Beim **idealen Gas** ist die innere Energie gleich der Summe der kinetischen Energien aller seiner Teilchen, also identisch mit der thermischen Energie.

Die **thermische Energie** ist Teil der inneren Energie und wird weitgehend durch die Temperatur bestimmt (↗ S. 208). Da man in vielen Fällen von der Konstanz der anderen Bestandteile ausgehen kann, wird mitunter nur die thermische Energie betrachtet.
Die Bestimmung des absoluten Wertes der inneren Energie ist überaus schwierig und oft nicht notwendig. Für thermodynamische Prozesse reicht es meist aus, die *Änderung* der inneren Energie zu erfassen.

Der Zusammenhang zwischen der Änderung der **inneren Energie** eines Systems, der **Wärme** und der **Arbeit** wird im 1. Hauptsatz der Thermodynamik erfasst (↗ S. 211 ff.).

Die Größe Wärme

Zwischen Körpern oder Systemen kann Energie übertragen werden.

> Die Wärme gibt an, wie viel thermische Energie von einem System auf ein anderes übertragen wird.
>
> Formelzeichen: Q
> Einheit: ein Joule (1 J)

Statt von **Wärme** wird auch von **Wärmemenge** gesprochen. In der Technik ist die Bezeichnung Wärmeenergie üblich. Aus physikalischer Sicht ist dieser Begriff allerdings unzweckmäßig.

Da durch die Wärme der Prozess der Energieübertragung zwischen zwei Systemen oder zwei Körpern beschrieben wird, ist sie eine **Prozessgröße,** deren Wert von der Energieänderung abhängig ist.

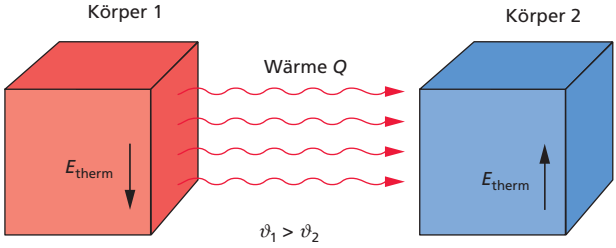
> Für den Zusammenhang zwischen übertragener Wärme und Energieänderung gilt:
>
> $$Q = \Delta E_{\text{therm}}$$



Mit der Zufuhr von **Wärme** vergrößert sich auch stets die thermische **Energie** und damit die innere Energie des betreffenden Körpers oder Systems, mit der Abgabe von Wärme verringert sie sich.

Wird einem Körper Wärme zugeführt, dann kann das folgende Auswirkungen haben:

- Die Temperatur des Körpers erhöht sich.
- Das Volumen des Körpers vergrößert sich.
- Der Druck im Körper ändert sich.
- Der Aggregatzustand des Körpers ändert sich.



Wärmequellen sind z. B. die Sonne, eine Heizplatte, ein Heizkörper.
Die **Verbrennungswärme** kann berechnet werden mit der Gleichung:

$Q = m \cdot H$

Dabei sind m die Masse und H der Heizwert des Brennstoffs.

Anordnungen, die Wärme an ihre Umgebung abgeben, werden als **Wärmequellen** bezeichnet. Beim Verbrennen von Brennstoffen und Heizstoffen (Kohle, Holz, Heizöl, Benzin, Dieselkraftstoff, Propan, Erdgas) wird ebenfalls Wärme frei, die als **Verbrennungswärme** bezeichnet wird.

3.2.2 Wärmeübertragung

Die Übertragung von Energie in Form von Wärme kann durch **Wärmeleitung, Wärmeströmung (Konvektion)** oder **Wärmestrahlung** erfolgen. Häufig treten zwei oder alle drei Arten der Wärmeübertragung auch zusammen auf.

Die Grundgleichung der Wärmelehre



Die Wärme, die einem Körper zugeführt oder von ihm abgegeben wird, kann mit der **Grundgleichung der Wärmelehre** berechnet werden.

Für Temperaturdifferenzen gilt:

$\Delta T = \Delta\vartheta$

Sie werden meist in Kelvin (K) angegeben.

Unter der Bedingung, dass keine Änderung des Aggregatzustandes erfolgt, gilt für die zugeführte oder abgegebene Wärme:

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$	c	spezifische Wärmekapazität
	m	Masse des Körpers
$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$	ΔT, $\Delta\vartheta$	Temperaturänderung des Körpers



Die **spezifische Wärmekapazität** c ist eine Stoffkonstante. Sie gibt an, wie viel Wärme von einem Körper aufgenommen oder abgegeben werden muss, damit sich die Temperatur von 1 kg des Stoffes um 1 K ändert. Bei Gasen ist zwischen der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p und der bei konstantem Volumen c_V zu unterscheiden.
Von allen natürlichen Stoffen hat Wasser mit $c = 4{,}19\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ die größte spezifische Wärmekapazität. Es ist deshalb besonders gut als Kühl- und Transportmittel für Energie geeignet.

Welche Wärme ist erforderlich, um 1,2 Liter Wasser von 18 °C auf 90 °C zu erwärmen?

Analyse:
Die erforderliche Wärme kann mithilfe der Grundgleichung der Wärmelehre berechnet werden. Die Masse des Wassers ergibt sich aus dem gegebenen Volumen. Die spezifische Wärmekapazität für Wasser kann der Tabelle entnommen werden.

Für Wasser gilt:
1 l Wasser hat eine Masse von 1 kg.
1 ml Wasser hat eine Masse von 1 g.

Gesucht: Q
Gegeben: $V = 1{,}2\ \text{l} \rightarrow m = 1{,}2\ \text{kg}$
$\vartheta_1 = 18\ °\text{C}$
$\vartheta_2 = 90\ °\text{C}$
$c = 4{,}19\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Lösung:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta\vartheta$$

$$Q = 4{,}19\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1{,}2\ \text{kg} \cdot 72\ \text{K}$$

$$\underline{Q = 360\ \text{kJ}}$$

Bei allen Berechnungen ist auf eine **sinnvolle Genauigkeit** zu achten!

Ergebnis:
Um 1,2 l Wasser von 18 °C auf 90 °C zu erwärmen, ist eine Wärme von etwa 360 kJ erforderlich.

Wärmeaustausch zwischen zwei Körpern

Wenn zwei Körper unterschiedlicher Temperatur in engen Kontakt miteinander kommen, so gibt der Körper höherer Temperatur Wärme ab, der Körper niedrigerer Temperatur nimmt Wärme auf. Das geht solange vor sich, bis sich eine für beide Körper gleiche **Mischungstemperatur** eingestellt hat (↗ S. 184).
Energetisch lässt sich dieser Vorgang mit dem **Grundgesetz des Wärmeaustauschs** beschreiben.

Bilden zwei Körper ein abgeschlossenes System und erfolgt zwischen ihnen ein Wärmeaustausch, so ist die vom Körper höherer Temperatur abgegebene Wärme gleich der vom Körper niedrigerer Temperatur aufgenommene Wärme:
$Q_{ab} = Q_{zu}$

Ein **Wärmeaustausch** zwischen Körpern erfordert eine bestimmte Zeit. Das ist auch bei **Temperaturmessungen** zu beachten. Das Thermometergefäß oder der Messfühler muss die **Temperatur** des Körpers annehmen, dessen Temperatur gemessen werden soll.

Diesen Zusammenhang kann man nutzen, um z. B. die Mischungstemperatur von zwei beliebigen Flüssigkeiten zu ermitteln. Die von der einen Flüssigkeit abgegebene bzw. die von der anderen Flüssigkeit aufgenommene Wärme kann jeweils mithilfe der Grundgleichung der Wärmelehre berechnet werden. Die Indizes 1 und 2 stehen für die zwei verschiedenen Flüssigkeiten:

$$Q_{ab} = c_1 \cdot m_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) \qquad Q_{zu} = c_2 \cdot m_2 \cdot (\vartheta_M - \vartheta_2)$$

Georg Wilhelm Richmann (1711–1753), nach dem die Mischungsregel benannt ist, war ein deutscher Naturforscher, der in St. Petersburg tätig war.



Durch Gleichsetzen, Auflösen der Klammern und Umstellen nach der Mischungstemperatur ϑ_M erhält man die **richmannsche Mischungsregel.**

Unter der Bedingung, dass keine Aggregatzustandsänderungen erfolgen und ein abgeschlossenes System vorliegt, gilt für die Mischungstemperatur die Gleichung:

$$\vartheta_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot \vartheta_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot \vartheta_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Für $c_1 = c_2$ gilt:

$$\vartheta_M = \frac{m_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 + m_2}$$

ϑ_M	Mischungstemperatur
ϑ_1, ϑ_2	Ausgangstemperaturen der Körper
m_1, m_2	Massen der Körper
c_1, c_2	spezifische Wärmekapazitäten der Stoffe

10 l Wasser von 20 °C und 2 l Wasser von 80 °C werden gemischt.
Welche Temperatur haben die 12 l Wasser?

Analyse:
Die Mischungstemperatur kann nach der obigen Gleichung berechnet werden. Da nur ein Stoff miteinander gemischt wird, ist $c_1 = c_2$. Vernachlässigt wird dabei der Wärmeaustausch mit der Umgebung und die Wärme, die von den Gefäßen abgegeben oder aufgenommen wird.

Gesucht: ϑ_M
Gegeben: $m_1 = 10\ \text{kg}$ $\quad \vartheta_1 = 20\ °\text{C}$
$m_2 = 2\ \text{kg}$ $\quad \vartheta_2 = 80\ °\text{C}$

Bei experimentellen Untersuchungen zum **Wärmeaustausch** ist darauf zu achten, dass vor Temperaturmessungen die Flüssigkeiten gut durchmischt sein müssen.

Lösung:

$$\vartheta_M = \frac{m_1 \cdot \vartheta_1 + m_2 \cdot \vartheta_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vartheta_M = \frac{10\ \text{kg} \cdot 20\ °\text{C} + 2\ \text{kg} \cdot 80\ °\text{C}}{10\ \text{kg} + 2\ \text{kg}}$$

$$\vartheta_M = 30\ °\text{C}$$

Ergebnis:
Mischt man 10 l Wasser von 20 °C mit 2 l Wasser von 80 °C, so erhält man Wasser mit einer Temperatur von 30 °C.

Abgeleitet ist diese Bezeichnung vom lateinischen calor = Wärme.
Auch der Begriff Kapazität stammt aus dem Lateinischen: capacitas = Aufnahmefähigkeit, Fassungsvermögen.

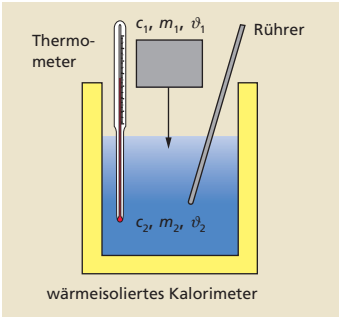
Kalorimetrische Messungen

Mithilfe **kalorimetrischer Messungen** kann man z. B. die spezifische Wärmekapazität eines Stoffes ermitteln und damit auch die Stoffart bestimmen. Dabei ist zu beachten, dass beim Mischen verschiedener Stoffe unterschiedlicher Temperatur nicht nur ein Austausch von Wärme zwischen den beteiligten Stoffen, sondern auch mit dem Gefäß (Kalorimeter) erfolgt, in dem die Mischung erfolgt. In der Energiebilanz wird das durch die **Wärmekapazität** des Kalorimeters berücksichtigt.

Die Wärmekapazität C eines Körpers gibt an, wie viel Wärme ihm zugeführt oder von ihm abgegeben wird, wenn sich seine Temperatur um 1 K ändert.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = m \cdot c$$

Die **Wärmekapazität eines Kalorimeters** kann experimentell ermittelt werden, indem man zwei Wassermengen unterschiedlicher Temperatur mischt und aus den Messwerten den Wert für C berechnet.
Dabei ist zu beachten, dass die Wärmekapazität eines Kalorimeters vom Füllstand abhängig ist.
Bringt man einen Körper der höheren Temperatur ϑ_1 in ein wassergefülltes Kalorimeter der niedrigeren Temperatur ϑ_2, dann wird vom Wasser und vom Kalorimeter Wärme aufgenommen. Die vollständige Energiebilanz unter Berücksichtigung der Wärmekapazität des Kalorimeters lautet dann:



$$m_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) = (m_2 \cdot c_2 + C)\,(\vartheta_M - \vartheta_2)$$

Die Umstellung nach C ergibt eine Gleichung für die Wärmekapazität.

Bei der Energiebilanz muss man beachten, ob das **Kalorimeter** Wärme aufnimmt oder abgibt. Das hängt von den Temperaturen der beteiligten Körper ab.

Zu 100 g Wasser von 18 °C, das sich im Kalorimeter befindet, wird 100 g Wasser von 50 °C gegeben. Als Mischungstemperatur werden 32 °C ermittelt.
Wie groß ist die Wärmekapazität des Kalorimeters?

Analyse:
Das kalte Wasser und das Kalorimeter nehmen Wärme auf, das warme Wasser gibt Wärme ab. Daher kann die oben genannte Gleichung genutzt werden.

Gesucht: C
Gegeben: $m_1 = m_2 = 100\ \text{g}$
$\vartheta_1 = 50\ °\text{C}$ $\quad \vartheta_2 = 18\ °\text{C}$ $\quad \vartheta_M = 32\ °\text{C}$
$c_1 = c_2 = 4{,}19\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Lösung:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) = (m_2 \cdot c_2 + C)\,(\vartheta_M - \vartheta_2)$$

$$C = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_M) - m_2 \cdot c_2 (\vartheta_M - \vartheta_2)}{\vartheta_M - \vartheta_2}$$

$$C = 0{,}12\ \text{kJ} \cdot \text{K}^{-1}$$

Ergebnis:
Die Wärmekapazität des Kalorimeters beträgt 0,12 kJ · K^{-1}.

Bei Experimenten mit Kalorimetern muss seine **Wärmekapazität** bei der Energiebilanz einbezogen werden.

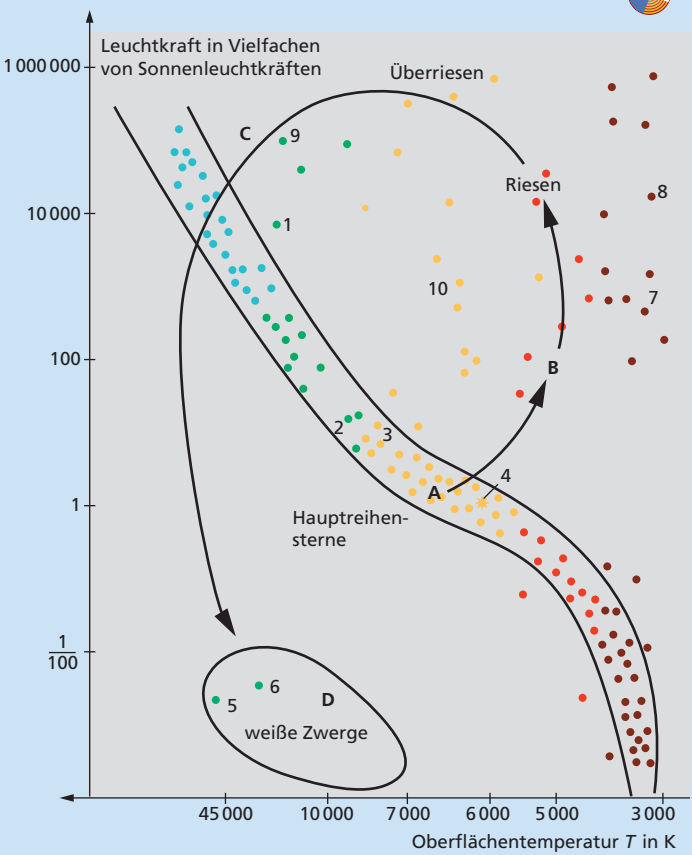
Wärmequellen im All – die Sterne

Sterne sind im Prinzip ähnliche Himmelsobjekte wie unsere Sonne – heiße Gaskugeln. Da sie ihre Energie aus der Kernfusion (↗S. 511 ff,) beziehen, die Brennstoffvorräte aber begrenzt sind, muss es zu einer „Sternalterung" kommen. Es gibt also alte und junge Sterne, doch welche Sterne sind alt und welche sind jung?

Zur Klärung dieser Frage nutzt man ein Diagramm, das auf die Forscher H. N. RUSSELL und E. HERTZSPRUNG zurückgeht, das **HERTZSPRUNG-RUSSELL-Diagramm** (kurz HRD genannt).

Im HRD wird jeder Stern als Punkt abgebildet. Diesen Bildpunkt findet man, indem man seine Leuchtkraft und seine Oberflächentemperatur in das Diagramm einträgt. Die Leuchtkraft ist die Strahlungsleistung eines Sterns, also die pro Sekunde abgegebene Energie. Bereits die unterschiedlichen Sternfarben deuten auf verschiedene Oberflächentemperaturen hin. Da sich die Leuchtkräfte und die Oberflächentemperaturen von Stern zu Stern stark unterscheiden, wählt man für die Achsen eine logarithmische Teilung. Trägt man die Lage der Sterne, deren Daten bekannt sind, in das Diagramm ein, so erhält man charakteristische Häufungsgebiete.

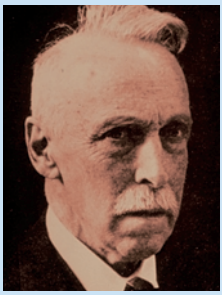
Quer durch das Diagramm läuft die so genannte **Hauptreihe,** zu der auch die Sonne gehört. Ihre Lage ist im Diagramm unten eingezeichnet. Die Hauptreihe ist das Häufungsgebiet im HRD, das am gleichförmigsten und am dichtesten besetzt ist. Alle Hauptreihensterne zeichnen sich dadurch aus, dass sie ihre Energie durch Wasserstofffusion gewinnen und in einer stabilen, relativ lang andauernden Phase ihrer stellaren Entwicklung sind. Oberhalb der **Hauptreihe** befindet sich das Gebiet der Riesen. Die dort befindlichen Bildpunkte entsprechen großen Objekten, denn ein Stern, der bei *gleicher Oberflächentemperatur* eine deutlich größere Leuchtkraft als ein Hauptreihenstern besitzt, muss über eine größere Oberfläche verfügen. Eine analoge Überlegung führt zur Erkenntnis, dass die unterhalb der Hauptreihe befindlichen Sterne klein sein müssen. Man nennt sie weiße Zwerge.



1 *Das HRD-Temperatur-Leuchtkraft-Diagramm*

Eingezeichnet ist die Lage folgender Sterne:

1 *Spica*
2 *Sirius A*
3 *Atair*
4 *Sonne*
5 *Sirius B*
6 *40 Eridani B*
7 *Mira*
8 *Antares*
9 *Rigel*
10 *δ Cephei*



Ejnar Hertzsprung (1873–1967) bemerkte als Erster, dass es verstreut unter den sonnenähnlichen Sternen außerordentlich große Objekte, die Riesen, gibt.



Henry Norris Russell (1877–1957) entwickelte im Jahre 1913 die erste grafische Darstellung der Sterne in dem Diagramm, welches wir heute als HRD kennen.

Die Sternenentstehung

Die Materie zwischen den Sternen (interstellare Materie) ist nicht gleichmäßig verteilt. Sie konzentriert sich vielmehr in ausgedehnten Gas- und Staubnebeln. Diese Nebel sind die Geburtsstätten der Sterne. In ihnen herrschen Temperaturen von nur wenigen Kelvin. Möglicherweise durch äußere Anstöße kommt es zu Dichteschwankungen. Die Wolken beginnen infolge ihrer Eigengravitation zu schrumpfen. Sie zerfallen dabei in mehrere Teilwolken. Außerdem wandelt sich potenzielle Energie in innere Energie um, die Teilwolken werden heißer. Erhitzen sie sich im Inneren auf mehr als $5 \cdot 10^6$ K, dann setzt die Wasserstofffusion ein, neue Hauptreihensterne entstehen. Als minimale Masse eines kontraktierenden Gasnebels nimmt man etwa 10^3 Sonnenmassen an. Geht man von verschiedenen Verdichtungszentren aus, so bilden sich Sterne in Sternhaufen.

Grundzüge der Sternentwicklung

Die Häufungsgebiete im HRD entsprechen verschiedenen Entwicklungsstadien der Sterne. Diese sind nachfolgend im Überblick dargestellt und im HRD S. 186 markiert.

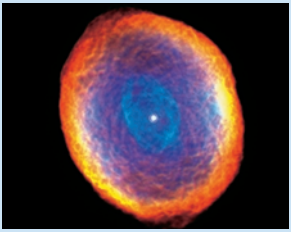
A Ist die Energiebildung eines jungen Sterns so weit ausgeglichen, dass er seine Leuchtkraft nur noch mithilfe der Kernfusion aufrechterhalten kann, dann erreicht er im HRD die Hauptreihe. In Hauptreihensternen erfolgt die Fusion von Wasserstoff zu Helium, das so genannte Wasserstoffbrennen. Dieser Zustand kann über einen langen Zeitraum hinweg sehr stabil sein. Bei der Sonne geht man von einem Alter von etwa 5 Mrd. Jahren aus.

B Geht der Wasserstoff im Zentrum zur Neige, dann bläht sich die äußere Sternhülle auf, der Stern wird ein Riese. Er erhitzt sich im Inneren, bis bei etwa 10^8 K die Heliumfusion zündet. Die weitere Entwicklung eines Sterns hängt von seiner Masse ab. Wir betrachten zunächst sonnenähnliche Sterne.

C Sterne mit nicht mehr als neun Sonnenmassen verlieren im Riesenstadium allmählich ihre äußeren Gashüllen. Das Foto unten (Mitte) zeigt einen solchen planetarischen Nebel.

D Zurück bleibt der heiße und kompakte ehemalige Kern des Sterns, ein weißer Zwerg. Weiße Zwerge sind etwa so groß wie die Erde. Ihre Masse kann maximal 1,4 Sonnenmassen betragen.

Nur Sterne mit mehr als neun Sonnenmassen können die Kernfusion bis hin zur Erschmelzung von Eisen aufrecht erhalten. Sie kollabieren am Ende ihrer Entwicklung in einer so genannten Supernova entweder zu einem äußerst dichten Neutronenstern oder zu einem schwarzen Loch. Schwarze Löcher sind überaus massereiche Gebilde, deren Gravitationswirkung so stark ist, dass selbst Licht das Gebilde nach außen nicht verlassen kann.

In interstellaren Wolken können sich Sterne bilden.	**Ältere Sterne stoßen ihre Gashüllen ab.**	**Massereiche Sterne enden in einer Supernovaexplosion.**
		

3.2.3 Volumen- und Längenänderung von Körpern

Bei einer bestimmten Temperatur und bestimmtem äußeren Druck nimmt jeder Körper ein bestimmtes Volumen ein. Ändert sich die Temperatur, so ändert sich meist auch das Volumen des Körpers.

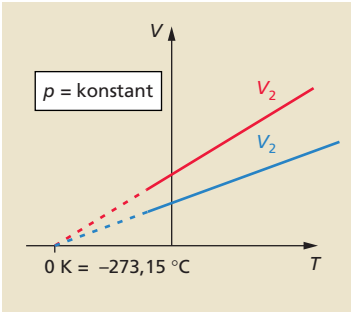
Nicht frei ausdehnen kann sich z. B. ein Gas in einer stählernen Gasflasche. In diesem Falle vergrößert sich mit Erhöhung der Temperatur der Druck im Gas.

Unter der Bedingung, dass sich ein Körper frei ausdehnen kann und der Druck konstant ist, gilt für die Volumenänderung:

$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$
$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$

γ Volumenausdehnungskoeffizient
V_0 Ausgangsvolumen
ΔT Temperaturveränderung

Der Zusammenhang zwischen Volumen und Temperatur des idealen Gases bei konstantem Druck wird auch als Gesetz von GAY-LUSSAC bezeichnet (↗ S. 194).



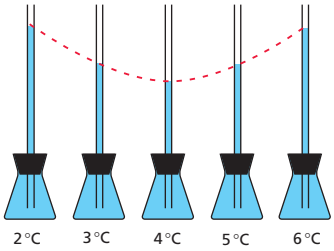
Der Volumenausdehnungskoeffizient ist eine Stoffkonstante, die sich allerdings mit dem Aggregatzustand ändert und die darüber hinaus temperaturabhängig ist.
Für das ideale Gas gilt:

$$\gamma = \frac{1}{273{,}15\ \text{K}} \approx 0{,}003\,66\ \text{K}^{-1}$$

Mit diesem Wert kann auch näherungsweise bei realen Gasen gerechnet werden.

Die **Anomalie des Wassers** ist der Grund dafür, dass Wasser als Thermometerflüssigkeit ungeeignet ist. Unter 4 °C würde die Flüssigkeitssäule im Thermometer wieder ansteigen.
Die Anomalie des Wassers ist auch die Ursache für die charakteristische jahreszeitlich unterschiedliche **Temperaturschichtung** in Seen und Teichen.

Wasser verhält sich anders als fast alle anderen Stoffe. Dieses abweichende thermische Verhalten wird als **Anomalie des Wassers** bezeichnet.



Kühlt man Wasser ab, so verringert sich wie bei fast allen Stoffen sein Volumen.
Bei normalem Luftdruck bei 4 °C ist das Volumen am kleinsten und damit die Dichte des Wassers am größten.
Bei Verringerung der Temperatur unter 4 °C dehnt sich Wasser wieder aus. Die Dichte wird kleiner.

Wasser hat bei normalem Luftdruck (p_0 = 101,325 kPa) bei 4 °C sein kleinstes Volumen und seine größte Dichte.

Bei 4 °C beträgt die Dichte von Wasser 0,999 973 g/cm^3, bei 0 °C beträgt sie 0,999 840 g/cm^3, bei 20 °C hat sie den Wert 0,998 205 g/cm^3 und bei 90 °C den Wert 0,965 3 g/cm^3.
Beim Gefrieren dehnt sich Wasser aus (Sprengwirkung). Eis von 0 °C hat eine Dichte von 0,92 g/cm^3, nimmt also bei gleicher Masse ein größeres Volumen ein. Deshalb schwimmt es auf dem Wasser.

Bei Stahlbrücken, Eisenbahnschienen, Rohrleitungen, Hochspannungsleitungen oder Bimetallstreifen erfolgt ebenfalls eine Volumenänderung bei Temperaturänderung. Von praktischer Bedeutung ist hier aber nur die **Längenänderung,** die konstruktiv berücksichtigt werden muss.



Die Längenänderung von festen Körpern wird z. B. bei **Bimetallstreifen** genutzt, die von Flüssigkeiten bei **Flüssigkeitsthermometern** und bei **Sprinkleranlagen.**

Unter der Bedingung, dass sich ein fester Körper frei ausdehnen kann, gilt für die Längenänderung:

$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$ oder
$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$

α Längenausdehnungskoeffizient
l_0 Ausgangslänge
ΔT Temperaturdifferenz

Der Längenausdehnungskoeffizient ist eine temperaturabhängige Stoffkonstante. Zwischen ihm und dem Volumenausdehnungskoeffizienten (↗ S. 188) besteht die Beziehung:

$$\gamma \approx 3\alpha$$

Eine 85 m lange Stahlbrücke wird im Winter bis auf –20 °C abgekühlt und im Sommer bis +35 °C erwärmt.
Wie groß ist die Längenänderung zwischen Sommer und Winter?

Analyse:
Aus der Temperaturänderung, der Ausgangslänge und dem Längenausdehnungskoeffizienten kann die Längenänderung berechnet werden. Als Ausgangslänge bei –20 °C werden 85 m gewählt, der Längenausdehnungskoeffizient kann einem Tabellenwerk entnommen werden.

Gesucht: Δl
Gegeben: $l_0 = 85\ \text{m}$
$\vartheta_1 = -20\ °\text{C}$ $\quad \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 55\ \text{K}$
$\vartheta_2 = 35\ °\text{C}$
$\alpha = 0{,}000\,012\ \frac{1}{\text{K}}$

Lösung:

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta\vartheta$$

$$\Delta l = 0{,}000\,012\ \frac{1}{\text{K}} \cdot 85\ \text{m} \cdot 55\ \text{K}$$

$$\Delta l = 0{,}056\ \text{m}$$

Ergebnis:
Die Längenänderung der 85 m langen Stahlbrücke zwischen Sommer und Winter beträgt 5,6 cm.

Beim Bau von Brücken wird die Längenänderung bei Temperaturänderung so berücksichtigt, dass

- mindestens eine Seite der Brücke beweglich (z. B. auf Rollen) gelagert ist,
- im Fahrbahnbelag Dehnungsfugen vorhanden sind.

3.2.4 Aggregatzustände und ihre Änderungen

Fast alle Stoffe können fest, flüssig oder gasförmig sein. In welchem **Aggregatzustand** ein Stoff vorliegt, hängt nicht nur von der Temperatur, sondern auch vom Druck ab.

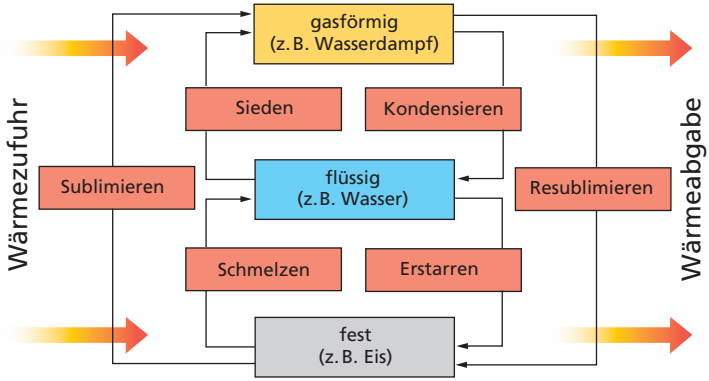


Neben den drei „klassischen" Aggregatzuständen fest, flüssig und gasförmig spricht man manchmal auch von einem vierten **(Plasma)** und fünften **(BOSE-EINSTEIN-Kondensat)** Aggregatzustand.



Aggregatzustände und Aggregatzustandsänderungen

Stoffe können sich im **festen, flüssigen** und **gasförmigen Aggregatzustand** befinden.

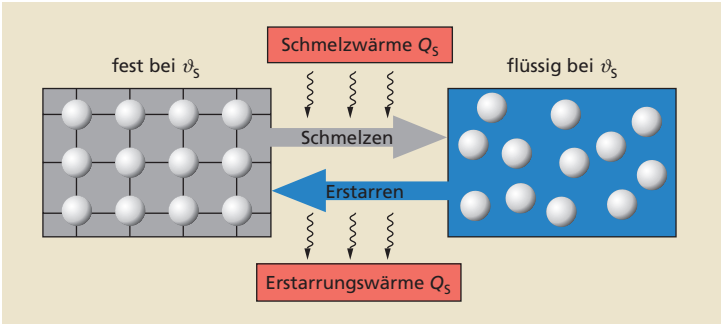


Durch Druckänderung oder durch Zufuhr oder Abgabe von Wärme kann sich der Aggregatzustand eines Körpers ändern. Während des Umwandlungsprozesses ändert sich die Temperatur des Körpers nicht, jedoch seine thermische (innere) Energie und häufig auch das Volumen.

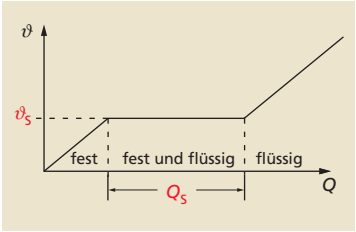
Schmelzen und Erstarren

Alle nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich auf **kristalline Stoffe** mit bestimmter **Schmelztemperatur.** Bei **amorphen Stoffen,** z. B. bei Glas oder Wachs, lässt sich für eine Umwandlungstemperatur nur ein ungefährer Wert oder ein Temperaturbereich angeben.

Wird einem festen Körper Wärme zugeführt, so geht er bei der **Schmelztemperatur** ϑ_S vom festen in den flüssigen Aggregatzustand über. Durch Wärmeabgabe geht er bei der gleichen Temperatur, der **Erstarrungstemperatur,** in den festen Aggregatzustand über.
Während des Schmelzens und des Erstarrens ändert sich die Temperatur nicht. Es ändert sich aber die Struktur des betreffenden Stoffes und damit seine innere Energie. Beim Schmelzen wird sie größer, beim Erstarren kleiner.



Erwärmt man einen festen Stoff gleichmäßig oder kühlt man eine Flüssigkeit gleichmäßig ab, dann erhält man den im Diagramm dargestellten idealisierten Kurvenverlauf. Die Wärme, die man zum Schmelzen benötigt, wird beim Erstarren als **Erstarrungswärme** wieder freigesetzt.



Statt **Aggregatzustand** ist auch die Bezeichnung feste, flüssige und gasförmige **Phase** üblich. Statt von einer Aggregatzustandsänderung spricht man dann von einer **Phasenumwandlung.**

Schmelztemperatur und Erstarrungstemperatur ϑ_S sowie Schmelzwärme und Erstarrungswärme Q_S sind bei einem Stoff und konstantem Druck gleich groß.
Die Schmelzwärme Q_S kann berechnet werden mit der Gleichung:

$Q_S = q_S \cdot m$

q_S spezifische Schmelzwärme
m Masse des Körpers



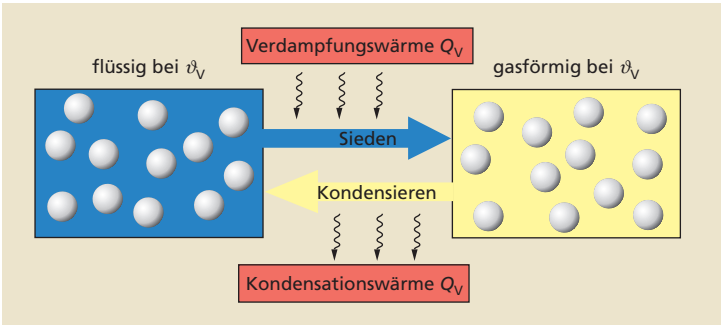
Die Schmelztemperatur ist vom Druck abhängig. Bei Körpern, die sich beim Erstarren zusammenziehen, erhöht sich mit zunehmendem Druck die Schmelztemperatur. Bei Körpern, die sich beim Erstarren ausdehnen, verringert sich mit zunehmendem Druck die Schmelztemperatur.

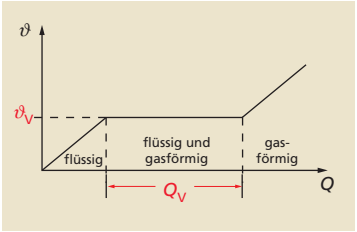
Zur letzten Gruppe gehört Wasser. Bei einem Druckzuwachs von 1 bar = 10^5 Pa verringert sich die Schmelztemperatur von Eis um 0,007 5 K. Bei hohem Druck, wie er z. B. von Schlittschuhkufen auf Eis ausgeübt wird, schmilzt Eis im negativen Temperaturbereich.

Schmelzwärme wird auch als **Schmelzenergie** oder als **Schmelzenthalpie** bezeichnet. Die **Enthalpie** ist eine physikalische Größe zur Beschreibung von Energiebilanzen. Für 1 kg Eis beträgt die Schmelzwärme 334 kJ. Diese Wärme wird frei, wenn 1 kg Wasser vom flüssigen in den festen Aggregatzustand übergeht.

Sieden und Kondensieren

Wird einer Flüssigkeit Wärme zugeführt, so geht sie bei der **Siedetemperatur** ϑ_V vom flüssigen in den gasförmigen Aggregatzustand über. Durch Wärmeabgabe geht das Gas bei der **Kondensationstemperatur** wieder in den flüssigen Aggregatzustand über. Während des Siedens und des Kondensierens ändert sich die Temperatur nicht. Es ändert sich aber die Struktur des Stoffes und seine innere Energie. Beim Sieden vergrößert sie sich, beim Kondensieren verkleinert sie sich entsprechend.





Erwärmt man eine Flüssigkeit gleichmäßig oder kühlt man ein Gas gleichmäßig ab, dann erhält man den im Diagramm dargestellten Kurvenverlauf. Die Wärme, die man zum Verdampfen benötigt **(Verdampfungswärme),** wird beim Kondensieren als **Kondensationswärme** wieder freigesetzt.

Siedetemperatur und Kondensationstemperatur ϑ_V sowie Verdampfungswärme und Kondensationswärme Q_V sind bei einem Stoff und bei konstantem Druck gleich groß.
Die Verdampfungswärme Q_V kann unter der Bedingung, dass der Druck konstant ist, berechnet werden mit der Gleichung:

$Q_V = q_V \cdot m$

q_V spezifische Verdampfungswärme
m Masse des Körpers

Genutzt wird die Druckabhängigkeit der Siedetemperatur von Wasser z. B. bei **Druckkesseln** und **Schnellkochtöpfen.**

Die Siedetemperatur ist vom Druck abhängig. Für das Sieden von Flüssigkeiten gilt: Je größer der Druck auf die Oberfläche ist, desto höher ist die Siedetemperatur.

- Wasser siedet bei normalem Luftdruck (p = 101,325 kPa) bei 100 °C. Bei anderem Druck hat die Siedetemperatur einen anderen Wert.

***p* in kPa**	10	50	**101**	500	1 000	5 000	10 000
ϑ_V in °C	46	81	**100**	152	180	264	311

Verdunsten

Flüssigkeiten können auch unterhalb der Siedetemperatur in den gasförmigen Aggregatzustand übergehen. Diesen Vorgang nennt man **Verdunsten.**
Auch zum Verdunsten ist Wärme erforderlich (Verdunstungswärme). Da sie meistens der Umgebung entzogen wird und zu einer Abkühlung der Umgebung führt, wird sie manchmal auch als **Verdunstungskälte** bezeichnet.

Die **Verdunstungskälte** wird z. B. in der Medizin genutzt. Um Haut schmerzunempfindlich zu machen, wird die betreffende Stelle mit einer schnell verdunstenden Flüssigkeit besprüht und kühlt durch deren Verdunsten stark ab.

- Beispiele für Verdunsten sind das Trocknen von Wäsche, das Abtrocknen von Straßen nach dem Regen, das Trocknen von Schweiß oder das Trocknen von Farbe.

Die Verdunstung ist umso stärker, je größer die Oberfläche ist, je höher die Temperatur ist und je schneller die verdunsteten Anteile abgeführt werden.

Thermisches Verhalten von Körpern und Stoffen

Grundlegende Größen und Zusammenhänge

Grundlegende Größen der Thermodynamik sind Temperatur, innere Energie und Wärme.

Temperatur T, ϑ	**innere Energie U**	**Wärme Q**
gibt an, wie kalt oder warm ein Körper ist. $\frac{T}{\mathrm{K}} = \frac{\vartheta}{^\circ\mathrm{C}} + 273{,}15$	gibt an, wie groß die in einem System gespeicherte Energie ist. $U = \sum E_{\mathrm{i,\,System}}$	gibt an, wie viel Energie von einem System auf ein anderes übertragen wird. $Q = \Delta E_{\mathrm{therm}}$

Erfolgt innerhalb eines abgeschlossenem thermodynamischen Systems ein Wärmeaustausch zwischen Köpern, dann gilt:

$$\sum Q_{\mathrm{ab}} = \sum Q_{\mathrm{zu}}$$

Sind zwei Körper am Wärmeaustausch beteiligt und erfolgt keine Änderung des Aggregatzustandes, dann gilt für die Mischungstemperatur ϑ_{M} die **richmannsche Mischungsregel.**

$$\vartheta_{\mathrm{M}} = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot \vartheta_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot \vartheta_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

Wird einem Körper Wärme zugeführt oder von ihm abgegeben, dann kann das unterschiedliche Wirkungen haben:

(1) Der Körper bleibt im gleichen Aggregatzustand und ändert seine Temperatur. Dafür gilt die **Grundgleichung der Wärmelehre.**

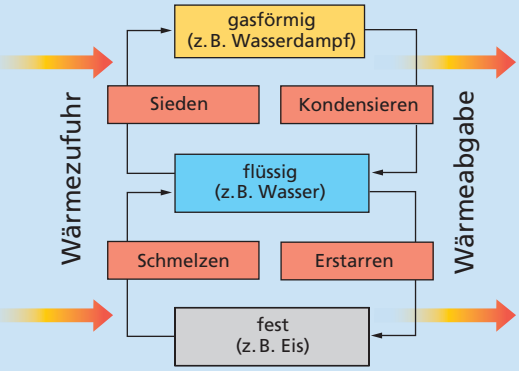
$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

(2) Mit der Temperatur ändert ein Körper sein Volumen bzw. seine Länge.

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T \qquad \Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

(3) Der Körper ändert seinen Aggregatzustand. Das erfolgt bei vielen Körpern bei einer bestimmten Temperatur (Schmelztemperatur, Siedetemperatur) unter Aufnahme oder Abgabe von Wärme. Für diese Umwandlungswärmen gilt:

$$Q_{\mathrm{s}} = q_{\mathrm{s}} \cdot m$$
$$Q_{\mathrm{v}} = q_{\mathrm{v}} \cdot m$$



3.2.5 Die Gasgesetze

Allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas

Dieser grundlegende Zusammenhang wird auch als **allgemeine Gasgleichung, universelle Gasgleichung** oder **allgemeine thermische Zustandsgleichung** bezeichnet.

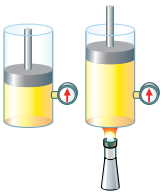
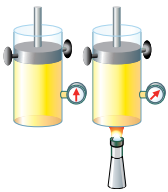
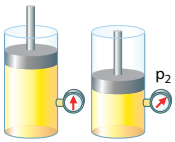
Eine beliebige abgeschlossene Gasmenge lässt sich durch die Zustandsgrößen Volumen, Druck und Temperatur charakterisieren. Für den Zusammenhang zwischen den Größen gilt die **allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas.**

Unter der Bedingung einer abgeschlossenen Gasmenge besteht für das ideale Gas folgender Zusammenhang zwischen Druck, Volumen und Temperatur:

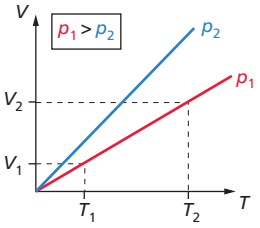
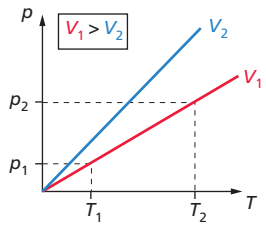
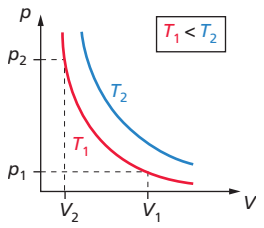
$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \quad \text{oder} \quad \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

p Druck
V Volumen
T Temperatur in K

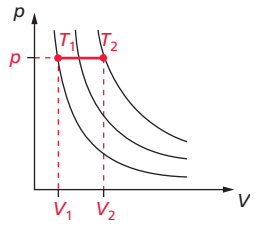
Für konstantes p, V oder T ergeben sich Spezialfälle, die in der nachfolgenden Übersicht dargestellt sind.

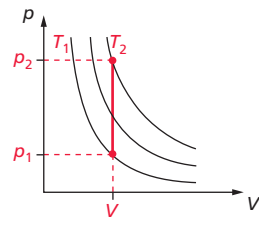
Druck ist konstant (isobare Zustandsänderung)	**Volumen ist konstant (isochore Zustandsänderung)**	**Temperatur ist konstant (isotherme Zustandsänderung)**
		
$T_1 < T_2$ $V_1 < V_2$	$T_1 < T_2$ $p_1 < p_2$	$p_1 < p_2$ $V_1 > V_2$
Je größer die Temperatur, desto größer das Volumen.	Je größer die Temperatur, desto größer der Druck.	Je größer der Druck, desto kleiner das Volumen.
Unter der Bedingung p = konstant gilt: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{konst.}$ (Gesetz von GAY-LUSSAC)	Unter der Bedingung V = konstant gilt: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{konst.}$ (Gesetz von AMONTONS)	Unter der Bedingung T = konstant gilt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{konst.}$ (Gesetz von BOYLE und MARIOTTE)
■ Erwärmung der Luft in einem Wohnraum	■ Erwärmung des Gases in einer Gasflasche	■ langsames Betätigen einer Luftpumpe

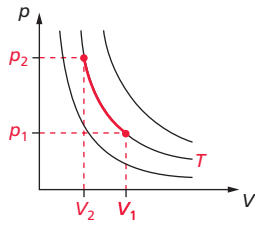
Entdeckt wurden die Gasgesetze von den Naturwissenschaftlern JOSEPH LOUIS GAY-LUSSAC (1778–1850), GUILLAUME AMONTONS (1663–1705), ROBERT BOYLE (1627–1691) und EDME MARIOTTE (1620–1684).

isobare Zustandsänderung (p = konstant)	isochore Zustandsänderung (V = konstant)	isotherme Zustandsänderung (T = konstant)
		

Zustandsänderungen in der Thermodynamik werden meist in p-V-Diagrammen dargestellt. Für die drei speziellen Fälle ergeben sich folgende rot eingezeichnete Graphen:

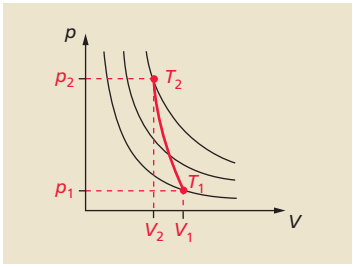






Neben den drei genannten Zustandsänderungen ist auch noch eine vierte, die **adiabatische Zustandsänderung,** von Bedeutung.

Eine adiabatische Zustandsänderung ist dadurch gekennzeichnet, dass das Gas mit der Umgebung keine Wärme austauscht.
Beispiele für solche Zustandsänderungen sind der Kompressionstakt beim Dieselmotor oder auch das schnelle Zusammenpressen der Luft im Kolben einer Luftpumpe.



Bei einer adiabatischen Zustandsänderung ändern sich Druck, Volumen und Temperatur, also im Unterschied zu den anderen Zustandsänderungen alle drei Zustandsgrößen.

Bei 15 °C beträgt der Druck im Reifen eines Pkw 240 kPa. Durch schnelle Autobahnfahrt auf sonnenbeschienener Strecke erhöht sich die Temperatur im Reifen auf 50 °C.
Auf welchen Wert vergrößert sich der Reifendruck?

Analyse:
Ein Pkw-Reifen ist so konstruiert, dass sich sein Volumen bei Druckänderung im normalen Betriebsbereich kaum verändert. Man kann deshalb von einer isochoren Zustandsänderung (V = konst.) ausgehen.

Da sich Luft annähernd wie das ideale Gas verhält, kann das Gesetz von AMONTONS angewendet werden.

Gesucht: p_2
Gegeben: $p_1 = 240\ \text{kPa}$
$T_1 = 288\ \text{K}$
$T_2 = 323\ \text{K}$

Lösung:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Umstellen nach p_2 ergibt:

$$p_2 = T_2 \cdot \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_2 = \frac{323\ \text{K} \cdot 240\ \text{kPa}}{288\ \text{K}}$$

$$p_2 = 269\ \text{kPa}$$

Ergebnis:
Bei einer Temperaturerhöhung um 35 K erhöht sich der Reifendruck von 240 kPa auf etwa 270 kPa, also um etwa 10 %.

Die CELSIUS-Temperatur muss in die absolute Temperatur umgerechnet werden (↗ S. 179). Näherungsweise gilt:
$\frac{T}{\text{K}} = \frac{\vartheta}{^\circ\text{C}} + 273$

Rechnet man fälschlicherweise mit der CELSIUS-Temperatur, so würde $p_2 = 800\ \text{kPa}$ sein, also mehr als eine Verdreifachung des normalen Reifendrucks auftreten.

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung für das ideale Gas (↗ S. 194) folgt, dass der Term $\frac{p \cdot V}{T}$ für eine abgeschlossene Gasmenge und beliebige Zustandsänderungen immer den gleichen Wert hat. Den Wert der Konstanten kann man berechnen, wenn man von folgenden Annahmen ausgeht:

- Der Druck im Gas ist gleich dem Normdruck $p_0 = 101{,}325\ \text{kPa}$.
- Die Temperatur ist gleich der Normtemperatur $T_0 = 273{,}15\ \text{K}$.
- Das Volumen des idealen Gases bei Normbedingungen (molares Normvolumen) beträgt $V_0 = 22{,}414$ Liter je Mol.

Damit erhält man:

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{101{,}325\ \text{kPa} \cdot 22{,}414 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{273{,}15\ \text{K} \cdot \text{mol}} = 8{,}314\ \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

Der Tabellenwert für die universelle Gaskonstante beträgt:
$R = 8{,}314\,472\ \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$

Diese Konstante wird als **universelle** oder **allgemeine Gaskonstante *R*** bezeichnet. Beträgt das Volumen $V = n \cdot V_0$, so erhält man als Wert für die Konstante $n \cdot R$.
Damit kann man die allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas (↗ S. 194) auch folgendermaßen schreiben:

Für eine abgeschlossene Gasmenge des idealen Gases gilt:

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

p	Druck
V	Volumen
n	Stoffmenge in mol
R	universelle Gaskonstante
T	absolute Temperatur

In Physik und Technik wird häufiger mit der Masse als mit der Stoffmenge gerechnet. Deshalb wird meist nicht mit der allgemeinen Gaskonstanten R, sondern mit der **spezifischen Gaskonstanten** R_s gearbeitet. Damit kann man die allgemeine Zustandsgleichung auch so schreiben:

Für eine abgeschlossene Gasmenge des idealen Gases gilt:

$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$

m Masse des Gases
R_s spezifische Gaskonstante

Die spezifische Gaskonstante ist mit der allgemeinen **Gaskonstanten** folgendermaßen verknüpft:

$R = \frac{m}{n} \cdot R_S$

Damit gilt:

$R_S = \frac{n}{m} \cdot R = \frac{R}{M}$

Die spezifische Gaskonstante ist für jedes Gas, das näherungsweise als ideales Gas betrachtet werden kann, eine Stoffkonstante. Sie hängt *nicht* vom Druck und von der Temperatur ab.
Eine weitere Form der allgemeinen Zustandsgleichung des idealen Gases ergibt sich, wenn man statt der Stoffmenge (↗ Gleichung S. 196) die Teilchenanzahl N (↗ S. 52) einbezieht.

Für eine abgeschlossene Gasmenge des idealen Gases gilt auch:

$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$

N Teilchenanzahl
k BOLTZMANN-Konstante

Für die **Stoffmenge** gilt:

$n = \frac{N}{N_A}$

Aus den beiden Konstanten N_A und R ergibt sich die BOLTZMANN-Konstante k:

$k = \frac{R}{N_A}$

Sie beträgt:

$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$

Benannt ist sie nach dem österreichischen Physiker LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906).



In einer 40-l-Gasflasche befindet sich Sauerstoff. Bei 20 °C beträgt der Druck 11,6 MPa.
Wie groß ist die Masse des Sauerstoffs?

Analyse:
Sauerstoff kann als ideales Gas betrachtet werden. Die zur Berechnung erforderliche spezifische Gaskonstante kann man einem Tabellenwerk entnehmen.

Gesucht: m
Gegeben: $V = 40\ \mathrm{l} = 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}$
$T = 293\ \mathrm{K}$
$p = 11{,}6 \cdot 10^{6}\ \mathrm{Pa}$
$R_s = 259{,}8\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ (Tabellenwerk)

Lösung:
Die Umstellung von $p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$ nach m ergibt:

$$m = \frac{p \cdot V}{R_s \cdot T}$$

$$m = \frac{11{,}6 \cdot 10^{6}\ \mathrm{N} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3} \cdot \mathrm{kg \cdot K}}{\mathrm{m^2} \cdot 259{,}8\ \mathrm{J} \cdot 293\ \mathrm{K}}$$

$$m = 6{,}1\ \mathrm{kg}$$

Ergebnis:
In der 40-l-Gasflasche befinden sich bei einer Temperatur von 20 °C und einem Druck von 11,6 MPa etwa 6,1 kg Sauerstoff.

3.3 Kinetische Theorie der Wärme

3.3.1 Der atomare Aufbau der Stoffe



JOHN DALTON (1766–1844) versuchte, die von ihm aufgestellte **Atomhypothese** durch chemische Messungen zu bestätigen.
Die Existenz von **Atomen** wurde bereits von dem griechischen Philosophen DEMOKRIT (460–370 v. Chr.) angenommen.

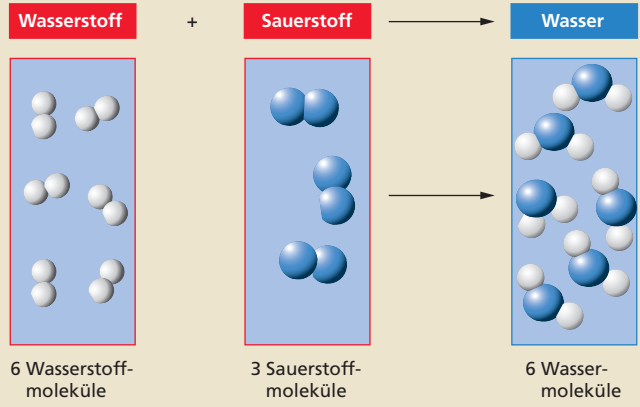
Feste, flüssige und gasförmige Stoffe bestehen aus Atomen oder Molekülen. Deren Existenz wurde zwar seit langem vermutet, experimentelle Belege konnten aber erst seit Beginn des 20. Jahrhunderts erbracht werden.
Wichtige Ansätze gab es bereits im 19. Jahrhundert. So stellte der englische Naturforscher JOHN DALTON (1766–1844) im Jahr 1808 eine **Atomhypothese** auf, die es ermöglichte, bereits früher entdeckte Gesetze über chemische Reaktionen zu erklären. Diese Atomhypothese lautet:

- Jedes Element besteht aus kleinsten, chemisch nicht weiter zerlegbaren Teilchen, den Atomen.
- Atome eines Elements haben die gleiche Größe, die gleiche Masse und verhalten sich chemisch gleich.
- Atome verschiedener Elemente sind voneinander verschieden.
- Bei der chemischen Verbindung von zwei oder mehreren Elementen verbinden sich die Atome zu neuen Teilchen, den Molekülen.
- Die unterschiedlichen Eigenschaften der chemischen Verbindungen ergeben sich aus der Verschiedenartigkeit ihrer Zusammensetzung und der unterschiedlichen Struktur.

Diese Atomhypothese erwies sich als außerordentlich tragfähig und trug entscheidend zur Entwicklung der Atomtheorie bei.



Bei chemischen Reaktionen bleibt die Gesamtmasse unverändert **(Gesetz von der Erhaltung der Masse).** In einer chemischen Verbindung sind die Bestandteile stets in einem bestimmten Massenverhältnis enthalten **(Gesetz der konstanten Proportionen).**





Unterschiede zwischen festen, flüssigen und gasförmigen Stoffen bestehen vor allem bei den zwischenmolekularen Bindungskräften zwischen Atomen bzw. Molekülen, die ein unterschiedliches Form- und Volumenverhalten bewirken (↗ S. 54). Wesentlichen Anteil an der Entwicklung der kinetischen Theorie der Wärme hatten die Physiker LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906), JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879), RUDOLF CLAUSIUS (1822–1888) und WILLIAM THOMSON, der spätere Lord KELVIN (1824–1907).

Größe, Masse und Anzahl von Atomen

Atome und Moleküle haben außerordentlich kleine Abmessungen; ihre Anzahl bei den uns umgebenen Körpern ist unvorstellbar groß. Nachfolgend sind die Größenordnungen für den Durchmesser, die Masse und die Anzahl von Atomen angegeben. Der **Durchmesser von Atomen** lässt sich nicht direkt messen, aber indirekt ermitteln. Messungen haben ergeben:



Eine Methode zur Bestimmung des Durchmessers von Atomen ist die **Ölfleckmethode.**

> Der Durchmesser von Atomen liegt zwischen 10^{-10} und $5 \cdot 10^{-10}$ m.

Geht man von der größtmöglichen Packungsdichte aus, dann liegt der **Abstand von Atomen** bei Festkörpern und Flüssigkeiten in der Größenordnung des Atomdurchmessers. Bei Gasen ist der Abstand stets vom Druck abhängig und kann in weiten Grenzen variieren.
Die **Masse von Atomen** kann mithilfe eines **Massenspektrografen** (↗ S. 289) oder über die **relative Atommasse** berechnet werden.



Die relative Atommasse A_r ist der Quotient aus der Masse eines Atoms m_A und der atomaren Masseeinheit u (↗ S. 53):
$A_R = \frac{m_A}{u}$

> Die Masse von Atomen liegt zwischen 10^{-27} kg und 10^{-24} kg.

Die im Periodensystem ausgewiesene relative Atommasse von Aluminium beträgt 26,98. Demzufolge erhält man als Masse eines Aluminiumatoms:

$$m_A = u \cdot A_r$$
$$m_A = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 26{,}98$$
$$m_A = 4{,}48 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$$

Die Teilchenzahl in einem bestimmten Volumen hängt von der Stoffmenge (↗ S. 52) ab, die in Mol angegeben wird.

> In einem Mol eines Elements sind etwa $6 \cdot 10^{23}$ Atome enthalten.

Das gilt auch für Gase unter Normbedingungen (p = 101,3 kPa, T = 273 K). Das **molare Volumen** beträgt dann
$V_M = 22{,}4 \frac{\text{l}}{\text{mol}}$.

Aus wie vielen Atomen besteht 1 kg Eisen?

Analyse:
Die Anzahl der Atome kann über die relative Atommasse (s. o.) oder mithilfe der AVOGADRO-Konstanten (↗ Beispiel S. 52) ermittelt werden.
Die Werte der Konstanten sind in Tabellenwerken zu finden.





Gesucht: N
Gegeben: $A_r = 55{,}85$

Lösung:
Für die Masse eines Eisenatoms erhält man:

$$m_A = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 55{,}85$$
$$m_A = 9{,}27 \cdot 10^{-26}\ \text{kg}$$

Würde man diese **Atome** wie an einer Perlenketten hintereinander aufreihen, so hätte diese Perlenkette eine Länge von etwa 2 500 Milliarden Kilometern.

Daraus ergibt sich durch eine einfache Dreisatzrechnung als Anzahl der Atome für 1 kg:

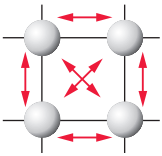
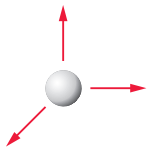
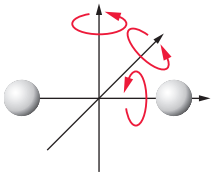
$$N = 1{,}08 \cdot 10^{25}$$

Ergebnis:
1 kg Eisen besteht aus $1{,}08 \cdot 10^{25}$ Atomen.

Bewegung von Atomen und Molekülen

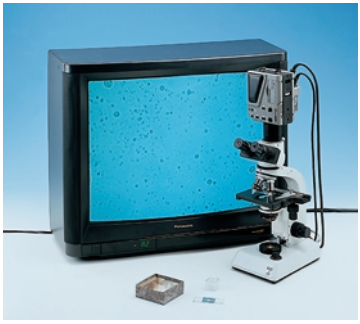
Atome und Moleküle von Stoffen bewegen sich ständig ungeordnet. Dabei kann es sich, je nach dem Aufbau der Stoffe, um Schwingungen oder translatorische Bewegungen oder Rotationsbewegungen handeln.

Bei Flüssigkeiten und Gasen kann es auch zu einer Überlagerung von Translation, Schwingungen und Rotation kommen.

Schwingungen	**Translation**	**Rotation**
Schwingungen um eine bestimmte Lage in verschiedenen Raumrichtungen	Geradlinige Bewegung in verschiedenen Raumrichtungen	Rotation von Molekülen um verschiedene Drehachsen.
		
Atome eines Stoffes im Kristallgitter	Atome oder Moleküle in Flüssigkeiten und Gasen	mehratomige Moleküle

Die durchschnittlichen Geschwindigkeiten der Atome bzw. Moleküle sind stark temperaturabhängig und liegen bei Gasen unter Normbedingungen (↗ S. 196) zwischen 400 m/s und 2 000 m/s (↗ S. 203). Allgemein gilt: Die Bewegung ist umso heftiger, je höher die Temperatur ist.

Die ständige ungeordnete Bewegung von Atomen und Molekülen wird als **Molekularbewegung** oder als **thermische Bewegung** bezeichnet.

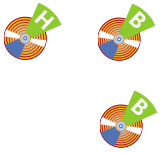


Ein Beleg für die thermische Bewegung von Atomen bzw. Molekülen ist die von dem schottischen Biologen ROBERT BROWN (1773–1858) entdeckte **brownsche Bewegung.** Diese von BROWN beobachtete Bewegung von kleinen Teilchen (↗ Foto) wird durch die Bewegung der Moleküle hervorgerufen, die ständig auf die im Mikroskop sichtbaren kleinen Teilchen treffen.

3.3.2 Kinetische Gastheorie

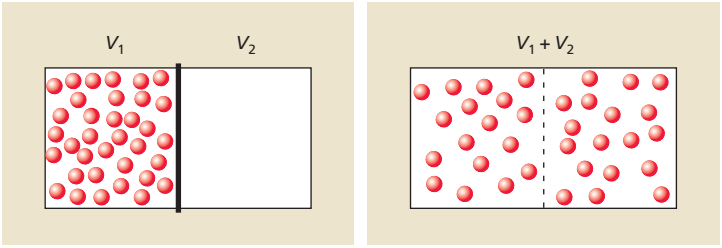
Die allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas (↗ S. 194) und die daraus ableitbaren speziellen Gasgesetze (↗ S. 194) zeigen, dass Gase weitgehend übereinstimmende thermische Eigenschaften haben. In der **phänomenologischen Betrachtungsweise** (↗ S. 176 f.) lassen sie sich mithilfe der Zustandsgrößen Temperatur, Druck und Volumen beschreiben. Zugleich sind die Zustandsgrößen mit Teilchengrößen (Teilchenanzahl, Geschwindigkeit und Energie der Teilchen) verknüpft. Die Einbeziehung von Teilchengrößen ermöglicht die Erklärung des Verhaltens von Gasen und die Deutung von Vorgängen im makroskopischen Bereich. Dazu gehört auch die Herstellung von Beziehungen zwischen makroskopisch messbaren Größen und ihrer mikrophysikalischen Deutung. Angewandt wird hierbei die **kinetisch-statistische Betrachtungsweise** (↗ S. 177 f.), die auf das ideale Gas (↗ S. 178) bezogen wird.

Wesentlichen Anteil an der Entwicklung der kinetischen Gastheorie hatten der britische Physiker JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) und der österreichische Physiker LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906).



Räumliche Verteilung von Teilchen

Wir betrachten ein thermodynamisches System, das aus zwei getrennten Raumbereichen besteht. In einem der Raumbereiche befindet sich ein ideales Gas, der andere Raumbereich ist leer (Skizze links).
Beseitigt man die trennende Wand, dann stellt sich nach einiger Zeit die rechts dargestellte räumliche Verteilung ein.



Geht man von einer sehr großen Teilchenanzahl aus, wie es bei makroskopischen Systemen der Fall ist, dann gilt:

> Die **Gleichverteilung** der Teilchen ist die wahrscheinlichste räumliche Anordnung in einem gegebenen Raumbereich.

Unter der Wahrscheinlichkeit w einer Verteilung versteht man die relative Häufigkeit des Auftretens einer Verteilung. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein beliebig herausgegriffenes Teilchen im Volumen $V_1 + V_2$ befindet, ist $w = 1$. Das gilt auch für 2 oder für N Teilchen.

Betrachtet man die Teilchenanzahl N in einem Volumen V, so ist der Quotient N/V die **Teilchenanzahldichte.** Bei einer Gleichverteilung der Teilchen ist die Teilchenanzahldichte in den verschiedenen Raumbereichen näherungsweise konstant.
Andere Zustände als die der Gleichverteilung sind möglich. Ihre Wahrscheinlichkeit ist allerdings umso kleiner, je weiter sie von der Gleichverteilung entfernt sind.
Die Abweichungen von den statistisch wahrscheinlichsten Zuständen werden als **statistische Schwankungen** bezeichnet. Ein Beispiel für Schwankungserscheinungen ist die brownsche Bewegung (↗ S. 200).

Die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Teilchen im Raumbereich V_1 zu finden, beträgt $w = \frac{1}{2}$. Das gilt auch für ein zweites Teilchen. Die Wahrscheinlichkeit, beide Teilchen gleichzeitig in V_1 zu finden, beträgt nur noch

$w = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

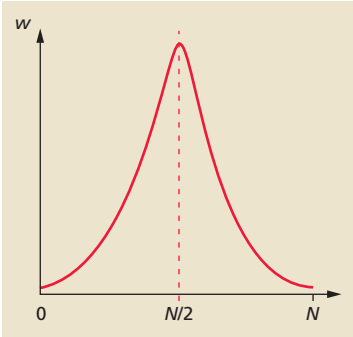
oder

$w = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Für N Teilchen wäre sie

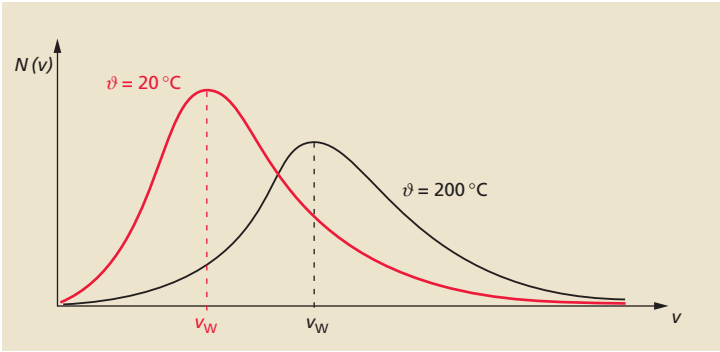
$w = \left(\frac{1}{2}\right)^N$.

Stellt man die Wahrscheinlichkeit der Verteilung in den beiden Raumbereichen V_1 und V_2 grafisch dar, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in jedem der Raumbereiche $N/2$ Teilchen befinden, besonders groß.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einem der Raumbereiche alle oder kein Teilchen befinden, ist äußerst gering. Sie geht gegen null.



Geschwindigkeitsverteilung von Teilchen

Untersucht man anhand eines Modellgases die Geschwindigkeitsverteilung in einem Gas, dann erhält man eine charakteristische Verteilung, die darüber hinaus von der Temperatur abhängig ist.
Im nachfolgenden Diagramm ist die Geschwindigkeitsverteilung für zwei verschiedene Temperaturen dargestellt.



Aus dem Diagramm und vielen anderen Untersuchungen ergibt sich:

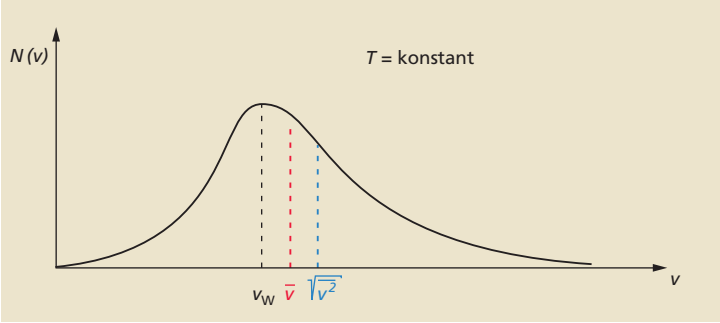
> Die Teilchen eines Gases haben unterschiedliche Geschwindigkeiten.
> Die Geschwindigkeitsverteilung ist temperaturabhängig.

Insbesondere ist aus dem Diagramm erkennbar, dass die Geschwindigkeitsverteilung nicht symmetrisch ist. Deshalb muss man zwischen verschiedenen Geschwindigkeiten unterscheiden.
Das Maximum des Graphen (s. Diagramm), entspricht der **wahrscheinlichsten Geschwindigkeit** v_W, also der Geschwindigkeit, die die meisten Teilchen haben. Da wegen des unsymmetrischen Kurvenverlaufs die Anzahl der Teilchen mit höherer Geschwindigkeit größer ist als die mit kleiner Geschwindigkeit (s. Diagramm), ist die **mittlere Geschwindigkeit** $\bar{v}$ der Teilchen größer als die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_W.

Der britische Physiker JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) leitete um 1860 das Verteilungsgesetz unter Nutzung der Wahrscheinlichkeitstheorie her. Man spricht deshalb auch von der **maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung.**

Die **Geschwindigkeitsverteilung** kann man auch experimentell bestimmen, z. B. mithilfe des **Versuches von** STERN. Dabei wurde die theoretisch vorhergesagte Geschwindigkeitsverteilung bestätigt.

Für statistische Betrachtungen ist darüber hinaus der quadratische Mittelwert der Geschwindigkeit (die Wurzel aus dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat) $\sqrt{\overline{v^2}}$ von Bedeutung. Die Zusammenhänge zwischen diesen drei Geschwindigkeiten zeigt das nachfolgende Diagramm.



Für die drei Geschwindigkeiten gelten die folgenden Beziehungen:

$v_W = \sqrt{\frac{2R \cdot T}{M}}$

$v = \sqrt{\frac{8R \cdot T}{\pi \cdot M}}$

$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3R \cdot T}{M}}$

Mit $\frac{R}{M} = R_s$ (↗ S. 197) erhält man weitere Gleichungen.

Für diese drei Geschwindigkeiten gilt:

$$v_W : \bar{v} : \sqrt{\overline{v^2}} = 1 : 1{,}13 : 1{,}22$$

Bei 0 °C beträgt die mittlere Geschwindigkeit von Stickstoffmolekülen 490 m/s. Wie groß ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit?

Analyse:
Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_W ist kleiner als die mittlere Geschwindigkeit. Sie kann aus ihr berechnet werden.

Gesucht: v_W
Gegeben: $\bar{v} = 490$ m/s

Lösung:

$v_W : \bar{v} = 1 : 1{,}13$

$v_W = \frac{\bar{v}}{1{,}13}$

$v_W = \frac{4{,}90\ \text{m}}{1{,}13\ \text{s}}$

$v_W = 434\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Ergebnis:
Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit von Stickstoffmolekülen bei 0 °C beträgt 434 m · s^{-1}.

Energieverteilung der Teilchen und Gesamtenergie

Bei einem idealen Gas haben die Teilchen nur kinetische Energie der Translation. Aus der oben beschriebenen Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich eine entsprechende **Energieverteilung.**

Mit einer **Geschwindigkeit** von 1 500 m/s und einer Masse von $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg (Wasserstoffatom) erhält man eine kinetische Energie eines Wasserstoffatoms von etwa $2 \cdot 10^{-21}$ J. Ein Mol Wasserstoff hätte dann eine Energie von $2 \cdot 10^{-21}\ \text{J} \cdot 6 \cdot 10^{23}$ und damit von 1,2 kJ.

Die kinetische Energie *eines* Teilchens beträgt $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Sie kann, wie die Geschwindigkeit, in einem weiten Bereich schwanken. Für statistische Betrachtungen bedeutsamer ist die mittlere kinetische Energie der Teilchen.

Die mittlere kinetische Energie der Teilchen beträgt:

$\bar{E}_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{v^2}$

m Masse eines Teilchens

$\overline{v^2}$ mittleres Geschwindigkeitsquadrat

Besteht ein Gas aus N Teilchen, so ist die gesamte kinetische Energie des Gases das N-fache der mittleren kinetischen Energie aller Teilchen. Für das ideale Gas ist das zugleich die **innere Energie.**

Die innere Energie U des idealen Gases ist gleich der gesamten kinetischen Energie aller seiner Teilchen.

$U = N \cdot \bar{E}_{kin}$

N Teilchenanzahl

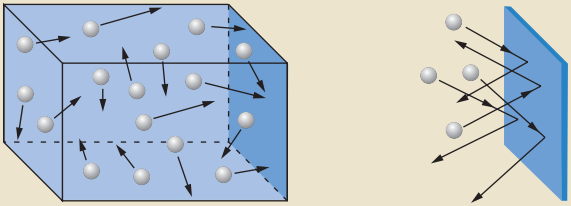
$\bar{E}_{kin}$ mittlere kinetische Energie eines Teilchens

Molekularbewegung und Gasdruck

Der Erste, der den Gasdruck mit der Bewegung der Moleküle in Zusammenhang brachte, war der schweizer Mathematiker und Naturforscher DANIEL BERNOULLI (1700–1782).



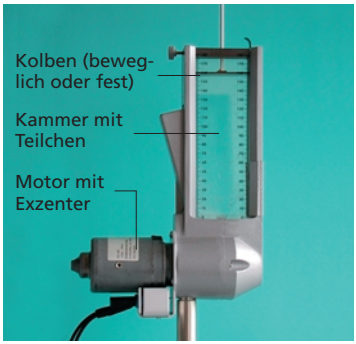
In einem abgeschlossenen Behälter bewegen sich die Teilchen eines Gases völlig unregelmäßig mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten und in den verschiedensten Richtungen. Setzt man das ideale Gas voraus, so finden nur elastische Stöße zwischen den Teilchen sowie zwischen Teilchen und Behälterwänden statt.



Der auf eine Fläche wirkende **Gasdruck** kommt durch die Stöße einer Vielzahl von Teilchen zustande.

Er ist umso größer, je größer die Teilchenanzahl und die mittlere Geschwindigkeit der Teilchen sind. Da der Gasdruck eine statistische Größe ist, kann er zeitlich geringfügig schwanken. Makroskopisch messbar sind diese Schwankungen allerdings nicht.

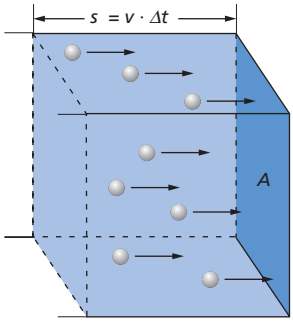
Experimentell veranschaulichen kann man den Gasdruck mithilfe von kleinen Stahlkugeln, die sich in einer Kammer mit durchsichtigen Wänden befinden und die durch einen Motor mit Exzenter in schnelle Bewegungen versetzt werden. Das Foto links zeigt die Versuchsanordnung, die als **„Schüttelapparat"** bezeichnet wird. Die Geschwindigkeit der Teilchen kann man durch Veränderung der Drehzahl des Motors verändern.



Ist bei senkrechter Anordnung der Kolben beweglich, so ist im Gleichgewichtszustand die von den Teilchen ausgeübte Druckkraft gleich der Gewichtskraft des Kolbens.

Grundgleichung der kinetischen Gastheorie

Die Zusammenhänge zwischen dem Gasdruck und der Teilchenbewegung kann man quantitativ erfassen, wobei wir von folgenden Annahmen ausgehen:



- Betrachtet wird das ideale Gas, bei dem nur elastische Wechselwirkungen mit den Behälterflächen auftreten.
- Die Teilchen haben eine (durchschnittliche) Geschwindigkeit v.
- In Richtung jeder der sechs Flächen des Würfels bewegen sich 1/6 aller Teilchen.
- Im Behältervolumen V befinden sich insgesamt N Teilchen. Die Teilchenanzahldichte beträgt somit N/V.

In einem Quader der Seitenfläche A und der Länge $s = v \cdot \Delta t$ befindet sich dann eine Teilchenanzahl von:

$$\frac{N}{V} \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

Da sich $^1/_6$ der Teilchen in Richtung Fläche A bewegt, beträgt diese Teilchenanzahl:

$$\frac{1}{6}\frac{N}{V} \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

Jedes Teilchen der Masse m und der Geschwindigkeit $\vec{v}$ hat den Impuls $m \cdot \vec{v}$. Nach senkrechtem Stoß gegen die Wand beträgt dieser Impuls wegen der elastischen Wechselwirkung $-m \cdot \vec{v}$, der Betrag der Impulsänderung demzufolge

$$2\ m \cdot v.$$

Der Betrag der Impulsänderung aller Teilchen, die während des Zeitintervalls auf die Wand treffen, beträgt damit:

$$\Delta p_i = \frac{1}{6}\frac{N}{V} \cdot A \cdot v \cdot \Delta t \cdot 2m \cdot v \quad (1)$$

Die Impulsänderung ist gleich dem Kraftstoß (↗ S. 110):

$\Delta p_i = F \cdot \Delta t$

Beachten Sie: **Impuls** und **Druck** haben beide das Kurzzeichen p. Zur Unterscheidung ist hier der Impuls mit p_i bezeichnet.

Für den Betrag der Kraft auf die Fläche A gilt allgemein:

$$F = \frac{\Delta p_i}{\Delta t} \quad (2)$$

Setzt man (1) in (2) ein und vereinfacht, so erhält man:

$$F = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot A \cdot m \cdot v^2 \quad (3)$$

Mit $p = F/A$ erhält man für den **Druck** auf die Fläche A:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m \cdot v^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad (4)$$

Der letzte Term (rot) ist die kinetische Energie eines Teilchens. Beachtet man, dass als Mittelwert der quadratische Mittelwert der Geschwindigkeit (↗ S. 203) angesetzt werden muss, dann erhält man durch Umformen von (4) die **Grundgleichung der kinetischen Gastheorie.**

Die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie lautet:

$p \cdot V = \frac{2}{3} N \cdot \bar{E}_{kin}$ oder $p \cdot V = \frac{1}{3} N \cdot m \cdot \overline{v^2}$

p	Druck des Gases	m	Masse eines Teilchens
N	Teilchenanzahl	V	Volumen des Gases
$\bar{E}_{kin}$	mittlere kinetische Energie der Teilchen		
$\overline{v^2}$	mittleres Geschwindigkeitsquadrat		

In der Grundgleichung der kinetischen Gastheorie sind makroskopisch messbare Größen mit Teilchengrößen verknüpft. Das ermöglicht die kinetisch-statistische Deutung der Zustandsgrößen eines Gases. Darüber hinaus können aus der Grundgleichung weitere einfache Zusammenhänge hergeleitet werden.

Geschwindigkeit von Teilchen

Die Umstellung nach p ergibt:

$p = \frac{1}{3} \frac{N \cdot m}{V} \cdot \overline{v^2}$

Das Produkt $N \cdot m$ ist die Masse des Gases, der Quotient aus Masse und Volumen die Dichte:

$\frac{N \cdot m}{V} = \rho$

Damit erhält man:

$p = \frac{1}{3} \rho \cdot \overline{v^2}$

Stellt man die Gleichung $p \cdot V = \frac{1}{3} N \cdot m \cdot \overline{v^2}$ nach der Geschwindigkeit um, dann erhält man:

$$\overline{v^2} = \frac{3p}{\rho}$$

Setzt man $\overline{v^2} \approx \bar{v}^2$, dann erhält man eine einfache Gleichung für die Abschätzung der Geschwindigkeit von Molekülen.

Bei einem Gas, das als ideales Gas angesehen werden kann, beträgt die Geschwindigkeit der Gasmoleküle

$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$

p	Druck des Gases
ρ	Dichte des Gases

Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit von Wasserstoffmolekülen bei Normbedingungen?

Analyse:
Unter Normbedingungen versteht man einen Druck von 101,3 kPa (normaler Luftdruck) und eine Temperatur von 0 °C = 273 K. Die Dichte von Wasserstoff bei diesen Bedingungen kann man einem Tabellenwerk entnehmen.

Gesucht: $\bar{v}$
Gegeben: $p = 101{,}3\ \text{kPa}$
$\rho = 0{,}089\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Lösung:

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$$

$$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 101{,}3\ \text{kPa} \cdot \text{m}^3}{0{,}089\ \text{kg}}}$$

$$\bar{v} \approx 1\,850\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ergebnis:
Bei Normbedingungen beträgt die Geschwindigkeit von Wasserstoffmolekülen etwa 1 850 m/s.

Gelöst werden kann die Aufgabe auch mit der Gleichung:
$\bar{v} \approx \sqrt{\frac{3R \cdot T}{M}}$
Man erhält diese Gleichung durch Verknüpfung der **Grundgleichung der kinetischen Gastheorie** mit der **Zustandsgleichung des idealen Gases.**

Für die Einheiten gilt:
$1\ \text{kPa} = 1000\ \text{Pa}$
$\frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{kg}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$

Druck eines Gases

Stellt man die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie nach dem Druck p um, so erhält man:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \cdot \bar{E}_{\text{kin}}$$

Der Druck eines Gases wird durch die Teilchenanzahldichte und die mittlere kinetische Energie der Teilchen bestimmt.

Energie, Temperatur und Teilchenbewegung

Verknüpft man die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie in der Form $p \cdot V = \frac{2}{3} N \cdot \bar{E}_{\text{kin}}$ mit der Zustandsgleichung des idealen Gases in der Form $p \cdot V = N \cdot k \cdot T$ durch Gleichsetzen der rechten Seiten, so erhält man folgenden Zusammenhang:

Die mittlere kinetische Energie eines Teilchens hängt von der absoluten Temperatur des Gases ab.

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k \cdot T$$

k BOLTZMANN-Konstante (↗ S. 197)
T absolute Temperatur

Diese Beziehung gilt für das **ideale Gas** und damit annähernd für alle einatomigen Gase.

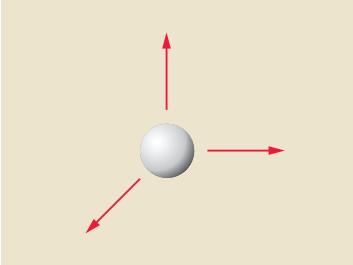
Ein einatomiges Gas hat 3 Freiheitsgrade der Translation. Seine mittlere kinetische Energie beträgt:

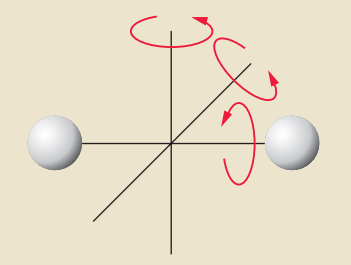
$\overline{E}_{kin} = \frac{3}{2} k \cdot T$

Ein zweiatomiges Gas hat 3 Freiheitsgrade der Translation und 2 Freiheitsgrade der Rotation. Seine mittlere kinetische Energie beträgt:

$\overline{E}_{kin} = \frac{5}{2} k \cdot T$

Die Teilchen des idealen Gases können sich in drei Raumrichtungen bewegen. Man nennt diese Bewegungsmöglichkeiten auch **Freiheitsgrade.** Bei einem hantelförmigen Molekül (Skizze rechts) kommen weitere drei Freiheitsgrade der Rotation hinzu, wobei die Rotation um die Längsachse wegen des geringen Trägheitsmomentes (↗ S. 105) vernachlässigt werden kann.





Im statistischen Mittel verteilt sich die Energie gleichmäßig auf die Freiheitsgrade. Auf jeden Freiheitsgrad entfällt eine mittlere kinetische Energie von:

$\overline{E}_{kin} = \frac{1}{2} k \cdot T$

k BOLTZMANN-Konstante (↗ S. 197)
T absolute Temperatur

Der S. 176 genannte Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und Temperatur lässt sich zur kinetisch-statistischen Deutung der Temperatur nutzen.

Für ein Teilchen oder eine kleine Anzahl von Teilchen kann sinnvollerweise keine makroskopisch messbare Temperatur angegeben werden. Man kann aber eine aus kinetisch-statistischen Betrachtungen resultierende Temperatur zuordnen.

Die absolute Temperatur ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie der Teilchen eines Gases. Es gilt:

$T \sim \overline{E}_{kin}$ $\overline{E}_{kin}$ mittlere kinetische Energie der Teilchen
$T \sim \overline{v^2}$ $\overline{v^2}$ mittleres Geschwindigkeitsquadrat

Atomarer Wasserstoff habe eine Temperatur von 0 °C.
Wie groß ist die mittlere kinetische Energie seiner Teilchen?

Analyse:
Wir gehen davon aus, dass sich Wasserstoff annähernd wie das ideale Gas verhält. Dann kann seine mittlere kinetische Energie aus der absoluten Temperatur und der BOLTZMANN-Konstanten berechnet werden. Für atomaren Wasserstoff als ideales Gas liegen 3 Freiheitsgrade vor. Anzuwenden ist also die Gleichung:

$$\overline{E}_{kin} = \frac{3}{2} k \cdot T$$

Gesucht: $\overline{E}_{kin}$
Gegeben: $T = 273\ K$
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$

Lösung:

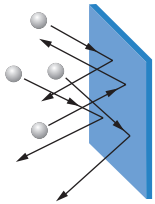
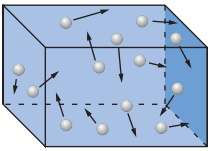
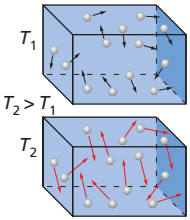
$$\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} k \cdot T$$

$$\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 273\,K$$

$$\bar{E}_{kin} = 5{,}7 \cdot 10^{-21}\,J$$

Ergebnis:
Bei einer Temperatur von 0 °C beträgt die mittlere kinetische Energie von Teilchen des Wasserstoffs $5{,}7 \cdot 10^{-21}$ J.

In der nachfolgenden Darstellung ist ein Überblick über ausgewählte thermodynamischen Zustandsgrößen und ihre kinetisch-statistische Deutung gegeben.

makroskopische Zustandsgrößen eines Gases	**kinetisch-statistische Deutung**
Druck p	Der Druck auf eine Fläche kommt durch Stöße einer Vielzahl von Teilchen zustande. $p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{E}_{kin}$ $p \sim \frac{N}{V}$ $\quad p \sim \bar{E}_{kin}$ 
Temperatur T	Die Temperatur ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie der Teilchen. $\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} k \cdot T$ $T \sim \bar{E}_{kin}$ $\quad T \sim \overline{v^2}$ 
Energie E	Die mittlere kinetische Energie der Teilchen ist von ihrer Geschwindigkeit bzw. von der Temperatur des Gases abhängig. $\bar{E}_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{v^2}$ $\bar{E}_{kin} \sim \overline{v^2}$ $\quad \bar{E}_{kin} \sim T$ 
innere Energie U	Für das ideale Gas ist die innere Energie gleich der Summe der mittleren kinetischen Energien aller Teilchen. $U = N \cdot \bar{E}_{kin}$ $\quad U = \frac{3}{2} N \cdot k \cdot T$ $\quad U = \frac{3}{2} p \cdot V$

Thermodynamisches Verhalten von Gasen

Das **thermodynamische Verhalten von Gasen** kann phänomenologisch oder kinetisch-statistisch beschrieben werden.

Eine **phänomenologische Beschreibung von Gasen** erfolgt durch die Zustandsgrößen **Druck *p*, Volumen *V*** und **Temperatur *T*** mithilfe der Gasgesetze. Die **allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas** lautet:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.} \qquad \text{oder} \qquad \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$



Daraus lassen sich Spezialfälle ableiten, bei denen jeweils eine der drei Größen konstant ist.

Druck p = konstant (isobarer Vorgang)	**Volumen V = konstant (isochorer Vorgang)**	**Temperatur T = konstant (isothermer Vorgang)**
$\frac{V}{T} = \text{konst.}$ $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$  (Gesetz von GAY-LUSSAC)	$\frac{p}{T} = \text{konst.}$ $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$  (Gesetz von AMONTONS)	$p \cdot V = \text{konst.}$ $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$  (Gesetz von BOYLE und MARIOTTE)

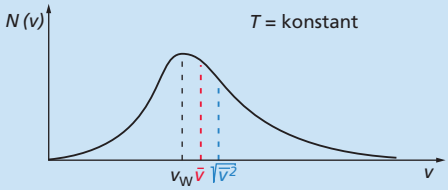
Die allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas kann auch in folgenden Formen geschrieben werden:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \qquad p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T \qquad p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

Die **kinetisch-statistische Beschreibung von Gasen** erfolgt im Rahmen der kinetischen Gastheorie mit solchen Größen wie der **Teilchenanzahl,** der **mittleren Geschwindigkeit** und der **mittleren kinetischen Energie** der Teilchen durch statistische Gesetze.

Die Teilchenanzahl beträgt $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$ (AVOGADRO-Konstante).

Bei der Geschwindigkeit der Teilchen ist zwischen wahrscheinlichster Geschwindigkeit v_w, mittlerer Geschwindigkeit $\bar{v}$ und der Wurzel aus dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat $\sqrt{\overline{v^2}}$ zu unterscheiden. Es gilt:



$v_w : \bar{v} : \sqrt{\overline{v^2}} = 1 : 1{,}13 : 1{,}22$

Die **Grundgleichung der kinetischen Gastheorie** lautet:

$$p \cdot V = \frac{2}{3} N \cdot \bar{E}_{kin} \qquad \textit{oder} \qquad p \cdot V = \frac{1}{2} N \cdot m \cdot \overline{v^2}$$

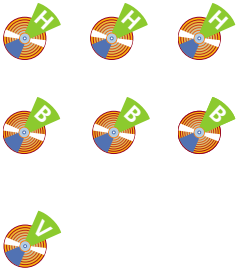


Wichtige Zustandsgrößen eines Gases sind mit Teilchengrößen verknüpft und lassen sich kinetisch-statistisch deuten. Das gilt für Druck, Temperatur und Energie (↗ S. 209).

3.4 Hauptsätze der Thermodynamik

Die **Hauptsätze der Thermodynamik** sind grundlegende Erfahrungssätze, auf denen erhebliche Teile der Thermodynamik aufbauen. Die in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts bis zum Anfang des 20. Jahrhunderts formulierten Gesetze sind vielfach experimentell bzw. durch die Erfahrung bestätigt. Eine ihrer Besonderheiten besteht darin, dass sie in sehr unterschiedlicher Weise formuliert werden können. Das gilt insbesondere für den 2. Hauptsatz. Wichtige Formulierungen gehen auf solche bedeutenden Physiker wie RUDOLF CLAUSIUS (1822–1888), WILLIAM THOMSON (Lord KELVIN, 1824–1907), MAX PLANCK (1858–1947) und WALTHER NERNST (1864–1941) zurück.

Die Bezeichnung **„Hauptsatz"** ist ein historisch geprägter Begriff. Es handelt sich bei den Hauptsätzen der Thermodynamik um grundlegende **physikalische Gesetze.**



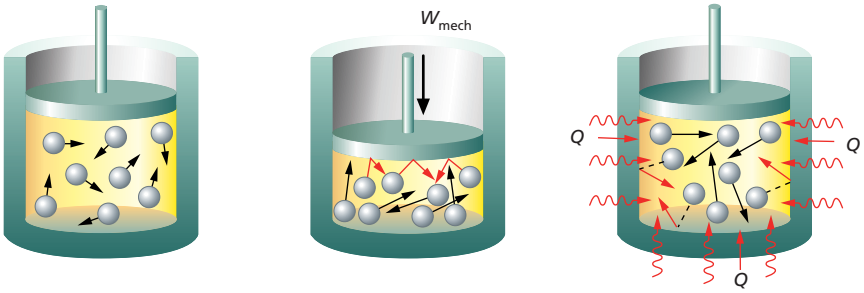
3.4.1 Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Innere Energie, mechanische Arbeit und Wärme

Wir betrachten eine Gasmenge, die sich bei bestimmter Temperatur und bestimmtem Druck in einem abgeschlossenen Zylinder befindet (Skizze unten links). Dieses Gas besitzt dann eine bestimmte **innere Energie** *U*, die sich aus der Summe der kinetischen Energien seiner Teilchen ergibt. Für die Veränderung der inneren Energie des Gases gibt es zwei Möglichkeiten:

– Schiebt man den Kolben unter Verrichtung mechanischer Arbeit in den Zylinder (mittlere Skizze), dann wird die Geschwindigkeit und daher auch die kinetische Energie der am Kolben reflektierten Atome größer als vor ihrem Aufprall. Dies folgt aus den Gesetzen des elastischen Stoßes (↗ S. 118), denn der Kolben bewegt sich auf die Teilchen zu. Insgesamt erhöht sich also durch Verrichten **mechanischer Arbeit** die **innere Energie** des Gases.

– Führt man dem Zylinder bei fest stehendem Kolben **Wärme** zu, dann werden die Teilchen der Gefäßwände in heftigere thermische Schwingungen versetzt (Skizze rechts). Die auf die Gefäßwände prallenden Gasatome nehmen einen Teil dieser Schwingungsenergie auf und erhöhen dadurch ihre kinetische Energie.



Die erste Formulierung dieses Hauptsatzes geht auf RUDOLF CLAUSIUS (1822–1888) zurück, der um 1850 erstmals eine Gleichung dafür angab.



Das bedeutet: Durch Zufuhr von Wärme lässt sich die innere Energie des betrachteten Gases ebenfalls erhöhen.
Sofern die dargestellten Vorgänge in umgekehrter Richtung vonstatten gehen, gilt: Verrichtet das Gas mechanische Arbeit oder gibt es Wärme ab, so sinkt seine innere Energie. Durch Verallgemeinerung auf beliebige Stoffe und physikalische Systeme gelangt man zum **1. Hauptsatz der Thermodynamik.**

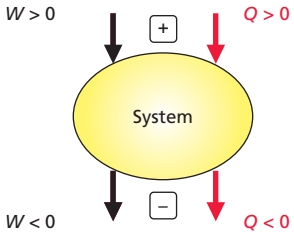
Tauscht ein System mit seiner Umgebung Wärme aus, verrichtet es mechanische Arbeit oder wird an ihm mechanische Arbeit verrichtet, dann ändert sich seine innere Energie. Die Änderung der inneren Energie ist gleich der Summe aus mechanischer Arbeit und Wärme. Es gilt:

$\Delta U = W + Q$

ΔU Änderung der inneren Energie
W mechanische Arbeit
Q Wärme

Dabei gelten die in der Physik üblichen Festlegungen für die Vorzeichen:

– Die am System verrichtet Arbeit bzw. die zugeführte Wärme ist positiv. Die innere Energie des Systems wird dabei größer, d. h. $\Delta U > 0$.
– Die vom System verrichtet Arbeit bzw. die abgegebene Wärme ist negativ. Die innere Energie des Systems wird dabei kleiner, d. h. $\Delta U < 0$.



Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik ist eine **spezielle Form des allgemeinen Energieerhaltungssatzes.** Dieser besagt, dass in einem abgeschlossenen System die Gesamtenergie konstant ist und Energie lediglich von einer Energieform in andere Energieformen umgewandelt werden kann. Während der allgemeine Energieerhaltungssatz für beliebige Energieformen gilt, bezieht sich der 1. Hauptsatz der Thermodynamik auf thermische und mechanische Energieformen.

Das Perpetuum mobile 1. Art

Bereits 1775 erklärten die Pariser Akademie der Wissenschaften und die Royal Society in London, dass sie keinen Vorschlag für ein **Perpetuum mobile** mehr prüfen werden.

Die Versuche, eine Maschine zu konstruieren, die dauernd Arbeit verrichtet, ohne dass ihr Energie zugeführt wird, reichen viele Jahrhunderte zurück. Eine solche Anordnung nennt man ein **Perpetuum mobile 1. Art.** Abgeleitet ist dieser Begriff vom lateinischen perpetuum = dauernd, ewig und mobilis = beweglich.
Sofern nur thermische und mechanische Energieformen beteiligt sind, erkennt man: Ein solches Perpetuum mobile widerspricht dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik. Bezieht man beliebige Energieformen ein, so widerspricht es auch dem allgemeinen Energieerhaltungssatz. Trotzdem gab und gibt es immer wieder Versuche, solche Maschinen zu bauen.

Mithilfe des historisch bedeutsamen Begriffs „Perpetuum mobile“ kann man den 1. Hauptsatz der Thermodynamik auch folgendermaßen formulieren:

> Ein Perpetuum mobile 1. Art gibt es nicht.

Nach dem 1. Hauptsatz könnte aber eine Maschine genau so viel Arbeit verrichten, wie innere Energie in ihr gespeichert ist. Selbst das ist jedoch nicht möglich (↗ S. 236).

Die Äquivalenz von Wärme und mechanischer Arbeit

Das schnelle Aufpumpen eines Fahrradreifens führt zu einer spürbaren Erwärmung der Luftpumpe. Ein Bohrer mit hoher Drehzahl kann sich stark erwärmen. Auch das Reiben der Hände führt zu einer Erwärmung. Lenkt man ein Pendel durch Verrichten mechanischer Arbeit W aus und überlässt es dann sich selbst, dann wird es nach einer gewissen Zeit infolge der Reibung wieder zum Stillstand kommen. Allgemein gilt:
Bei konstanter Temperatur und damit gleicher innerer Energie eines Systems ($\Delta U = 0$) gilt nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik:

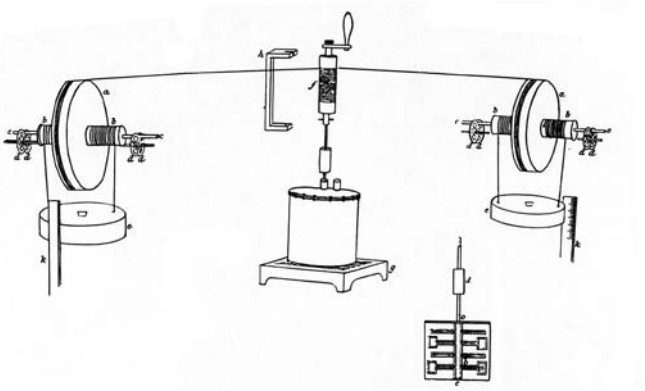
$$\Delta U = 0 = W + Q \text{ und damit}$$
$$W = -Q \text{ oder } Q = -W$$

> Mechanische Arbeit kann in Wärme und Wärme in mechanische Arbeit umgewandelt werden. Die physikalischen Größen mechanische Arbeit und Wärme sind zueinander äquivalent.

Eine Konsequenz dieser Feststellung ist: **Wärme** und **Arbeit** haben die gleichen Einheiten

1 J = 1 Nm = 1 Ws.

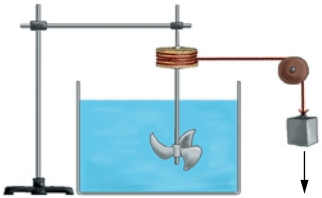
Der genannte Satz bedeutet nicht, dass bei jedem Prozess mechanische Arbeit vollständig in Wärme umgewandelt wird und schon gar nicht, dass Wärme vollständig in mechanische Arbeit umgewandelt werden kann. Er sagt lediglich aus, dass Wärme und Arbeit gleichwertige physikalische Größen sind. Der quantitative Zusammenhang wurde historisch durch das **mechanische Wärmeäquivalent** erfasst.



James Prescott Joule (1818–1889) führte zahlreiche Versuche zur Bestimmung des **mechanischen Wärmeäquivalents** durch. Das Bild zeigt eine seiner Versuchsanordnungen. Durch herabsinkende Massestücke wird ein Rührwerk betrieben und erwärmt Wasser.

In der Aufgabe ist ein Verfahren beschrieben, mit dem J. P. JOULE das **mechanische Wärmeäquivalent** mit erstaunlicher Genauigkeit ermittelt hat.





Durch ein langsam herabsinkendes Massestück wird ein Rührwerk angetrieben.
Beschreiben Sie die Vorgänge, die sich dabei abspielen!

Infolge der Gewichtskraft sinkt das Massestück nach unten und verrichtet dabei Arbeit am Rührwerk. Zugleich verringert sich dabei seine potenzielle Energie entsprechend. Durch das Umrühren der Flüssigkeit vergrößert sich deren Temperatur. Es wird also durch die mechanische Arbeit der gleiche Effekt erzielt wie durch direkte Zufuhr von Wärme.

Wie groß ist die Temperaturerhöhung, wenn sich im Gefäß 100 ml Wasser befinden, das Massestück 5,0 kg schwer ist und 2,0 m herabsinkt?

Analyse:
Wir betrachten das Gefäß mit Wasser, den Rührer und das Massestück als ein abgeschlossenes System. Reibungseffekte an der mechanischen Aufhängung werden vernachlässigt. Dann wird die gesamte Arbeit, die vom Massestück verrichtet wird, für die Erhöhung der inneren Energie des Wassers genutzt. Diese Energieänderung ist einer Wärme äquivalent, sodass man setzen kann:

$$W = Q$$

Gesucht: ΔT
Gegeben: $V_W = 100\ \text{ml} \rightarrow m_W = 0{,}1\ \text{kg}$
$m_G = 5{,}0\ \text{kg}$
$h = 2{,}0\ \text{m}$
$g = 9{,}81\ \text{N/kg}$
$c = 4{,}19\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Lösung:
Setzt man für die Arbeit $W = m_G \cdot g \cdot h$ und für die Wärme $Q = m_W \cdot c \cdot \Delta T$ ein, so erhält man:

$$m_G \cdot g \cdot h = m_W \cdot c \cdot \Delta T$$

Bei den Einheiten ist zu beachten: Kilojoule (kJ) sollte in Joule (J) umgerechnet werden. Außerdem gilt:

1 J = 1 Nm

Die Umstellung nach ΔT ergibt:

$$\Delta T = \frac{m_G \cdot g \cdot h}{m_W \cdot c}$$

$$\Delta T = \frac{5{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}}{0{,}1\ \text{kg} \cdot \text{kg} \cdot 4{,}19 \cdot 10^3\ \text{J}}$$

$$\Delta T = 0{,}23\ \text{K}$$

Ergebnis:
Unter den angegebenen Bedingungen würde sich das Wasser um 0,2 K erwärmen.

Berechnung der mechanischen Arbeit und der Wärme beim idealen Gas

Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich auf das ideale Gas und die jeweils genannten Bedingungen. Sie sind näherungsweise auch auf reale Gase anwendbar.

Mechanische Arbeit

In einem Zylinder, der durch einen Kolben abgeschlossen ist, befindet sich eine bestimmte Menge Gas. Der Kolben wird mit einer konstanten Kraft langsam um die kleine Wegstrecke Δs hineingeschoben. Dabei wird mechanische Arbeit verrichtet. Der Druck im Gas soll zunächst als konstant angesehen werden. Für die mechanische Arbeit gilt bei konstanter Kraft (↗ S. 94):

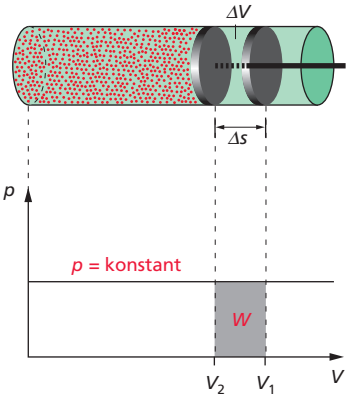
$$W = F \cdot \Delta s$$

Mit $F = p \cdot A$ erhält man:

$$W = p \cdot A \cdot \Delta s$$

Der Term $A \cdot \Delta s$ ist gleich der Volumenänderung $\Delta V = V_2 - V_1$, sodass sich bei Beachtung des Vorzeichens bei Volumenverkleinerung ergibt:

$$W = -p \cdot \Delta V$$

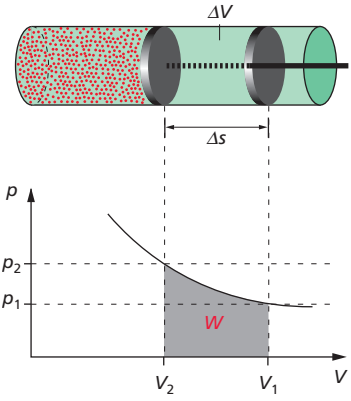


Ist der Druck nicht konstant, so gilt das auch für die Kraft. Demzufolge muss zur Berechnung der Arbeit die allgemeine Gleichung

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F \, ds$$

genutzt werden. Durch die analogen Überlegungen wie oben erhält man:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,(V)\,dV$$



Das Beispiel bezieht sich auf einen isothermen Prozess (T = konstant). Für einen solchen Prozess gilt (↗ S. 194):

$p \cdot V$ = konstant

Da sich durch die Arbeit, die am Gas oder vom Gas verrichtet wird, das Volumen des Gases ändert, bezeichnet man diese Art von Arbeit als **Volumenarbeit** oder als **Volumenänderungsarbeit.** Für das Vorzeichen gilt die ↗ S. 212 genannte Regelung.

Da Arbeit am System verrichtet wird, gilt für den beschriebenen Fall: $W > 0$

Die Volumenarbeit kann berechnet werden mit den Gleichungen

$W = -p \cdot \Delta V$ (für p = konst.) *oder* $W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,(V)\,\mathrm{d}V$

p Druck im Gas V Volumen des Gases

Eine in einer Luftpumpe eingeschlossene Luftmenge wird durch langsames Hineindrücken des Kolbens von 80 cm^3 auf 20 cm^3 komprimiert. Der anfängliche Druck beträgt 1000 hPa.

a) Zeichnen Sie für diese Zustandsänderung das p-V-Diagramm!
b) Wie groß ist die zur Kompression erforderliche Arbeit?

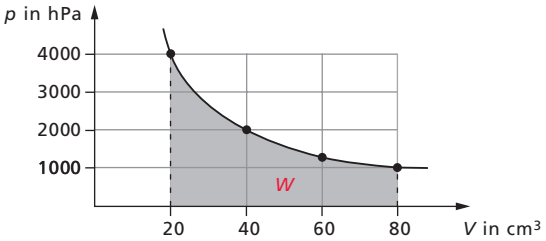
Eine langsame Kompression oder Expansion kann man näherungsweise als **isotherme Zustandsänderung** ansehen. Bei schneller Kompression liegt meist eine **adiabatische Zustandsänderung** vor.

Analyse:
Für eine isotherme Zustandsänderung (T = konstant) gilt $p \cdot V$ = konstant oder $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$. Daraus ergeben sich Wertepaare für p und V. Die mechanische Arbeit kann man durch Auszählen der Fläche unter dem Graphen ermitteln oder mit der oben genannten Gleichung berechnen, wobei zu beachten ist, dass sich der Druck mit Veränderung des Volumens ändert.

Lösung:
a) Es ergeben sich z. B. folgende Wertepaare:

V in cm^3	80	60	40	20
p in hPa	1000	1333	2000	4000

Damit erhält man folgendes Diagramm:



Es empfiehlt sich, die auf den Achsen abgetragenen Einheiten so umzurechnen, dass man eine gebräuchliche Einheit für die **mechanische Arbeit** erhält.

b) Durch Auszählen der Fläche unter dem Graphen erhält man für die mechanische Arbeit einen Betrag von etwa 11 Nm. Für die Berechnung ist folgende Gleichung anzuwenden:

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,(V)\,\mathrm{d}V$$

Mit $p\,(V) = \frac{p_1 \cdot V_1}{V}$ erhält man: $W = -p_1 \cdot V_1 \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V}\,\mathrm{d}V$

Die Integration ergibt:

$$W = [-p_1 \cdot V_1 \cdot \ln V]_{V_1}^{V_2} = (-p_1 \cdot V_1) \cdot (\ln V_2 - \ln V_1)$$

$$W = -1000\ \text{hPa} \cdot 80\ \text{cm}^3 \cdot (-1{,}39)$$

$$W = 11{,}1\ \text{Nm}$$

$\ln V_2 - \ln V_1 = \ln \frac{V_2}{V_1}$

Für die Einheiten gilt:

$1\ \text{hPa} \cdot 1\ \text{cm}^3$

$= 10^2\ \text{Pa} \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3$

$= 10^{-4}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^2}$

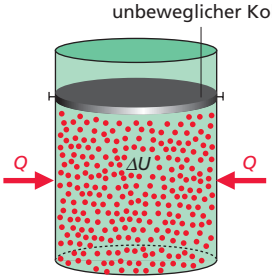
$= 10^{-4}\ \text{Nm}$

Ergebnis:
Beim Komprimieren der Luft muss eine Arbeit von etwa 11 Nm verrichtet werden.

Wärme bei konstantem Volumen

Wir betrachten ein Gefäß mit unbeweglichem Kolben. Das Gas kann damit bei Wärmezufuhr nicht expandieren und daher auch keine mechanische Arbeit verrichten ($W = 0$). Wird Wärme auf das Gas übertragen, dann muss das nach dem 1. Hauptsatz zur Erhöhung der inneren Energie führen:

$$\Delta U = Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T$$



Aus der **Zustandsgleichung des idealen Gases** (↗ S. 194) folgt für V = konstant:

$\frac{p}{T}$ = konstant

oder

$p \sim T$

Mit Erhöhung der Temperatur nimmt folglich der Druck im Gas zu.

Für die spezifische Wärmekapazität muss derjenige Wert genommen werden, der experimentell bei konstantem Gasvolumen ermittelt wurde.

Unter der Bedingung, dass sich das Volumen eines Gases nicht ändert, gilt für die Änderung der inneren Energie ΔU des Gases:

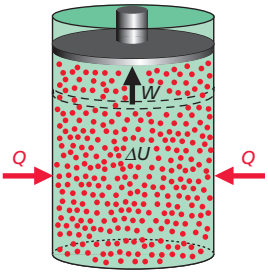
$\Delta U = Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T$

m	Masse des Gases
c_V	spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen
ΔT	Temperaturdifferenz

Wärme bei konstantem Druck

Führt man einem thermodynamischen System Wärme zu, dann wird sich nach dem 1. Hauptsatz im Allgemeinen seine innere Energie erhöhen und es wird infolge von Expansion mechanische Arbeit verrichten. Es gilt demzufolge bei Wärmezufuhr und konstantem Druck:

$$\Delta U = W + Q$$



Aus der **Zustandsgleichung des idealen Gases** (↗ S. 194) folgt für p = konstant:

$\frac{V}{T}$ = konstant

oder

$V \sim T$

Mit Erhöhung der Temperatur wächst folglich das Volumen des Gases.

Die zugeführte Wärme kann wie üblich mit der Gleichung $Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$ berechnet werden.

Der Quotient $c_p : c_V$ wird als **Adiabatenexponent** bezeichnet. Für zweiatomige Gase hat er einen Wert von etwa 1,4. Die Differenz von c_p und c_V für ein Gas ist gleich der **spezifischen Gaskonstanten** R_s:

$R_s = c_p - c_V$

Unter der Bedingung, dass sich der Druck in einem Gas nicht ändert, gilt für die zugeführte oder abgegebene Wärme Q:

$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$

m Masse des Gases
c_p spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck
ΔT Temperaturdifferenz

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik für verschiedene Zustandsänderungen des idealen Gases

Das ideale Gas kann isochoren, isothermen, isobaren oder adiabatischen Zustandsänderungen (↗ S. 194 f.) unterliegen. Auf jede dieser Zustandsänderungen kann der 1. Hauptsatz der Thermodynamik angewendet werden. Es ergibt sich damit eine Aussage über das energetische Verhalten und die Austauschprozesse beim jeweiligen System.

Isochore Zustandsänderung: Bei einer solchen Zustandsänderung bleibt das Volumen V = konstant. Daher wird auch keine Volumenarbeit verrichtet. Es ist also $W = 0$. Somit folgt aus dem 1. Hauptsatz:

$$\Delta U = Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T$$

Unter ungünstigen Umständen kann eine fast leere Gasflasche gefährlicher auf Wärmezufuhr reagieren als eine gefüllte, weil gilt:

$\Delta T \sim \frac{1}{m}$

Das Treibgas in einer Sprayflasche kann nicht expandieren. Wird einer solchen Flasche Wärme zugeführt, dann erhöht sich die Temperatur und die innere Energie des Gases. Mit der Temperatur steigt ebenfalls der Gasdruck. Damit besteht bei zu großer Erwärmung Explosionsgefahr. Deshalb findet man auf solchen Flaschen den unbedingt einzuhaltenden Hinweis, dass sie keinesfalls Temperaturen über 50 °C ausgesetzt werden dürfen.

Isotherme Zustandsänderung: Bei einer solchen Zustandsänderung bleibt die Temperatur T = konstant. Damit ändert sich auch die innere Energie nicht ($\Delta U = 0$). Daher wird die gesamte dem Gas zugeführte Wärme in mechanische Arbeit oder umgekehrt, die gesamte am Gas verrichtete Arbeit in Wärme umgewandelt. Aus $\Delta U = W + Q$ folgt mit $\Delta U = 0$:

$$Q = -W \qquad \text{oder} \qquad W = -Q$$

Wärme und Arbeit sind bei isothermen Zustandsänderungen entgegengesetzt gerichtet. Fließt Wärme in das System, dann verrichtet es mechanische Arbeit. Wird am System mechanische Arbeit verrichtet, dann gibt es Wärme an die Umgebung ab.

Ein Beispiel für einen solchen isothermen Prozess ist näherungweise die Ausdehnung des Dampfes im Kolben einer Dampfmaschine.

Die Gleichung zur Berechung der Arbeit kann man, ausgehend von der allgemeinen Arbeitsdefinition (↗ S. 96), herleiten.

Bei einer isothermen Zustandsänderung des idealen Gases gilt für die mechanische Arbeit *W*:

$W = m \cdot R_s \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ oder $W = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

m	Masse des Gases	p_1	Druck im Ausgangszustand
R_s	spezifische Gaskonstante	V_1	Volumen im Ausgangszustand
T	Temperatur des Gases	V_2	Volumen im Endzustand

Hinweise zur Herleitung der rechts genannten Gleichung für die mechanische Arbeit bei einer **isothermen Zustandsänderung** sind auf S. 216f. zu finden.

Isobare Zustandsänderung: Bei einer solchen Zustandsänderung bleibt der Druck p = konstant. Man kann eine isobare Zustandsänderung modellhaft in drei Teilschritte zerlegen:

a) Dem Gas wird bei konstantem Druck Wärme zugeführt:
$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$

b) Durch die Wärmezufuhr erhöht sich zunächst die innere Energie des Gases bei konstantem Volumen:
$\Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T$

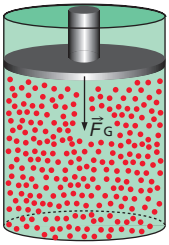
c) Anschließend führt die Temperaturerhöhung im Gas zu einer Expansion, bei der vom Gas mechanische Arbeit verrichtet wird:
$W = -p \cdot \Delta V$

Ein Beispiel für eine **isobare Zustandsänderung** ist die Erwärmung der Luft in einem Zimmer.

In der Realität laufen diese drei Teilschritte gleichzeitig ab. Das Resultat ist jedoch mit dem betrachteten Modellvorgang identisch. Damit ergibt sich aus dem 1. Hauptsatz $\Delta U = Q + W$:

$m \cdot c_V \cdot \Delta T = m \cdot c_p \cdot \Delta T - p \cdot \Delta V$

In einem Zylinder mit beweglichem Kolben sind 5 kg trockene Luft eingeschlossen. Welche Arbeit wird verrichtet, wenn diese Luft im Zylinder von 15 °C auf 60 °C erwärmt wird?



Analyse:
Wir gehen davon aus, dass die Zustandsänderung isobar verläuft, der Druck also konstant bleibt, da er nur durch die Gewichtskraft des beweglichen Kolbens bestimmt wird. Damit kann die oben genannte Gleichung für eine isobare Zustandsänderung angewendet werden. Zu beachten ist dabei, dass bei Erwärmung die Arbeit vom Gas verrichtet wird. Die spezifischen Wärmekapazitäten für Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen müssen einem Tabellenwerk entnommen werden.
Angenommen wird auch, dass sich der Kolben im Zylinder reibungsfrei bewegt.

Nur trockene Luft verhält sich näherungsweise wie das **ideale Gas.** Bei Luft mit bestimmter Luftfeuchtigkeit treten z. B. durch Kondensation und Verdunstung zusätzliche Effekte auf, die beim Wetter eine erhebliche Rolle spielen.

Für Temperaturdifferenzen gilt:
$\Delta\vartheta = \Delta T$

Gesucht: W
Gegeben: $m = 5\ \text{kg}$
$\vartheta_1 = 15\ °\text{C}$
$\vartheta_2 = 60\ °\text{C} \rightarrow \Delta T = 45\ \text{K}$
$c_p = 1{,}01\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
$c_V = 0{,}72\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

Lösung:

$$\Delta U = Q + W$$
$$m \cdot c_V \cdot \Delta T = m \cdot c_p \cdot \Delta T + W$$

Die Umstellung nach der Arbeit W ergibt:

$$W = m \cdot c_V \cdot \Delta T - m \cdot c_p \cdot \Delta T = m \cdot \Delta T (c_V - c_p)$$
$$W = 5\ \text{kg} \cdot 45\ \text{K} \cdot (0{,}72 - 1{,}01)\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$
$$W = -65{,}3\ \text{kJ}$$

Für die Einheiten gilt:
1 kJ = 1 000 J
1 J = 1 Nm

Ergebnis:
Vom Gas im Zylinder wird beim Erwärmen der Luft um 45 K eine Arbeit von ca. –65 300 Nm verrichtet. Das negative Vorzeichen bedeutet: Es wird Arbeit vom Gas verrichtet.

Adiabatische Zustandsänderung: Bei einer solchen Zustandsänderung erfolgt kein Wärmeaustausch mit der Umgebung. Es gilt also $Q = 0$. Das ist über einen längeren Zeitraum hinweg technisch schwer realisierbar. Es gibt aber eine Reihe schnell ablaufender Prozesse, die sich in guter Näherung adiabatisch verhalten, weil dem physikalischen System keine Zeit bleibt, einen größeren Anteil Wärme durch Wärmeleitung, Wärmeströmung oder Wärmestrahlung mit der Umgebung auszutauschen.



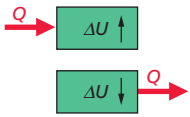
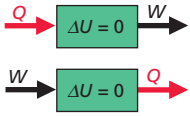
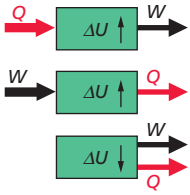
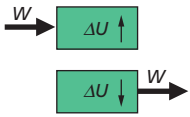
In einem **pneumatischen Feuerzeug** wird durch sehr schnelles Hineinstoßen eines Kolbens eine solche Temperatur erreicht, dass sich ein benzingetränkter Wattebausch entzündet und sich dann das Gas explosionsartig ausdehnt.

Im Zylinder eines **Dieselmotors** wird das gasförmige Kraftstoff-Luft-Gemisch schlagartig und damit nahezu adiabatisch verdichtet. Dabei erhöht sich seine innere Energie und damit seine Temperatur bis zur Zündtemperatur des Kraftstoff-Luft-Gemisches. Weitere Beispiele für adiabatische Kompression findet man bei Turbinen und Kompressoren. Auch in einem **pneumatischen Feuerzeug** (Bild links) findet eine adiabatische Kompression statt.

Aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik $\Delta U = W + Q$ folgt mit $Q = 0$:

$$\Delta U = W$$

Bei einer **adiabatischen Kompression** vergrößert sich die innere Energie und damit die Temperatur z. T. erheblich, wie die Beispiele Dieselmotor und pneumatisches Feuerzeug zeigen. Die Vergrößerung der inneren Energie ist gleich der am System verrichteten Arbeit. Bei einer **adiabatischen Expansion** verringert sich dagegen die innere Energie und damit die Temperatur. Die Verringerung der inneren Energie ist gleich der vom System verrichteten Arbeit.

Zustandsänderungen des idealen Gases im Überblick			
Zustandsänderung	**energetischen Verhalten des Systems**	**Verhalten von Druck, Volumen und Temperatur**	**Beispiele für Energieströme**
isochor (V = konstant)	$W = 0$ $\Delta U = Q$ mit $Q = m \cdot c_V \cdot \Delta T$ Wärme wird in innere Energie oder innere Energie wird in Wärme umgewandelt.	V = konstant $\frac{p}{T}$ = konstant Bei Wärmezufuhr vergrößern sich p und T, bei Wärmeabgabe verkleinern sie sich.	Erwärmung des Gases in einer Gasflasche 
isotherm (T = konstant)	$\Delta U = 0$ $Q = -W$ oder $W = -Q$ Wärme wird in mechanische Arbeit oder mechanische Arbeit wird in Wärme umgewandelt.	T = konstant $p \cdot V$ = konstant Bei Wärmezufuhr nimmt V zu und p ab, bei Wärmeabgabe nimmt p zu und V ab.	Ausdehnung des Dampfes im Kolben einer Dampfmaschine 
isobar (p = konstant)	$\Delta U = Q + W$ mit $\Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T$ $Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$ $W = -p \cdot \Delta V$ Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, z. B. Wärme wird in innere Energie und Arbeit umgewandelt.	p = konstant $\frac{V}{T}$ = konstant Bei Wärmezufuhr werden V und T größer, bei Wärmeabgabe kleiner.	Erwärmung der Luft in einem Zimmer 
adiabatisch ($Q = 0$)	$Q = 0$ $\Delta U = W$ Innere Energie wird in mechanische Arbeit oder mechanische Arbeit in innere Energie umgewandelt.	$\frac{p \cdot V}{T}$ = konstant (alle drei Größen ändern sich) Bei mechanischer Arbeit am System wachsen p und T, V nimmt ab.	Verdichtungstakt bei einem Verbrennungsmotor 

3.4.2 Kreisprozesse

Die ersten Versuche zur Konstruktion einer **Dampfmaschine** machte der Franzose DENIS PAPIN (1627–1712) um 1690, lange bevor der 1. Hauptsatz bekannt war. Eine Weiterentwicklung war die atmosphärische Dampfmaschine des Engländers THOMAS NEWCOMEN (1663–1729). Bedeutende Fortschritte erzielte im 18. Jahrhundert der schottische Techniker JAMES WATT (1736–1819).

Aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik folgt: Durch Zufuhr von Wärme kann man erreichen, dass ein thermodynamisches System seine innere Energie ändert oder mechanische Arbeit verrichtet. Diese Einsicht ermöglicht die Konstruktion von Maschinen, die bei Wärmezufuhr mechanische Arbeit verrichten. Man bezeichnet solche Maschinen als **Wärmekraftmaschinen.**

Beispiele für Wärmekraftmaschinen sind die historisch bedeutsamen **Dampfmaschinen,** die in Kraftwerken genutzten **Dampfturbinen** und **Gasturbinen,** die verschiedenen Arten von **Motoren** (Ottomotor, Dieselmotor, Heißluftmotor), die in Flugzeugen genutzten **Strahltriebwerke** sowie auch **Kühlmaschinen.**





Damit in einer solchen Wärmekraftmaschine kontinuierlich Wärme in mechanische Arbeit umgewandelt wird, müssen in ihr periodische Vorgänge so ablaufen, dass
– immer wieder der Ausgangszustand hergestellt wird und
– dabei mechanische Arbeit abgegeben wird.
Das ist nur durch eine geschickte Abfolge verschiedener Zustandsänderungen möglich.

Dabei ist zwischen realen Kreisprozessen (z. B. beim Ottomotor) und idealen Kreisprozessen (für das ideale Gas) zu unterscheiden.

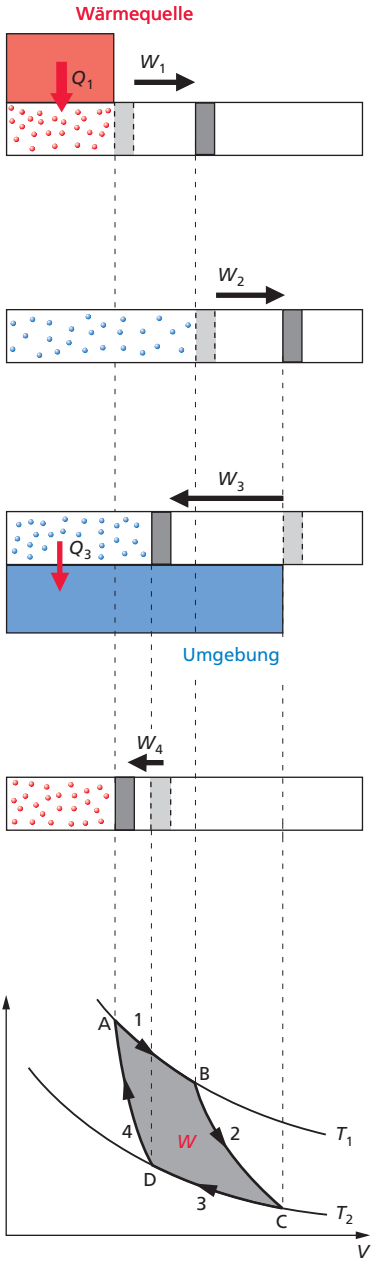
Man bezeichnet eine Abfolge von Zustandsänderungen, bei der wieder der Ausgangszustand erreicht wird, als **Kreisprozess.** Nach einem vollständigen Kreisprozess gilt: Die Änderungen von Temperatur, Druck, Volumen und innerer Energie sind null.

Solche Kreisprozesse laufen in allen Wärmekraftmaschinen ab.

Der carnotsche Kreisprozess

Benannt ist dieser Kreisprozess nach dem französischen Wissenschaftler SADI CARNOT (1796–1832).

Bei allen Wärmekraftmaschinen wird ein möglichst hoher Wirkungsgrad angestrebt. S. CARNOT fand und beschrieb einen idealen Kreisprozess, der unter allen möglichen dieser Prozesse den größten Wirkungsgrad besitzt. Der **carnotsche Kreisprozess** setzt sich aus vier Zustandsänderungen zusammen, die in der nachfolgenden Übersicht beschrieben sind.

Zustandsänderung	Beschreibung des Vorganges	Darstellung
1. Isotherme Expansion	Ein Zylinder mit beweglichem Kolben wird mit einer Wärmequelle verbunden. Q_1 wird auf das Gas übertragen. Es dehnt sich bei der Temperatur T_1 aus und verrichtet die Arbeit W_1.	
2. Adiabatische Expansion	Das Gas im Zylinder dehnt sich adiabatisch aus. Seine Temperatur verringert sich auf T_2, es wird die Arbeit W_2 verrichtet.	
3. Isotherme Kompression	Am Gas wird die Arbeit W_3 verrichtet. Bei der Temperatur T_2 wird die entstehende Wärme Q_3 an die Umgebung abgegeben.	
4. Adiabatische Kompression	Am Gas wird die Arbeit W_4 verrichtet. Die Temperatur erhöht sich auf den Anfangswert T_1. Damit ist der Ausgangszustand wieder erreicht.	
Die Zustandsänderungen kann man in einem p-V-Diagramm darstellen: – Die Fläche unter ABC entspricht der bei Expansion verrichteten Arbeit. – Die Fläche unter CDA entspricht der bei Kompression zugeführten Arbeit. – Die Differenz beider Flächen (grau markiert) ergibt die nach außen abgegebene Arbeit W.		

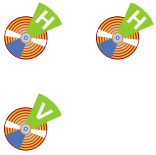
Insgesamt wird beim carnotschen Kreisprozess nur ein Teil der zugeführten Wärme in mechanische Arbeit umgewandelt. Diese Aussage gilt für beliebige Kreisprozesse bei Wärmekraftmaschinen.

> Bei einem Kreisprozess erfolgt die Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit nie vollständig, sondern stets nur teilweise.

Weitere Kreisprozesse

Neben dem carnotschen Kreisprozess gibt es weitere Kreisprozesse, die bei Wärmekraftmaschinen genutzt werden. Das sind z. B. der **stirlingsche Kreisprozess,** der **Gasturbinenprozess** oder der Kreisprozess bei einem **Viertakt-Verbrennungsmotor**. Der besonders einfach überschaubare **stirlingsche Kreisprozess,** ebenfalls ein idealer Kreisprozess, stellt eine Abfolge von isothermen und isochoren Zustandsänderungen dar.

Benannt ist dieser **Kreisprozess** nach dem schottischen Pfarrer und Gelehrten ROBERT STIRLING (1790–1868), Er wird beim **STIRLING-Motor,** auch **Heißluftmotor** genannt, genutzt. Dabei ist zu beachten: Meist wird heute als Arbeitsstoff nicht Luft, sondern Helium verwendet.



1. In einem Zylinder wird Gas der Temperatur T_1 Wärme zugeführt. Das Gas expandiert isotherm unter Verrichtung mechanischer Arbeit vom Volumen V_1 auf das Volumen V_2 (siehe p-V-Diagramm unten).

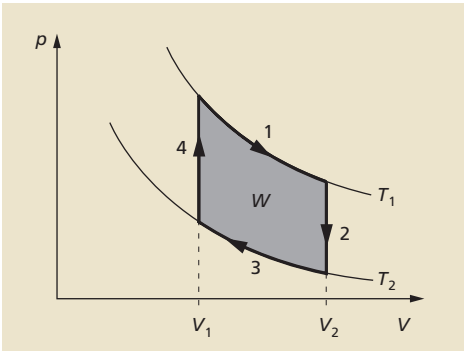
2. Das Gas wird isochor unter Abgabe von Wärme auf die Temperatur T_2 abgekühlt.

3. Am Gas wird mechanische Arbeit verrichtet. Dabei wird es solange komprimiert, bis es das Ausgangsvolumen V_1 wieder erreicht hat. Bei der isothermen Kompression muss es Wärme an die Umgebung abgeben.

4. Durch Zufuhr von Wärme wird das Gas isochor auf die Anfangstemperatur T_1 erwärmt. Damit ist der Ausgangszustand wieder erreicht.

Der Vorteil eines nach dem stirlingschen Kreisprozess arbeitenden **Heißluftmotors** (Foto links) besteht in seinem einfachen Aufbau und in dem hohen Wirkungsgrad, der Nachteil in der geringen Leistung. Solche Heißluftmotoren werden gegenwärtig nur in speziellen Bereichen genutzt, z. B. in Kombination mit Solaranlagen.





Der thermische Wirkungsgrad

Wärmekraftmaschinen sind Energiewandler, bei denen Wärme zugeführt und mechanische Arbeit verrichtet wird.

Weitere Hinweise zum **Wirkungsgrad** sind ↗ S. 98 zu finden. Der Begriff „thermischer Wirkungsgrad" verdeutlicht nur die Anwendung auf einen speziellen Bereich der Thermodynamik.

Der Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine gibt an, welcher Anteil der zugeführten Wärme als mechanische Arbeit genutzt werden kann.

$\eta = \frac{W}{Q}$ W verrichtete Arbeit Q zugeführte Wärme

Untersuchungen zeigen, dass der Wirkungsgrad von Wärmekraftmaschinen nur von den Temperaturen T_1 und T_2 (p-V-Diagramme ↗ S. 223, 224) abhängig ist, bei denen Wärme zugeführt bzw. abgegeben wird. Für den **maximalen Wirkungsgrad,** der bei Kreisprozessen erreicht wird, gilt:

Die **Temperatur** T_1 ist höher als die Temperatur T_2. Demzufolge ist

$$\frac{T_2}{T_1} < 1$$

und damit der **Wirkungsgrad** stets positiv und kleiner 1.

Der thermische Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine kann berechnet werden mit den Gleichungen

$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ oder $\eta = 1 - \frac{|Q_{ab}|}{Q_{zu}}$

T_1 Temperatur bei Wärmezufuhr Q_{ab} abgegebene Wärme
T_2 Temperatur bei Wärmeabgabe Q_{zu} zugeführte Wärme

Der Wirkungsgrad ist demzufolge besonders hoch, wenn die Temperatur T_1 möglichst hoch und die Temperatur T_2 möglichst niedrig ist, die Temperaturdifferenz also möglichst groß ist. Darüber hinaus ist zu beachten: Die angegebenen Gleichungen gelten nur für einen idealen Kreisprozess. Reale Wärmekraftmaschinen besitzen infolge der Reibung und der Wärmeverluste einen z. T. wesentlich niedrigeren Wirkungsgrad.

Einzusetzen ist immer die absolute Temperatur in Kelvin:
0 °C = 273 K

Beträgt z. B. bei einem Dieselmotor $\vartheta_1 = 650\,°C$ und $\vartheta_2 = 120\,°C$, so erhält man als Wirkungsgrad:

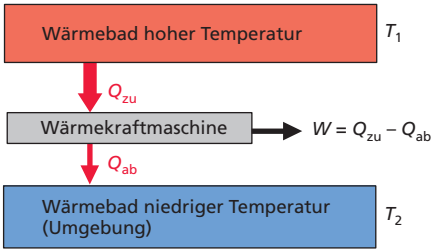
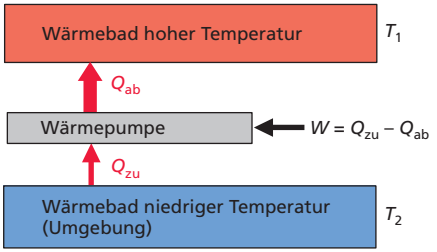
$$\eta = 1 - \frac{393\ K}{923\ K} = 0{,}57$$

Der real erreichte Wirkungsgrad liegt aber nur bei etwa 0,4 oder 40 %.

Wärmepumpen

Wärmepumpen werden in zunehmendem Maße vor allem zur Heizung von Gebäuden genutzt. Die Wärme wird dem Grundwasser, dem Boden oder der Luft entnommen.

Eine Wärmekraftmaschine, die mechanische Arbeit verrichten soll, nimmt bei hoher Temperatur Wärme auf, verrichtet mechanische Arbeit und gibt bei tiefer Temperatur Wärme ab. Es lassen sich auch Maschinen bauen, mit deren Hilfe man diesen Wärme- und Arbeitsfluss umkehren kann. Die Maschinen nehmen bei tiefer Temperatur Wärme auf, ihnen fließt mechanische Arbeit zu und sie geben bei einer höheren Temperatur Wärme ab. Solche Maschinen werden als **Wärmepumpen** bezeichnet. Der Energiefluss bei diesen beiden Arten von Maschinen ist S. 226 oben gegenübergestellt.

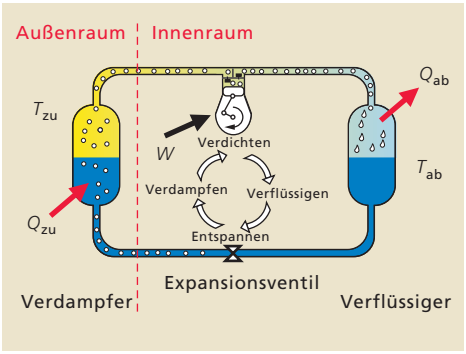
Energiefluss bei einer Wärmekraftmaschine, die Arbeit verrichten soll	Energiefluss bei einer Wärmepumpe, bei der Arbeit zugeführt wird
	

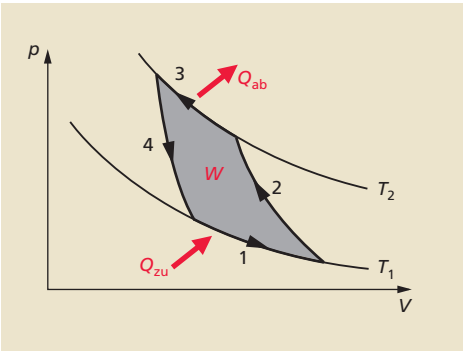
Wärmepumpen und **Kühlschränke** besitzen den gleichen grundsätzlichen Aufbau. Während aber eine Wärmepumpe im Außenraum Wärme aufnimmt und sie mit höherer Temperatur im Innenraum abgibt, wird bei einem Kühlschrank innen Wärme aufgenommen und an die Umgebung abgegeben, also Wärme von innen nach außen transportiert.

Eine Wärmepumpe durchläuft wie Wärmekraftmaschinen einen Kreisprozess mit vier Zustandsänderungen:

1. Ein Arbeitsstoff der Temperatur T_1 nimmt Wärme aus der Umgebung auf und vergrößert isotherm sein Volumen.
2. Anschließend wird der Arbeitsstoff durch einen Kompressor schnell und damit nahezu adiabatisch verdichtet, wobei seine Temperatur auf den Wert T_2 ansteigt. Dazu muss Kompressionsarbeit (Volumenarbeit) verrichtet werden.
3. Bei der höheren Temperatur T_2 gibt der Arbeitsstoff Wärme ab und wird weiter isotherm verdichtet.
4. Anschließend wird der Arbeitsstoff schlagartig und damit wieder nahezu adiabatisch entspannt und kühlt auf die Ausgangstemperatur T_1 ab.

Der Stoff- und Energiefluss und das *p*-*V*-Diagramm dieses Prozesses sind in den Skizzen unten dargestellt. Der Vergleich mit dem carnotschen Kreisprozess (↗ S. 222 f.) zeigt: Die hier beschriebene Wärmepumpe durchläuft den carnotschen Kreisprozess in umgekehrter Richtung.
Reale Wärmepumpen arbeiten meist mit schon bei niedrigen Temperaturen verdampfenden bzw. kondensierenden Arbeitsstoffen, da beim Sieden bzw. Kondensieren besonders viel Wärme vom Arbeitstoff aufgenommen bzw. abgegeben werden kann.





Wärmekraftwerke

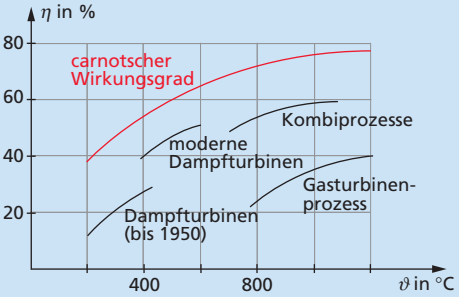
Elektrische Energie wird heute vorrangig aus der chemischen Energie von fossilen Brennstoffen (Steinkohle, Braunkohle, Erdgas) und aus Kernenergie gewonnen. Die physikalisch-technische Grundlage dafür ist der **Kraftwerksprozess,** der im Bild unten für ein Kraftwerk mit Wärme-Kraft-Kopplung dargestellt ist. Zu unterscheiden sind

- Dampfkraftwerke mit Dampfturbinen,
- Gasturbinenkraftwerke,
- Kombikraftwerke mit Antrieb durch Gas- und Dampfturbinen,
- Blockkraftwerke mit Antrieb durch Verbrennungsmotoren.

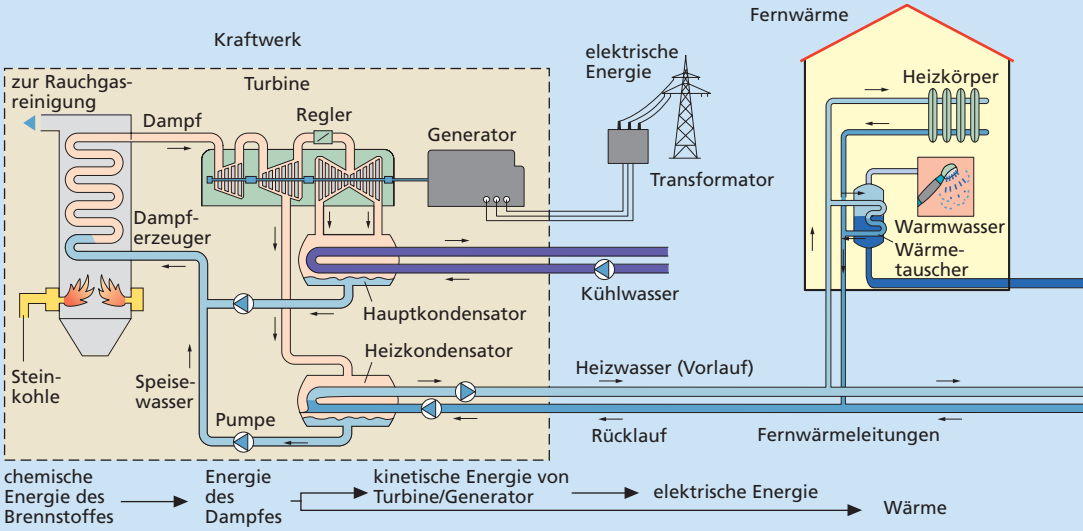
Eine besonders effektive Nutzung der eingesetzten Energie wird durch Wärme-Kraft-Kopplung erreicht, bei der ein Teil der Prozesswärme für Heizzwecke genutzt wird, so wie das unten dargestellt ist.

Als Beispiel für ein modernes Wärmekraftwerk sei das 1994 in Betrieb genommene Steinkohlekraftwerk Rostock genannt. In diesem Kraftwerk werden stündlich 150 t Steinkohle verbrannt und damit 1650 t Dampf erzeugt. Der Frischdampf hat eine Temperatur von 545 °C bei einem Druck von 260 bar. Er wird einer einwelligen Turbinenanlage zugeführt, die mit einem Generator verbunden ist. Dieser liefert bei einer Spannung von 21 kV eine elektrische Leistung von 510 MW. Bei reiner Stromerzeugung beträgt der Wirkungsgrad des Gesamtprozesses 43,2 %. Bezieht man die maximale Wärmeauskopplung von 300 MW mit ein, so erhöht sich der Wirkungsgrad auf maximal 62 %. Bei geringerer Wärmeauskopplung vermindert sich auch der Wirkungsgrad. So beträgt er beispielsweise bei 150 MW Wärmeauskopplung immerhin noch 53 %.

Das folgende Diagramm zeigt die Wirkungsgrade verschiedener Wärmekraftwerke im Vergleich zum theoretisch möglichen maximalen Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Prozesstemperatur.



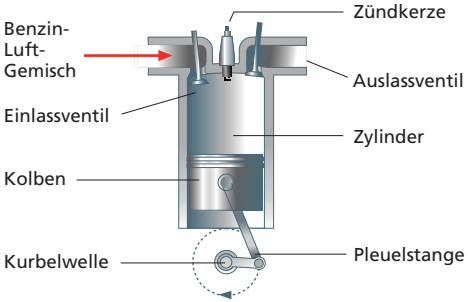
Besonders effektiv sind Gasturbinenkraftwerke, bei denen durch eine nachgeschaltete Dampfturbine die Energie der Abgase genutzt wird. Solche GuD-Kraftwerke erreichen Wirkungsgrade von bis zu 60 %. Genauere Informationen zu einzelnen Kraftwerksarten bzw. Kraftwerken findet man im Internet unter den Adressen der großen Energieversorger (z. B. **www.vattenfall.de**, **www.eon.com** oder **www.rwe.de**).



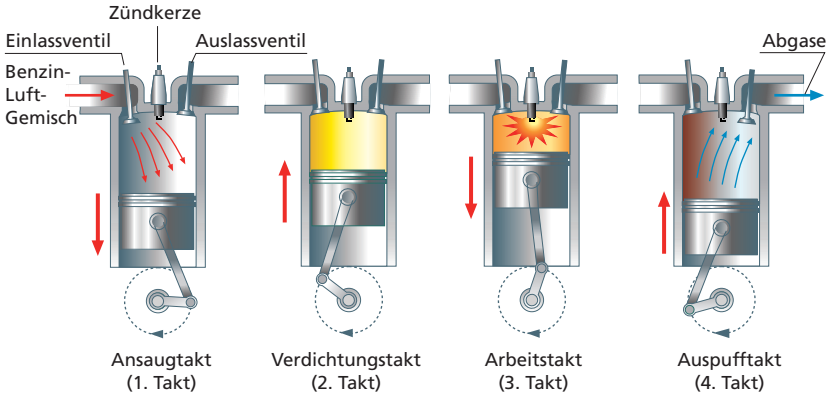
Ottomotor

Den ersten mit einem Benzinmotor betriebenen „Motorwagen" konstruierten im Jahre 1886 CARL BENZ (1844–1929), GOTTLIEB DAIMLER (1834–1900) und WILHELM MAYBACH (1846–1929).

Ottomotoren, benannt nach dem deutschen Erfinder NIKOLAUS AUGUST OTTO (1832–1891), gibt es als Zweitakt- und als Viertaktmotoren. Sie werden zum Antrieb von Motorrädern, Pkw, Booten usw. genutzt.
Die wichtigsten Teile eine Ottomotors sind in der Skizze dargestellt.



Bei einem Ottomotor wird im Vergaser ein Benzin-Luft-Gemisch erzeugt und in den Zylinder eingebracht. Dieses Benzin-Luft-Gemisch wird im Zylinder durch elektrische Funken zwischen den Elektroden der Zündkerze gezündet. Es verbrennt, dehnt sich dabei aus und bewegt den Kolben.
Die Skizzen zeigen die prinzipielle Wirkungsweise eines Viertakt-Ottomotors.



Eine weitere Art von Verbrennungsmotor ist der **Wankelmotor,** benannt nach seinem Erfinder FELIX WANKEL (1902–1988).

Ottomotoren gibt es auch als **Zweitaktmotoren.** Sie werden z. B. bei Mopeds und bei Motorrädern genutzt. Die wesentlichen Unterschiede gegenüber dem Viertaktmotor bestehen darin, dass

- aufgrund einer anderen Zylinderkonstruktion auf die Ventile verzichtet werden kann,
- das Ansaugen und Verdichten (1. Takt), sowie das Verrichten von Arbeit und das Ausstoßen der Abgase (2. Takt) in insgesamt 2 Takten erfolgt.

Reale Kreisprozesse

Die ↗S. 223 f. beschriebenen Kreisprozesse (carnotscher Kreisprozess, stirlingscher Kreisprozess) sind ideale Kreisprozesse, die in der Praxis bestenfalls angenähert ablaufen. Bei einem Ottomotor oder einer Gasturbine vollziehen sich ebenfalls Kreisprozesse, die allerdings nicht so klar zu überschauen sind. Als Beispiel betrachten wir einen Viertakt-Ottomotor (Bild 1).



***1** Moderner Viertakt-Ottomotor mit vier Zylindern*

Die in Bild 2 dargestellten Diagramme lassen sich den vier Takten zuordnen, die ↗S. 228 dargestellt sind.

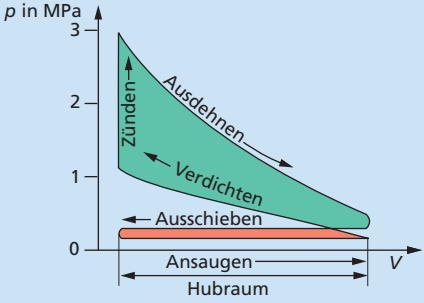
Beim **Ansaugen** vergrößert sich das Volumen, der Druck ist näherungsweise konstant und liegt etwas unterhalb des normalen Luftdrucks von ca. 100 kPa.

Bei dem anschließenden **Verdichten** verringert sich nicht nur das Volumen, sondern es erhöhen sich auch Temperatur und Druck. Geht man von einer durchschnittlichen Verdichtung von 1 : 10 aus, dann würde der Gasdruck im Zylinder ca. 10 x 100 kPa = 1000 kPa = 1 MPa betragen. Durch das **Zünden** erhöht sich der Gasdruck im Zylinder schlagartig. Es entstehen Temperaturen von bis zu 2500 °C und Drücke bis 6 MPa. Anschließend verringern sich Druck und Temperatur beim Ausdehnen. Im letzten Takt werden bei einem Druck oberhalb des normalen Luftdrucks die Verbrennungsgase ausgestoßen.

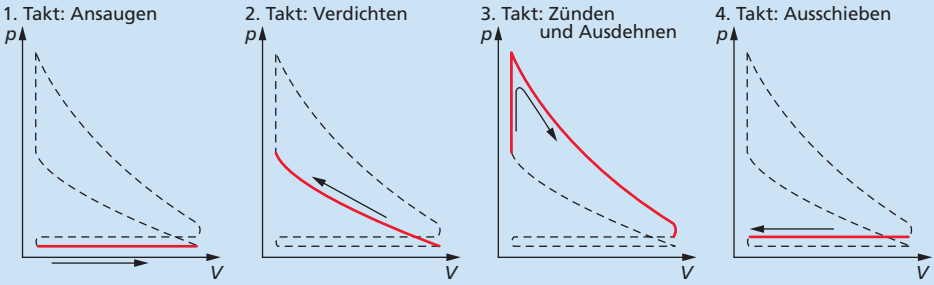
Nur im dritten der vier Takte wird Arbeit verrichtet (Bild 3). Diese wird zum Teil als Nutzarbeit verwendet, etwa zum Antrieb des Fahrzeugs und der Lichtmaschine. Der andere Teil ist erforderlich, um in allen Takten den Kolben gegen die Reibungswiderstände zu bewegen. Darüber hinaus ist auch Arbeit notwendig, um das Kraftstoff-Luft-Gemisch im 2. Takt zu verdichten.

Um einen möglichst runden Lauf des Motors zu gewährleisten, ordnet man die einzelnen Zylinder so an, dass sie mit wechselnden Arbeitstakten auf die Kurbelwelle wirken.

Bei modernen Motoren wird versucht, zum einen den Wirkungsgrad zu erhöhen und zum anderen den Ausstoß klimawirksamer und gesundheitsschädigender Stoffe zu verringern. Bei Ottomotoren soll durch die Direkteinspritzung des Kraftstoffs eine bessere Durchmischung und eine gleichmäßigere Verbrennung erreicht werden. Bei Dieselmotoren wird durch Partikelfilter angestrebt, den Ausstoß an Schadstoffen entscheidend zu verringern.



***3** Arbeitsdiagramm eines Viertakt-Ottomotors*



***2** Die Takte eines Viertakt-Ottomotors im Druck-Volumen-Diagramm*

Dieselmotor

Der erste Dieselmotor wurde 1897 konstruiert. Ab 1923 wurden die ersten Lkw und ab 1935 die ersten Pkw mit Dieselmotor gebaut. Der erste Pkw mit einem solchen Motor war der Mercedes-Benz 260 D.

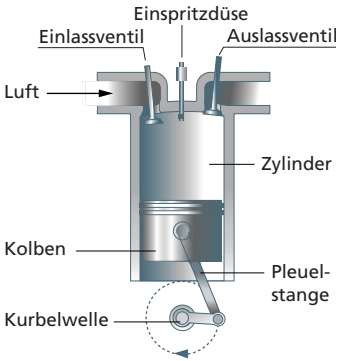
Eine weitere Art von Motor ist der **Heißluftmotor** oder **Stirlingmotor** (↗ S. 224).

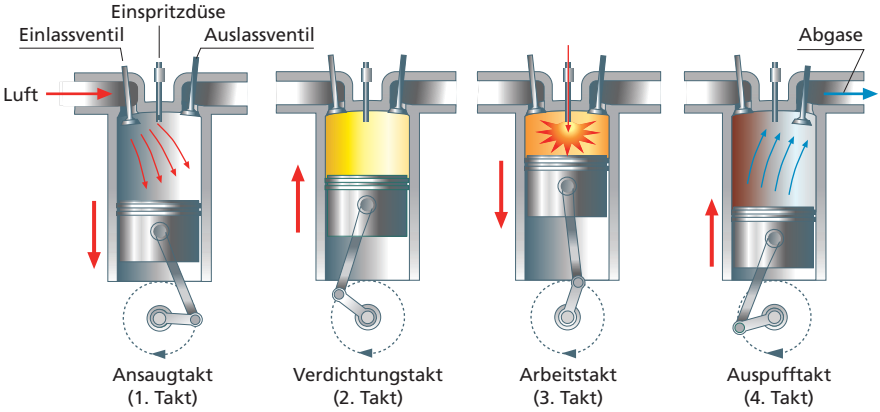
Dieselmotoren, benannt nach dem deutschen Erfinder RUDOLF DIESEL (1858–1913), gibt es ebenfalls als Zweitakt- und Viertaktmotoren. Sie werden u. a. zum Antrieb von Pkw, Lkw und Schiffen genutzt.

Im Unterschied zum Ottomotor besitzt der Dieselmotor keine Zündkerze und keinen Vergaser.

Vielmehr wird die im Zylinder angesaugte Luft so stark verdichtet, dass ihre Temperatur auf 500 °C bis 700 °C steigt. Bei dieser Temperatur wird der Treibstoff (Diesel) mithilfe einer Einspritzpumpe in den Zylinder eingespritzt. Der Treibstoff entzündet sich und verbrennt.

Die nachfolgenden Skizzen zeigen die prinzipielle Wirkungsweise eines Viertakt-Dieselmotors.

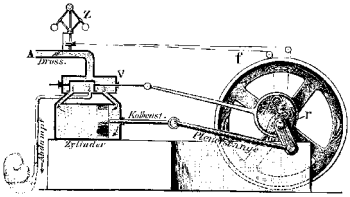




Dampfmaschine

JAMES WATT erfand u. a. den Fliehkraftregler, den Kondensator zur Abkühlung des Dampfes und ein Getriebe zur Umwandlung der Hin- und Herbewegung in eine Drehbewegung.

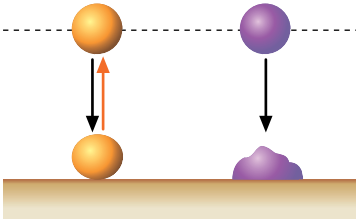
Eine historisch bedeutsame Wärmekraftmaschine ist die **Dampfmaschine,** die von dem Engländer JAMES WATT (1776–1819) so weiterentwickelt wurde, dass sie als Antriebsmaschine genutzt werden konnte. Umfangreich verwendet wurde sie z. B. bei Dampflokomotiven, aber auch als Antriebsmaschine in Fabriken, im Bergbau und bei Schiffen.



3.4.3 Der 2. und 3. Hauptsatz der Thermodynamik

Reversible und irreversible Vorgänge

In einem Gedankenexperiment lassen wir zwei verschiedene Kugeln aus der gleichen Höhe zu Boden fallen. Die eine Kugel bestehe aus völlig elastischem Gummi, die andere aus Knetmasse. Während die eine Kugel annähernd wieder ihren Ausgangszustand erreicht, bleibt die andere Kugel am Boden liegen.



Vorgänge in Natur und Technik, die von einem Ausgangszustand aus von allein wieder zu diesem Ausgangszustand führen, bezeichnet man als **reversible Vorgänge.**

Statt von reversiblen Vorgängen spricht man auch von **umkehrbaren Vorgängen.** Würde man einen solchen Vorgang filmen und den Film rückwärts ablaufen lassen, dann würde man keinen Unterschied zum tatsächlichen Vorgang erkennen.

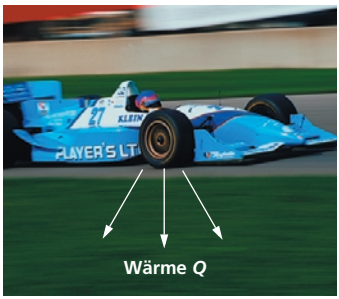
Die Bewegung der Kugel aus elastischem Gummi, die Schwingungen eines Federschwingers über einen kürzeren Zeitraum hinweg oder die Bewegung der Erde um die Sonne sind Vorgänge, bei denen nach einer bestimmten Zeit der Ausgangszustand von allein wieder erreicht wird. Es sind näherungsweise reversible Vorgänge.

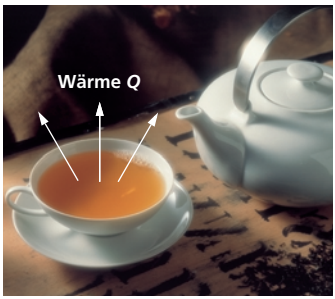
Neben diesen reversiblen Vorgängen gibt es auch viele Prozesse, die von selbst nur in einer bestimmten Richtung ablaufen. Ein Beispiel ist die oben dargestellte Kugel aus Knetmasse: Es ist nie beobachtet worden, dass eine unelastisch verformte Kugel von allein wieder ihre ursprüngliche Gestalt annimmt und in die Ausgangslage zurückkehrt.

Vorgänge in Natur und Technik, die von einem Ausgangszustand aus unbeeinflusst in einer bestimmten Richtung ablaufen und bei denen von allein der Ausgangszustand nicht wieder ereicht wird, nennt man **irreversible Vorgänge.**

Statt von irreversiblen Vorgängen spricht man auch von **nicht umkehrbaren Vorgängen.** Solche Vorgänge sind immer mit einer Abgabe von Wärme an die Umgebung verbunden.

Die Fotos zeigen Beispiele für solchen irreversiblen Vorgänge.





Ein Auto bremst ab (↗ Bild S. 231). Die an den Bremsbacken freigesetzte Reibungswärme wird an die Umgebung abgegeben. Aber noch nie wurde beobachtet, dass die Bremsen des Fahrzeuges aus der Umgebung Wärme aufnehmen und diese in Bewegungsenergie des Fahrzeuges umwandeln.
Eine Tasse mit heißem Tee (↗ Bild S. 231) kühlt langsam ab. Auch dabei wird Wärme an die Umgebung abgegeben. Der umgekehrte Prozess – die Aufnahme von Wärme aus der Umgebung und die Erwärmung des Tees über die Umgebungstemperatur – tritt nicht auf.

Auch bei irreversiblen Vorgängen lässt sich der Ausgangszustand wieder herstellen. Beim Auto müsste man Kraftstoff verbrennen, um es zu beschleunigen. Beim Tee müsste Wärme zugeführt werden. Das sind aber Vorgänge, die nicht von allein erfolgen.
Betrachtet man reversible und irreversible Vorgänge aus energetischer Sicht, dann gilt: Alle diese Vorgänge genügen dem Energieerhaltungssatz und speziell dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik. Es gilt aber auch:

Für reversible Vorgänge gilt der Energieerhaltungssatz der Mechanik. Genauere Untersuchungen zeigen aber: Reversible Vorgänge treten nur als Grenzfälle irreversibler Vorgänge auf.

> Der Energieerhaltungssatz erlaubt keine Entscheidung darüber, ob ein Vorgang reversibel oder irreversibel ist.

Um die Irreversibilität eines konkreten Prozesses genauer beschreiben zu können, ist die Einführung einer neuen physikalischen Größe erforderlich.

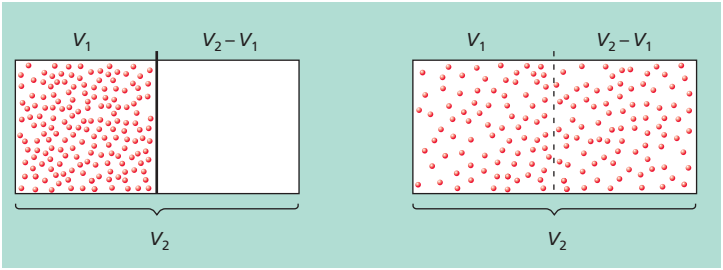
Die Entropie

Der Begriff **Entropie** wurde 1865 von RUDOLF CLAUSIUS (1822–1888) in die Physik eingeführt. Abgeleitet ist er vom griechischen entrépein = umwenden, umwandeln. CLAUSIUS selbst nutzte für die Größe auch den Terminus **Verwandlungswert.**

Die **Entropie** ist eine Größe, die für die Beschreibung von Vorgängen eine ähnliche Bedeutung wie die Energie hat.

> Die Entropie ist eine physikalische Größe, mit deren Hilfe man die Irreversibilität eines Vorganges kennzeichnen kann.
>
> Formelzeichen: S
> Einheit: ein Joule durch Kelvin ($1\ \frac{J}{K}$)

Zur Klärung des Begriffsinhalts betrachten wir folgenden Modellversuch:



In dem mittels einer Trennwand abgegrenzten Volumen V_1 befinden sich sehr viele Gasteilchen. Nach Entfernen der Trennwand werden sich die Gasteilchen im gesamten Volumen V_2 ausbreiten, wobei eine Gleichverteilung (↗ S. 201 f.) die wahrscheinlichste Verteilung ist. Die **Wahrscheinlichkeit,** dass sich alle Teilchen wieder im ursprünglichen Volumen V_1 versammeln, ist äußerst gering.

Ein zufällig herausgegriffenes Teilchen befindet sich mit einer Wahrscheinlichkeit von $w_2 = 1$ im Gesamtvolumen V_2. Die Wahrscheinlichkeit, es im halb so großen Volumen V_1 anzutreffen, ist nur $w_1 = \frac{1}{2}$. Dasselbe gilt auch für ein beliebiges zweites Teilchen. Die Wahrscheinlichkeit, beide Teilchen gleichzeitig in V_1 zu finden, beträgt dann nur noch:

$$w_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{oder} \quad w_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Für N Teilchen wäre diese Wahrscheinlichkeit:

$$w_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^N$$

Allgemein gilt: Ist w_1 die Wahrscheinlichkeit für einen Ausgangszustand und w_2 die Wahrscheinlichkeit für einen Endzustand, dann gibt das Verhältnis $W = w_2/w_1$ an, wie viel mal wahrscheinlicher der Endzustand als der Ausgangszustand eintreten wird.

Der Term $W = \frac{w_2}{w_1} \geq 1$ wird auch als **thermodynamische Wahrscheinlichkeit** bezeichnet, weil er sich auf Prozesse der Thermodynamik bezieht.

Die Wahrscheinlichkeit $W = w_2/w_1$ ist ein Maß für die Irreversibilität eines Prozesses. Je größer sie ist, desto unwahrscheinlicher ist die Rückkehr in den Ausgangszustand.

Dieser Zusammenhang wird zugleich für die Definition der physikalischen Größe **Entropie** genutzt.

Je größer für ein System die Wahrscheinlichkeit $W = w_2/w_1$ ist, desto größer soll die Änderung der Entropie ΔS des Systems sein, wenn es vom Ausgangszustand in den Endzustand gelangt. Es gilt:

$$\Delta S \sim \ln W$$

Aus verschiedenen Gründen hat man sich entschlossen, nicht die Wahrscheinlichkeit W, sondern den natürlichen Logarithmus von W als Maß für die Irreversibilität eines Prozesses zu nutzen.

Der oben beschriebene Modellversuch ergibt eine anschauliche Deutung der Entropieänderung: Vergrößert sich die Wahrscheinlichkeit des Zustandes eines Systems, so vergrößert sich auch seine Entropie, indem es von einem Zustand höherer Ordnung in einen solchen geringerer Ordnung übergeht. Damit ergeben sich für einen **irreversiblen Vorgang** drei Merkmale:

1. Wärme wird an die Umgebung abgegeben.
2. Das System gelangt in einen Zustand größerer Unordnung.
3. Die Energie und die Teilchen des Systems streben der wahrscheinlichsten Verteilung, der Gleichverteilung, zu.

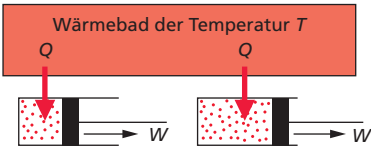
Im 19. Jahrhundert wurde breit die Frage diskutiert, ob das Universum einen **Wärmetod** erleidet. Hinweise dazu sind auf der CD zu finden.

Messung der Entropie

Bei dem beschriebenen Vorgang erfolgt eine isotherme Expansion.



Den Zusammenhang $\Delta S \sim \ln W$ kann man zwar für quantitative Betrachtungen, nicht aber für praktikable Messungen der Entropieänderung verwenden. Eine Messvorschrift ergibt sich aus folgender Überlegung:



Ein heißer Körper der Temperatur T gibt Wärme an ein Gas in einem Zylinder ab. Der frei bewegliche Kolben verschiebt sich. Die Gasteilchen verteilen sich auf einen größeren Raumbereich, die Entropie nimmt zu. Je mehr Wärme vom Gas aufgenommen wird, desto weiter dehnt sich das Gas aus und desto stärker nimmt seine Entropie zu. Es gilt:

$$\Delta S \sim Q$$

Bei hoher Temperatur vergrößert sich das Gasvolumen bei Zufuhr einer bestimmten Wärme Q weniger stark als bei niedrigerer Temperatur.

Dabei sind zwei Umstände besonders zu beachten:

- Die Volumenänderung im Gas hängt davon ab, bei welcher Temperatur T die Wärme zugeführt wird. Deshalb wird die Wärme auf die jeweilige Temperatur bezogen, also statt der Wärme Q der Quotient aus Wärme und jeweiliger Temperatur Q/T betrachtet.
- Der Vorgang muss sehr langsam ablaufen, damit keine Reibungswärme entsteht und die Wärmebilanz verfälscht. Der Vorgang ist somit reversibel.

Insgesamt kann man die Entropieänderung durch die Gleichung

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

ermitteln, wobei Q die Wärme ist, die das System bei einer bestimmten Temperatur T aufnimmt oder abgibt.

Der Term $\ln W$ ist eine reine Zahl, die Einheit von Q/T ist J/K (Joule/Kelvin). Beide Darstellungen lassen sich durch einen Proportionalitätsfaktor k in Übereinstimmung bringen. Dieser ist nach dem österreichischen Physiker LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906) benannt worden. Es ist die BOLTZMANN-Konstante:
$k = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$



Man kann die Entropieänderung einerseits durch den Term Q/T, andererseits durch die Proportionalität zu $\ln W$ kennzeichnen. Für die Änderung der Entropie ΔS gilt:

$\Delta S = k \cdot \ln W$ oder $\Delta S = \frac{Q}{T}$



k	BOLTZMANN-Konstante	Q	Wärme
W	Wahrscheinlichkeit	T	absolute Temperatur

Wie verändert sich die Entropie eines Körpers beim Schmelzen bzw. beim Erstarren?

Während sich beim Schmelzen der Ordnungszustand der Teilchen verringert, vergrößert er sich beim Erstarren. Für die Entropie bedeutet das: Beim Schmelzen vergrößert sich die Entropie des Körpers um den Betrag $\Delta S = Q_S/T_S$, beim Erstarren verringert sie sich um eben diesen Betrag. Q_S ist die Schmelzwärme, T_S die Schmelztemperatur.

Wie groß ist die Entropieänderung beim Schmelzen von 1 kg Eisen?

Analyse:
Eisen schmilzt bei einer Temperatur von 1 540 °C. Während des Schmelzens bleibt seine Temperatur konstant. Die zum Schmelzen erforderliche Wärme ist die Schmelzwärme, die mit der Gleichung $Q_S = q_S \cdot m$ berechnet werden kann.

Gesucht: ΔS
Gegeben: $\vartheta = 1\,540\,°C \quad \rightarrow \quad T = 1\,813\,K$
$m = 1\,kg$
$q_S = 275\,kJ/kg$

Es muss immer die absolute Temperatur (in Kelvin) genutzt werden:
0 °C = 273 K

Lösung:
Für die Entropieänderung gilt die Gleichung:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \qquad Q = q_S \cdot m$$

$$\Delta S = \frac{q_S \cdot m}{T}$$

$$\Delta S = \frac{275\,kJ \cdot 1\,kg}{kg \cdot 1\,813\,K}$$

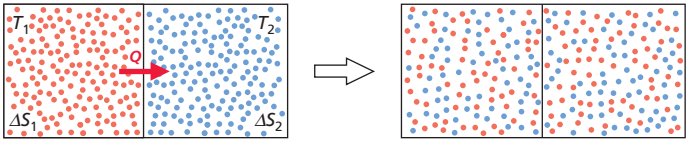
$$\Delta S = 0{,}15\,kJ/K$$

Ergebnis:
Beim Schmelzen von 1 kg Eisen erhöht sich seine Entropie um 0,15 kJ/K.

Der Temperaturausgleich

Zwei Körper unterschiedlicher Temperatur werden in engen Kontakt miteinander gebracht. Dann erfolgt ein Temperaturausgleich, wobei die Wärme immer vom heißeren zum kälteren Körper fließt.

Weitere Beispiele für Vorgänge mit Entropiezunahme sind das Sieden von Stoffen, die Durchmischung **(Diffusion)** von Stoffen oder die Volumenvergrößerung.



Die gesamte Entropieänderung beträgt für den Beginn des Wärmeausgleichs:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = Q_1\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$$

Für die Wärmebeträge gilt:
$|Q_1| = |Q_2|$

Da $T_1 > T_2$ ist, folgt für $\Delta S > 0$. Die Entropie nimmt also beim Temperaturausgleich zu. Der Zustand der Gleichverteilung der Temperatur ist der wahrscheinlichste. In einem beliebigen Raumbereich können dann aber trotzdem statistische Schwankungen der Temperatur auftreten.

Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

Während der **1. Hauptsatz der Thermodynamik** eine Aussage über energetisch mögliche Prozesse macht, gibt der **2. Hauptsatz der Thermodynamik** Auskunft über die Richtung von Prozessen in abgeschlossenen Systemen, die sich selbst überlassen sind. Er lautet:

Gehen in einem **System** keine oder nur reversible Vorgänge vor sich, dann ist $\Delta S = 0$. Bei beliebigen irreversiblen Vorgängen ist $\Delta S > 0$.

> In einem abgeschlossenen System kann sich die Entropie niemals verkleinern. Sie kann nur konstant bleiben oder zunehmen: $\Delta S \geq 0$.

In der Literatur findet man auch viele andere Formulierungen dieses 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, die aber alle gleichwertig sind:

- Die historisch älteste Formulierung geht auf RUDOLF CLAUSIUS (1822–1888) zurück und lautet: Wärme kann niemals von selbst aus einem Körper niederer Temperatur in einen Körper höherer Temperatur übergehen.
- Eine weitere, ebenfalls auf R. CLAUSIUS zurückgehende Formulierung heißt: Die Energie eines Körpers kann nicht allein an Wert gewinnen. Es gibt die Tendenz zur Entwertung der Energie.
- MAX PLANCK (1858–1947) formulierte den 2. Hauptsatz folgendermaßen: Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu bauen, die nichts weiter bewirkt, als eine Last zu heben und einen Wärmespeicher abzukühlen.
  Eine solche Maschine nennt man ein **Perpetuum mobile 2. Art.** Kürzer ist dann die folgende Formulierung des 2. Hauptsatzes:

Im Unterschied zum **Perpetuum mobile** 1. Art (↗ S. 212 f.) ist ein Perpetuum mobile 2. Art mit dem Energieerhaltungssatz und damit mit dem **1. Hauptsatz** vereinbar, widerspricht aber dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik.

> Ein Perpetuum mobile 2. Art ist unmöglich.

Schließlich formulierte LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906) den 2. Hauptsatz folgendermaßen:

> Die Natur strebt aus einem unwahrscheinlicheren dem wahrscheinlicheren Zustand zu.

Der wahrscheinlichste Zustand ist immer der der größtmöglichen Unordnung.

Der 3. Hauptsatz der Thermodynamik

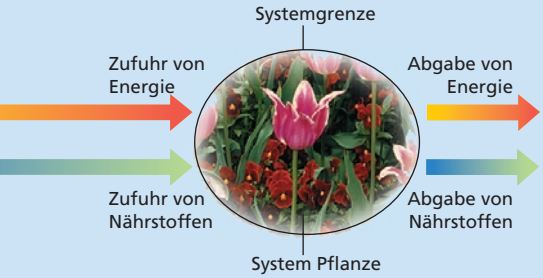
Der **3. Hauptsatz der Thermodynamik**, auch **nernstsches Wärmetheorem** genannt, macht eine Aussage über das Verhalten von Stoffen in unmittelbarer Nähe des absoluten Nullpunktes, also von 0 K. Nach H. A. LORENTZ (1853–1921) kann man diesen Hauptsatz folgendermaßen formulieren:

Dieser 3. Hauptsatz der Thermodynamik wurde erstmals 1906 von dem deutschen Physikochemiker WALTHER NERNST (1864–1941) formuliert.

> Es ist unmöglich, durch irgendeinen Vorgang den absoluten Nullpunkt zu erreichen.

Selbstorganisation Grundlage der Evolution

In der Natur kann man die Ausbildung vielfältiger Strukturen wie Kristallen, Wirbeln oder Zellen beobachten, wobei sich aus Letzteren Pflanzen oder Lebewesen und damit komplexe strukturierte Systeme entwickeln. Da diese Vorgänge von selbst ablaufen, wenn die erforderlichen Bedingungen vorliegen, spricht man von **Selbstorganisation.** Es ist ein Prozess, bei dem sich aus unstrukturierten oder wenig strukturierten Zuständen komplexere Strukturen herausbilden (Bild 1).



***1** Eine Pflanze nimmt aus der Umgebung Energie (Sonnenstrahlung) und Nährstoffe auf. Sie gibt aber auch Energie und Stoffe an die Umgebung ab. In der Pflanze bilden sich komplexe organische Substanzen, z. B. Zellulose, Speicherstärke, Fette und Eiweiße.*

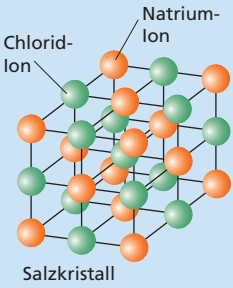
Die Theorie der Selbstorganisation, die man auch **Synergetik** nennt, wurde ab etwa 1970 maßgeblich von dem belgischen Physikochemiker ILYA PRIGOGINE (1917–2003, Nobelpreis für Chemie 1977) entwickelt. Ihr Forschungsgegenstand ist die Untersuchung der spontanen **Bildung von Strukturen.** Die spontane Strukturbildung ist die Grundlage der Evolution.

Solche Strukturbildungen erfolgen nur in **offenen Systemen** (↗ S. 90), also in solchen, in denen über die Systemgrenze hinweg ein Transport von Stoff und Energie erfolgt. Damit wird zugleich Entropie importiert bzw. exportiert. Solche offenen Systeme sind z. B. die Erde, der Mensch, pflanzliche Zellen oder ein Becherglas mit heißem Wasser, das Wärme an die Umgebung abgibt und sich dadurch abkühlt.

Betrachtet man die physikalischen Bedingungen für das Entstehen von Strukturen genauer, so kann man zwei Gruppen von Prozessen feststellen. Sie unterscheiden sich durch ihren Abstand vom thermodynamischen Gleichgewicht.

Strukturbildung in der Nähe des thermodynamischen Gleichgewichts

Wird in heißem Wasser Kochsalz gelöst und kühlt man die Lösung anschließend auf Zimmertemperatur ab, dann bilden sich an einem Faden in der Lösung Salzkristalle. Während der Kristallbildung, die unter Wärmeabgabe erfolgt, erhöht sich die Ordnung des Systems; seine Entropie nimmt ab: $\Delta S_{System} < 0$.



Nach der Kristallbildung befindet sich das System im thermodynamischen Gleichgewicht. Wärmeaustausch mit der Umgebung und Entropieänderung sind null. Der Vorgang der Kristallbildung kann leicht rückgängig gemacht werden, z. B. durch Wärmezufuhr.

Strukturbildung fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht

Strukturbildung kann auch erfolgen, wenn sich ein System fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht befindet, so wie das bei der Erde oder bei Lebewesen der Fall ist. Voraussetzung dafür ist, dass hochwertige Energie zugeführt wird, im System insgesamt eine Energieentwertung erfolgt und Entropie exportiert wird. Bei den Energieumwandlungen im System wird aber stets ein Teil der Energie in eine spezielle hochwertige Form umgesetzt. Ein Beispiel für diese Art der Strukturbildung ist der Mensch (↗ S. 238).

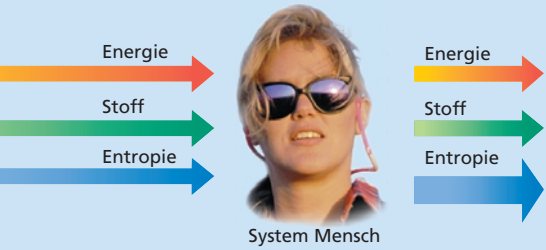
Insgesamt gilt: **Selbstorganisation** bedeutet eine Erhöhung der Ordnung im System, bedeutet die Ausbildung von Strukturen, die stets mit einer Verringerung der Entropie verbunden ist. Folglich gilt für jeden Prozess der Strukturbildung:

$$\Delta S_{System} < 0$$

Die Entropie des Systems ändert sich nicht mehr, wenn der Prozess der Strukturbildung abgeschlossen ist. Diese grundlegende Erkenntnis trifft auf das System Erde ebenso zu wie auf jedes Lebewesen oder auf Strukturierungsprozesse wie Kristallbildung und die Bildung von Konvektionszellen in Flüssigkeiten oder Gasen.

Der Mensch als thermodynamisches System

Nicht nur technische Anordnungen wie ein Ottomotor, eine Dampfturbine oder das Triebwerk eines Flugzeuges sind thermodynamische Systeme, also von ihrer Umgebung abgegrenzte Raumbereiche, in denen thermische Vorgänge vor sich gehen. Auch Lebewesen, insbesondere der Mensch, können aus physikalischer Sicht als ein solches System beschrieben werden. Allerdings handelt es sich dabei – im Unterschied zu mancher technischer Anordnung – um ein sehr komplexes, hoch organisiertes, offenes System. Das bedeutet: Jeder Mensch nimmt Stoffe, Energie und damit auch Entropie auf und exportiert diese auch wieder, so wie das schematisch in Bild 1 dargestellt ist.



Die Stoffbilanz ist, konstantes Körpergewicht vorausgesetzt, ausgeglichen. Die Masse der zugeführten Stoffe ist genauso groß wie die der abgegebenen.

Zur Aufrechterhaltung aller Lebensfunktionen ist eine bestimmte Energie erforderlich, die als **Grundumsatz** bezeichnet wird. Dieser Grundumsatz GU kann mithilfe der folgenden Gleichung abgeschätzt werden:

$$GU = 4{,}2\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{h}} \cdot t \cdot m$$

Dabei ist t die Zeit in Stunden und m die Körpermasse in kg. Bei Kindern und Jugendlichen setzt man einen empirisch ermittelten Faktor von 6,2 kJ/(kg · K) an. Damit erhält man für einen Erwachsenen (m = 65 kg) als Grundumsatz für einen Tag:

$$GU \approx 6500\ \text{kJ}$$

Etwa die gleiche Energie wird täglich auch wieder abgegeben, meist in Form von Wärmestrahlung und Wärmeleitung. Zum Grundumsatz kommt noch der **Leistungsumsatz** hinzu, also die Energie, die für solche Tätigkeiten wie Laufen, Radfahren oder Schwimmen erforderlich ist. Bei allen energetischen Betrachtungen ist zu beachten: Die vom Menschen aufgenommene Energie ist hochwertige chemische Energie, die in den organischen Substanzen der Lebensmittel gespeichert ist. Diese Energie wird im Körper durch den Verdauungsprozess entwertet und als minderwertige (nicht mehr nutzbare) Energie an die Umgebung abgegeben.

Mit der Nahrung wird auch Entropie aufgenommen. Da sich das System Mensch im Normalzustand in einem Gleichgewichtszustand befindet, muss von ihm auch die bei Verdauungs- und Entwicklungsprozessen produzierte Entropie wieder abgegeben werden. Ihr Betrag lässt sich folgendermaßen abschätzen:

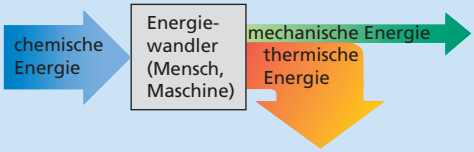
$$\Delta S_{\text{Export}} = \frac{Q}{T}$$

Mit Q = 6500 kJ (Grundumsatz) und T = 310 K (Körpertemperatur von 37 °C) erhält man:

$$\Delta S_{\text{Export}} = \frac{6500\ \text{kJ}}{310\ \text{K}} \approx 21\ \text{kJ/K}$$

Das ist der auf den Grundumsatz bezogene Entropieexport des Menschen.

Bis zu einem gewissen Grade lässt sich der Mensch mit einer Wärmekraftmaschine vergleichen (Bild unten). In beiden Fälle wird genauso viel Stoff und Energie aufgenommen wie abgegeben wird, wobei eine Entwertung der Energie erfolgt. Auch die Wirkungsgrade sind vergleichbar: Der Wirkungsgrad des Menschen bei Tätigkeiten beträgt bis zu 30 %, etwa so wie bei einem Dieselmotor. Der entscheidende Unterschied ist: Eine Wärmekraftmaschine gibt soviel Entropie ab, wie sie aufnimmt. Der Mensch dagegen exportiert Entropie. Das ist die Voraussetzung dafür, dass er sich entwickeln kann und die Lebensprozesse aufrecht erhalten werden.



***1** Vergleich einer Wärmekraftmaschine mit einem Menschen: In beiden Fällen wird chemische Energie zugeführt und zum größten Teil in Form von thermischer Energie abgegeben.*

Hauptsätze der Thermodynamik und Kreisprozesse

Die **Hauptsätze der Thermodynamik** sind grundlegende physikalische Gesetze, die weit über die Thermodynamik hinaus von Bedeutung sind.

Der **1. Hauptsatz der Thermodynamik** lautet: Für ein thermodynamisches System ist die Änderung der inneren Energie ΔU gleich der Summe aus der mechanischen Arbeit W und der ausgetauschten Wärme Q. Es ist der Energieerhaltungssatz für thermische Vorgänge.

$$\Delta U = W + Q$$

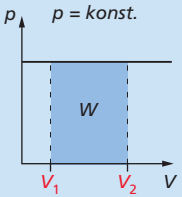
Wendet man den 1. Hauptsatz auf spezielle Zustandsänderungen an, dann ergibt sich:

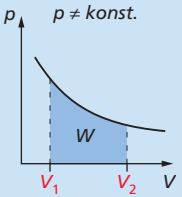
isobarer Vorgang (p = konstant)	**isochorer Vorgang (V = konstant)**
$\Delta U = W + Q$ $m \cdot c_v \cdot \Delta T = -p \cdot \Delta V + m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$W = 0$ $\Delta U = Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$
isothermer Vorgang (T = konstant)	**adiabatischer Vorgang ($Q = 0$)**
$\Delta U = 0$ $W = -Q$ oder $Q = -W$	$Q = 0$ $\Delta U = W$

Für die mechanische Arbeit (Volumenarbeit) gilt

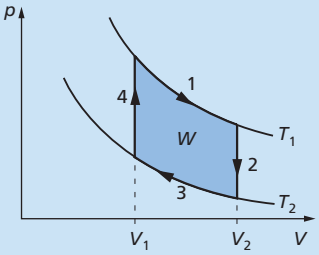
allgemein: $W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,(V)\,\mathrm{d}V$

für p = konst.: $W = -p \cdot \Delta V$





Bei **Wärmekraftmaschinen** (z. B. Ottomotor, Dieselmotor, Dampfturbine, Gasturbine, Dampfmaschine) wird eine Abfolge von Zustandsänderungen durchlaufen, bis jeweils wieder der Ausgangszustand erreicht ist.



Bei einem solchen **Kreisprozess** ist die nutzbare Arbeit gleich der eingeschlossenen Fläche (s. Skizze). Der **maximale thermische Wirkungsgrad** einer Wärmekraftmaschine beträgt:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{oder} \quad \eta = 1 - \frac{|Q_{ab}|}{Q_{zu}}$$

Er wird beim carnotschen und stirlingschen Kreisprozess erreicht.

Der **2. Hauptsatz der Thermodynamik** lautet: In einem abgeschlossenen System kann sich die Entropie S niemals verkleinern. Es gilt: $S \geq 0$.
Die Entropieänderung beträgt $\Delta S = \frac{Q}{T}$ bzw. $\Delta S = k \cdot \ln W$

Der **3. Hauptsatz der Thermodynamik** besagt: Es ist unmöglich, durch irgendeinen Vorgang den absoluten Nullpunkt zu erreichen.

3.5 Temperaturstrahlung und Strahlungsgesetze

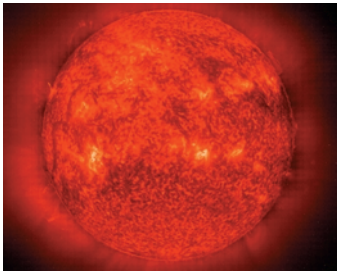
Temperaturstrahlung

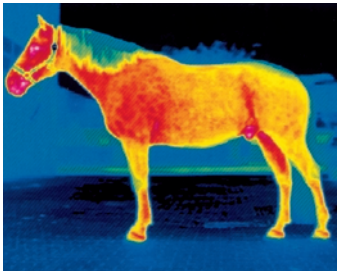
Die Alltagserfahrung besagt: Wärme wird nicht nur bei direktem Kontakt von Körpern übertragen, sondern auch durch elektromagnetische Strahlung.

Elektromagnetische Strahlung, die ein Körper aufgrund seiner Temperatur aussendet, wird als **Temperatur-** oder **Wärmestrahlung** bezeichnet.

Temperaturstrahlung kann mit **Strahlungspyrometern,** Thermosäulen oder durch fotografische Verfahren **(Infrarotfotografie, Thermografie)** registriert, gemessen oder sichtbar gemacht werden.

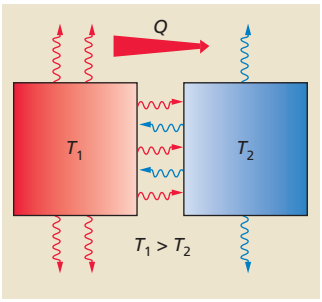
Temperaturstrahlung wird nicht nur von der Sonne (↗ Bild links) oder von sehr heißen (glühenden) Körpern abgegeben, sondern z. B. auch vom Menschen und anderen Lebewesen, wie die thermografische Aufnahme eines Pferdes (↗ Bild rechts) zeigt.

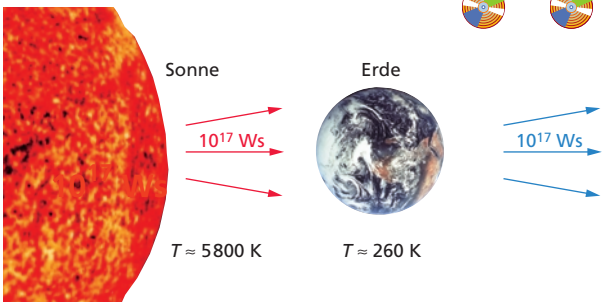




Die Hauptbereiche der Temperaturstrahlung der Sonne sind infrarotes, sichtbares und ultraviolettes Licht. Ihr Anteil an der Sonnenstrahlung beträgt ca. 93 % (48 % sichtbares Licht, 38 % IR, 6,8 % UV).

Dabei fließt Wärme in Form von Temperaturstrahlung immer so, dass der resultierende **Wärmefluss** vom heißen zum kalten Körper gerichtet ist, wie das die Darstellungen unten zeigen. Wie intensiv ein Körper mit bestimmter Temperatur Strahlung aussendet oder aufnimmt, hängt vom Stoff (Material), seiner Oberflächenbeschaffenheit und vom untersuchten Wellenlängenbereich der Strahlung ab. Helle und glatte Oberflächen nehmen wenig Strahlung auf und geben auch wenig ab. Schwarze und raue Oberflächen dagegen nehmen viel Wärmestrahlung auf und geben auch viel ab.

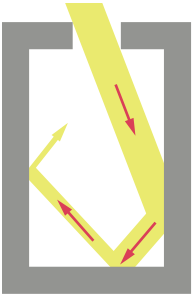




Der schwarze Körper

Bei der Formulierung der Strahlungsgesetze geht man von einem idealisierten Körper aus, der Temperaturstrahlung mit der höchstmöglichen Intensität emittiert (aussendet) und der die gesamte einfallende Strahlung absorbiert (aufnimmt). Demzufolge würde ein solcher Körper schwarz erscheinen. Man nennt ihn deshalb **schwarzen Körper** oder **schwarzen Strahler.** Ein solcher schwarzer Körper ist ein Modell.

Modelliert werden kann ein **schwarzer körper** durch einen innen mit Ruß oder matter schwarzer Farbe versehenen Hohlkörper mit kleiner Öffnung, der gegen die Umgebung wärmeisoliert ist.



Emissions- und Absorptionsvermögen von Körpern

Man charakterisiert das Vermögen von Körpern, Strahlung zu emittieren bzw. zu absorbieren, durch den **Emissionsgrad *e*** bzw. den **Absorptionsgrad *a*.** Ist P_s die Strahlungsleistung, die ein schwarzer Körper der Temperatur T emittiert, und P_e die Strahlungsleistung eines realen Körpers mit der gleichen Temperatur, dann gilt für den Emissionsgrad e eines Körpers:

$$e = \frac{P_e}{P_s}$$

Analog gilt für den Absorptionsgrad a eines Körpers:

$$a = \frac{P_a}{P_s}$$

Für den schwarzen Körper gilt: $e = a = 1$.

Das kirchhoffsche Strahlungsgesetz

Emissionsgrad e und Absorptionsgrad a eines realen Körpers hängen von der Beschaffenheit des jeweiligen Körpers, seiner Temperatur und dem untersuchten Wellenlängenbereich ab. KIRCHHOFF stellte fest:

> Für einen beliebigen Körper sind Emissionsgrad e und Absorptionsgrad a gleich groß: $e = a$

Unter Einbeziehung der oben genannten Terme kann man für einen beliebigen Körper als kirchhoffsches Strahlungsgesetz auch formulieren:

$$P_e = P_s \cdot e \qquad \text{und} \qquad P_a = P_s \cdot a \qquad \text{mit } P_e = P_a$$

Dunkle und raue Oberflächen haben einen großen Absorptionsgrad, nehmen also viel Wärmestrahlung auf. Das gilt z. B. für dunkle Kleidungsstücke ebenso wie für Asphaltstraßen.



GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1824–1877) entdeckte 1859 das nach ihm benannte Strahlungsgesetz. Die Herleitung dieses Gesetzes ist auf CD zu finden.

Das Strahlungsgesetz von STEFAN und BOLTZMANN

Bei Untersuchungen zur Temperaturstrahlung entdeckte der österreichische Physiker JOSEPH STEFAN (1835–1893) im Jahre 1879 einen Zusammenhang, der von seinem Landsmann LUDWIG BOLTZMANN (1844–1906) theoretisch begründet wurde und deshalb heute die Bezeichnung Strahlungsgesetz von STEFAN und BOLTZMANN trägt.

Die Konstante σ wird als STEFAN-BOLTZMANN-Konstante bezeichnet.

Die Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers hängt nur von der Größe seiner Oberfläche und von seiner Temperatur ab. Es gilt:

$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$

σ $= 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
A Oberfläche, von der Strahlung ausgeht
T absolute Temperatur

Aus dieser Gleichung ergibt sich: Die Verdopplung der Temperatur eines Strahlers führt zu einer 16fachen Strahlungsleistung.

Die mittlere Temperatur an der Erdoberfläche beträgt +15 °C. Welche Temperatur würde an der Erdoberfläche herrschen, wenn kein Treibhauseffekt vorhanden wäre?

Analyse:
Die Erde befindet sich in einem Strahlungsgleichgewicht (↗ S. 240). Die auf die Erde treffende Strahlungsleistung der Sonne beträgt $P_\odot = A \cdot S$, wobei A die Querschnittsfläche der Erde und S die Solarkonstante sind. Da ca. 30 % der einfallenden Strahlung sofort reflektiert werden, dürfen für das Strahlungsgleichgewicht nur 70 % der einfallenden Strahlung berücksichtigt werden.
Die von der Erde abgegebene Strahlung P_E kann mit dem Gesetz von STEFAN und BOLTZMANN berechnet werden.

Gesucht: T_E
Gegeben: $S = 1\,370\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$
$A = \pi \cdot r_E^2$
$A_E = 4\pi \cdot r_E^2$
$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$

Die Atmosphäre schützt die Erdoberfläche und damit das Leben auf ihr nicht nur vor schädlicher Strahlung, sondern bewirkt auch den **natürlichen Treibhauseffekt,** ohne den sich kein Leben auf der Erde entwickelt hätte (↗ S. 244 f.).
Davon zu unterscheiden ist der **zusätzliche** oder **anthropogene Treibhauseffekt,** der durch das Wirken des Menschen hervorgerufen wird und der Anteil an der allmählichen Erwärmung der Erde hat, die mit gravierenden Folgen verbunden sein kann.

Lösung:
Im Strahlungsgleichgewicht gilt:

$$0{,}7\ P_\odot = P_E$$
$$0{,}7\ A \cdot S = \sigma \cdot A_E \cdot T_E^4$$

Stellt man nach T_E um und setzt man für A und A_E die angegebenen Werte ein, so erhält man:

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{0{,}7\,S}{4\,\sigma}}$$

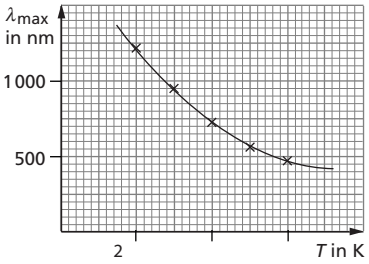
$$T_E = \sqrt[4]{\frac{0{,}7 \cdot 1\,370 \cdot 10^8\ \mathrm{W \cdot m^2 \cdot K^4}}{4 \cdot 5{,}67 \cdot \mathrm{m^2 \cdot W}}}$$

$$T_E = 255\ \mathrm{K}$$

Ergebnis:
Ohne Atmosphäre hätte die Erdoberfläche eine durchschnittliche Temperatur von 255 K oder –18 °C. Das wäre eine Temperatur, bei der sich kein Leben hätte entwickeln können.

Das wiensche Verschiebungsgesetz

Glühende Oberflächen senden eine aus vielen Wellenlängen zusammengesetzte elektromagnetische Strahlung aus. Die intensivste Strahlung des Körpers ergibt sich aus dem **wienschen Verschiebungsgesetz,** das rechts im Diagramm dargestellt ist. Es lässt sich auch in Form einer Gleichung angeben.



Dieses Gesetz wurde von dem deutschen Physiker WILHELM WIEN (1864–1928) im Jahre 1896 entdeckt. Aus dem Diagramm ist z. B. erkennbar: Für den Glühfaden einer Glühlampe ($T \approx 2700$ K) liegt die Wellenlänge der intensivsten Strahlung im infraroten Bereich.

Die Wellenlänge der intensivsten Strahlung hängt nur von der Temperatur des schwarzen Körpers ab. Es gilt:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

b $= 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ m · K (wiensche Konstante)
λ_{max} Wellenlänge der intensivsten Strahlung
T absolute Temperatur

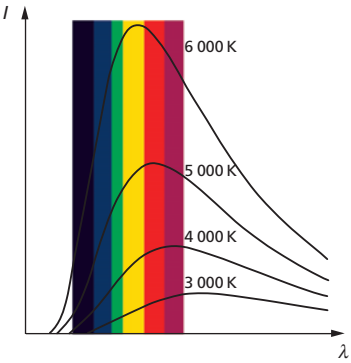
So hat beispielsweise die Sonne eine Oberflächentemperatur von etwa 5800 K. Damit ergibt sich als Wellenlänge für die intensivste Strahlung:

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}90 \text{ m} \cdot \text{K}}{10^3 \cdot 5\,800 \text{ K}} = 500 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$

Das ist sichtbares Licht im grünen Bereich. Bei der Wendel einer Glühlampe mit einer Temperatur von etwa 2300 °C liegt die Wellenlänge der intensivsten Strahlung mit 1260 nm im infraroten Bereich.

Das plancksche Strahlungsgesetz

Das **plancksche Strahlungsgesetz** beantwortet die Frage, welchen Anteil die einzelnen Wellenlängen zur Energie der gesamten Strahlung eines schwarzen Körpers beitragen. Besonders anschaulich lässt sich das in der grafischen Darstellung erkennen (s. Bild rechts):
Je höher die Temperatur eines schwarzen Körpers ist, umso intensiver gibt er bei einer bestimmten Wellenlänge Energie ab. Außerdem nimmt der Anteil der kurzwelligen Strahlung mit wachsender Temperatur zu. Die mathematische Formulierung dieses Gesetzes ist recht kompliziert. Auf ihre Angabe wird hier deshalb verzichtet. Auf der CD ist die Gleichung angegeben.



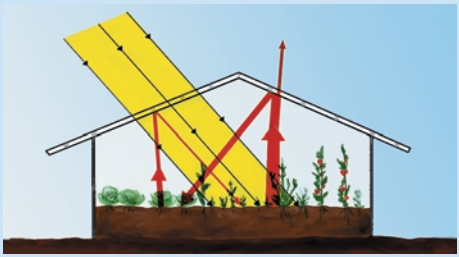
MAX PLANCK (1858–1947) trug die theoretische Begründung seines Strahlungsgesetzes am 14. Dezember 1900 in einer Sitzung der Physikalischen Gesellschaft in Berlin vor. Dieser Tag gilt als Geburtstag der **Quantentheorie** (↗ S. 356 ff.).

Der Treibhauseffekt – eine Lebensnotwendigkeit

Seit Millionen von Jahren hat sich auf der Erde ein Klima herausgebildet, das durch eine relativ konstante mittlere Oberflächentemperatur von etwa 15 °C gekennzeichnet ist. Das ist einer der entscheidenden Gründe dafür, dass auf dem Planeten Erde Leben entstehen und sich entwickeln konnte.
Eine wichtige Ursache für diese Bedingung ist die Existenz der Atmosphäre einschließlich ihrer Zusammensetzung und der dadurch hervorgerufenen thermischen Prozesse. In der Übersicht ist der Anteil verschiedener Stoffe an der Zusammensetzung von trockener Luft an der Erdoberfläche angegeben.

Stoff	Symbol	Masseanteil	Volumenanteil
Stickstoff	N_2	75,52	78,08 %
Sauerstoff	O_2	23,15	20,95 %
Argon	Ar	1,28	0,93 %
Kohlenstoffdioxid	CO_2	0,05	0,03 %
Die Anteile von Neon, Helium, Krypton, Wasserstoff und weiteren Gasen liegen jeweils unter 0,01 %.			

Wie groß die mittlere Temperatur der Erdoberfläche ohne Atmosphäre wäre, ist ↗ S. 242 in dem Beispiel dargestellt. Bei einer dann vorhandenen Durchschnittstemperatur von –18 °C hätte sich kein Leben in der heutigen Form entwickeln können.
Die tatsächliche mittlere Temperatur von +15 °C beruht auf dem **natürlichen Treibhauseffekt.** Die Bezeichnung rührt daher, weil die Vorgänge vergleichbar sind mit denen, die bei einem Treibhaus mit gläsernem Dach festzustellen sind (Bild 1).

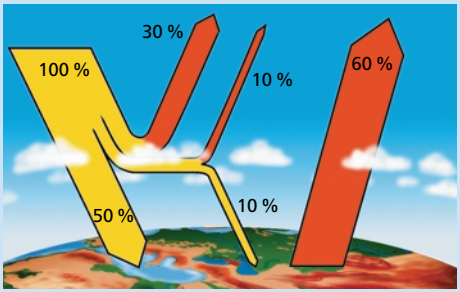


***1** Sonnenstrahlung erwärmt den Erdboden. Die von ihm emittierte Wärmestrahlung wird vom Glasdach z. T. wieder reflektiert. Der Boden erwärmt sich dadurch stärker als ohne Abdeckung.*



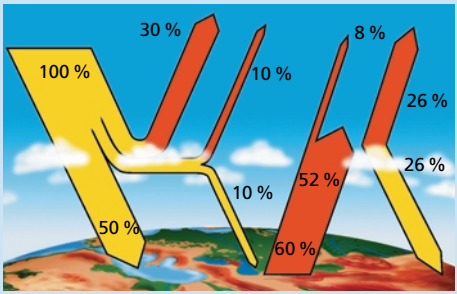
***2** Die Erdatmosphäre bildet eine dünne, aus dem Weltraum kaum sichtbare Schicht um die Erde. Sie ist aber entscheidend für die Entstehung und Entwicklung des Lebens.*

Die Rolle des Glasdaches übernimmt im Fall der Erde die Atmosphäre, insbesondere ihre Bestandteile Wasserdampf, Kohlenstoffdioxid, Methan, Ozon und die Fluorchlorkohlenwasserstoffe (FCKW). Man fasst die klimawirksamen Gase unter der Bezeichnung Treibhausgase zusammen. Wir betrachten nachfolgend schrittweise die Vorgänge, die in der Atmosphäre vor sich gehen.
Von den 100 % Temperaturstrahlung der Sonne, die auf die Erde trifft (Bild 3), werden 30 % reflektiert, 50 % gelangen bis zur Erdoberfläche und 20 % werden von der Atmosphäre zunächst absorbiert und dann wieder abgestrahlt: 10 % in Richtung Erde und 10 % Richtung Weltraum. Die Erde müsste dann etwa 60 % der auftreffenden Strahlung als Temperaturstrahlung im infraroten Bereich abgeben.



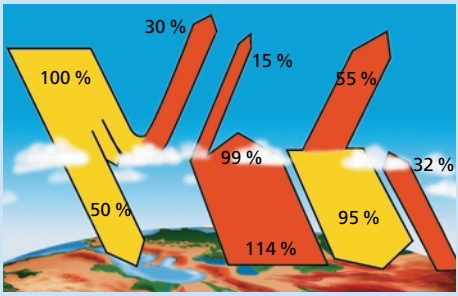
***3** Einfaches Modell für die Strahlungsvorgänge bei der Erde ohne Berücksichtigung der Rückstrahlung der Atmosphäre in Richtung Erdoberfläche.*

Die in der Atmosphäre enthaltenen Treibhausgase sind aber nur für einen kleinen Teil (13 %) dieser Temperaturstrahlung durchlässig. Der größte Teil wird absorbiert und ruft dann eine Wärmestrahlung hervor, die zu gleichen Teilen nach oben und unten abgegeben wird (Bild 1). Durch diese zusätzliche Rückstrahlung wird der Erdboden erwärmt.



1 Strahlungsvorgänge unter Berücksichtigung der Rückstrahlung der Atmosphäre.

Das wiederum hat eine größere Temperaturstrahlung zur Folge. Die Wechselwirkung zwischen Erdoberfläche und Treibhausgasen setzt sich solange fort, bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hat, das vereinfacht in Bild 1 dargestellt ist. Durch Erwärmung der Luft in der Nähe der Erdoberfläche tritt neben dem Transport von Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung auch noch Wärmeströmung (Konvektion) auf. Dieser Anteil liegt bei 32 %.



2 Gesamtbilanz der Temperaturstrahlung im thermodynamischen Gleichgewicht.

Aus den in Bild 2 angegebenen Daten lässt sich in einer vereinfachten Modellrechnung die Temperatur an der Erdoberfläche abschätzen. Da die Temperaturstrahlung der Sonne nur vom Erdquerschnitt eingefangen wird, sich aber letztlich auf die gesamte Erdoberfläche verteilt, wird statt der Solarkonstanten S in der Rechnung $S/4$ gesetzt.

Nach Bild 2 sind:

- d direkte Sonneneinstrahlung (50 % von $S/4$),
- r Einstrahlung durch Rückstrahlung (95 % von $S/4$),
- k Wärmetransport durch Konvektion (32 % von $S/4$),
- t Temperaturstrahlung der Erdoberfläche (114 % von $S/4$).

Im Strahlungsgleichgewicht gilt:

$$d + r = k + t$$

Setzt man für die Strahlungsleistung der Erde das Gesetz von STEFAN und BOLTZMANN in der Form

$\frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$ an, so erhält man:

$$0{,}5 \cdot \frac{S}{4} + 0{,}95 \cdot \frac{S}{4} = 0{,}32 \cdot \frac{S}{4} + \sigma \cdot T_E^4$$

Die Umstellung nach T_E ergibt:

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{(0{,}51 + 0{,}95 - 0{,}32) \cdot S}{4 \cdot \sigma}}$$

$$T_E = \sqrt[4]{\frac{1{,}13 \cdot 1{,}37 \cdot 10^3 \text{W/m}^2}{4 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)}}$$

$$T_E = 287 \text{ K} = 14 \text{ °C}$$

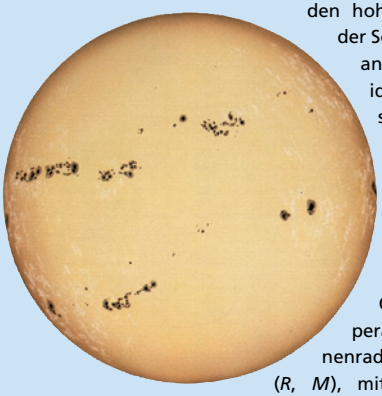
In den letzten Jahrzehnten wurde eine Erhöhung der durchschnittlichen Oberflächentemperatur der Erde von etwa 0,5 K registriert. In einer Reihe von Klimamodellen wird bis zum Jahr 2100 eine weitere Erwärmung um 1,5 K bis 3 K prognostiziert. Anteil an dieser Erwärmung hat der **zusätzliche** oder **anthropogene Treibhauseffekt.** Er kommt zustande, weil sich durch die jahrzehntelange verstärkte Abgabe von Treibhausgasen in die Atmosphäre die Strahlungsverhältnisse verändert haben. Wesentlichen Anteil daran (ca. 50 %) hat insbesondere die globale CO_2-Emission von ca. 25 Mrd. Tonnen im Jahr, aber auch der Ausstoß an Stickoxiden, Methan und FCKW. Aktuelle Informationen sind unter dem Stichwort „Treibhauseffekt" im Internet zu finden. Viele Beobachtungen sprechen für das Auftreten eines anthropogenen Treibhauseffekts. Es könnten allerdings auch andere Effekte eine erhebliche Rolle spielen. Darüber hinaus gibt es wissenschaftlich ungeklärte Fragen. Beispiele für solche Effekte bzw. Fragen sind:

- Entscheidende Einflussgröße für das Erdklima ist die Temperaturstrahlung der Sonne. Durch Änderung der Sonnenaktivität sowie der Erdbahn und der Lage der Erdachse können Änderungen der Solarkonstanten von 5 %–7 % auftreten. Das führte vermutlich auch zu den aus der Geschichte bekannten Eiszeiten und Warmzeiten. Wir könnten uns am Beginn einer Warmzeit befinden.
- Weitgehend ungeklärt ist, wie der Wärmespeicher Ozeane mit ihren Zirkulationen auf Klimaänderungen reagiert und welche Auswirkungen das dann hat. Offen ist auch, wie viel CO_2 im Meerwasser gebunden wird.

Die Sonne – ein glühender Gasball

Betrachtet man unser Zentralgestirn durch ein Fernrohr mit Lichtfilter, dann nimmt man ein kreisrundes und scharf begrenztes Objekt war, auf dem zumeist dunkle Sonnenflecken zu erkennen sind. Erst seit etwa 80 Jahren weiß man, dass sich die Materie der Sonne wie ein ideales Gas verhält.

Die Sonnenmaterie ist ionisiert. Atomkerne sind rund 100 000 mal kleiner als Atome, sodass auch bei den hohen Dichten auf der Sonne die Modellannahmen für ein ideales Gas erfüllt sind. Das thermodynamische System Sonne erfasst man unter anderem mithilfe der Zustandsgrößen Oberflächentemperatur ($T_\odot$), Sonnenradius und -masse (R, M), mittlere Dichte $\overline{\rho}$, Leuchtkraft L und mittlere molare Masse $\overline{M}_{mol}$.



Die Masse der Sonne beträgt $M = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg und damit das 330 000 fache der Erdmasse. Der Radius der kugelförmigen Sonne ist $R = 6{,}96 \cdot 10^5$ km, also das 109 fache des Erdradius. Sie ist im Mittel 149,6 Mio. km (1 astronomische Einheit, 1 AE) von uns entfernt.

Aus Masse und Radius lässt sich die mittlere Dichte der Sonne berechnen:

$$\overline{\rho} = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3}$$

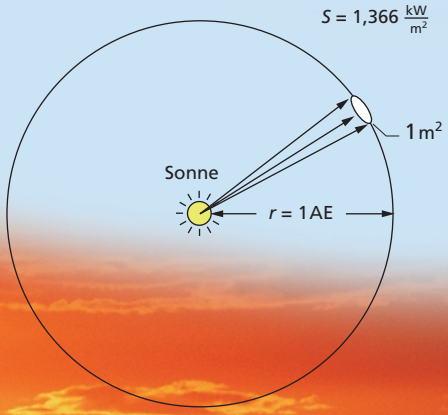
Setzt man die Werte für die Sonne ein, so erhält man eine mittlere Dichte von:

$$\overline{\rho} = 1{,}41\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$$

Die in der Astronomie verwendete historische Bezeichnung *Leuchtkraft* ist die Strahlungsleistung der Sonne, also die von ihr je Sekunde abgestrahlte Energie. Die Leuchtkraft L eines Stern kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$L = \frac{E}{t}$$

Die Leuchtkraft der Sonne kann man berechnen, wenn man die Energie kennt, die im Abstand Erde-Sonne je Sekunde senkrecht auf einen Quadratmeter auftrifft. Dieser Zahlenwert, man bezeichnet ihn als **Solarkonstante**, beträgt 1366 $\frac{W}{m^2}$. Multipliziert man diesen Wert mit der Oberfläche einer gedanklich um die Sonne geschlossenen Kugel mit dem Radius r, dann erhält man die je Sekunde von der Sonne abgegebenen Energie.

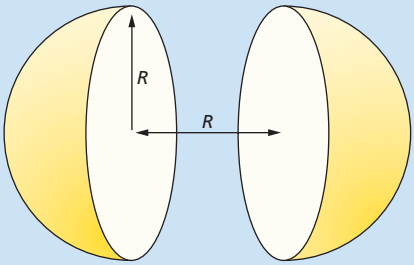


Diese Energie wird von der Sonne in den Weltraum abgestrahlt. Auf die Erde trifft nur ein Bruchteil davon. Man kann ihn aus der Querschnittsfläche der Erde und der Solarkonstanten in Erdentfernung abschätzen und erhält einen Wert von etwa 10^{17} Ws.

Die Betrachtung der Größe mittlere molare Masse $\overline{M}_{mol}$ ist aus folgendem Grund notwendig: Atomarer Wasserstoff besitzt die molare Masse $\overline{M}_{mol} = 1\,\frac{g}{mol}$, der auf der Sonne ionisierte Wasserstoff hingegen die mittlere molare Masse $\overline{M}_{mol} = 0{,}5\,\frac{g}{mol}$, da sich ein Mol Materie je zur Hälfte aus Protonen und nahezu masselosen Elektronen zusammensetzt.

Weil die Sonne näherungsweise ein schwarzer Strahler ist, kann man ihre Oberflächentemperatur mithilfe der Strahlungsgesetze bestimmen (S. ↗ 242).

Denkt man sich die Sonne aus zwei Halbkugeln mit je halber Sonnenmasse zusammengesetzt, dann kann man leicht den **mittleren Druck** an der Kreisfläche zwischen den Halbkugeln abschätzen. Man nimmt dabei an, dass die Schwerpunkte der Halbkugeln einen Sonnenradius R voneinander entfernt sind.



Aus der Definition des Druckes als Kraft pro Fläche und dem Gravitationsgesetz folgt:

$$\overline{p} = \frac{F}{A} = G \cdot \frac{M_2 \cdot M_2}{\pi \cdot R^2 \cdot R^2} = G\,\frac{M^2}{4\pi \cdot R^4} \approx 9 \cdot 10^{13}\ \text{Pa}$$

Für eine Abschätzung der **mittleren Sonnentemperatur** betrachtet man die Sonne als völlig ionisierte Wasserstoffkugel, dann ist $\overline{M}_{mol} = 0{,}5\,\frac{g}{mol}$.

Unter Anwendung der Zustandsgleichung für das ideale Gas (↗ S. 196) kann man schreiben:

$$\overline{p} \cdot V = n \cdot R \cdot T = \frac{M}{\overline{M}_{mol}}\ R \cdot \overline{T}$$

Division durch V und anschließende Umformung nach der Temperatur $\overline{T}$ ergibt:

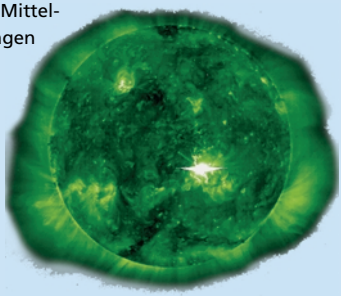
$$\overline{T} = \frac{\overline{p} \cdot \overline{M}_{mol}}{\overline{\rho} \cdot R} \approx 4 \cdot 10^6\ \text{K}$$

Die angegebenen Werte sind grobe Näherungswerte. Bei genaueren Betrachtungen ist z. B. auch zu beachten, dass die Sonne gegenwärtig nur zu etwa 70 % aus Wasserstoff und zu 30 % aus Helium besteht. Die Werte im Zentrum der Sonne sind natürlich höher als die Mittelwerte. Sie betragen für den Druck

$p \approx 10^{16}$ Pa

und für die Temperatur

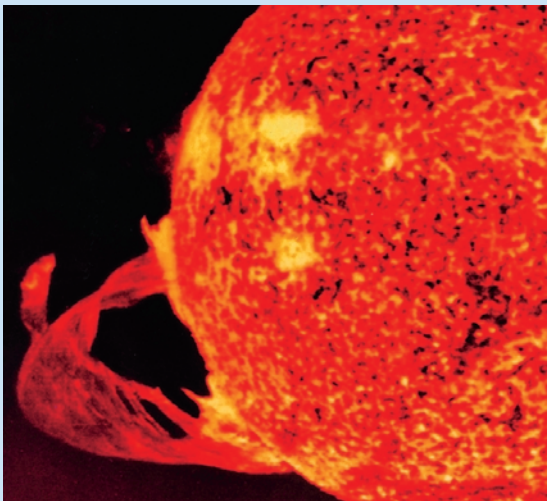
$T \approx 1{,}6 \cdot 10^7$ K.



Unter diesen extremen Bedingungen kommt es im Sonnenzentrum zur Wasserstofffusion (↗ S. 511 ff.). Eruptive Vorgängen wie Protuberanzen oder Flares auf der Sonnenoberfläche haben aber unmittelbar nichts mit der Kernfusion zu tun. Sie werden durch elektromagnetische Vorgänge im ionisierten Gas ausgelöst. Die dabei frei werdenden Teilchen gelangen auch zur Erde und rufen dort z. B. die Polarlichter hervor.

Bei einem Flare wandelt sich magnetische Energie in mechanische Energie (Schallwelle) und elektromagnetische Energie (heller Fleck im Bild oben) um. Die Energie wird schlagartig freigesetzt.

Das Foto unten zeigt eine der gewaltigsten Protuberanzen, die je registriert wurden. Es wurde am 19. Dezember 1973 aufgenommen. Die Aufnahme wurde im UV-Bereich gemacht. Die Spannweite des Bogens betrug ca. 590000 km und damit mehr als die Entfernung Erde–Mond.



Aufgaben

Betrachtungsweisen und Modelle

1. Thermodynamische Zustände und Prozesse lassen sich phänomenologisch oder kinetisch-statistisch beschreiben.

a) Charakterisieren Sie diese beiden Betrachtungsweisen! Nennen Sie dabei Gemeinsamkeiten und Unterschiede!

b) Erläutern Sie aus kinetisch-statistischer Sicht das Verdunsten, den Temperaturausgleich zwischen zwei Gasen und die Diffusion!

c) Eine zentrale Rolle spielt bei der kinetisch-statistischen Betrachtungsweise das ideale Gas. Was versteht man unter dem idealen Gas? Unter welchen Bedingungen kann man ein reales Gas näherungsweise als ideales Gas ansehen?

2. Ein Heizkörper in einem Raum kann als thermodynamisches System angesehen werden.



a) Erläutern Sie an diesem Beispiel die Begriffe offenes, geschlossenes und abgeschlossenes thermodynamisches System!

b) Der Heizkörper soll als geschlossenes thermodynamisches System betrachtete werden. Erläutern Sie, mit welchen Größen der Zustand des Systems bzw. die Prozesse des Energieaustauschens mit der Umgebung beschrieben werden können!

Thermisches Verhalten von Körpern und Stoffen

3. Kennzeichnen Sie die physikalische Größe Temperatur in Abgrenzung zu den Größen Wärme und innere Energie sowie in Abgrenzung zum umgangssprachlichen Wärmeempfinden! Erkunden Sie, was man unter der so genannten gefühlten Temperatur versteht! Nutzen Sie zur Informationssuche das Internet, z. B. die Adressen **„www.schuelerlexikon.de“** oder **„www.dwd.de“**!

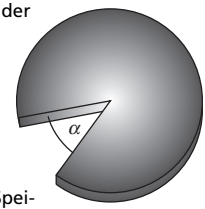
4. In der Tabelle ist die Längenänderung eines ursprünglich 5 m langen Metallrohres an Abhängigkeit von der Temperatur angegeben.

ϑ in °C	0	20	40	60	80	100
Δl in mm	0	1,6	3,1	4,9	6,3	8

a) Zeichnen und interpretieren Sie das Längenänderung-Temperatur-Diagramm!

b) Ermitteln Sie aus den Daten den linearen Ausdehnungskoeffizienten für das Metall! Um welchen Stoff könnte es sich handeln?

5. Eine Metallscheibe hat die in der Skizze dargestellte Form.



a) Begründen Sie, ob bzw. wie sich der Winkel α ändert, wenn die Scheibe erwärmt wird!

b) Das Leichtmetallrad bei einem Pkw hat fünf Speichen. Verändert sich der Winkel zwischen ihnen bei Erwärmung?

6. Überhitzter Wasserdampf mit einer Temperatur von 245 °C wird durch 55 m lange Leitungen aus Stahl vom Dampferzeuger zu einer Turbine geleitet. Bei einer notwendigen Reparatur ist die Anlage außer Betrieb und hat eine Temperatur von 18 °C.

a) Wie kann man die mit Temperaturänderungen verbundene Längenänderung beim Bau berücksichtigen?

b) Wie groß ist die Längenänderung, die beim Anfahren der Anlage bei der Leitung auftritt?

7. Zwei Körper aus Kupfer und Zink haben zunächst die Temperatur 20 °C und werden dann gleichmäßig erwärmt.

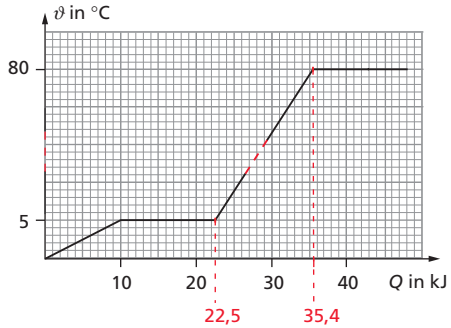
a) Leiten Sie allgemein eine Gleichung her, durch die die Abhängigkeit der Dichte eines Stoffes von seiner Temperatur beschrieben wird!

b) Stellen Sie die Abhängigkeit der Dichte beider Metalle von der Temperatur in einem Diagramm dar! Wählen Sie dazu den Temperaturbereich bis 100 °C!

c) Nennen und erläutern Sie Beispiele, wo die Abhängigkeit der Dichte von der Temperatur eine Rolle spielt!

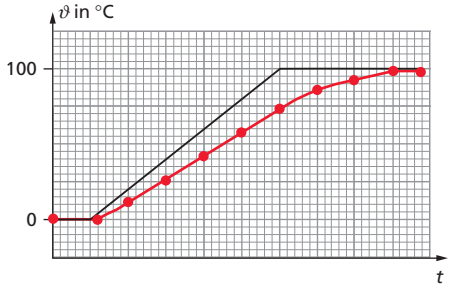
Aggregatzustandsänderungen und kalorimetrische Messungen

8. Von einem Stoff der Masse 100 g ist das Temperatur-Wärme-Diagramm gegeben. Bei Beginn der gleichmäßigen Wärmezufuhr befindet sich der Stoff im festen Aggregatzustand!



a) Interpretieren Sie das Diagramm!
b) Bestimmen Sie die spezifische Schmelzwärme des Stoffes!
c) Wie groß ist die spezifische Wärmekapazität!

9. In einem Becherglas befindet sich eine Mischung aus Eis und Wasser. Das Wasser wird auf eine vorgeheizte Heizplatte gesetzt, die gleichmäßig Wärme an das Becherglas abgibt. Es wird solange Wärme zugeführt, bis das Wasser vollständig verdampft ist.
a) Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf des Q-ϑ-Diagramms!
b) In der Literatur findet man als Temperatur-Zeit-Diagramm bei Aggregatzustandsänderungen und gleichmäßiger Wärmezufuhr für Wasser meist die im Diagramm dargestellte schwarze Kurve.



Führt man die Messung am Beispiel von Wasser tatsächlich durch, erhält man eine Kurve, die der rot eingezeichneten ähnelt.
c) Begründen Sie die Abweichungen zwischen den beiden Graphen!
d) Könnte die experimentell ermittelte Kurve auch über der schwarzen Kurve liegen? Begründen Sie Ihre Aussage!

10. Was entsteht, wenn man 1 Liter siedendes Wasser von 100 °C
a) mit 1 l Wasser von 0 °C,
b) mit 1 kg Eis von 0 °C
mischt?

11. Beim kurzzeitigen Lüften eines Zimmers wird die warme Zimmerluft durch kalte ersetzt, die Wände bleiben relativ warm. Beim längeren Lüften kühlen sich auch Wände, Decke, Fußboden und Einrichtungsgegenstände ab.
a) Begründen Sie, welche Variante der Lüftung aus energetischer Sicht zu empfehlen ist!
b) Vergleichen Sie für ein Zimmer der Größe 6,0 m x 4,2 m x 2,6 m die Wärme zum Aufheizen der Luft (c_L = 1,01 kJ · kg^{-1} · K^{-1}, ρ_L = 1,25 kg · m^{-3}) um 10 K mit der Wärme, die zum Aufheizen von Wänden, Decke und Fußboden (c_W = 1,26 kJ · kg^{-1} · K^{-1}, ρ_W = 2,5 g · cm^{-3}) um die gleiche Temperaturdifferenz erforderlich ist. Als Dicke von Wänden, Decke und Fußboden wird 25 cm angenommen.

12. Zur schnellen Erwärmung von Wasser wird Wasserdampf in das Wasser geleitet.
a) Begründen Sie, warum man mit einer relativ kleinen Menge Wasserdampf eine größere Menge Wasser schnell erwärmen kann!
b) 500 g Wasserdampf von 100 °C werden in 2 l Wasser von 20 °C eingeleitet. Welche Temperatur stellt sich ein?
c) Mit einer Kaffeemaschine soll durch Einleiten von Wasserdampf eine Tasse Espresso (insgesamt 60 ml) hergestellt werden. Dafür steht neben Kaffee Wasserdampf von 100 °C und Wasser von 15 °C zur Verfügung. Geben Sie eine Variante an, bei der der frische Espresso eine Temperatur von 80 °C hat.
d) Begründen Sie, weshalb der dann servierte Espresso eine deutlich niedrigere Temperatur als berechnet hat!

13. Ein gut isoliertes Gefäß vernachlässigbarer Wärmekapazität enthält

a) 10 g **b)** 75 g **c)** 100 g

Eis mit einer Temperatur von 0 °C. In dieses Gefäß werden 10 g Wasserdampf der Temperatur 100 °C eingeleitet.

Geben Sie für alle drei Fälle ein, welcher Zustand nach Einleiten des Dampfes im Gefäß vorliegt!

14. Will man möglichst genaue kalorimetrische Messungen durchführen, dann muss man in die Energiebilanz die Wärmekapazität des Kalorimeters einbeziehen.

a) Beschreiben Sie, wie man experimentell die Wärmekapazität eines Kalorimeters bestimmen kann!

b) Begründen Sie, dass die Wärmekapazität eines Kalorimeters von der Füllhöhe abhängig ist! Welche Konsequenz ergibt sich daraus für kalorimetrische Messungen?

c) Zur Bestimmung der Wärmekapazität eines Kalorimeters gibt man zu 200 ml Wasser von 16 °C ebenfalls 200 ml Wasser von 54 °C und misst als Mischungstemperatur 31 °C.
Wie groß ist die Wärmekapazität des Kalorimeters bei der gegebenen Füllhöhe?

d) Ein Schüler schlägt vor, zur Bestimmung der Wärmekapazität zu dem kalten Wasser von 16 °C im Kalorimetergefäß sehr heißes Wasser von ca. 90 °C zu geben, damit die Mischungstemperatur möglichst hoch ist. Ein anderer argumentiert, dass es im Interesse der Messgenauigkeit besser sei, Wasser von ca. 40 °C zuzugeben. Wer hat Recht? Diskutieren Sie die verschiedenen Einflussfaktoren auf die Messgenauigkeit!

15. Durch kalorimetrische Messung soll die spezifische Wärmekapazität eines Metalls bestimmt werden. Dazu wird der 340 g schwere Metallkörper in siedendem Wasser erhitzt und dann in ein Kalorimeter gebracht, in dem sich 200 ml Wasser von 18 °C befinden. Die Wärmekapazität des Kalorimeters beträgt 160 $J \cdot K^{-1}$. Es stellt sich eine Mischungstemperatur von 28,7 °C ein.

a) Stellen Sie für den Vorgang eine Energiebilanz auf! Unter welchen Bedingungen gilt diese Energiebilanz?

b) Berechnen Sie aus den gegebenen Daten die spezifische Wärmekapazität des Metalls!

c) Um welchen Stoff könnte es sich handeln?

Gasgesetze



16. Bei 20 °C beträgt der Druck in einem Autoreifen 280 kPa.

a) Auf welchen Wert erhöht sich der Druck, wenn sich der Reifen bei schneller Autobahnfahrt auf 55 °C erwärmt?

b) Welchen Wert würde man erhalten, wenn man die Aufgabe fälschlicherweise nicht mit der absoluten Temperatur, sondern mit der Celsius-Temperatur lösen würde?

17. Wie viel Kilogramm Luft enthält ein Raum mit den Abmessungen 5,7 m x 4,2 m x 2,8 m bei einer Temperatur von 22 °C und einem Luftdruck von 1016 hPa?

18. Eine 10-l-Stahlflasche wird mit 40 g Wasserstoff bei 20 °C gefüllt.

a) Welcher Druck herrscht in der Flasche?

b) Bei welcher Temperatur würde das Ventil versagen, wenn es bis zu einem Druck von 6 MPa abdichtet?

19. 20 g eines Gases nehmen bei 47 °C ein Volumen von 8,2 l ein, wobei der Druck dann 2,02 kPa beträgt. Bestimmen Sie, was für ein Gas vorliegt!

20. In einem 90 m^3 großer Wohnraum soll die Temperatur von 8 °C auf 22 °C erhöht werden.
Es herrscht gerade der normale Luftdruck von 1013 hPa.

a) Welche Wärme ist erforderlich, um diese Temperatur zu erreichen?

b) Wie viel Kohle mit einem Heizwert von 20 MJ/kg müsste man vollständig verbrennen, um die notwendige Wärme zu erzeugen?

c) In welcher Weise verändert sich die notwendige Menge des Heizstoffes, wenn der Wirkungsgrad der Heizungsanlage 35 % beträgt?

d) Misst man die Temperatur nach, dann würde sich zeigen: Die Lufttemperatur, die sich mit der berechneten Wärme tatsächlich einstellt, ist geringer als 22 °C! Woran könnte das liegen?

Kinetische Gastheorie

21. Im Labor wurde ein Hochvakuum mit einem Restdruck von $1{,}3 \cdot 10^{-12}$ kPa erzeugt.
- **a)** Wie viele Moleküle befinden sich bei 20 °C noch in der Hochdruckkammer, die ein Volumen von 400 cm^3 hat!
- **b)** Wie viele Moleküle wären es bei Normaldruck?

22. Ein grundlegendes Gesetz ist die Grundgleichung der kinetischen Gastheorie.
- **a)** Nennen und interpretieren Sie diese Grundgleichung! Wählen Sie für die Interpretation eine mögliche Form aus! Hinweise zum Interpretieren von Gleichungen finden Sie im Internet unter **„www.schuelerlexikon.de"**!
- **b)** Leiten Sie aus der Grundgleichung der kinetischen Gastheorie eine Beziehung zwischen der mittleren Geschwindigkeit der Teilchen, dem Druck und der Dichte her!
- **c)** Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit von Stickstoffmolekülen bei Normdruck und Normtemperatur!

23. In einem Behälter befindet sich Stickstoff unter einem Druck von 1,1 MPa. Die Teilchenanzahldichte beträgt $10^{20}\,cm^{-3}$.
- **a)** Wie groß ist die mittlere kinetische Energie der Stickstoffmoleküle?
- **b)** Welche Temperatur herrscht in dem Gas?
- **c)** Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle!

Hauptsätze der Thermodynamik und Kreisprozesse

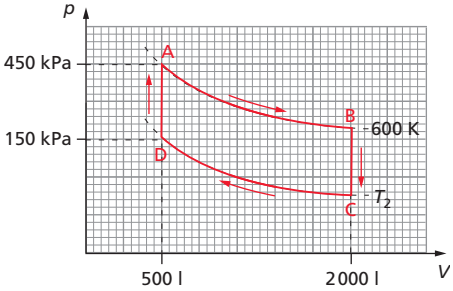
24. Leiten Sie aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik die Energiebilanz für folgende Zustandsänderungen des idealen Gases her:
- **a)** isobare Erwärmung,
- **b)** isochore Abkühlung,
- **c)** isotherme Expansion,
- **d)** isotherme Kompression,
- **e)** isochore Erwärmung,
- **f)** adiabatische Expansion!

25. Stellen Sie, ausgehend vom 1. Hauptsatz der Thermodynamik, Energiebilanzen für solche Zustandsänderungen des idealen Gases auf, bei denen das Gas mechanische Arbeit verrichtet!

26. Eine abgeschlossene Gasmenge wird isotherm von 8000 cm^3 auf 2000 cm^3 komprimiert. Der Anfangsdruck beträgt 100 kPa.
- **a)** Zeichnen Sie für diese Zustandsänderung das *p-V*-Diagramm! Berechnen Sie dazu die erforderlichen Werte!
- **b)** Ermitteln Sie die zur Kompression erforderliche Arbeit!

27. Ein Gas hat folgenden Ausgangszustand
$A: p_A = 240$ kPa; $V_A = 2{,}4\ dm^3$; $T_A = 293$ K.
Es verhält sich näherungsweise wie das ideale Gas und wird nacheinander folgenden vier Zustandsänderungen unterworfen:
(1) Isotherme Kompression auf den doppelten Druck (Zustand B).
(2) Isochore Erwärmung um 160 K (Zustand C).
(3) Isotherme Expansion auf den Anfangsdruck (Zustand D).
(4) Isotherme Zustandsänderung bis zum anfänglichen Zustand.
- **a)** Ermitteln Sie für die Zustände B, C und D die Zustandsgrößen Druck, Volumen und Temperatur!
- **b)** Stellen Sie den gesamten Prozess in einem *p-V*-Diagramm dar!
- **c)** Begründen Sie, weshalb dem Gas für den Gesamtprozess Wärme zugeführt werden muss! Berechnen Sie diese Wärme!

28. Ein als ideal angesehenes Gas durchläuft einen Kreisprozess, der im nicht maßstabsgerechten Diagramm mit einigen Daten und dem prinzipiellen Verlauf gekennzeichnet ist.



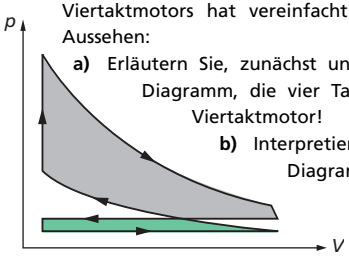
- **a)** Berechnen Sie die fehlenden Größen für Druck, Volumen und Temperatur!
- **b)** Bestimmen Sie den thermischen Wirkungsgrad für diesen Kreisprozess!

29. Eine Maschine, die nach dem stirlingschen Kreisprozess arbeitet, besitzt einen Wirkungsgrad von 20 %. Ihr kaltes Reservoir hat eine Temperatur von 280 K.

a) Welche Temperatur ist für das heiße Reservoir erforderlich, damit der Wirkungsgrad auf 30 % steigt? Die Temperatur des kalten Reservoirs bleibt gleich.

b) Heißluftmotoren arbeiten nach dem stirlingschen Kreisprozess. Bereiten Sie einen Vortrag zum Aufbau und zur Wirkungsweise eines solchen Motors vor!

30. Das *p-V*-Diagramm (Indikatordiagramm) eines Viertaktmotors hat vereinfacht das folgende Aussehen:



a) Erläutern Sie, zunächst unabhängig vom Diagramm, die vier Takte bei einem Viertaktmotor!

b) Interpretieren Sie das *p-V*-Diagramm und ordnen Sie dabei die vier Takte zu! Gehen Sie auf mögliche Idealisierungen ein!

c) Welche physikalische Bedeutung haben die im Diagramm hervorgehobenen Flächen?

31. Nennen und erläutern Sie weitere Vorgänge aus Natur und Technik, die näherungsweise reversibel bzw. irreversibel verlaufen! Geben Sie jeweils die Energien bzw. die Energieumwandlungen an!

32. Wie ändert sich die Entropie eines Körpers aus einem bestimmten Stoff beim

a) Erstarren,

b) Verdampfen,

c) Kondensieren,

d) Verdunsten?

Begründen Sie jeweils Ihre Aussagen!

33. Berechnen Sie die Änderung der Entropie

a) beim Schmelzen von 300 g Zinn,

b) beim Verdampfen von 200 ml Wasser,

c) beim Erstarren von 700 kg Stahl!

34. Physikalisch betrachtet ist der Mensch ein hochkomplexes offenes System mit Import und Export von Stoff, Energie und Entropie. Erläutern Sie diese Aussage!

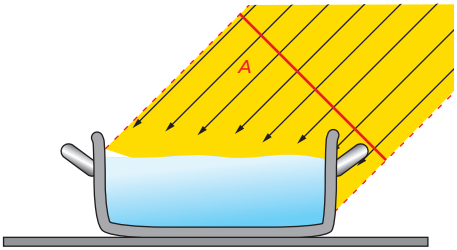
Temperaturstrahlung und Strahlungsgesetze

35. Für das Leben auf der Erde spielt der natürliche Treibhauseffekt eine fundamentale Rolle.

a) Erläutern Sie am Beispiel eines Gewächshauses den Begriff „Treibhauseffekt"!

b) Informieren Sie sich anhand von Literatur und durch Nutzung des Internets über den natürlichen und den anthropogenen (zusätzlichen) Treibhauseffekt! Bereiten Sie dazu einen Vortrag vor!

36. Ein Topf mit Wasser steht in der Sonne.
Die Intensität der Sonnenstrahlung beträgt 0,8 kW/m^2. Etwa 30 % der auffallenden Sonnenstrahlung werden reflektiert, der Rest absorbiert. Die wirksame Fläche A beträgt etwa 1 500 cm^2.



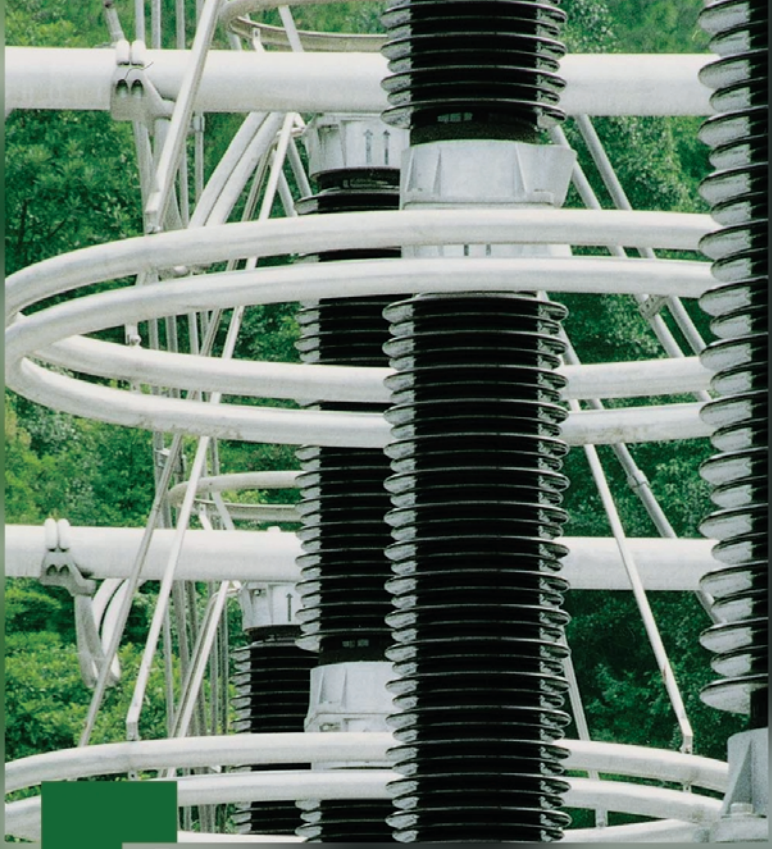
a) Wie viel Energie wird in jeder Sekunde absorbiert?

b) Die Temperatur des Wassers betrug ursprünglich 20 °C. Auf welche Temperatur würde es sich erwärmen, wenn es unter den genannten Bedingungen drei Stunden lang in der Sonne stehen würde? Diskutieren Sie das Ergebnis!

37. Sterne leuchten in unterschiedlichen Farben, z. B. Beteigeuze im Sternbild Orion rötlich, Capella im Sternbild Fuhrmann gelblich, Sirius im Sternbild Grosser Hund weiß. Diese unterschiedlichen Farben zeigen sich auch bei Sternspuraufnahmen.

a) Welcher Zusammenhang besteht der Farbe eines Sterns und seiner Oberflächentemperatur!

b) Warum kann die Oberflächentemperatur nicht nur aus der Farbe des Sternenlichtes ermittelt werden?



4 Elektrizitätslehre und Magnetismus

Im Stoffgebiet geht es um alle elektrischen Erscheinungen, die mit elektrischen Ladungen verbunden sind. Schwerpunkte der aktuellen physikalisch-technischen Entwicklung sind z. B. die Leitungsvorgänge in Halbleitern und die Supraleitung mit ihren Anwendungen. Mit der elektromagnetischen Induktion werden die Grundlagen der gesamten Elektrotechnik behandelt. Elektromagnetische Schwingungen und Wellen spielen nicht nur für die Informationsübertragung eine entscheidende Rolle, sondern werden in breitem Umfange auch in der Medizin und im Alltag genutzt.

4.1 Das elektrische Feld

4.1.1 Elektrische Ladungen

Die Bezeichnungen plus (+, positiv) und minus (–, negativ) gehen auf den amerikanischen Wissenschaftler und Staatsmann Benjamin Franklin (1706–1790) zurück.

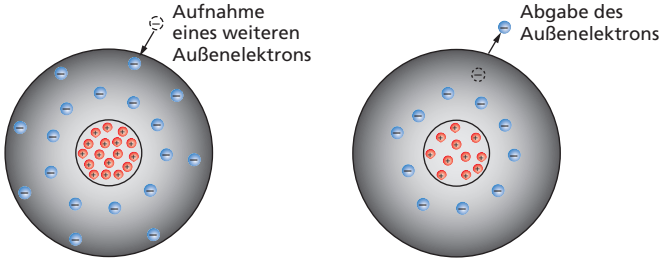
Alle Körper sind aus Atomen bzw. Molekülen aufgebaut. Atome wiederum bestehen aus einer Atomhülle mit negativ geladenen **Elektronen** und einem Atomkern, der u. a. positiv geladene **Protonen** enthält. Ein Atom, das die gleiche Anzahl von Protonen im Atomkern und Elektronen in der Atomhülle besitzt, ist **elektrisch neutral.** Auch ein Körper, der insgesamt genau so viele Protonen wie Elektronen hat, ist elektrisch neutral. Durch unterschiedliche Vorgänge können Elektronen von einem Atom bzw. Körper auf ein anderes Atom bzw. Körper übergehen.

Teilchen, die elektrisch geladen sind, bezeichnet man auch als **Ionen.** Negativ geladene Ionen heißen **Anionen,** positiv geladene Ionen **Kationen.**

Bei der **Dissoziation** (↗ S. 322) von Kochsalz (NaCl) bilden sich Ionen.

Ein Chloratom wird durch die Aufnahme eines Elektrons zu einem negativ geladenen Chlorid-Ion.

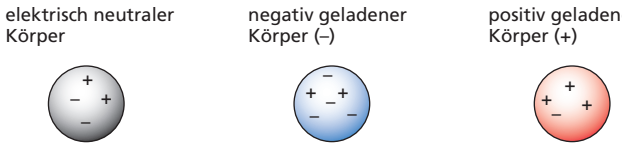
Ein Natriumatom wird durch die Abgabe eines Elektrons zu einem positiv geladenen Natrium-Ion.



Die **Ladungstrennung** durch elektrochemische Vorgänge wird bei **galvanischen Elementen** und bei **Akkumulatoren** genutzt. **Reibungselektrizität** wird bei Bandgeneratoren und Influenzmaschinen zur Ladungstrennung verwendet.

Eine **Ladungstrennung** kann durch elektrochemische Vorgänge (s. oben), durch das Berühren oder Reiben von Körpern aneinander, durch thermoelektrische Vorgänge oder durch Influenz (↗ S. 258) erfolgen.

> Es gibt positive und negative elektrische Ladungen. Ein elektrisch neutraler Körper hat gleich viele Elektronen und Protonen. Negativ geladene Körper haben einen Elektronenüberschuss, positiv geladene Körper einen Elektronenmangel.



Solche Ladungstrennungen und die damit verbundene elektrische Aufladung von Körpern treten auch in der Natur auf. So kommt es z. B. in Gewitterwolken aufgrund von Reibungseffekten zur Ladungstrennung, die so stark sein kann, dass ein Ladungsausgleich in Form von **Blitzen** erfolgt.

Die Größe elektrische Ladung

Wie stark ein Körper elektrisch geladen ist, wird durch die physikalische Größe **elektrische Ladung** beschrieben.

Die elektrische Ladung eines Körpers gibt an, wie groß sein Elektronenüberschuss oder sein Elektronenmangel ist.

Formelzeichen: Q
Einheit: ein Coulomb (1 C)

Die Einheit der Ladung ist nach dem französischen Naturforscher CHARLES AUGUSTIN DE COULOMB (1736–1806) benannt. Für die Einheit gilt:

$1\ \text{C} = 1\ \text{A} \cdot \text{s}$

Jede elektrische Ladung ist ein Vielfaches der **Elementarladung** e:
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C. Sie kann in unterschiedlicher Weise bestimmt werden.

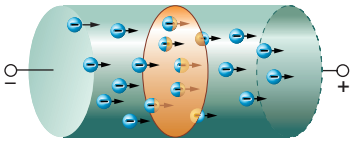
Die elektrische Ladung eines Körpers kann berechnet werden mit der Gleichung:

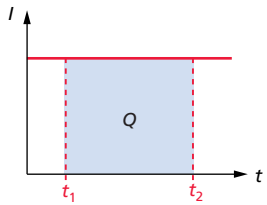
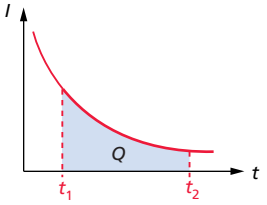
$Q = N \cdot e$

N Anzahl der Ladungen
e Elementarladung

Je nachdem, ob ein Körper positiv oder negativ geladen ist, kann man dem Zahlenwert der Ladung ein positives oder ein negatives Vorzeichen geben.

Ladung wird auch bei Stromfluss durch einen Leiter oder einen Elektrolyten transportiert.
Wie viel Ladung durch die Querschnittsfläche hindurchtritt, hängt von der Stromstärke und der Zeit des Stromflusses ab.



Stromstärke I = konstant	**Stromstärke $I \neq$ konstant**
	
$Q = I \cdot \Delta t$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)\,\mathrm{d}t$
Glühlampe oder beliebiger anderer Leiter im Gleichstromkreis	Entladen eines Kondensators, Aufladen eines Akkumulators

Üblich ist auch die Schreibweise $Q = I \cdot t$. Mit t ist dann die Zeit gemeint, in der ein Strom konstanter Stärke fließt.

Die Daten von Glühlampen und Leuchtstofflampen werden meist in der genannten Form angegeben. Die **Stromstärke** bei Betriebsspannung kann man aus **Leistung** und **Spannung** ermitteln:

$P = U \cdot I$

und damit

$I = \frac{P}{U}$

Eine Taschenlampe mit einer Glühlampe 6 V/2,4 W wird drei Minuten lang genutzt.
Wie viele Elektronen bewegen sich dabei durch einen Leiterquerschnitt des Stromkreises?

Analyse:
Es wird bei einer batteriebetriebenen Taschenlampe von einer konstanten Spannung der Batterien und damit von einer konstanten Stromstärke ausgegangen. Die Stromstärke kann man aus Leistung und Spannung ermitteln.

Gesucht: N (Anzahl der Elektronen)
Gegeben: $U = 6\ \text{V}$
$P = 2{,}4\ \text{W}$
$\Delta t = 3\ \text{min} = 180\ \text{s}$
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$

Lösung:
Für die Ladung Q gilt bei I = konstant:

$$Q = I \cdot \Delta t$$

Mit $Q = N \cdot e$ und $I = \frac{P}{U}$ erhält man:

$$N \cdot e = \frac{P}{U} \cdot \Delta t$$

$$N = \frac{P \cdot \Delta t}{U \cdot e}$$

$$N = \frac{2{,}4\ \text{W} \cdot 180\ \text{s}}{6\ \text{V} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}}$$

$$N = 4{,}5 \cdot 10^{20}$$

Für die Einheiten gilt:

$1\ \text{W} = 1\ \text{V} \cdot \text{A}$

$1\ \text{C} = 1\ \text{A} \cdot \text{s}$

Damit erhält man insgesamt für die Einheiten:

$$\frac{\text{W} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{C}} = \frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}} = 1$$

Das Ergebnis ist also eine Zahl.

Ergebnis:
Bei einem Stromkreis mit einer Glühlampe 6 V/2,4 W fließen bei Betriebsspannung in drei Minuten $4{,}5 \cdot 10^{20}$ Elektronen durch den Leiterquerschnitt. In einer Sekunde wären das $2{,}5 \cdot 10^{18}$ Elektronen.

Elektrischer Strom als bewegte Ladung

Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Ladung und der Stromstärke kann auch zur **Definition der Stromstärke** genutzt werden.

Die Stromstärke ist der Quotient aus der durch einen Leiterquerschnitt hindurchtretenden elektrischen Ladung und der Zeit.

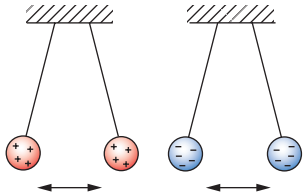
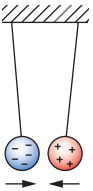
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ oder $I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$

Q elektrische Ladung
t Zeit

Bei einer Stromstärke von 1 A bewegen sich in einer Sekunde ca. $6 \cdot 10^{18}$ Elektronen durch einen Leiterquerschnitt.

Verhalten geladener Körper

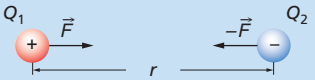
Zwischen elektrisch geladenen Körpern wirken anziehende oder abstoßende Kräfte.

Gleichartig geladene Körper stoßen einander ab.	Ungleichartig geladene Körper ziehen einander an.
	

Der Betrag der Kraft zwischen zwei geladenen Körpern hängt von der Größe der Ladungen und vom Abstand der Körper voneinander ab. Die Zusammenhänge sind im **coulombschen Gesetz** erfasst.

Unter der Bedingung näherungsweise punktförmig geladener Körper gilt für die anziehenden oder abstoßenden Kräfte die Gleichung:

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

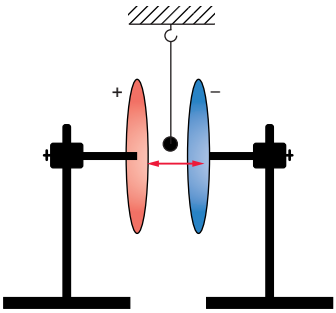


ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	Permittivitätszahl oder Dielektrizitätszahl (für Luft: $\varepsilon_r = 1$)
Q_1, Q_2	Ladungen der beiden Körper
r	Abstand der Massenmittelpunkte

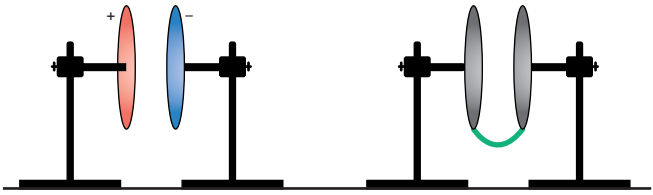
Gefunden wurde dieser Zusammenhang von dem französischen Naturforscher CHARLES AUGUSTIN DE COULOMB (1736–1806). Das coulombsche Gesetz weist Analogien mit dem **Gravitationsgesetz** (↗ S. 124) auf. Die elektrische Feldkonstante hat einen Wert von $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}}$.

Mit Elektronen oder Ionen wird auch elektrische Ladung übertragen. Dabei kann es zu **Ladungsverschiebung, Ladungstrennung, Ladungsteilung** oder **Ladungsausgleich** kommen.

Lässt man eine leitende Kugel zwischen zwei unterschiedlich geladenen Platten hin- und herpendeln, so erfolgt allmählich ein Ladungsausgleich zwischen den beiden Platten. Die Ladung wird „portionsweise“ zwischen den Platten verschoben. Ein solcher Ladungsausgleich kann auch in anderer Weise erfolgen.



Durch einen **Blitz** erfolgt ein Ladungsausgleich zwischen geladenen Wolken bzw. Wolke und Erde.

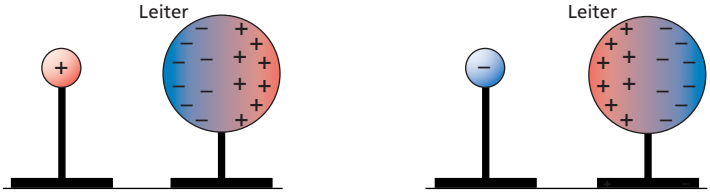


Verbindet man zwei unterschiedlich geladene Platten mit einen Leiter, dann erfolgt in kürzester Zeit ein Ladungsausgleich.

Influenz und dielektrische Polarisation

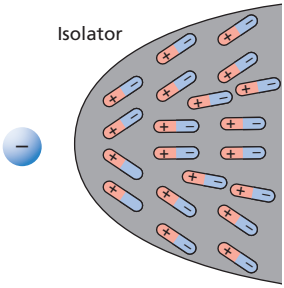
In Leitern sind frei bewegliche und damit verschiebbare Ladungsträger (Elektronen) vorhanden.

Bringt man einen geladenen Körper in die Nähe eines leitenden, nach außen ungeladenen Körpers, so wirken zwischen den Ladungen Kräfte. Sie bewirken auf dem leitenden Körper eine Ladungsverschiebung und damit eine Ladungstrennung, die als **Influenz** bezeichnet wird.



Die Bezeichnung **Influenz** ist abgeleitet von influere (lat.) = hineinfließen.

> Influenz ist der Vorgang der Ladungstrennung bei einem leitenden Körper unter dem Einfluss eines anderen geladenen Körpers aufgrund der zwischen Ladungen wirkenden Kräfte.



Bringt man einen geladenen Körper in die Nähe eines Isolators, so kommt es aufgrund der Kraftwirkungen zwischen Ladungen zu einer Ausrichtung der gebundenen Ladungen. Es bilden sich kleinste **elektrische Dipole.** Damit kann sich die Oberfläche eines Isolators z. B. positiv (s. Skizze) aufladen.

Nähert man z. B. einen negativ geladenen Kunststoffstab Papierschnitzeln, so tritt dort **dielektrische Polarisation** auf. Die Papierschnitzel werden angezogen.

> Der Vorgang der Ladungsverschiebung auf Isolatoren unter dem Einfluss eines anderen geladenen Körpers aufgrund der zwischen Ladungen wirkenden Kräfte wird als **dielektrische Polarisation** bezeichnet.

Gesetz von der Erhaltung der Ladung

Ähnlich wie für Energie, Impuls, Drehimpuls oder Masse gilt auch für die elektrische Ladung ein **Erhaltungssatz.**

Erhaltungssätze machen eine Aussage über die Konstanz einer physikalischen Größe in einem abgeschlossenem System.

In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtladung erhalten:

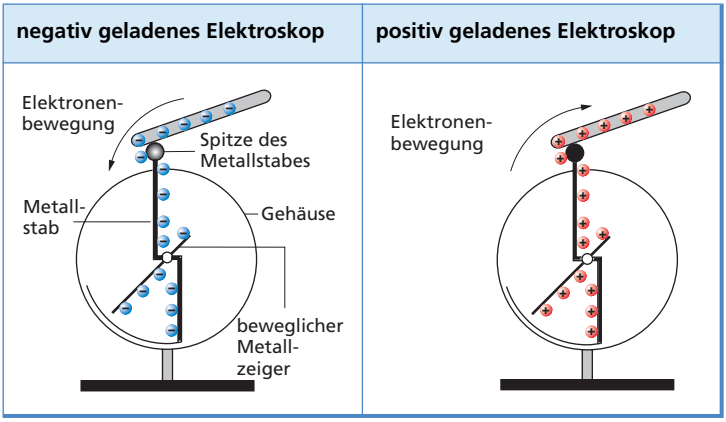
$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = \sum_{i=1}^{n} Q_i = \text{konstant}$$

Q Gesamtladung
Q_i Teilladungen

Dieses Gesetz gilt insbesondere auch für Prozesse der Ladungstrennung. Die Gesamtladung ändert sich nur dann, wenn Ladungen durch die Oberfläche des betrachteten Volumens hindurchtreten, also ein Strom fließt.

Nachweis und Messung von Ladung

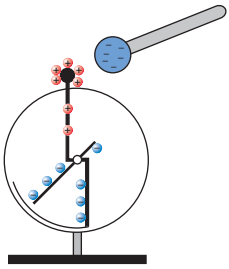
Ein Gerät zum Nachweis elektrischer Ladung ist das **Elektroskop** oder **Elektrometer.** Kommt ein geladener Körper mit dem Metallstab eines Elektroskops in Berührung, so findet zwischen beiden ein Ladungsausgleich statt. Metallzeiger und Metallstab laden sich dabei gleichartig auf. Es kommt infolge von abstoßenden Kräften zum Zeigerausschlag.





Ein mit Skala versehenes **Elektroskop** wird auch als **Elektrometer** bezeichnet. Es gibt sie in unterschiedlichen Bauformen.
Die **Ladungsmessung** kann man auch mithilfe einer Stromstärkemessung (↗ S. 255) oder eines Galvanometers durchführen.

Bei einem Elektroskop kann es auch infolge von Influenz zu einem Zeigerausschlag kommen. Dies kann man beobachten, wenn in die Nähe der Spitze des Metallstabes ein geladener Körper gebracht wird. Dann kommt es infolge Influenz zu einer Ladungstrennung und damit zu einem Zeigerausschlag.

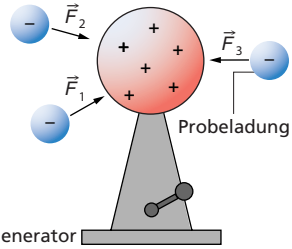


4.1.2 Elektrische Felder

Kennzeichnung, Nachweis und Arten von Feldern

Längere Zeit war umstritten, ob geladene Körper aufgrund ihrer Ladung unmittelbar aufeinander wirken **(Fernwirkungstheorie)** oder ob das elektrische Feld eines Körpers einen anderen geladenen Körper beeinflusst **(Nahwirkungstheorie).**





Im Raum um einen elektrisch geladenen Körper werden auf andere elektrisch geladene Körper Kräfte ausgeübt. Dieser Raum befindet sich in einem besonderen Zustand. In ihm existiert ein **elektrisches Feld.** Wir betrachten nachfolgend zeitlich konstante elektrische Felder **(statische Felder).**

> Ein elektrisches Feld ist der Zustand des Raumes um einen elektrisch geladenen Körper, in dem auf andere elektrisch geladene Körper Kräfte ausgeübt werden.

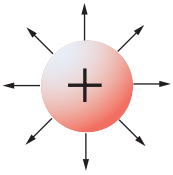
Das Modell der Feldlinien wurde von MICHAEL FARADAY (1791–1867) in die Physik eingeführt. Er erwarb sich große Verdienste um die Physik der Felder.

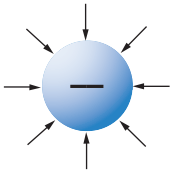


Ein elektrisches Feld ist nur an seinen Wirkungen erkennbar und nachweisbar. Elektrische Felder können mithilfe von **Feldlinienbildern** dargestellt werden. Ein **Feldlinienbild** ist ein Modell für das elektrische Feld. Es macht Aussagen über Beträge und Richtungen der Kräfte auf Probekörper im elektrischen Feld.

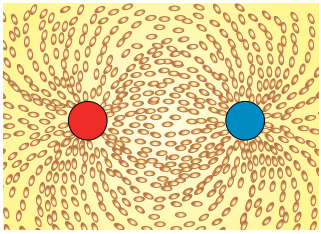
> Für das Feldlinienbild als Modell des elektrischen Feldes gilt:
> - Je größer die Anzahl der Feldlinien in einem bestimmten Gebiet des Feldes ist, desto stärker ist die dort wirkende Kraft auf einen geladenen Körper.
> - Die Richtung der Feldlinien gibt die Richtung der wirkenden Kraft auf einen geladene Körper an. Dabei ist die Art der Ladung zu beachten.

Die Richtung der Feldlinien verläuft vereinbarungsgemäß von + nach –.

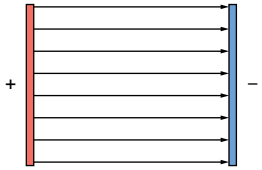
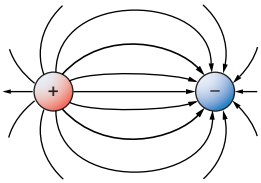
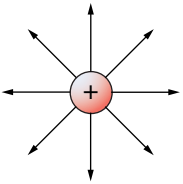




Feldlinien lassen sich auch experimentell veranschaulichen, wenn sich Grieskörnchen in Öl in einem elektrischen Feld befinden. Unter der Wirkung des elektrischen Feldes kommt es zur elektrischen Polarisation (↗ S. 258). Die Grieskörnchen richten sich in Richtung der Feldlinien aus.



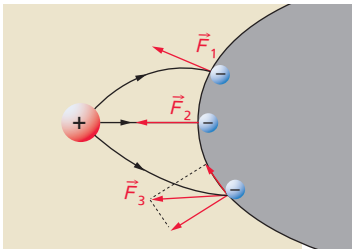
Man unterscheidet homogene und inhomogene Felder.
Ein **homogenes Feld** liegt vor, wenn es an allen Stellen gleich stark ist, also die Kraft auf einen Probekörper überall gleich groß ist.
Ein **inhomogenes Feld** liegt vor, wenn es von Ort zu Ort unterschiedlich stark ist, die Kraft auf einen Probekörper also verschieden ist.

homogenes Feld	inhomogene Felder	
Feld zwischen zwei ungleichartig geladenen Platten	Feld zwischen zwei geladenen Kugeln	Feld um eine geladene Kugel (Punktladung)
		

Das Feld zwischen zwei ungleichartig geladenen Platten ist nur im Bereich zwischen den Platten homogen. Das inhomogene Feld um eine Punktladung wird auch als **Radialfeld** oder als **radialsymmetrisches Feld** bezeichnet.
Feldlinien beginnen und enden an Ladungen, die auch – wie bei dem oben dargestellten Radialfeld – weit entfernt sein können.

Im **Modell Feldlinienbild** gilt:
In einem homogenen Feld verlaufen die Feldlinien parallel zueinander, in einem inhomogenen Feld dagegen nicht.

Dabei treten die Feldlinien aus Leiteroberflächen im elektrostatischen Gleichgewicht immer senkrecht ein oder aus. Wäre das nicht der Fall (siehe untere Feldlinie), dann würde eine tangentiale Kraftkomponente solange eine Verschiebung der Ladung hervorrufen, bis auch $\vec{F}_3$ senkrecht zur Oberfläche wirkt.



Nach dem Verlauf der Feldlinien von Ladung zu Ladung kann man ein elektrisches Feld auch folgendermaßen charakterisieren:

> Ein statisches elektrisches Feld ist ein wirbelfreies Quellenfeld.

Im Unterschied dazu ist ein **magnetisches Feld** (↗ S. 279) ein quellenfreies Wirbelfeld. Das bedeutet: Die Feldlinien sind dort geschlossene Linien ohne Anfang und Ende.

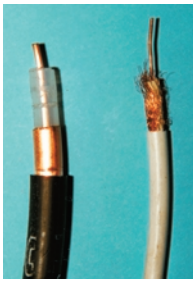
Wirbelfrei bedeutet, dass die Feldlinien keine geschlossene Linien sind, sondern Anfang und Ende haben. Die Quellen des Feldes sind die elektrischen Ladungen.
Für die Wirkungen von Feldern gilt:

- Auf einen geladenen Körper wird im elektrischen Feld eine Kraft ausgeübt.
- Bei Stoffen im elektrischen Feld tritt Influenz (↗ S. 258) oder dielektrische Polarisation (↗ S. 258) auf.
- In geschlossenen Stromkreisen bewirkt ein elektrisches Feld die gerichtete Bewegung von Ladungsträgern (Stromfluss).

Abschirmung elektrischer Felder

Bei vielen Kabeln erfolgt eine **Abschirmung elektrischer Felder** durch eine metallische Hülle oder durch ein Drahtgeflecht.

Elektrische Felder können mithilfe von Leitern abgeschirmt werden. Bereits MICHAEL FARADAY (1791–1867) wies 1836 nach, dass eine solche Abschirmung nicht nur durch massive Leiter, sondern auch durch Metallgitter und -streben erfolgt. Eine Anordnung von Leitern, durch die ein Raum von elektrischen Feldern abgeschirmt wird, nennt man **faradayschen Käfig.**



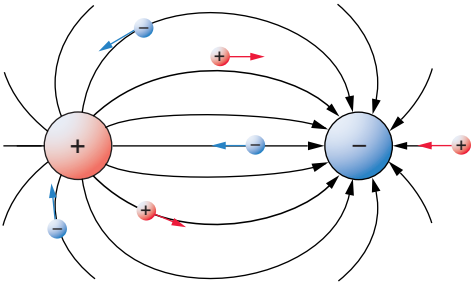
Ein Beispiel für einen solchen faradayschen Käfig ist die Karosserie eines Autos. Auch bei einem Blitzeinschlag bleibt der Raum im Inneren feldfrei. Personen sind damit geschützt. Das gilt selbst für Cabrios bei geschlossenem Dach. Faradaysche Käfige nutzt man auch, um Kabel oder elektronische Geräte vor störenden elektrischen Feldern abzuschirmen.



Die elektrische Feldstärke

Der Betrag der Kraft hängt von der Stärke des Feldes im betreffenden Punkt und von der Ladung des Probekörpers ab. Die Richtung der Kraft wird durch die Feldrichtung und die Art der Ladung bestimmt.

Zur genaueren Kennzeichnung elektrischer Felder kann man Betrag und Richtung der Kraft bestimmen, die auf einen geladenen Körper in diesem Feld wirkt.



Die Stärke und die Richtung des elektrischen Feldes kann durch die Größe **elektrische Feldstärke** beschrieben werden.

Für die Einheit gilt:

$$1\,\frac{N}{C} = 1\,\frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot A \cdot s}$$

$$= 1\,\frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s \cdot m}$$

$$= 1\,\frac{V}{m}$$

Die elektrische Feldstärke in einem Punkt gibt an, wie groß die Kraft je Ladung in diesem Punkt ist.

Formelzeichen: $\vec{E}$

Einheiten: ein Newton durch Coulomb $(1\frac{N}{C})$

ein Volt durch Meter $(1\frac{V}{m})$

Die elektrische Feldstärke kann berechnet werden mit der Gleichung:

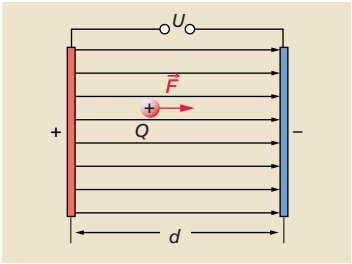
$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$

$\vec{F}$ Kraft auf einen positiv geladenen Körper
Q Ladung dieses Körpers

Mit dieser Festlegung stimmt die Richtung der **Feldstärke** in einem Punkt mit der Richtung der Feldlinie durch diesen Punkt überein.
Die Kraft $\vec{F}$, die auf einen geladenen Körper in einem Feld wirkt, wird auch als **Feldkraft** bezeichnet.



Bei einem homogenen elektrischen Feld ist die elektrische Feldstärke an allen Stellen gleich groß. Sie hängt bei einem elektrischen Feld zwischen zwei parallel zueinander stehenden Platten (Plattenkondensator) nur vom Abstand der Platten und der Spannung zwischen ihnen ab.



Für das homogene Feld im Innern eines Plattenkondensators kann die elektrische Feldstärke berechnet werden mit der Gleichung:

$E = \frac{U}{d}$

U Spannung zwischen den Platten
d Abstand der Platten

Zwischen zwei Kondensatorplatten mit einem Abstand von 3,2 cm liegt eine Spannung von 1,5 kV.
Wie groß ist die Kraft auf einen Körper mit einer Ladung von 20 nC?

Analyse:
Zur Berechnung können die oben genannten Gleichungen für die elektrische Feldstärke genutzt werden.

Gesucht: F
Gegeben: $d = 3{,}2\ \text{cm} = 0{,}032\ \text{m}$
$U = 1{,}5\ \text{kV} = 1\,500\ \text{V}$
$Q = 20\ \text{nC} = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$

Lösung:
Aus $F = Q \cdot E$ und $E = \frac{U}{d}$ erhält man:

$$F = Q \cdot \frac{U}{d}$$

$$F = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{C} \cdot \frac{1\,500\ \text{V}}{0{,}032\ \text{m}}$$

$$F = 9{,}4 \cdot 10^{-4}\ \text{N}$$

Für die Einheiten gilt:

$$1\,\frac{\text{C} \cdot \text{V}}{\text{m}} = 1\,\frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}}{\text{m}}$$

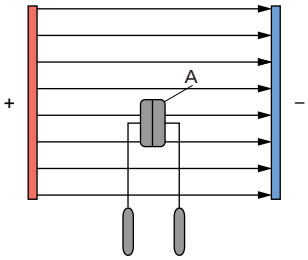
$$= \frac{\text{Ws}}{\text{m}}$$

$$= \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \text{N}$$

Ergebnis:
Auf den geladenen Körper wirkt eine Kraft von $9{,}4 \cdot 10^{-4}$ N.

Elektrische Feldstärke und dielektrische Verschiebung

Bringt man einen elektrischen Leiter in ein elektrisches Feld, so erfolgt Influenz (↗ S. 258). Sie ist umso stärker, je stärker das Feld ist.



Den Zusammenhang zwischen der Feldstärke und der durch Influenz hervorgerufenen Ladung kann man folgendermaßen untersuchen:
Zwei ungeladene metallische Blättchen der Fläche A werden aneinander liegend in ein elektrisches Feld gebracht. Dort werden sie voneinander getrennt und anschließend ihre Ladung gemessen.

Genauere Untersuchungen in unterschiedlichen Feldern zeigen:

> Die auf einer bestimmten Fläche A durch Influenz hervorgerufene Ladung Q ist proportional zur elektrischen Feldstärke.

Damit hat man eine weitere Möglichkeit zur Kennzeichnung der Stärke eines elektrischen Feldes durch die Größe Q/A.

In der Literatur findet man für diese Größe auch die Bezeichnung **elektrische Verschiebungsdichte, Flächenladungsdichte** oder **elektrische Flussdichte** in Analogie zu einer entsprechenden Größe zur Charakterisierung des magnetischen Feldes (↗ S. 281).

> Die **dielektrische Verschiebung** ist ein Maß für die auf einer Fläche durch Influenz hervorgerufenen Ladung und damit zugleich ein Maß für die Stärke des betreffenden elektrischen Feldes.
>
> Formelzeichen: D
>
> Einheit: ein Coulomb durch Quadratmeter $\left(1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right)$

Durch die elektrische Verschiebung und die elektrische Feldstärke wird ein und dasselbe Objekt – ein elektrisches Feld – charakterisiert. Demzufolge muss es zwischen den Größen einen engen Zusammenhang geben.

> Zwischen der dielektrischen Verschiebung D und der elektrischen Feldstärke E besteht folgender Zusammenhang:
>
> $\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}$
>
> ε_0 elektrische Feldkonstante
> ε_r Permittivitätszahl

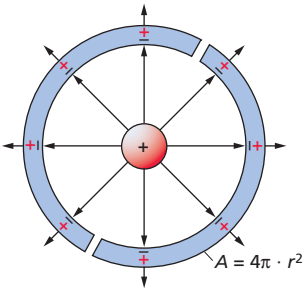
Elektrische Feldstärke eines Radialfeldes

Die elektrische Feldstärke eines Radialfeldes (↗ S. 261) kann man folgendermaßen ermitteln: Um eine geladene Kugel mit der Ladung Q werden zwei große Halbkugelschalen mit dem Radius r gelegt. Die durch Influenz auf den Halbkugelschalen hervorgerufene Ladung ist genau so groß wie die Ladung der Kugel.

Dann gilt für die dielektrische Verschiebung (↗ S. 264):

$$D = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2}$$

Setzt man den Ausdruck für D in den ↗ S. 264 genannten Zusammenhang zwischen D und E ein und stellt die Gleichung nach E um, so erhält man für die elektrische Feldstärke eines Radialfeldes die Gleichung:



$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (1)$$

Befindet sich in einem Radialfeld mit der felderzeugenden Ladung Q_1 ein geladener Körper mit der Ladung Q_2, dann beträgt die Feldkraft auf diesen geladenen Körper:

$F = E \cdot Q_2$ oder mit Gleichung (1)

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Das ist das ↗ S. 257 genannte coulombsche Gesetz.

Wirken auf einen geladenen Körper mehrere elektrische Felder, dann gilt für die resultierende Kraft das **Superpositionsprinzip.**

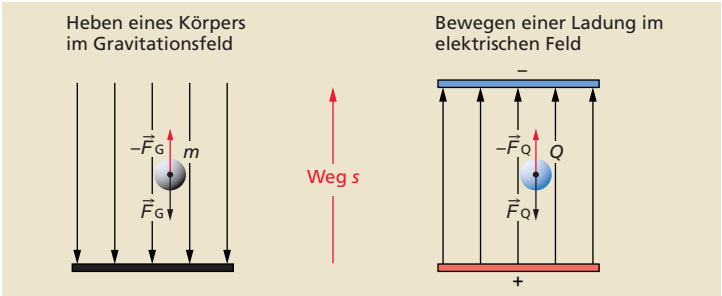
> Beim Wirken mehrere Felder ergibt sich die resultierende Kraft auf einen geladenen Körper als Vektorsumme der einzelnen Feldkräfte.

Auch um die Erde besteht ein elektrisches Feld, das zur Erde gerichtet ist. Die Erde trägt eine negative Ladung. Im Idealfall (ebene, unbebaute und unbewachsene Fläche) ist das Erdfeld ein Radialfeld. Durch Bäume oder Häuser treten erhebliche Deformationen des Feldes auf.
Die durchschnittliche elektrische Feldstärke in der Nähe des Erdbodens beträgt etwa 130 V/m. Sie kann in weiten Grenzen schwanken.



Arbeit im elektrischen Feld

Bewegt man einen elektrisch geladenen Körper unter Kraftaufwendung in einem elektrischen Feld oder wird er infolge der Feldkraft bewegt, so wird an dem geladenen Körper mechanische Arbeit verrichtet.



Das Bewegen eines geladenen Körpers im elektrischen Feld ist vergleichbar mit dem Heben eines Körpers im **Gravitationsfeld** (↗ S. 128). In beiden dargestellten Fällen wird Arbeit im Feld verrichtet.

Diese Arbeit kann in einfacher Weise berechnet werden.

In einem homogenen elektrischen Feld (↗ S. 260 f.) ist die Feldkraft auf einen geladenen Körper konstant. Sie ergibt sich aus der Gleichung für die Feldstärke (↗ S. 263) zu $F = Q \cdot E$. Damit erhält man für die Arbeit im Feld:

Analog dazu wird die **mechanische Arbeit** bei konstanter Kraft und bei Kraft in Wegrichtung berechnet mit der Gleichung:

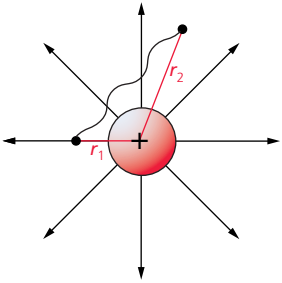
$W = F \cdot s$

Bei der Bewegung eines geladenen Körpers in Richtung der Feldlinien beträgt die im homogenem elektrischen Feld oder vom homogenen elektrischen Feld verrichtete Arbeit:

$W = Q \cdot E \cdot s$ oder $W = Q \cdot U$

Q	Ladung des Körpers
E	konstante Feldstärke
s	Weg parallel zu den Feldlinien
U	Spannung zwischen Ausgangspunkt und Endpunkt

Bei der Bewegung eines geladenen Körpers in einem beliebigen inhomogenen Feld ist die Feldkraft nicht konstant.
Liegt ein **Radialfeld** vor, dann kann die Arbeit ähnlich wie im Gravitationsfeld der Erde folgendermaßen berechnet werden:



$$W = \int_{r_1}^{r_2} F(r)\,\mathrm{d}r$$

Für die **Arbeit im Gravitationsfeld** gilt eine analoge Beziehung (↗ S. 130).

Unter Nutzung des coulombschen Gesetzes (↗ S. 257) erhält man

$$W = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2}\,\mathrm{d}r = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Unabhängig von der Art des elektrischen Feldes gilt:

Die im elektrischen Feld oder von ihm verrichtete Arbeit an einem geladenen Körper hängt nur vom Anfangspunkt und vom Endpunkt der Bewegung ab. Sie ist unabhängig von der Bahn zwischen diesen beiden Punkten.

Energie im elektrischen Feld

Es muss zwischen der Energie eines Körpers im elektrischen Feld und der Energie des Feldes selbst (Feldenergie) unterschieden werden.

Auch für Bewegungen von Körpern im elektrischen Feld gilt der allgemeine Zusammenhang zwischen Arbeit und Energie, so wie er bereits in der Mechanik dargestellt wurde (↗ S. 94):

Die von einem Körper oder an einem Körper verrichtete Arbeit ist gleich der Änderung seiner Energie:

$$W = \Delta E$$

Wird z. B. ein positiv geladener Körper mit der Ladung Q entgegen der Richtung der Feldlinien eines homogenen Feldes der Feldstärke E den Weg s entlang bewegt, so wird die Arbeit $W = Q \cdot E \cdot s$ verrichtet.
Die **potenzielle Energie** des geladenen Körpers im elektrischen Feld vergrößert sich um den gleichen Betrag. Entsprechend verkleinert sie sich bei Bewegung in entgegengesetzter Richtung.
Bei beliebigen elektrischen Feldern wird als Bezugspunkt häufig ein Punkt im Unendlichen gewählt und die Arbeit an einem positiv geladenen Körper betrachtet. In diesem allgemeinen Fall gilt für die potenzielle Energie eines Körpers der Ladung Q in einem Abstand r von einer felderzeugenden Ladung:

$$E_{pot} = -Q \int_{\infty}^{r} E(r)\, dr$$

Wie in der Mechanik wird die potenzielle Energie auch im elektrischen Feld auf ein bestimmtes Niveau bezogen. Das kann z. B. eine bestimmte Äquipotenzialfläche (s. u.) sein.

Das elektrische Potenzial und die elektrische Spannung

Ähnlich wie beim Gravitationsfeld (↗ S. 131 f.) wird auch beim elektrischen Feld ein **Potenzial** definiert.

Unter dem elektrischen Potenzial φ eines Punktes in einem elektrischen Feld versteht man den Quotienten aus der potenziellen Energie des Körpers im Feld und der Ladung dieses Körpers.

Formelzeichen: φ
Einheit: ein Joule durch Couloumb $(1\frac{J}{C})$

Für die Einheiten gilt:
$1\frac{J}{C} = 1\frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s}$
$= 1\ V$

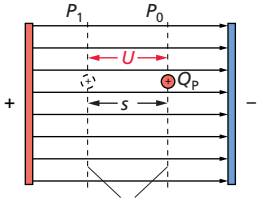
In einem homogenen elektrischen Feld beträgt demzufolge das Potenzial in einem Punkt P_1:

$$\varphi = \frac{Q_P \cdot E \cdot s}{Q_P} = E \cdot s,$$

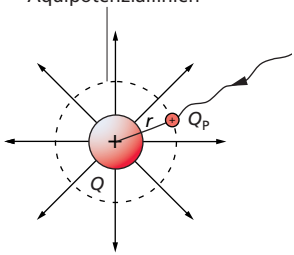
wenn man im Ausgangspunkt das Potenzial P_0 mit null annimmt.
In einem Radialfeld wird als Bezugspunkt für das Nullpotenzial meist ein Punkt im Unendlichen gewählt. Dann beträgt das Potenzial im Abstand r von einer felderzeugenden Ladung

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$$

Manchmal ordnet man, ähnlich wie beim Gravitationsfeld, auch beim elektrischen Feld der Erdoberfläche das Potenzial null zu.



Äquipotenziallinien



Linien oder Flächen gleichen Potenzials nennt man **Äquipotenziallinien** oder **Äquipotenzialflächen.** Sie stehen stets senkrecht zu den Feldlinien.

Das **Potenzial** in einem Punkt hängt nur vom Ort und von der elektrischen Feldstärke (Größe der felderzeugenden Ladung) ab. Es ist unabhängig von der Probeladung Q_P.

Für ein homogenes Feld im Inneren eines Plattenkondensators mit dem Plattenabstand d gilt:

$U = E \cdot d$

Die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten eines elektrischen Feldes ist gleich der Potenzialdifferenz.

$U = \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

φ_1 Potenzial im Punkt 1
φ_2 Potenzial im Punkt 2

Die Potenzialdifferenz und damit die Spannung ist unabhängig davon, welcher Bezugspunkt als Null-Potenzial gewählt wurde.
Liegen zwei Punkte auf einer Äquipotenzialfläche, so ist die Spannung zwischen ihnen null.

Zwischen den beiden Platten eines Plattenkondensators liegt eine Spannung von 22,5 V. Der Abstand zwischen den Platten beträgt 3,0 cm.
a) Wie groß ist die elektrische Feldstärke zwischen den Platten?
b) Ein positiv geladener Körper mit einer Ladung von $6 \cdot 10^{-8}$ C wird um 2,0 cm parallel zu den Feldlinien verschoben. Wie groß ist die Änderung seiner potenziellen Energie?
c) Wie groß ist das Potenzial der positiv geladenen Platte, wenn man das der negativ geladenen Platte null setzt?

Analyse:
Beim elektrischen Feld eines Plattenkondensators handelt es sich um ein homogenes Feld. Es können die dafür geltenden Zusammenhänge angewendet werden.

E ist sowohl das Kurzzeichen für die **elektrische Feldstärke** als auch für die **Energie.** Es ist nur aus dem Zusammenhang erkennbar, welche Größe jeweils gemeint ist.

Gesucht: E, $\Delta E_{pot} = W$, φ
Gegeben: $U = 22{,}5$ V
$d = 3{,}0$ cm $= 0{,}030$ m
$s = 2{,}0$ cm $= 0{,}020$ m
$Q = 6 \cdot 10^{-8}$ C

Lösung:
a) Für die Feldstärke im homogenen elektrischen Feld gilt:

$$E = \frac{U}{d} \qquad E = \frac{22{,}5\ \text{V}}{0{,}030\ \text{m}} = 750\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Für die Einheiten gilt:
$1\frac{\text{C} \cdot \text{V} \cdot \text{m}}{\text{m}} = 1\ \text{C} \cdot \text{V}$
$= 1\ \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}$
$= 1\ \text{Ws}$
$= 1\ \text{Nm}$
$= 1\ \text{J}$

b) Die Änderung der Energie ist gleich der verrichteten Arbeit:

$$\Delta E_{pot} = W = Q \cdot E \cdot s$$
$$\Delta E_{pot} = 6 \cdot 10^{-8}\ \text{C} \cdot 750\ \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0{,}020\ \text{m} = 9 \cdot 10^{-7}\ \text{Nm}$$

c) Das Potenzial ergibt sich aus Feldstärke und Plattenabstand:

$$\varphi = E \cdot d$$
$$\varphi = 750\ \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0{,}030\ \text{m} = 22{,}5\ \text{V}$$

Ergebnis:
Die elektrische Feldstärke zwischen den Platten des Kondensators beträgt 750 V/m, die Änderung der potenziellen Energie bei Verschiebung eines Körpers im elektrischen Feld $9 \cdot 10^{-7}$ J und das Potenzial der positiv geladenen Platte 22,5 V.

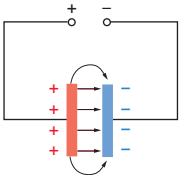
Kondensator als Ladungs- und Energiespeicher

Ein Kondensator ist ein Bauelement zur Speicherung elektrischer Ladung bzw. elektrischer Energie. Er besteht aus zwei leitenden Schichten, die durch einen Isolator, **Dielektrikum** genannt, voneinander getrennt sind. Die einfachste Bauform ist ein **Plattenkondensator.**

Abgeleitet ist der Begriff **Kondensator** von condensare (lat.) = verdichten.
Weitere **Bauformen von Kondensatoren** sind Wickelkondensatoren, Keramikkondensatoren, Drehkondensatoren und Elektrolytkondensatoren.



Plattenkondensator mit Luft als Dielektrikum

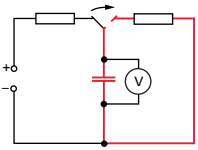
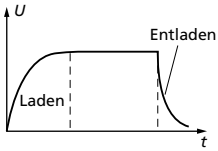
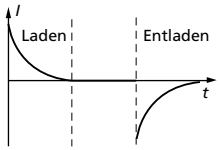


elektrisches Feld eines Plattenkondensators



Schaltzeichen eines Kondensators

Wird ein Kondensator an eine Gleichspannungsquelle angeschlossen, so fließt ein **Ladestrom,** beim Entladen ein **Entladestrom.**

Schaltung	Verlauf der Spannung	Verlauf der Stromstärke
		

Die Speicherfähigkeit eines Kondensators für elektrische Ladung wird durch die physikalische Größe **Kapazität** angegeben.

Abgeleitet ist der Begriff Kapazität von capacitas (lat.) = Aufnahmefähigkeit, Fassungsvermögen.

Die Kapazität eines Kondensators gibt an, wie viel elektrische Ladung der Kondensator bei einer Spannung von 1 V speichern kann.

Formelzeichen: C

Einheiten: 1 Farad (1 F)

1 Coulomb durch Volt $\left(1 \frac{C}{V}\right)$

Sie kann berechnet werden mit der Gleichung:

$C = \frac{Q}{U}$ Q elektrische Ladung
U elektrische Spannung

Die Einheit 1 F ist nach dem englischen Naturforscher MICHAEL FARADAY (1791–1867) benannt.
Für die Einheiten gilt:

$1\ F = 1\ \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V}$

Bei einem **Plattenkondensator** ist die Kapazität umso größer, je größer die Flächen der Platten und je kleiner der Abstand zwischen ihnen ist.

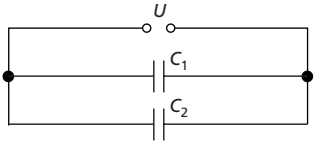
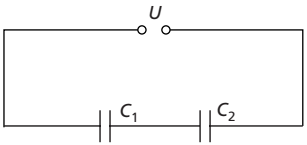
Die **Permittivitätszahl,** auch **Dielektrizitätszahl** genannt, ist eine Materialkonstante, die die Beeinflussung der Kapazität durch das Dielektrikum angibt.
Für Luft gilt: $\varepsilon_r = 1$
Bei Verwendung von speziellen keramischen Werkstoffen kann sich die Speicherfähigkeit bei gleicher Plattenfläche und gleichem Abstand um den Faktor 10 … 10 000 erhöhen.

Die Kapazität eines Plattenkondensators kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

A	Fläche einer Platte
d	Abstand der Platten
ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	Permittivitätszahl

Für die Schaltung von Kondensatoren gelten folgende Gesetze:

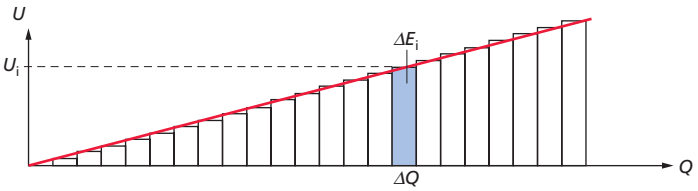
Parallelschaltung	**Reihenschaltung**
	
$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$
$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$	$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$
$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$	$Q = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n$

Das Aufladen eines Kondensators bedeutet das Aufbauen eines elektrischen Feldes zwischen seinen Platten. Dazu ist Energie erforderlich, die dann nach dem Energieerhaltungssatz im elektrischen Feld gespeichert ist. Allgemein gilt:

Ein elektrisches Feld besitzt Energie. Sie wird als **Feldenergie** bezeichnet.

Wie viel Energie z. B. im Feld eines geladenen Kondensators gespeichert ist, hängt von seiner Kapazität und der Ladespannung ab.

Im U-Q-Diagramm ist die Fläche unter dem Graphen gleich der beim Aufladen verrichteten Arbeit und damit auch gleich der im Feld gespeicherten Energie.



Beim Aufladen wird Ladung zu den Platten transportiert. Für ein Ladungselement ΔQ ist diese Arbeit:

$$W_i = \Delta Q \cdot U_i$$

Die Gesamtarbeit ergibt sich aus der Summe aller Teilarbeiten.

Für den dargestellten speziellen Fall ergibt sich:

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot U \text{ und mit } Q = C \cdot U$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Allgemein gilt:

$$W = \int_0^Q U \, dQ$$

Da die verrichtete Arbeit gleich der Energieänderung ist, gilt:

Die in einem Kondensator gespeicherte Feldenergie kann berechnet werden mit den Gleichungen:

$E = \frac{1}{2} Q \cdot U$

$E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

Q Ladung des Kondensators
U Spannung am Kondensators
C Kapazität des Kondensators

Bei Blitzgeräten von Fotoapparaten werden Kondensatoren als Energiespeicher genutzt.

a) Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte und beim Auslösen des Blitzes frei werdende Energie, wenn der eingebaute Kondensator eine Kapazität von 100 µF hat und die Ladespannung 6 V beträgt?

b) Warum kann ein zweiter Blitz erst nach einer bestimmten Zeit ausgelöst werden?

Analyse:

a) Die im Kondensator gespeicherte Energie kann aus Kapazität und Ladespannung berechnet werden.



Gesucht: E
Gegeben: $C = 100\ \mu F = 10^{-4}\ F$
$U = 6\ V$

Lösung:

$$E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} F \cdot (6\ V)^2$$

$$E = 1{,}8\ mJ$$

Für die Einheiten gilt:

$$1\ F \cdot V^2 = 1 \frac{C}{V} \cdot V^2$$

$$= 1\ A \cdot s \cdot V$$
$$= 1\ J$$

Ergebnis:
Im Kondensator des Blitzgerätes ist eine Energie von 1,8 mJ gespeichert.

Die im Kondensator gespeicherte Energie wird bei einem Blitzgeräte in sehr kurzer Zeit freigesetzt. Nimmt man als Entladezeit beim Blitzen 0,1 ms an, so beträgt die Leistung:

$$P = \frac{1{,}8\ mJ}{0{,}1\ ms} = 18\ W$$

b) Unmittelbar nach dem Zündvorgang ist der Kondensator entladen. Die Feldenergie ist null. Für den erneuten Aufladevorgang ist eine bestimmte Zeit erforderlich, die von der Kapazität des Kondensators und vom ohmschen Widerstand im Stromkreis abhängig ist. Erst nach vollständigem Aufladen ist das Blitzgerät wieder betriebsbereit.

4.1.3 Geladene Teilchen in elektrischen Feldern

Die Elementarladung e (↗ S. 255) hat einen Wert von

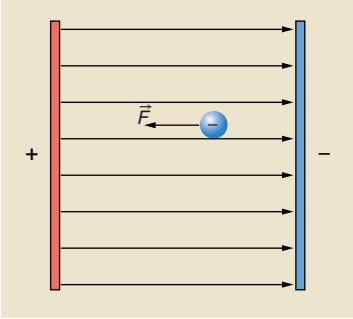
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

Sie kann mithilfe des **Millikan-Versuches** (↗ S. 273) bestimmt werden.

Befinden sich geladene Teilchen in einem elektrischen Feld, so wirkt auf sie eine Feldkraft $F = E \cdot Q$. Da es sich bei den geladenen Teilchen meist um Elektronen mit der Elementarladung e handelt, werden alle nachfolgenden Betrachtungen darauf bezogen.

Elektronen im homogenen Längsfeld

Die Beschleunigung geladener Teilchen nutzt man bei **Elektronenstrahlröhren** und **Beschleunigern.**



Befindet sich ein Elektron in einem homogenen elektrischen Feld, so wirkt die konstante Feldkraft:

$$F = E \cdot e$$

Freie Beweglichkeit vorausgesetzt, wird das Elektron entgegen der Feldrichtung beschleunigt. Für die Beschleunigung gilt:

$$a = \frac{F}{m} = E \cdot \frac{e}{m}$$

Der Term $\frac{e}{m}$ wird als **spezifische Ladung** bezeichnet. Für Elektronen gilt:

$\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$

Dabei wird Feldenergie in kinetische Energie des Elektrons umgewandelt. Beträgt die **Beschleunigungsspannung** zwischen zwei Punkten des elektrischen Feldes U, so gilt:

$$U \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Löst man die Gleichung nach der Geschwindigkeit auf, dann erhält man:

In einem homogenen Längsfeld hängt die Geschwindigkeit von Elektronen von der Beschleunigungsspannung und der spezifischen Ladung ab. Es gilt:

$$v = \sqrt{2U \cdot \frac{e}{m}}$$

U Beschleunigungsspannung

$\frac{e}{m}$ spezifische Ladung des Elektrons

Besitzen die Elektronen bereits eine Anfangsgeschwindigkeit, so gilt für die Gesamtgeschwindigkeit v_G:

$\vec{v}_G = \vec{v}_0 + \vec{v}$

Beträgt z. B. in einer Elektronenstrahlröhre die Beschleunigungsspannung 25 kV, dann erhält man für die Geschwindigkeit der Elektronen nach Durchlaufen dieser Spannung:

$$v = \sqrt{2U \cdot \frac{e}{m}}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 25 \cdot 10^3 \text{V} \cdot 1{,}759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}}$$

$$v = 9{,}4 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Für die Einheiten gilt:

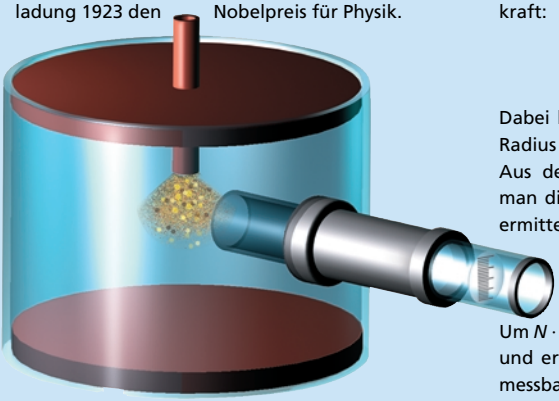
$$\sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{C}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Das ist immerhin eine Geschwindigkeit, die ca. 30 % der Vakuumlichtgeschwindigkeit beträgt.

Bestimmung der Elementarladung

In der Mitte des 19. Jahrhunderts fand MICHAEL FARADAY (1791–1867), dass bei der Elektrolyse zur Abscheidung einer bestimmten Anzahl von Atomen gegebener Wertigkeit immer die gleiche Ladung erforderlich ist. Auf dieser Grundlage versuchte der britische Physiker G. J. STONEY (1826–1911) eine erste Abschätzung der Elementarladung, konnte aber nur einen statistischen Mittelwert angeben.

Mit einem völlig anderen Verfahren gelang es dem amerikanischen Physiker ROBERT ANDREWS MILLIKAN (1868–1953), in den Jahren 1909 bis 1913 erstmals die Elementarladung e relativ genau zu bestimmen. Er nutzte dazu die **Tröpfchenmethode,** der Versuch wird heute als **MILLIKAN-Versuch** bezeichnet. MILLIKAN erhielt für die Präzisionsmessung der Elementarladung 1923 den Nobelpreis für Physik.



***1** Kammer für die Beobachtung der geladenen Öltröpfchen. Die Messung ihrer Geschwindigkeit erfolgt mithilfe eines Mikroskops mit Skala.*

Das Prinzip des MILLIKAN-Versuches ist in den Bildern 1 und 2 dargestellt. In ein senkrecht gerichtetes homogenes elektrisches Feld werden Öltröpfchen gesprüht, die sich durch Reibung aufladen. Sie werden durch ein Mikroskop beobachtet (Bild 1). Liegt kein elektrisches Feld an, sinken die Tröpfchen unterschiedlich schnell nach unten. Nach Anlegen eines Feldes sinken einige Tröpfchen schneller, andere schweben oder steigen. Nach Umpolen der Spannung kehrt sich die Bewegungsrichtung um (Bild 2).

Bei schwebenden Tröpfchen sind Gewichtskraft F_G und Feldkraft F gleich groß. Für diesen Fall gilt:

$$m \cdot g = N \cdot e \cdot \frac{U}{d} \qquad \text{oder} \qquad e = \frac{m \cdot g \cdot d}{N \cdot U}$$

Damit könnte man die Elementarladung e bestimmen.

Das Problem besteht allerdings in der Ermittlung der Masse. Um es zu lösen, wandte MILLIKAN folgenden „Trick" an: Neben der Gewichtskraft und der Feldkraft wirkt auf die kleinen Tröpfchen auch die Reibungskraft F_R. Die geladenen Tröpfchen bewegen sich gleichförmig nach oben, wenn

$$F = F_G + F_R \qquad \text{oder} \qquad F_R = F - F_G \qquad (1)$$

und gleichförmig nach unten, wenn:

$$F_R = F + F_G \qquad (2)$$

Nach dem stokesschen Gesetz beträgt die Reibungskraft:

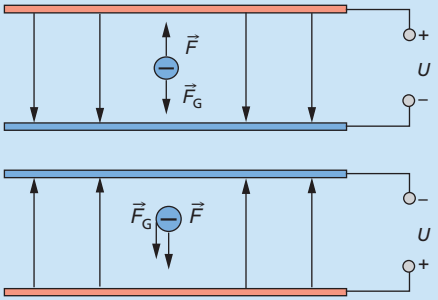
$$F_R = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot n$$

Dabei bedeuten η die dynamische Viskosität, r der Radius des Öltröpfchens und v die Geschwindigkeit. Aus den Kräftegleichgewichten (1) und (2) kann man die Geschwindigkeit beim Sinken und Steigen ermitteln und erhält:

$$v_1 = \frac{N \cdot e \cdot E + m \cdot g}{6\pi \cdot \eta \cdot r} \qquad v_2 = \frac{N \cdot e \cdot E - m \cdot g}{6\pi \cdot \eta \cdot r}$$

Um $N \cdot e$ zu bestimmen, bildet man $v_1 + v_2$ und $v_1 - v_2$ und erhält eine Gleichung für $N \cdot e$ mit durchweg messbaren Größen bzw. Stoffkonstanten. Genaue Messungen ergaben:

$$e = 1{,}602\,176\,46 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$$

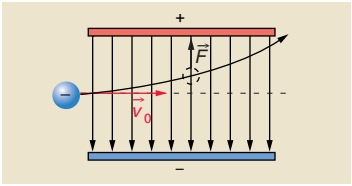


***2** Je nach Richtung des Feldes wirken Gewichtskraft F_G und Feldkraft F in entgegengesetzter oder in gleicher Richtung.*

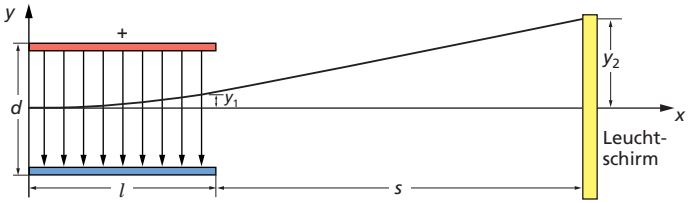
Elektronen im homogenen Querfeld

Tritt ein Elektron mit einer Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes elektrisches Feld ein, dann wirkt ebenfalls eine konstante Feldkraft mit dem Betrag $F = E \cdot e = \frac{U}{d} \cdot e$.

Die Bewegung des Elektrons ist vergleichbar mit der Bewegung eines Körpers beim **waagerechten Wurf** (↗ S. 70). Dort wirkt die konstante Gewichtskraft.



Diese Feldkraft bewirkt eine Ablenkung des Elektrons aus der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung. Das Elektron bewegt sich auf einer parabelförmigen Bahn. Die Ablenkung kann mithilfe von Gesetzen ermittelt werden.



Die Herleitung der Gleichung ist analog zur Herleitung der Bahnkurve beim **waagerechten Wurf** (↗ S. 70).

Innerhalb des Feldes überlagert sich eine gleichförmige Bewegung in x-Richtung mit einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung in y-Richtung:

$$x = v_0 \cdot t \quad (1) \qquad y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = \frac{1}{2} E \cdot \frac{e}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \frac{U}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot t^2 \quad (2)$$

Eliminiert man aus den Gleichungen (1) und (2) den Parameter t, so erhält man:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{v_0^2} \cdot x^2$$

Die Gleichungen für die Ablenkung von Ladungsträgern im elektrischen Feld können in unterschiedlicher Art und Weise hergeleitet werden.

Die Ablenkung y_1 ergibt sich mit $x = l$ zu:

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{v_0^2} \cdot l^2$$

Die Ablenkung y_2 auf einem Leuchtschirm beträgt dann:

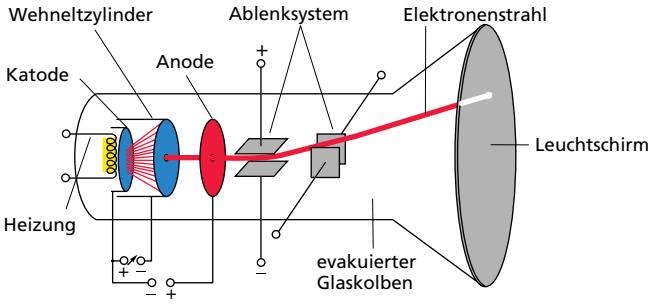
$$y_2 = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{l}{v_0^2} \left(\frac{l}{2} + s\right)$$

Setzt man die Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2 U_B \cdot \frac{e}{m}}$ ein, so erhält man:

$$y_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{l}{U_B} \left(\frac{l}{2} + s\right)$$

Die Ablenkung eines Elektronenstrahls hängt bei gegebener Dimensionierung der Ablenkplatten von der Ablenkspannung U und von der Beschleunigungsspannung U_B (Geschwindigkeit der Elektronen) ab. Sie ist unabhängig von der spezifischen Ladung.

Genutzt wird die Ablenkung von Elektronen in homogenen Querfeldern in **Elektronenstrahlröhren,** insbesondere in Bildröhren von **Oszillografen.** Die Skizze zeigt den Aufbau einer solchen Röhre.



Elektronenstrahlröhren werden nach ihrem Erfinder **Carl Ferdinand Braun** (1850–1918) auch als **braunsche Röhren** bezeichnet.
Bei **Oszillografenbildröhren** nutzt man meist die elektrostatische Ablenkung, bei **Fernsehbildröhren** die Ablenkung durch magnetische Felder (↗ S. 284).



Elektronen mit einer Energie von 420 eV treten senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes elektrisches Feld ein. Dieses Feld existiert zwischen zwei Platten, die 5,0 cm lang sind und einen Abstand von 2,6 cm voneinander haben.

a) Welche Geschwindigkeit haben die Elektronen beim Eintritt in das elektrische Feld?

b) Wie groß muss die Ablenkspannung sein, damit die Ablenkung des Elektronenstrahls am Ende der Ablenkplatte 1,8 mm beträgt?

Analyse:
Wir gehen von einer ungehinderten Bewegung der Elektronen aus. Die Geschwindigkeit der Elektronen ergibt sich aus ihrer Energie. Die Ablenkspannung kann aus der Ablenkung ermittelt werden.

Gesucht: v, U
Gegeben: $E = 420\ \text{eV}$ $l = 5{,}0\ \text{cm}$
$d = 2{,}6\ \text{cm}$ $y_1 = 1{,}8\ \text{mm}$

Lösung:
a) Aus der Definition der Einheit Elektronenvolt ergibt sich: $U = 420\ \text{V}$. Damit erhält man als Geschwindigkeit der Elektronen:

$$v = \sqrt{2U \cdot \frac{e}{m}} = \sqrt{2 \cdot 420\ \text{V} \cdot 1{,}579 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}} = 1{,}2 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ein **Elektronenvolt** (1 eV) ist die **Energie,** die eine Elektron nach Durchlaufen einer Spannung von 1 V besitzt.
$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{Ws}$

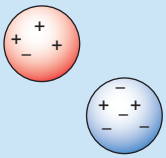
b) Durch Umstellen der ↗ S. 274 genannten Gleichung erhält man:

$$U = 2y_1 \cdot \frac{m}{e} \cdot d \cdot \frac{v_0^2}{l^2}$$

$$U = 2 \cdot 1{,}8 \cdot 10\text{–}3\ \text{m} \cdot \frac{1 \cdot \text{kg}}{1{,}759 \cdot 10^{11}\,\text{C}} \cdot 0{,}026\ \text{m} \cdot \frac{(1{,}2 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{(0{,}05\ \text{m})^2} = \underline{27{,}2\ \text{V}}$$

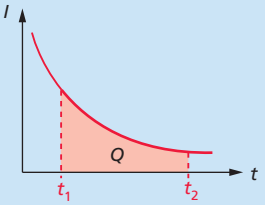
Ergebnis:
Elektronen mit einer Energie von 420 eV besitzen eine Geschwindigkeit von $1{,}2 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Bei einer Ablenkungsspannung von etwa 27 V beträgt die Ablenkung im Feld 1,8 mm.

Elektrische Felder



Elektrisch geladene Körper haben einen Elektronenüberschuss oder einen Elektronenmangel.
Die **elektrische Ladung** Q ist ein Vielfaches N der Elementarladung e: $Q = N \cdot e$
Für die elektrische Ladung Q gilt:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)\,dt \qquad \text{oder} \qquad Q = I \cdot t \text{ (bei } I = \text{konst.)}$$



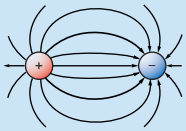
Die Kraft zwischen zwei Punktladungen ergibt sich aus dem **coulombschen Gesetz:**

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Um geladene Körper existiert ein **elektrisches Feld,** das man mit dem **Modell Feldlinienbild** veranschaulichen kann. Die Stärke des Feldes wird mit der elektrischen Feldstärke beschrieben:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

Für ein homogenes Feld gilt: $E = \frac{U}{d}$

homogenes Feld	inhomogenes Feld
	
E = konstant	$E \neq$ konstant

Um einen geladenen Körper im elektrischen Feld zu bewegen, muss Arbeit verrichtet werden. Damit ändert sich die potenzielle Energie des geladenen Körpers.
Bei beliebigen Feldern wird als Bezugspunkt ein Punkt im Unendlichen gewählt und definiert:

$$E_{pot} = -Q \int_{\infty}^{r} E(r)\,dr$$

Unter dem elektrischen Potenzial φ eines Punktes im elektrischen Feld versteht man den Quotienten aus seiner potenziellen Energie und seiner Ladung:

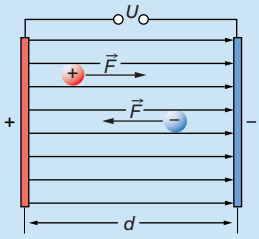
$$\varphi = \frac{E_{pot}}{Q} = -\int_{\infty}^{r} E(r)\,dr$$

Die Spannung zwischen zwei Punkten eines Feldes ist gleich der Potenzialdifferenz zwischen ihnen:

$$U = \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

Befinden sich frei bewegliche geladene Teilchen in einem homogenen elektrischen Feld, dann gilt:

$$F = Q \cdot E = Q \cdot \frac{U}{d} \qquad a = \frac{F}{m} = E \cdot \frac{Q}{m}$$



Beträgt die Beschleunigungsspannung U, so gilt:

$$U \cdot Q = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \text{ und damit } v = \sqrt{2U \cdot \frac{Q}{m}}$$

4.2 Das magnetische Feld

4.2.1 Magnetische Felder von Dauer- und Elektromagneten

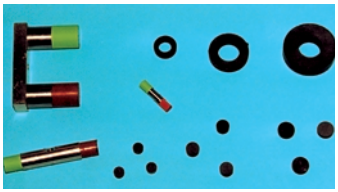
Das Phänomen des Magnetismus ist schon seit dem Altertum bekannt. Elektromagnetismus wurde erstmals 1820 durch den dänischen Physiker HANS-CHRISTIAN OERSTED (1777–1851) nachgewiesen.

HANS CHRISTIAN OERSTED entdeckte 1820, dass ein stromdurchflossener Leiter eine Magnetnadel beeinflusst.

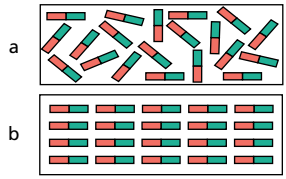
Magnete sind Körper, die andere Körper in ihrer Umgebung (Körper aus Eisen, Nickel oder Cobalt, stromdurchflossene Leiter) magnetisch beeinflussen.

Dabei wird zwischen **Dauermagneten** und **Elektromagneten** unterschieden. Dauermagnete bestehen aus **ferromagnetischen Stoffen.** Sie weisen winzige Strukturen auf, die sich wie kleine Magnete verhalten. Im unmagnetisierten Zustand sind diese **Elementarmagnete** ungeordnet. Unter dem Einfluss eines Magneten können sie sich ausrichten. Der betreffende Körper wird selbst zum Magneten.

Dauer- oder **Permanentmagnete** werden heute meist aus Legierungen und Oxidwerkstoffen (Barium- und Eisenoxid, Neodym) hergestellt. Sie können in beliebige Formen gebracht werden.



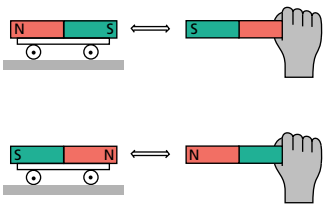
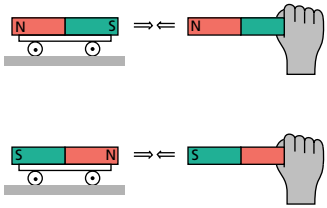
Dauermagnete unterschiedlicher Form



Unmagnetisiertes (a) und magnetisiertes (b) Eisen im Modell

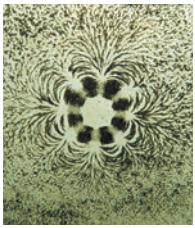
Eine magnetische Wirkung tritt auch um stromdurchflossene Leiter, insbesondere stromdurchflossene Spulen auf. Solche Anordnungen werden als **Elektromagnete** bezeichnet.
Ein Magnet übt auf andere Magnete und auf Körper aus ferromagnetischen Stoffen Kräfte aus. Die Bereiche mit der größten magnetischen Kraft werden als **Magnetpole** bezeichnet.

In der Technik genutzte **Elektromagnete** bestehen zumeist aus einer Spule mit Eisenkern.

Gleiche Magnetpole stoßen sich ab.	**Ungleiche Magnetpole ziehen sich an.**
	

Körper aus ferromagnetischen Stoffen werden von einem Magneten angezogen.
Drehbare Körper richten sich im Bereich eines Magneten in bestimmter Weise aus.

Auch wenn man einen Magneten zerteilt, hat jeder Teil wieder zwei Pole, einen Nordpol und einen Südpol. Keramische Magnete können auch mehr als ein Polpaar haben, wie das Feldlinienbild des Magneten aus einem Fahrraddynamo zeigt.

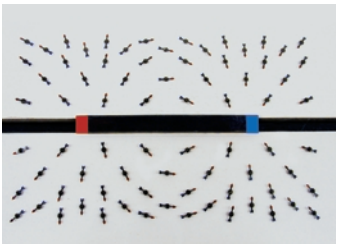
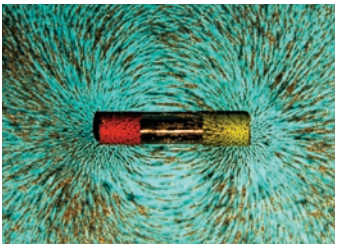


Jedem Magneten kann mindestens ein **Nordpol** und ein **Südpol** zugeordnet werden.

Der Raum um einen Magneten, in dem auf andere Magneten oder auf Körper aus ferromagnetischen Stoffen Kräfte ausgeübt werden, befindet sich in einem besonderen Zustand. In ihm existiert ein **magnetisches Feld.**

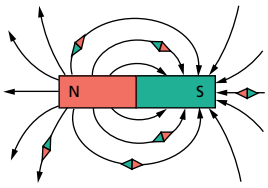
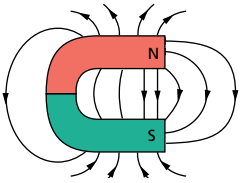
Ein magnetisches Feld ist der Zustand des Raumes um einen Magneten, in dem auf andere Magnete bzw. Körper aus ferromagnetischen Stoffen Kräfte ausgeübt werden.

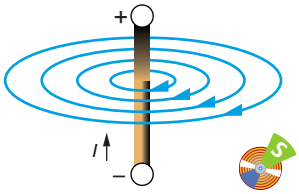
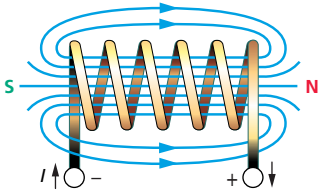
Ein magnetisches Feld ist nur an seinen Wirkungen erkennbar und nachweisbar.
Magnetische Felder können wie elektrische Felder mithilfe von **Feldlinienbildern** dargestellt werden (↗ S. 260). Ein Feldlinienbild als *Modell* des magnetischen Feldes macht Aussagen über die Kräfte auf Probekörper (z. B. kleine Magnete). Dabei gelten analoge Aussagen wie für Feldlinienbilder elektrischer Felder (↗ S. 260).
Der Verlauf von Feldlinien lässt sich experimentell mithilfe kleiner Magnete oder mithilfe von Eisenfeilspänen darstellen.

Kleine Magnete richten sich im Magnetfeld aus.	**Eisenfeilspäne ordnen sich im Magnetfeld zu Ketten an.**
	

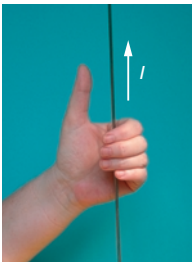
Ein Feldlinienbild ist ein Modell des real existierenden magnetischen Feldes.

Kleine Magnetnadeln richten sich im magnetischen Feld so aus, dass sie parallel zu den Feldlinien sind. Die Richtung der Feldlinien gibt bei Permanentmagneten die Richtung der Kraft auf einen magnetischen Nordpol an.

Feldlinienbild eines Stabmagneten	**Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten**
	

Feldlinienbild um einen stromdurchflossenen Leiter	Feldlinienbild einer stromdurchflossenen Spule
	

Die Richtung der Feldlinien ergibt sich aus folgender Regel: Zeigt der Daumen der linken Hand in Richtung des Elektronenstromes (von – nach +), dann geben die gekrümmten Finger die Richtung der Feldlinien an.



Magnetische Feldlinien sind im Unterschied zu elektrischen Feldlinien geschlossen. Sie haben keinen Anfang und kein Ende. Deshalb kann man nach dem Verlauf der Feldlinien ein Magnetfeld im Unterschied zu einem elektrischen Feld (↗ S. 261) auch folgendermaßen charakterisieren:

> Das magnetische Feld ist ein quellenfreies Wirbelfeld.

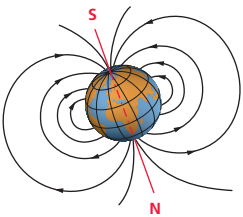
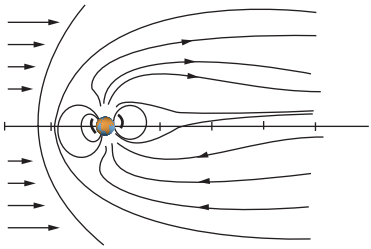
Diese Aussage gilt auch für Permanentmagnete, selbst wenn man dort aus Gründen der Zweckmäßigkeit meist keine geschlossenen Linien zeichnet.

Das Magnetfeld der Erde

Die Erde ist ein großer, wenn auch relativ schwacher Magnet. Die magnetischen Pole liegen in der Nähe der geografischen Pole, wobei sich im Norden der magnetische Südpol und im Süden der magnetische Nordpol befinden. Die Lage der Pole ändert sich mit der Zeit.
In Erdnähe ist die Form des Erdmagnetfeldes vergleichbar mit dem Magnetfeld eines Stabmagneten (↗ S. 278).
Untersuchungen mithilfe von Satelliten haben ergeben, dass das Erdmagnetfeld durch die von der Sonne ausgehende Strahlung von geladenen Teilchen (Sonnenwind) erheblich deformiert wird und dass es auf der sonnenabgewandten Seite weit in den Raum hinausreicht. Das Erdmagnetfeld beeinflusst erheblich die Bewegung geladener Teilchen (↗ S. 287 f.).



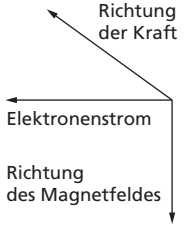
Ursachen des **Erdmagnetfeldes** sind Ströme im Erdinneren, die durch eine Art selbsterregten Dynamo zustande kommen.

Magnetfeld der Erde in Erdnähe	Magnetfeld der Erde in größerer Entfernung von ihr
	

Durch den Sonnenwind wird das Erdmagnetfeld in Richtung Sonne regelrecht „zusammengedrückt". Der Schweif in Gegenrichtung reicht weit in den Weltraum hinaus.

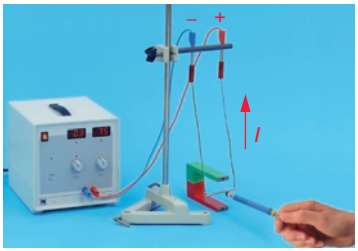
4.2.2 Beschreibung magnetischer Felder durch Feldgrößen

Die Richtung der Kraft kann mithilfe der **Linke-Hand-Regel** (↗ S. 284) bestimmt werden:
Zeigt der Daumen der linken Hand in Richtung des Elektronenstromes und der Zeigefinger in Richtung des magnetischen Feldes, so gibt der Mittelfinger die Richtung der Kraft an.



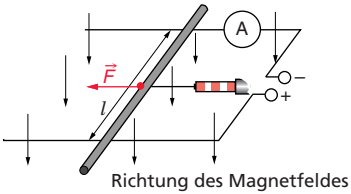
Mitunter nutzt man statt der Linke-Hand-Regel auch die **Rechte-Hand-Regel** (↗ S. 284).

Befindet sich ein stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld, so wird auf ihn eine Kraft ausgeübt. Diese Kraft hängt ab
- von der Stärke des Magnetfeldes, in dem sich der Leiter befindet,
- von der Stromstärke und
- von der Länge des Leiters.



Die Richtung der Kraft ist senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes und senkrecht zur Stromrichtung.

Eine genauere Untersuchung der Zusammenhänge in einem homogenen Magnetfeld ergibt:
- Bei konstanter Länge l ist die Kraft umso größer, je größer die Stromstärke ist:
  $F \sim I$
- Bei konstanter Stromstärke ist die Kraft umso größer, je länger der stromdurchflossene Leiter ist, der sich im Magnetfeld befindet:
  $F \sim l$



Die Zusammenfassung der Proportionalitäten ergibt:

$$F \sim I \cdot l \text{ oder } \frac{F}{I \cdot l} = \text{konstant}$$

Weitere Untersuchungen zeigen: In einem stärkeren Magnetfeld ist der Quotient größer, in einem schwächeren kleiner. Er ist somit geeignet, die Stärke eines Magnetfeldes zu kennzeichnen. Aus historischen Gründen bezeichnet man die Größe als **magnetische Flussdichte.**

Statt von magnetischer Flussdichte wird auch von **magnetischer Induktion** gesprochen.

Die magnetische Flussdichte gibt an, wie stark ein Magnetfeld ist.

Formelzeichen: B
Einheit: ein Tesla (1 T), $1\ \mathrm{T} = 1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \cdot m}}$

Unter der Bedingung, dass sich ein stromdurchflossener Leiter senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes befindet, kann die magnetische Flussdichte berechnet werden mit der Gleichung:

$$B = \frac{F}{I \cdot l}$$

F	Kraft auf den stromdurchflossenen Leiter
I	Stromstärke
l	Länge des Leiters

Benannt ist die Einheit der **magnetischen Flussdichte** nach dem kroatischen Elektrotechniker und Physiker NICOLA TESLA (1856–1943). Die Richtung der magnetischen Flussdichte ist gleich der Richtung der Feldlinien des magnetischen Feldes.

Befindet sich der stromdurchflossene Leiter nicht senkrecht zu den Feldlinien, sondern unter einem beliebigen Winkel α zu ihnen, dann gilt:

$F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$ oder vektoriell geschrieben $\vec{F} = l(\vec{I} \times \vec{B})$.
Wie beim elektrischen Feld gibt es auch beim magnetischen Feld eine zweite Größe. Die Kennzeichnung magnetischer Felder kann auch mithilfe der **magnetische Feldstärke** erfolgen.

Meist wird nur noch mit der **magnetischen Flussdichte** gearbeitet.

Die magnetische Feldstärke ist ein Maß dafür, wie stark ein Magnetfeld ist.

Formelzeichen: H
Einheit: ein Ampere durch Meter $(1\,\frac{A}{m})$

Zwischen den beiden Größen zur Beschreibung magnetischer Felder besteht, ähnlich wie bei den Feldgrößen des elektrischen Feldes (↗ S. 264), ein enger Zusammenhang.

Die magnetische Flussdichte B und die magnetische Feldstärke H sind folgendermaßen verknüpft:

$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$



μ_0 magnetische Feldkonstante
μ_r Permeabilitätszahl

Die magnetische Feldkonstante hat einen Wert von
$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\frac{V \cdot s}{A \cdot m}$

Ein Leiter von 4 cm Länge befindet sich in einem Magnetfeld und wird von einem Strom der Stärke 5,1 A durchflossen. Auf ihn wirkt eine Kraft von $2{,}2 \cdot 10^{-2}$ N.
Wie groß ist die magnetische Flussdichte des Feldes?

Analyse:
Da kein Winkel zwischen Leiter und Richtung des Magnetfeldes angegeben ist, gehen wir davon aus, dass beide senkrecht zueinander sind. Dann kann die S. 280 genannte Definitionsgleichung für die Flussdichte angewendet werden.

Gesucht: B
Gegeben: $l = 4\text{ cm} = 0{,}04\text{ m}$
$I = 5{,}1\text{ A}$
$F = 2{,}2 \cdot 10^{-2}\text{ N}$

Lösung:
Für den Fall l und damit I senkrecht zu B gilt für die Flussdichte:

Für die Einheiten gilt:
$1\,\frac{N}{A \cdot m} = 1\text{ T}$

$$B = \frac{F}{I \cdot l}$$

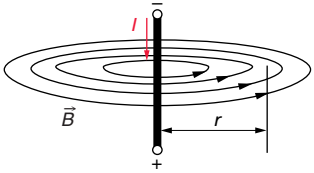
$$B = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-2}\text{ N}}{5{,}1\text{ A} \cdot 0{,}04\text{ m}}$$

$$B = 0{,}11\text{ T}$$

Ergebnis:
Die magnetische Flussdichte beträgt 0,11 T. Die magnetische Feldstärke, berechnet mit $H = \frac{B}{\mu_0}$, würde dann 87 500 $\frac{A}{m}$ betragen.

Das Magnetfeld um stromdurchflossene Leiter und Spulen

Sind zwei parallel zueinander liegende Leiter vorhanden und werden beide von Strom durchflossen, so beeinflussen sich diese beiden Leiter: Bei gleicher Stromrichtung wirkt eine anziehende Kraft, bei entgegengesetzter Stromrichtung eine abstoßende Kraft.



Die Stärke des Magnetfeldes um einen geraden stromdurchflossenen Leiter ist umso größer,
- größer die Stromstärke ist,
- je kleiner der Abstand vom Leiter ist.

Für das Magnetfeld eines geraden stromdurchflossenen Leiters gilt:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r} \quad (\mu_r = 1 \text{ für Luft})$$

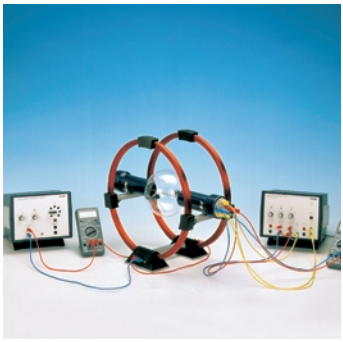
Bei einer Spule hängt die magnetische Flussdichte entscheidend davon ab, welcher Stoff sich in der Spule befindet. Im Vergleich zu einer luftgefüllten Spule kann eine stoffgefüllte Spule eine vielfach größere magnetische Flussdichte im Inneren aufweisen.

Die **Permeabilitätszahl** ist eine Stoffkonstante. Sie gibt an, wie viel Mal so groß die magnetische Flussdichte wird, wenn sich in ihrem Inneren statt eines Vakuums bzw. Luft ein Stoff befindet.

Die magnetische Flussdichte im Inneren einer langen, stromdurchflossenen Spule kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

μ_0	magnetische Feldkonstante	I	Stromstärke durch die Spule
μ_r	Permeabilitätszahl	l	Länge der Spule
N	Windungszahl der Spule		



Diese besondere Spulenanordnung geht auf den deutschen Physiker HERMANN VON HELMHOLTZ (1821–1894) zurück. Man bezeichnet sie deshalb als HELMHOLTZ-Spulen.

Mithilfe einer speziellen Spulenanordnung kann man ein weitgehend homogenes Magnetfeld erzeugen. Zwei kurze Spulen mit großem Radius R werden parallel zueinander im Abstand s aufgestellt. Die Überlagerung der Magnetfelder beider Spulen ergibt in Achsennähe ein weitgehend **homogenes Magnetfeld,** das gut für experimentelle Untersuchungen genutzt werden kann. Für solche Spulen (HELMHOLTZ-Spulen) gilt:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot R^2}{(R^2 + s^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot I$$

Ebenso wie das elektrische Feld besitzt das magnetische Feld Energie.

Die Energie, die im Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule gespeichert ist, kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$E = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$

L	Induktivität der Spule (↗ S. 302)		
I	Stromstärke durch die Spule		

4.2.3 Geladene Teilchen und Stoffe in magnetischen Feldern

Die LORENTZ-Kraft

Bewegen sich geladene Teilchen senkrecht zu den magnetischen Feldlinien, so wird auf sie im Magnetfeld eine Kraft ausgeübt. Diese Kraft wird als **LORENTZ-Kraft** bezeichnet.

Die LORENTZ-Kraft ist die Kraft, die auf einzelne bewegte Ladungsträger in einem Magnetfeld wirkt.

Benannt ist diese Kraft nach dem niederländischen Physiker HENDRIK ANTON LORENTZ (1853–1928), der sie 1895 in die Elektrodynamik einführte.



Der Betrag dieser Kraft kann unter der Voraussetzung, dass Bewegungsrichtung und Richtung des Magnetfeldes senkrecht zueinander stehen, folgendermaßen ermittelt werden:
In einem Leiter bewegen sich Elektronen mit einer mittleren Driftgeschwindigkeit v. Die N Elektronen im Bereich eines Leiterstückes der Länge l bewegen sich in der Zeit t durch einen Leiterquerschnitt, haben also die Geschwindigkeit $v = \frac{l}{t}$. Dann beträgt die Stromstärke im Leiter:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{N \cdot e}{t} \qquad (1)$$

Die Kraft auf ein Leiterstück der Länge l in einem Magnetfeld beträgt (↗ S. 280):

$$F_L = B \cdot I \cdot l \qquad (2)$$

Setzt man (1) in (2) ein, so erhält man: $F_L = B \cdot N \cdot e \cdot \frac{l}{t}$

Mit $N \cdot e = Q$ und $\frac{l}{t} = v$ ergibt sich $F_L = Q \cdot v \cdot B$.

Unter der Voraussetzung, dass die Bewegung geladener Teilchen senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes verläuft, kann der Betrag der LORENTZ-Kraft berechnet werden mit der Gleichung:

$F_L = Q \cdot v \cdot B$

- Q Ladung des Teilchens
- v Geschwindigkeit der geladenen Teilchen
- B magnetische Flussdichte

Die LORENTZ-Kraft wirkt senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes (vgl. ↗ S. 280).

Für Elektronen und Protonen beträgt die Ladung

$Q = e$
$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

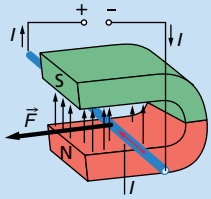
Aus der Gleichung und den Bedingungen ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

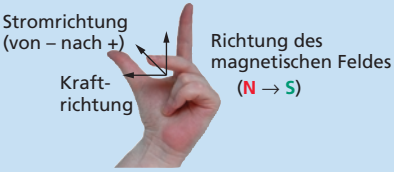
- Da die LORENTZ-Kraft so wie die Radialkraft (↗ S. 87) immer senkrecht zur Bewegungsrichtung wirkt, ändert sich nur die Richtung, nicht aber der Betrag der Geschwindigkeit der Teilchen.
- In einem homogenen Magnetfeld ($\vec{B}$ = konstant) ist die Kraft konstant. Die geladenen Teilchen bewegen sich auf kreisförmigen Bahnen.
- Die Kräfte auf positiv und negativ geladene Teilchen gleicher Ladung sind entgegengesetzt gerichtet, haben aber bei gleicher Geschwindigkeit und gleicher magnetischer Flussdichte den gleichen Betrag.

Sie wird auch als Drei-Finger-Regel oder als **UVW-Regel** bezeichnet.
Nutzt man die rechte Hand, dann zeigt der Daumen in Richtung der Bewegung positiv geladener Teilchen. Die Regel wird dann **Rechte-Hand-Regel** genannt.

Die Richtung der Kraft auf geladene Teilchen und damit auch auf stromdurchflossene Leiter ergibt sich aus der **Linke-Hand-Regel.**

Daumen: Richtung des Elektronenstromes von – nach + (**U**rsache)
Zeigefinger: Richtung des magnetischen Feldes (**V**ermittlung)
Mittelfinger: Richtung der Kraft (**W**irkung)





Bewegen sich die geladenen Teilchen nicht senkrecht, sondern unter einem beliebigen Winkel α zur Richtung des Magnetfeldes, dann gilt für die LORENTZ-Kraft:

$$F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha \quad \text{oder allgemein} \quad \vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

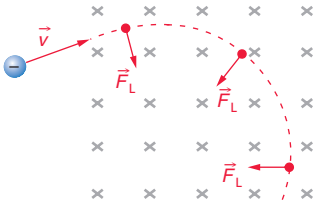
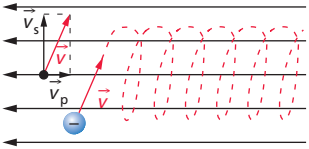
Statt $\sin\alpha$ schreibt man auch häufig:
$\sin \sphericalangle (\vec{v}, \vec{B})$

Daraus folgt:
- Bewegen sich geladene Teilchen parallel zu den Feldlinien des magnetischen Feldes ($\alpha = 0$), so ist die LORENTZ-Kraft null. Die Teilchen werden in ihrer Bewegung nicht beeinflusst.
- Bei senkrechtem Eintritt in das Feld wirkt die LORENTZ-Kraft als Radialkraft. Die geladenen Teilchen bewegen sich auf kreisförmigen Bahnen (Skizze links).
- Bei schrägem Eintritt in das Magnetfeld (Skizze rechts) wirkt ebenfalls die LORENTZ-Kraft, aber mit dem Betrag $F = Q \cdot v_s \cdot B$. Dabei ist v_s die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu den Feldlinien. Die Geschwindigkeitskomponente v_p parallel zu den Feldlinien bewirkt, dass die Kreisbahn im dargestellten Fall nach rechts „auseinandergezogen" wird und damit eine spiralförmige Bahn entsteht.

Bei dieser und allen folgenden Darstellungen bedeutet:



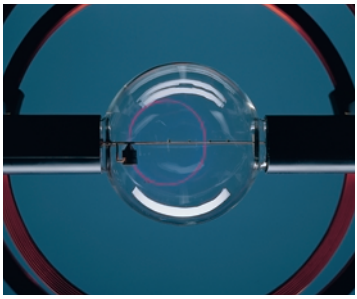
Das Magnetfeld zeigt in die Blattebene hinein. Die umgekehrte Richtung wird durch Punkte markiert.

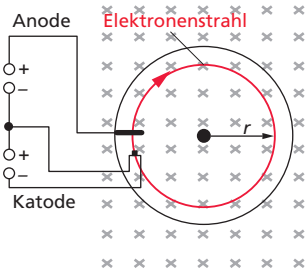
Bewegung senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes	**Bewegung schräg zu den Feldlinien des Magnetfeldes**
	
Die Elektronen bewegen sich auf einer kreisförmigen Bahn.	Die Elektronen bewegen sich auf einer spiralförmigen Bahn.

Bestimmung der spezifischen Ladung und der Masse von Elektronen

Die Ablenkung von Elektronen in homogenen Magnetfeldern kann genutzt werden, um ihre spezifische Ladung zu bestimmen. Dazu werden in einer speziellen Röhre, die sich im homogenen Magnetfeld von HELMHOLTZ-Spulen (↗ S. 282) befindet, Elektronen im elektrischen Feld beschleunigt und im magnetischen Feld abgelenkt.

In analoger Weise können auch die spezifische Ladung und die Masse von Protonen oder von anderen geladenen Teilchen ermittelt werden.





Durch eine Gasfüllung wird die Bahn der Elektronen sichtbar: Die schnellen Elektronen regen das Gas zum Leuchten an.

Aus einer Glühkatode treten Elektronen aus und werden im elektrischen Feld durch eine Spannung U beschleunigt. Dabei erreichen sie die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2U \cdot \frac{e}{m}}$ (1). Durch das homogene Magnetfeld werden sie auf eine Kreisbahn gezwungen. Die LORENTZ-Kraft wirkt dabei als Radialkraft. Es gilt:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad (2)$$

Dividiert man durch v und setzt (1) in (2) ein, so erhält man:

$$\frac{m \cdot \sqrt{2U \cdot \frac{e}{m}}}{r} = e \cdot B$$

Quadrieren der Gleichung und Umstellen nach $\frac{e}{m}$ ergibt:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 \cdot r^2}$$

Alle rechts stehenden Größen sind messbar, damit die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ experimentell ermittelbar.

Die **magnetische Flussdichte** kann man entweder mit einer **HALL-Sonde** (↗ S. 287) direkt messen oder aus der räumlichen Anordnung der HELMHOLTZ-Spulen bei Kenntnis der **Stromstärke** durch die Spulen berechnen (↗ S. 282).

Bei einer Beschleunigungsspannung von 200 V und einer magnetischen Flussdichte von 1,0 mT wird ein Durchmesser des Elektronenstrahls von 9,5 cm ermittelt.
Bestimmen Sie aus diesen experimentellen Daten die spezifische Ladung des Elektrons!

Analyse:
Wir gehen davon aus, dass die Bedingungen für die Anwendbarkeit der abgeleiteten Gleichung (homogenes Magnetfeld, $\vec{v} \perp \vec{B}$, Geschwindigkeit der Elektronen unmittelbar nach Austritt aus der Katode null) erfüllt sind. Dann kann die obige Gleichung zur Berechnung der spezifischen Ladung von Elektronen genutzt werden.

Für die Einheiten gilt:

$$1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{T^2 \cdot m^2}} =$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{V \cdot m^4}}{\mathrm{V^2 \cdot s^2 \cdot m^2}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{V \cdot s^2}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{V \cdot s^2 \cdot kg}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{V \cdot kg}} = 1\,\frac{\mathrm{Ws}}{\mathrm{V \cdot kg}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{V \cdot A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot kg}}$$

$$= 1\,\frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{kg}} = 1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

Gesucht: $\frac{e}{m}$

Gegeben: $U = 200\ \mathrm{V}$

$B = 1{,}0\ \mathrm{mT} = 10^{-3}\ \mathrm{T}$

$d = 9{,}5\ \mathrm{cm} \rightarrow r = 4{,}75\ \mathrm{cm} = 4{,}75 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$

Lösung:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 \cdot r^2}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 200\ \mathrm{V}}{(10^{-3}\ \mathrm{T})^2 \cdot (4{,}75 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m})^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1{,}77 \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$$

Ergebnis:
Aus den Messungen ergibt sich für die spezifische Ladung des Elektrons ein Wert von $1{,}77 \cdot 10^{11}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$.
Der Tabellenwert der spezifischen Ladung des Elektrons beträgt $1{,}759 \cdot 10^{11}\ \mathrm{C \cdot kg^{-1}}$. Kennt man die Elementarladung, so kann die Masse des Elektrons ermittelt werden.

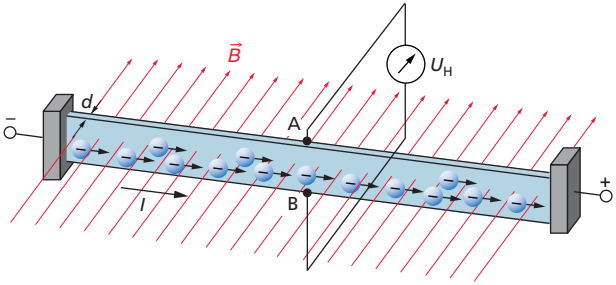
Die spezifische Ladung des Elektrons beträgt $\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$, seine Masse (Ruhemasse) $m_\mathrm{E} = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$.

Der HALL-Effekt

Benannt ist der Effekt nach dem amerikanischen Physiker EDWIN HERBERT HALL (1855–1938), der ihn 1879 entdeckte.

Die Erscheinung, dass geladene Teilchen, die sich im Magnetfeld bewegen, beeinflusst werden, zeigt sich auch bei stromdurchflossenen Leitern. Wird ein flächenhafter stromdurchflossener Leiter senkrecht zur Driftgeschwindigkeit der Elektronen von einem Magnetfeld durchsetzt, so kann man zwischen den Punkten A und B (siehe Skizze) eine Spannung nachweisen.

Die Richtung der Kraft auf die Elektronen kann man mithilfe der **Linke-Hand-Regel** (↗ S. 284) ermitteln. Sie werden nach unten abgelenkt.



Diese Spannung wird als **HALL-Spannung** bezeichnet. Das Zustandekommen lässt sich mithilfe der LORENTZ-Kraft deuten: Infolge ihrer Bewegung im Magnetfeld werden die Elektronen im skizzierten Fall nach unten abgelenkt. Es kommt im Punkt B zu einer Vergrößerung und im Punkt A zu einer Verringerung der Elektronenanzahl, demzufolge zu einer Spannung zwischen diesen beiden Punkten.

Der Betrag der HALL-Spannung hängt von der Stromstärke, der magnetischen Flussdichte und der Dicke d des Leiters (↗ s. Skizze S. 286) ab.

Die HALL-Spannung kann berechnet werden mit der Gleichung

$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

R_H	HALL-Konstante (Stoffkonstante)
I	Stromstärke
B	magnetische Flussdichte
d	Dicke des Leiters

Den genannten Zusammenhang kann man nutzen, um die magnetische Flussdichte und damit die Stärke von Magnetfeldern direkt zu messen. Eine solche Anordnung wird als **HALL-Sonde** bezeichnet.



Die genannte Gleichung für die **Hall-Spannung** lässt sich theoretisch herleiten. Der Faktor R_H ist eine Stoffkonstante und ist gleich dem Kehrwert der Ladungsträgerdichte im betreffenden Leiter:

$$R_H = \frac{V}{N \cdot e}$$

Bedeutung von Kräften auf geladene Teilchen

Kräfte auf geladene Teilchen in magnetischen Feldern spielen in Natur und Technik eine wichtige Rolle und werden in vielfacher Weise genutzt.



Die **Strahlungsgürtel der Erde** kommen zustande, weil energiereiche Teilchen vom Magnetfeld der Erde eingefangen werden und in bestimmten Höhen längs der Feldlinien zwischen den Polen hin- und herschwingen. Das Auftreffen energiereicher Strahlung in Polnähe auf Luftmoleküle führt zur Erscheinung der **Polarlichter,** die vor allem in polaren Regionen häufig zu beobachten sind.

Entdeckt wurden die **Strahlungsgürtel der Erde** in Auswertung von Satellitenmessungen 1958 von dem US-amerikanischen Astronomen und Physiker JAMES ALFRED VAN ALLEN (geb. 1914).

Technisch genutzt wird die LORENTZ-Kraft beispielsweise zur Ablenkung von Elektronenstrahlen in **Fernsehbildröhren,** bei **Teilchenbeschleunigern** wie dem **Zyklotron** und dem **Synchrozyklotron** oder bei **magnetischen Flaschen,** mit denen man ein Plasma in einem Raumbereich regelrecht einschließen kann.

Bei **Elektronenmikroskopen** nutzt man **magnetische Linsen,** die auf Elektronenstrahlen ähnlich wirken wie optische Linsen auf Licht.

Magnetische Flaschen spielen z. B. bei Untersuchungen zur **Kernfusion** eine wichtige Rolle, da der Einschluss eines **Plasmas** im Magnetfeld „berührungslos" erfolgt, d. h. ohne dass es die Wandung berührt.

Bewegungen von geladenen Teilchen in kombinierten elektrischen und magnetischen Feldern



Die bisherigen Betrachtungen beziehen sich auf die Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen oder magnetischen Feldern. Für verschiedene Zwecke ist es sinnvoll, diese Felder miteinander zu kombinieren.

Die gleichzeitige Ablenkung von geladenen Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern kann man nutzen, um

- Präzisionsmessungen der spezifischen Ladung Q/m und damit der Masse m von Teilchen (Elektronen, Protonen, ionisierten Atomen und Molekülen) durchzuführen,
- Teilchen mit kleinsten Massedifferenzen voneinander zu trennen.

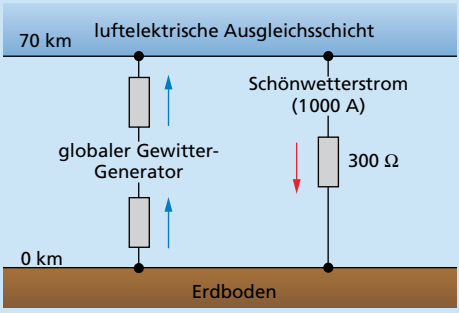
Elektrische Erscheinungen in der Atmosphäre

In der Erdatmosphäre vollziehen sich vielfältige elektrische Erscheinungen. Dazu gehören Blitze und andere Entladungserscheinungen ebenso wie Polarlichter oder die Existenz ionisierter Schichten (HEAVISIDE-CONOLLY-Schichten), durch die z. B. die Ausbreitung elektromagnetische Wellen beeinflusst wird.

Der luftelektrische Stromkreis

Seit Mitte des 18. Jahrhunderts weiß man, dass die Erde neben einem Magnetfeld auch ein elektrisches Feld besitzt. Die Erdoberfläche ist dabei negativ gegenüber der sie umgebenden Atmosphäre geladen. Das elektrische Feld der Erde kann als Radialfeld angesehen werden. Die Feldstärke in Erdbodennähe beträgt im Durchschnitt 130 V/m, nimmt aber mit der Höhe schnell ab. Durch radioaktive Strahlung, Höhenstrahlung und UV-Strahlung erfolgt eine ständige Ionisation in der Atmosphäre. Das führt zu einem Abbau des elektrischen Feldes. Dem muss ein mehr oder minder ständiger Aufbau entgegenstehen. Dabei spielen Gewitter die entscheidende Rolle. Der luftelektrische Kreislauf (Bild 1), der insgesamt einen relativ stabilen Zustand bewirkt, lässt sich folgendermaßen kennzeichnen:

– In Schönwettergebieten fließt ständig ein Strom positiver Ladung zur Erde. Er beträgt insgesamt etwa 1000 A, die Atmosphäre wirkt dabei wie ein elektrischer Widerstand.
– In umgekehrter Richtung muss im Mittel ein gleich großer Strom fließen, der sich aus drei Komponenten zusammensetzt: dem mit Niederschläge verbundenen Niederschlagsstrom, dem bei Gewittern auftretenden Blitzstrom und ein mit Gewittern verbundener Vertikalstrom (Spitzen- und Koronaentladungen).



1 Luftelektrischer Kreislauf (stark vereinfacht)

Polarlichter

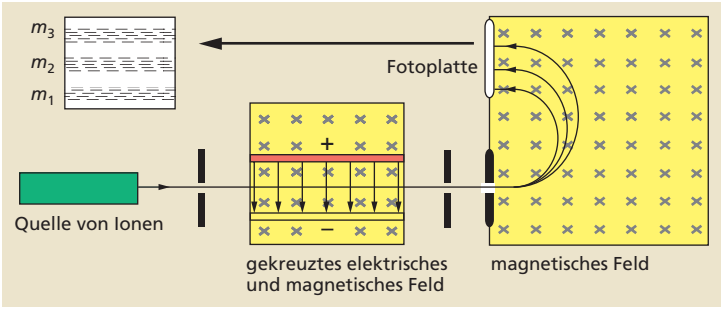
Eine besonders attraktive Erscheinung sind Polarlichter. Sie treten vorrangig zwischen dem 60. und 75. Grad nördlicher und südlicher Breite auf.



2 Polarlichter sind leuchtende, ionisierte Gase, vor allem Sauerstoff und Stickstoff

Ursache für die Polarlichter ist der **Sonnenwind,** ein vom äußeren Bereich der Sonnenatmosphäre, der Korona, ausgehender Teilchenstrom, der vor allem aus Protonen und aus Elektronen besteht. Diese Teilchen treffen meist mit einer Geschwindigkeit von 300–400 km/s auf das Magnetfeld der Erde und werden unter dem Einfluss dieses Feldes abgelenkt. Das Zusammenwirken des Sonnenwindes mit dem Erdmagnetfeld führt zu einem komplizierten System elektrischer Ströme innerhalb der Magnetosphäre. Einer dieser Ströme besteht aus Elektronen, die sich auf spiralförmigen Bahnen längs der magnetischen Feldlinien des Erdmagnetfeldes bewegen. In Höhen zwischen 500 km und 100 km stoßen die Elektronen mit Gasmolekülen zusammen und regen diese zum Leuchten an. Die Frequenz und damit die Farbe des emittierten Lichtes hängt von der Energie der stoßenden Elektronen und von der Art der getroffenen Gasmoleküle ab. Sauerstoffmoleküle senden beim Stoß mit energiereichen Elektronen grünes Licht mit einer Wellenlänge von 558 nm aus, bei energieärmeren Elektronen wird rotes Licht der Wellenlänge 630 nm ausgesendet. Blaue und violette Farbtöne ergeben sich beim Stoß von Elektronen auf Stickstoffmoleküle. Da nur energiereiche Teilchen tief in die Atmosphäre eindringen können, tritt grünes Polarlicht vorwiegend in Höhen von 100–200 km auf, rotes Polarlicht dagegen in Höhen zwischen 200 km und 500 km. Darüber hinaus kommen durch Farbmischungen weitere Farben zustande.

Eine Anordnung, mit der geladene Teilchen kleinster Massedifferenzen voneinander getrennt werden können, wird als **Massenspektroskop** oder als **Massenspektrograf** bezeichnet. Die Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau und den Bahnverlauf bei positiv geladenen Ionen.



Von einer **Ionenquelle** treten geladene Ionen aus, die zunächst unterschiedliche Geschwindigkeiten besitzen. Sie treten in ein gekreuztes elektrisches und magnetisches Feld ein. Positiv geladene Ionen werden vom elektrischen Feld nach unten, vom magnetischen Feld nach oben abgelenkt. Nur die Ionen, bei denen die beiden Feldkräfte gleich groß sind, durchlaufen das gekreuzte Feld geradlinig. Das ist der Fall, wenn gilt:

$$F_{el} = Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B = F_{magn} \text{ und damit}$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Das bedeutet: Alle geladenen Teilchen, die das gekreuzte Feld geradlinig durchlaufen, haben die gleiche Geschwindigkeit $v = E/B$. Das gekreuzte Feld wirkt als **Geschwindigkeitsfilter.**
Anschließend treten die geladenen Teilchen in ein zweites homogenes Magnetfeld konstanter Stärke ein. Die Ablenkung in diesem Magnetfeld erfolgt durch die LORENTZ-Kraft. Es gilt:

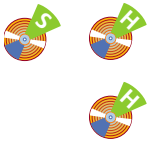
$$Q \cdot v \cdot B' = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Mit $v = \frac{E}{B}$ erhält man die Gleichung:

$$\frac{Q}{m} = \frac{E}{r \cdot B \cdot B'}$$

Der Radius der Kreisbahn im magnetischen Feld ist bei konstanter Stärke des elektrischen und der magnetischen Felder nur von der spezifischen Ladung der Teilchen abhängig.
Aus E, r, B und B' lässt sich die **spezifische Ladung** bestimmen. Kennt man die Ladung der Ionen, kann man aus der spezifischen Ladung die **Ionenmasse** berechnen.
Die Entwicklung der **Massenspektroskopie** war ein wichtiger Schritt auf dem Weg zur Erforschung von Atomkernen. Mithilfe massenspektroskopischer Untersuchungen fand man heraus, dass fast alle Elemente aus verschiedenen Isotopen (↗ S. 493) bestehen.

Den ersten Nachweis eines Isotops mittels Ablenkung durch elektrische und magnetische Felder führten 1912 die britischen Physiker FRANCIS WILLIAM ASTON (1877–1945) und JOSEPH JOHN THOMSON (1856–1940).
1919 entwickelte ASTON einen **Massenspektrografen** mit gekreuztem elektrischen und magnetischen Feld (s. Skizze). Für seine Arbeiten erhielt er 1922 den Nobelpreis für Chemie.



Teilchen mit anderen Geschwindigkeiten werden nach oben oder unten abgelenkt und gelangen nicht in das magnetische Feld.

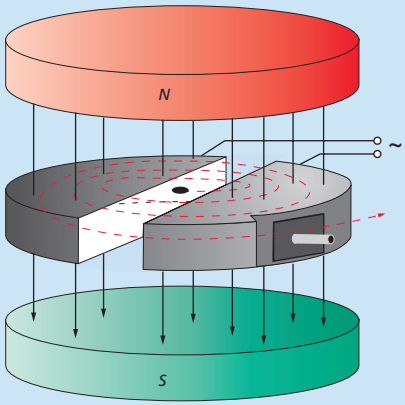
So besteht z. B. Wasserstoff aus den drei Isotopen
$^{1}_{1}H$ (99,985 %),
$^{2}_{1}H$ (Deuterium; 0,015 %) und
$^{3}_{1}H$ (Tritium; 0,0001 %).
Ihre Massen verhalten sich wie 1 : 2 : 3.

Riesenbeschleuniger für kleinste Teilchen

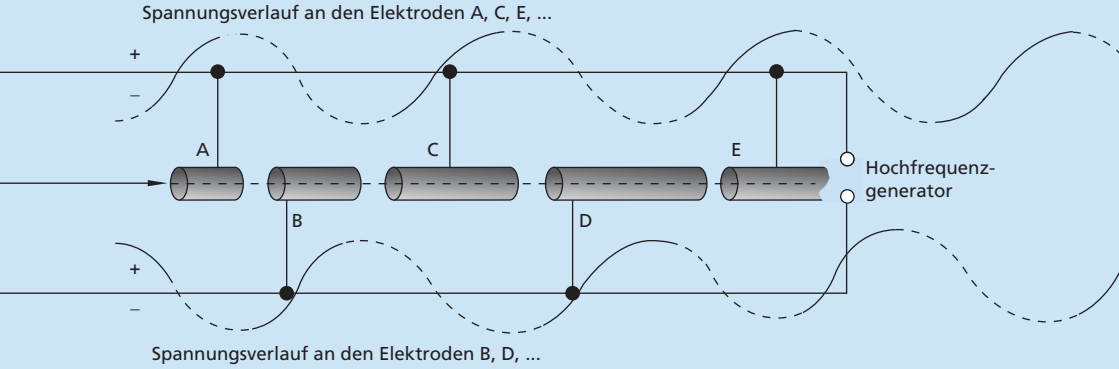
Viele Erkenntnisse über die Struktur der Materie wurden in den letzten Jahren mithilfe von Beschleunigern gewonnen. Mit heutigen **Beschleunigern** lassen sich noch Strukturen wie die Quarks (↗ S. 515) untersuchen, die höchstens ein Hundertmillionstel eines Atomdurchmessers groß sind. Das **Grundprinzip** bei Beschleunigern besteht darin, dass geladenen Teilchen (Elektronen, Protonen, Ionen) auf große Geschwindigkeiten gebracht werden, dann auf andere Teilchen oder Stoffe gelenkt werden und dort Wechselwirkungen auslösen, die in Detektoren registriert und dann ausgewertet werden. Damit kann man Erkenntnisse über die Grundbausteine der Materie gewinnen.
Wichtige Arten von Beschleunigern sind **Linearbeschleuniger, Zyklotrone, Synchrozyklotrone** und **Synchrotrone.**

Linearbeschleuniger sind so aufgebaut, dass geladene Teilchen eine Reihe von röhrenförmigen Elektroden durchlaufen, die mit den Polen eines Hochfrequenzgenerators verbunden sind (Bild unten). Das Innere der Röhren ist feldfrei. Entscheidend für die Beschleunigung sind die Zwischenräume. Während z. B. ein positiv geladenes Teilchen Rohr A durchläuft, verändert sich die Spannung an dieser Elektrode von ihrem negativen zu ihrem positiven Scheitelwert. Wenn das Teilchen Rohr A verlässt, ist A positiv und B negativ. Das Teilchen wird im elektrischen Feld beschleunigt. Das Gleiche passiert in den nachfolgenden Zwischenräumen. Da die Teilchengeschwindigkeit immer größer wird, muss bei konstanter Frequenz auch die Rohrlänge größer werden. Mit Linearbeschleunigern erreicht man Energien bis etwa 50 MeV.

Das erste **Zyklotron** wurde 1929/30 durch die amerikanischen Physiker E. O. LAWRENCE und M. S. LIVINGSTONE konstruiert und in Betrieb genommen. LAWRENCE erhielt dafür 1939 den Nobelpreis für Physik.



Ein Zyklotron besteht aus einer flachen Kammer mit zwei halbkreisförmigen Dosen, die sich in einem Hochvakuum befinden. Die Dosen sind mit einem Hochfrequenzgenerator verbunden, sodass zwischen ihnen ein veränderliches elektrisches Feld besteht. Sie werden von einem konstanten, homogenen Magnetfeld senkrecht durchsetzt (Skizze oben). Die von einer Teilchenquelle ausgehenden Teilchen werden durch das Magnetfeld umgelenkt, im elektrischen Feld zwischen den Dosen beschleunigt, wieder umgelenkt usw. Schließlich werden sie durch eine Elektrode herausgelenkt und stehen dann für Experimente zur Verfügung.



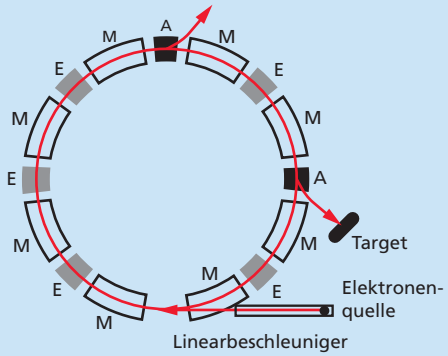


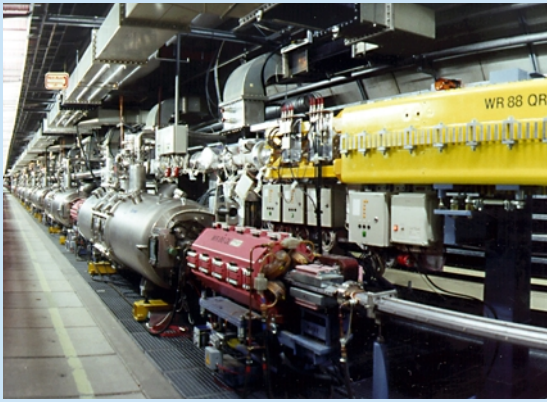
Bei großen Geschwindigkeiten von Teilchen treten relativistische Effekte auf. Die Masse der Teilchen nimmt zu (↗ S. 543) und es vergrößert sich damit ihre Umlaufzeit. Passt man die Hochfrequenz des elektrischen Feldes der Veränderung der Umlaufzeit an, so können die Teilchen stärker beschleunigt werden als bei einem Zyklotron. Man nennt eine solche Anordnung mit veränderbarer Hochfrequenz ein **Synchrozyklotron.**

Um eine weitere Steigerung der Geschwindigkeit und damit der Energie von geladenen Teilchen zu erreichen, kann man elektrische und magnetische Felder in großen Beschleunigerringen anordnen. Man spricht dann von einem **Synchrotron.** Eine der größten Anordnungen dieser Art ist das Deutsche Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg. Das Bild oben zeigt die riesigen Abmessungen der unterirdischen Anlagen PETRA (Positron-Elektron-Tandem-Ring-Anlage) mit 2,3 km Länge und HERA (Hadron-Elektron-Ring-Anlage) mit 6,3 km Länge.

Den grundsätzlichen Aufbau solcher Ring-Anlagen zeigt die Skizze unten. Elektronen bzw. Protonen werden durch die Magnete M umgelenkt und durch elektrische Felder E beschleunigt. Durch Ablenkmagnete A kann der Teilchenstrom in Experimentierhallen ausgelenkt und auf ein Target geschossen werden. Mit Detektoren werden die Wechselwirkungen registriert.

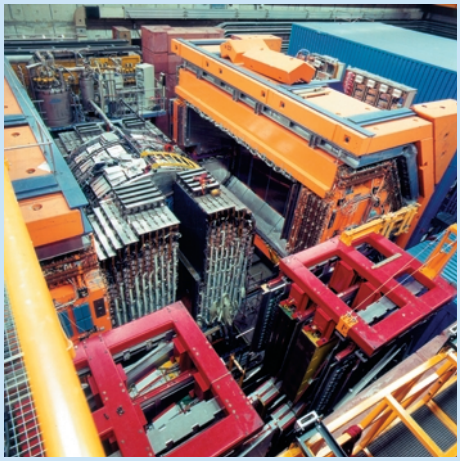
Das Foto zeigt den HERA-Tunnel mit Magneten und Beschleunigungsstrecken. Bei der 1978 in Betrieb genommenen Anlage PETRA treffen Teilchen mit einer Energie von 12 GeV aufeinander. Bei HERA können Elektronen bis auf 30 GeV und Protonen bis auf 820 GeV beschleunigt werden.





Das Foto unten zeigt den ZEUS-Detektor des DESY von oben. Weitere Informationen über die Hamburger Beschleunigeranlagen findet man im Internet unter **www.desy.de.**

Weitere große Teilchenbeschleuniger befinden sich im Europäischen Kernforschungszentrum (CERN) in Genf, in den USA und in Russland.



Stoffe im magnetischen Feld

Die spezifischen Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe kommen durch die Ausrichtung der **weißschen Bereiche** zustande.
Von großer technischer Bedeutung sind **magnetisch weiche und harte Stoffe** sowie der **Restmagnetismus,** der bei ferromagnetischen Stoffen auftritt.



Ausführliche Informationen zu **Stoffen im Magnetfeld** sind auf der CD zu finden.



Die Stärke des Magnetfeldes um eine Spule hängt davon ab, welcher Stoff sich in der Spule befindet (↗ S. 282). Allgemein gilt:

Die Veränderung der magnetischen Flussdichte B in einem Stoff gegenüber der magnetischen Flussdichte B_0 im Vakuum wird durch die Permeabilitätszahl μ_r erfasst. Es gilt:

$\mu_r = \frac{B}{B_0}$ oder $B = \mu_r \cdot B_0$

Nach dem Wert von μ_r unterscheidet man drei Gruppen von Stoffen.

ferromagnetische Stoffe	**paramagnetische Stoffe**	**diamagnetische Stoffe**
$\mu_r \gg 1$	$\mu_r > 1$	$\mu_r < 1$
Eisen, Nickel, Cobalt, spezielle Legierungen	Aluminium, Platin, Luft ($\mu_r = 1{,}000\,000\,37$)	Antimon, Gold, Wasser, Zink, Kupfer, Glas
Magnetfelder werden stark beeinflusst.	Magnetfelder werden durch diese Stoffe nur wenig beeinflusst.	

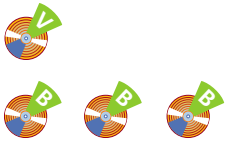
Vergleich statischer elektrischer und magnetischer Felder

statisches elektrisches Feld	**statisches magnetisches Feld**
existiert um elektrisch geladene Körper	existiert um Dauermagnete und um stromdurchflossene Leiter
kann mithilfe von Feldlinienbildern beschrieben werden; Die Feldlinien beginnen und enden an Ladungen.	kann mithilfe von Feldlinienbildern beschrieben werden; Die Feldlinien sind geschlossene Linien.
ist ein wirbelfreies Quellenfeld	ist ein quellenfreies Wirbelfeld
feldbeschreibende Größen: elektrische Feldstärke: $E = \frac{F}{Q}$ dielektrische Verschiebung: $D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$	**feldbeschreibende Größen:** magnetische Flussdichte: $B = \frac{F}{I \cdot l}$ magnetische Feldstärke: $H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot B$
wirkt auf geladene Teilchen mit der Feldkraft: $F = Q \cdot E$	wirkt auf geladene Teilchen bei $\vec{v} \perp \vec{B}$ mit der Feldkraft: $F = Q \cdot v \cdot B$
besitzt Energie, z. B. beim Feld eines geladenen Kondensators: $E = \frac{1}{2}Q \cdot U = \frac{1}{2}C \cdot U^2$	besitzt Energie, z. B. beim Feld einer stromdurchflossenen Spule: $E = \frac{1}{2}L \cdot I^2$

4.3 Elektromagnetische Induktion

1819 fand HANS CHRISTIAN OERSTED (1777–1851) den Zusammenhang zwischen elektrischem Strom und Magnetismus: Jeder stromdurchflossene Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben. In den nachfolgenden Jahren untersuchte M. FARADAY (1791–1867) intensiv den Zusammenhang zwischen Magnetfeldern und Strömen, ausgehend von der Frage: Kann man mithilfe von Magnetismus elektrischen Strom erzeugen? Das führte ihn 1831 nach etwa 10-jähriger Forschungsarbeit zur Entdeckung der elektromagnetischen Induktion und des Induktionsgesetzes.
Das Induktionsgesetz ist eine entscheidende physikalische Grundlage für die gesamte Elektrotechnik. So beruht z. B. die Wirkungsweise von Generatoren und Transformatoren auf diesem Gesetz.

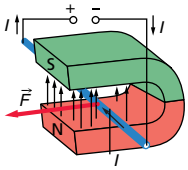
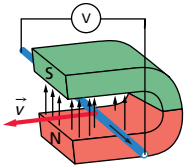
Wichtige Untersuchungen zum Elektromagnetismus führte auch A.M.AMPÈRE (1775–1836) durch. Er entdeckte 1820 die Kräfte zwischen stromdurchflossenen Leitern.



4.3.1 Grundlagen der elektromagnetischen Induktion

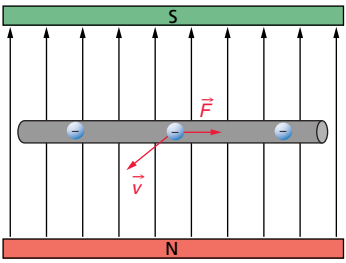
Befindet sich ein beweglicher stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld, so wirkt auf ihn eine Kraft (Skizze links). Er bewegt sich. Das wird auch als **elektromotorisches Prinzip** bezeichnet.
Wird dagegen ein Leiter senkrecht zu den Feldlinien im Magnetfeld durch eine Kraft bewegt (Skizze rechts), so kann man zwischen den Enden des Leiters eine Spannung feststellen. Diese Umkehrung des elektromotorischen Prinzips wird als **Generatorprinzip** bezeichnet.



elektromotorisches Prinzip	Generatorprinzip
	
Auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld wirkt eine Kraft.	Bei einem bewegten Leiter im Magnetfeld entsteht eine Spannung.

Die Richtung der Kraft bzw. die Richtung des Elektronenstromes kann mithilfe der Linke-Hand-Regel (↗ S. 284) bestimmt werden. Bei der Bewegung eines Leiters im Magnetfeld gilt: Zeigt der Daumen der linken Hand in Bewegungsrichtung und der Zeigefinger in Richtung des Magnetfeldes, dann gibt der Mittelfinger die Richtung der Elektronenbewegung an.

Die Ursache für die Entstehung einer Spannung ist die LORENTZ-Kraft, die bei Bewegung eines Leiters im Magnetfeld auf die Leitungselektronen im Leiter wirkt. Die LORENTZ-Kraft bewirkt, dass sich die Elektronen an dem einen Ende des Leiters sammeln. Dort besteht Elektronenüberschuss, am anderen Ende Elektronenmangel, damit zwischen den beiden Enden ein Ladungsunterschied und folglich eine Spannung.



Besteht zwischen den Enden eines Leiters der Länge l eine Spannung U, so beträgt die Feldstärke im Leiter $E = \frac{U}{l}$ und die Feldkraft auf ein Elektron:
$F = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{l}$

Der Betrag der Spannung ergibt sich aus folgender Überlegung: Auf die Elektronen im Leiter wirkt die LORENTZ-Kraft. Ist die Ladungsverschiebung beendet, dann wirkt weiter die LORENTZ-Kraft $F_L = B \cdot e \cdot v$. Zugleich wirkt in entgegengesetzter Richtung eine elektrische Feldkraft, denn zwischen den beiden unterschiedlich geladenen Enden des Leiters besteht ein elektrisches Feld. Im Gleichgewichtszustand gilt:

$$F_L = F_{Feld}$$

Setzt man für die LORENTZ-Kraft und die Feldkraft ein, so erhält man:

$$B \cdot e \cdot v = e \cdot \frac{U}{l}$$

Die Umstellung nach der Spannung U ergibt:

$$U = B \cdot l \cdot v$$



Wird ein Leiter der Länge l in einem homogenen Magnetfeld senkrecht zu den Feldlinien gleichförmig bewegt, so kann die zwischen seinen Enden auftretende Spannung berechnet werden mit der Gleichung:

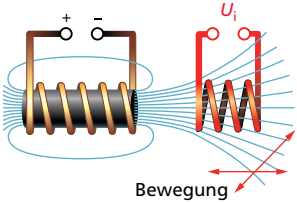
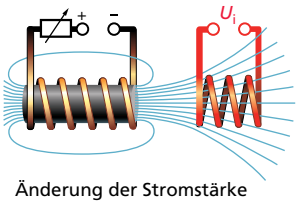
$U = B \cdot l \cdot v$ $(\vec{B} \perp \vec{v})$

B magnetische Flussdichte
l Länge des Leiters
v Geschwindigkeit des Leiters

Solche Spannungen treten auch auf, wenn Spulen in Magnetfeldern bewegt werden oder wenn sich das von einer Spule umfasste Magnetfeld ändert.

Der Begriff „Induktion" ist abgeleitet von inducere (lat.) = hineinführen.

Die Erscheinung, dass zwischen den Enden eines Leiters bei Bewegung im Magnetfeld oder bei einer Änderung des Magnetfeldes eine Spannung entsteht, wird als **elektromagnetische Induktion** bezeichnet. Die Spannung wird **Induktionsspannung** genannt. Der bei geschlossenem Stromkreis fließende Strom heißt **Induktionsstrom.**

Induktion im zeitlich konstanten Magnetfeld	**Induktion im zeitlich veränderlichen Magnetfeld**
	
Durch Bewegung einer Spule im Magnetfeld wird eine Spannung induziert.	Durch Änderung der Stärke des Magnetfeldes wird in der Spule eine Spannung induziert.

Alle experimentellen Untersuchungen zur elektromagnetischen Induktion zeigen:

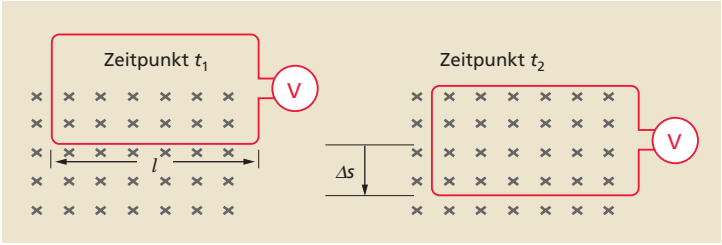
> In einer Spule wird eine Spannung induziert, wenn sich das von der Spule umfasste Magnetfeld ändert.

Der Betrag der Induktionsspannung ist von verschiedenen Faktoren abhängig. Nachfolgend sind die beiden charakteristischen Fälle dargestellt, die auch für die Technik von Bedeutung sind.

Betrag der Induktionsspannung bei zeitlich konstantem Magnetfeld

Ein zeitlich konstantes Magnetfeld kann durch einen Dauermagneten oder einen Elektromagneten bei konstanter Stromstärke hervorgerufen werden. Angenommen wird ein homogenes Magnetfeld. Die Leiterschleife befindet sich senkrecht zum Magnetfeld. Wird die Leiterschleife in das Magnetfeld hineinbewegt, so entsteht eine Induktionsspannung. Wirksam ist dabei die Länge l.

Alle nachfolgenden Betrachtungen werden am Beispiel einer rechteckigen Leiterschleife durchgeführt. Eine solche Leiterschleife kann aufgefasst werden als eine Windung einer Rechteckspule, eine Spule demzufolge als Reihenschaltung von Leiterschleifen.



Die im Leiterstück induzierte Spannung beträgt (↗ S. 294):

$$U_i = B \cdot l \cdot v$$

Die Geschwindigkeit v ergibt sich aus $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Durch Einsetzen erhält man:

$$U_i = B \cdot l \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

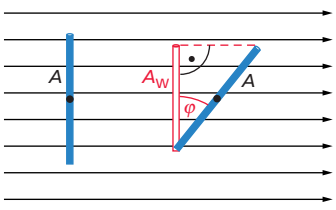
Die Fläche einer Leiterschleife, die von einem Magnetfeld senkrecht durchsetzt wird, bezeichnet man als **wirksame Fläche.**

Das Produkt $l \cdot \Delta s$ ist gleich der Änderung der Fläche, die vom Magnetfeld durchsetzt wird. Es gilt also $l \cdot \Delta s = \Delta A$. Damit erhält man:

$$U_i = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Die Zusammenhänge lassen sich auch deduktiv aus der allgemeinen Formulierung des **Induktionsgesetzes** (↗ S. 297) ableiten.

Befindet sich die Leiterschleife nicht senkrecht, sondern unter einem beliebigen Winkel φ zu den Feldlinien, dann ist die **wirksame Fläche** A_W kleiner als die Spulenfläche A. Sie hat den Betrag:



$$A_W = A \cdot \cos \varphi$$

Wird statt einer Leiterschleife eine Spule mit N Windungen verwendet, so addieren sich die Teilspannungen. Die induzierte Spannung ist N-mal so groß wie bei einer einzelnen Leiterschleife.

Im **zeitlichen konstanten Magnetfeld** hängt die induzierte Spannung von der Änderungsgeschwindigkeit der wirksamen Fläche ab. Für Spulen gilt:

$$U_i = N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

N	Windungszahl der Spule
B	magnetische Flussdichte
ΔA	Änderung der wirksamen Fläche
Δt	Zeitintervall

In differenzieller Schreibweise lautet die Gleichung:

$$U_i = N \cdot B \cdot \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$ bzw. $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ ist die Änderungsgeschwindigkeit (zeitliche Änderung) der Fläche. Genutzt wird diese Art der Spannungserzeugung bei **Generatoren** (↗ S. 303 f.).

Betrag der Induktionsspannung bei zeitlich veränderlichem Magnetfeld

Ein zeitlich veränderliches Magnetfeld entsteht, wenn sich bei einem Elektromagneten die Stromstärke ändert, z. B. durch Ein- und Ausschalten des Stromes oder durch Nutzung einer Wechselspannungsquelle. Ein solches Magnetfeld entsteht auch beim Verschieben eines Eisenkerns in einer Spule. Ändert sich das von einer Leiterschleife oder einer Spule umfasste Magnetfeld mit der Zeit, so wird ebenfalls eine Spannung induziert.
Ursache für die Induktionsspannung ist in diesem Falle nicht die Bewegung zwischen Induktionsspule und Magnetfeld, sondern die zeitliche Änderung des von der Spule umfassten magnetischen Feldes. Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass der Betrag der induzierten Spannung von der Schnelligkeit der Änderung der magnetischen Flussdichte abhängt.

Im zeitlich veränderlichen Magnetfeld hängt die induzierte Spannung von der Änderungsgeschwindigkeit der magnetischen Flussdichte ab. Für Spulen gilt:

$$U_i = N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

N	Windungszahl der Spule
A	wirksame Fläche
Δt	Zeitintervall
ΔB	Änderung der magnetischen Flussdichte

In differenzieller Schreibweise lautet die Gleichung:

$$U_i = N \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ bzw. $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ ist die Änderungsgeschwindigkeit (zeitliche Änderung) der magnetischen Flussdichte. Genutzt wird diese Art der Spannungserzeugung bei **Transformatoren** (↗ S. 305 f.). Alle hier genannten Zusammenhänge lassen sich auch deduktiv aus der allgemeinen Formulierung des **Induktionsgesetzes** (↗ S. 297) ableiten.

Der magnetische Fluss

Aus den oben genannten Gleichungen ist erkennbar, dass der Betrag der Induktionsspannung sowohl von der zeitlichen Änderung der wirksamen Fläche $\Delta A/\Delta t$ als auch von der zeitlichen Änderung der magnetischen Flussdichte $\Delta B/\Delta t$ abhängt.
Beide Änderungen können auch gleichzeitig auftreten und führen dann ebenfalls zu einer Induktionsspannung. Es ist deshalb sinnvoll, für eine kürzere und zugleich allgemeine Formulierung des Induktionsgesetzes die beiden Größen Fläche A und magnetische Flussdichte B miteinander zu verknüpfen. Das geschieht durch die Größe **magnetischer Fluss.**

Der magnetische Fluss ist ein Maß für das die Fläche einer Leiterschleife oder Spule durchsetzende Magnetfeld.

Formelzeichen: ϕ
Einheit: ein Weber (1 Wb), 1 Wb = 1 V · s

Unter der Voraussetzung, dass die Fläche senkrecht zum Magnetfeld liegt, kann der magnetische Fluss berechnet werden mit der Gleichung:

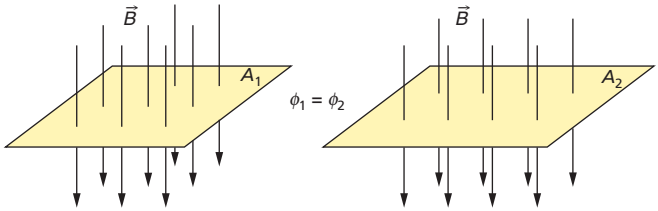
$\phi = B \cdot A$

B magnetische Flussdichte
A Fläche (wirksame Fläche)

Benannt ist die Einheit des magnetischen Flusses nach dem deutschen Physiker Wilhelm Eduard Weber (1804–1891), der in Göttingen eng mit Carl Friedrich Gauss (1777–1855) zusammenarbeitete. Beide Forscher bauten 1833 den ersten elektrischen Telegrafen. Weber wurde als einer der „Göttinger Sieben" 1837 seines Amtes enthoben. Er hatte mit 6 weiteren Professoren gegen die Aufhebung der liberalen Verfassung protestiert.



Anschaulich gedeutet werden kann nach M. Faraday diese Größe folgendermaßen:



Die magnetische Flussdichte ist ein Maß dafür, wie dicht die Feldlinien liegen. In den Skizzen ist die Flussdichte links größer als rechts. Dabei ist A_1 kleiner als A_2. Der **magnetische Fluss** dagegen ist ein Maß für die Anzahl der Feldlinien, die senkrecht durch eine Fläche hindurchtreten. Demzufolge wäre der magnetische Fluss in beiden Fällen gleich groß.

4.3.2 Das Induktionsgesetz

Mithilfe der Größe magnetischer Fluss lässt sich das **Induktionsgesetz** so formulieren, dass es alle Spezialfälle umfasst.

In einer Leiterschleife oder Spule wird eine Spannung induziert, solange sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife oder Spule zeitlich ändert. Der Betrag der Induktionsspannung kann berechnet werden mit der Gleichung:

$U_i = -N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

N Windungszahl der Spule
$\Delta\phi$ Änderung des magnetischen Flusses
Δt Zeitintervall

Das Vorzeichen der Spannung hängt vom Vorzeichen der Änderung des magnetischen Flusses ab. Unter Berücksichtigung des **lenzschen Gesetzes** (↗ S. 299) wird deshalb das Minuszeichen eingeführt.

In differenzieller Form kann man das Induktionsgesetz folgendermaßen schreiben:

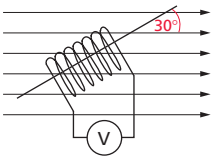
$$U_i = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \cdot \frac{d(B \cdot A)}{dt} = -N \cdot \left(B \cdot \frac{dA}{dt} + A \cdot \frac{dB}{dt}\right)$$

Das **Induktionsgesetz** wurde 1831 von dem englischen Physiker MICHAEL FARADAY (1791–1867) entdeckt und wird deshalb auch als **faradaysches Induktionsgesetz** bezeichnet. FARADAY war einer der bedeutendsten Naturforscher des 19. Jahrhunderts. Viele von ihm geprägte Begriffe (z. B. **Elektrode, Katode, Anode, Ion, Elektrolyt** oder **Feld**) sind heute Bestandteil der Fachsprache. Seine Auffassung über die einheitliche Natur elektrischer und magnetischer Kräfte sowie der Lichterscheinungen eilten dem Denken seiner Zeit weit voraus.



Wie groß ist die Induktionsspannung zwischen den Enden einer Spule mit 750 Windungen, die sich in einem Magnetfeld mit einer magnetischen Flussdichte von 30 mT befindet? Die Spule hat eine Länge von 15 cm und einen Durchmesser von 4 cm. Das Magnetfeld wird innerhalb von 0,1 s gleichmäßig auf null verringert.
Die Längsachse der Spule schließt mit den Feldlinien einen Winkel von 30° ein.

Analyse:
Es ändert sich die magnetische Flussdichte zeitlich. Die wirksame Fläche ist konstant. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die wirksame Fläche kleiner als die Spulenfläche ist. Die Spulenfläche kann aus dem Spulendurchmesser berechnet werden. Die wirksame Fläche ergibt sich mit $A_W = A \cdot \cos\varphi$.



Gesucht: U_i
Gegeben: $N = 750$
$d = 4\ \text{cm} = 0{,}04\ \text{m}$
$\Delta B = -30\ \text{mT} = -3 \cdot 10^{-2}\ \text{T}$
$\Delta t = 0{,}1\ \text{s}$
$\varphi = 30°$

Lösung:

$$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Mit $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\varphi$ erhält man:

$$U_i = -N \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$U_i = -750 \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}04\ \text{m})^2}{4} \cdot \cos 30° \cdot \frac{-3 \cdot 10^{-2}\ \text{T}}{0{,}1\ \text{s}}$$

$$\underline{U_i = 0{,}24\ \text{V}}$$

Ergebnis:
Unter den gegebenen Bedingungen wird zwischen den Enden der Spule eine Spannung von 0,24 V induziert.

Wie verändert sich diese Spannung bei sonst gleichen Bedingungen, wenn die Spule einen Eisenkern mit einer Permeabilitätszahl von 500 hat?
Durch den Eisenkern wird das Magnetfeld in der Spule und damit das von der Spule umfasste Magnetfeld um den Faktor μ_r (Permeabilitätszahl) verstärkt, denn für eine solche Spule gilt:

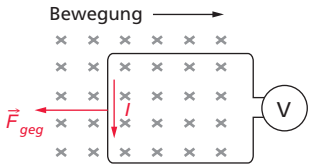
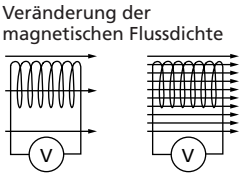
$$B = B_0 \cdot \mu_r$$

Demzufolge ändert sich auch die magnetische Flussdichte wesentlich stärker als in dem Fall, in dem sich Luft in der Spule befindet. Die induzierte Spannung ist ebenfalls um den Faktor μ_r größer, hat damit also einen Betrag von ca. 120 V. Das ist allerdings nur dann der Fall, wenn der Eisenkern durch das äußere Magnetfeld vollständig magnetisiert wird und keine Streuverluste auftreten.

4.3.3 Lenzsches Gesetz und Selbstinduktion

Das lenzsche Gesetz

Für Induktionsvorgänge gilt wie für alle anderen Vorgänge in abgeschlossenen Systemen der Energieerhaltungssatz (↗ S. 90).

Induktion im zeitlich konstanten Magnetfeld	**Induktion im zeitlich veränderlichen Magnetfeld**
	
Wird eine Leiterschleife bewegt, so wird eine Spannung induziert und damit ein Strom hervorgerufen.	Vergrößert sich die magnetische Flussdichte, so wird eine Spannung induziert und damit ein Strom hervorgerufen.
Der Induktionsstrom ist so gerichtet, dass er eine Kraft entgegen der Bewegungsrichtung hervorruft.	Der Induktionsstrom ist so gerichtet, dass er ein Magnetfeld hervorruft, das der Verstärkung des magnetischen Flusses entgegenwirkt.
Es wird mechanische Energie in elektrische Energie umgewandelt.	Es wird Energie des magnetischen Feldes in elektrische Energie umgewandelt.

Die experimentellen Ergebnisse zur Richtung des Induktionsstromes fasste der Physiker H. F. E. Lenz 1833 zu einem Gesetz zusammen, das als **lenzsche Regel** oder als **lenzsches Gesetz** bezeichnet wird.

> Der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegenwirkt.

Das lenzsche Gesetz ist eine Formulierung des **Energieerhaltungssatzes** für die elektromagnetische Induktion. Aus historischen Gründen – Lenz entdeckte das Gesetz 1833, der Energieerhaltungssatz wurde von J.R. Mayer erstmals 1841 formuliert – wird es als gesondertes Gesetz betrachtet. Die oben genannte Formulierung hat darüber hinaus den Vorteil, dass man mithilfe dieses Gesetzes viele Erscheinungen anschaulich erklären kann.

Dass man mechanische Energie aufwenden muss, um elektrische Energie zu gewinnen, merkt man z. B. beim Radfahren. Bei eingeschaltetem Dynamo muss man unter sonst gleichen Bedingungen kräftiger treten.

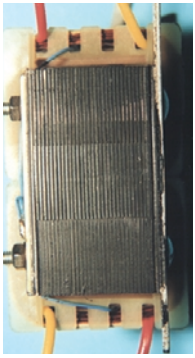


Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804–1865) war ein deutscher Physiker, der ab 1836 als Professor für Physik an der Universität St. Petersburg tätig war.

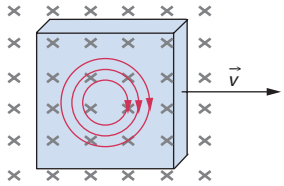
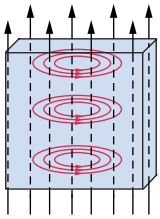


Wirbelströme

Durch **Dynamobleche** können Wirbelströme weitgehend verhindert werden. Das sind dünne, gegeneinander isolierte Bleche. Die Kerne von **Transformatoren** setzt man deshalb aus solchen Dynamoblechen zusammen.



Induktionsspannungen und -ströme treten nicht nur bei Leiterschleifen und Spulen auf. Ändert sich das Magnetfeld, das von einem massiven Metallkörper umfasst wird, so tritt ebenfalls elektromagnetische Induktion auf. Aufgrund der räumlichen Ausdehnung der Leiter entstehen Ringströme, die als **Wirbelströme** bezeichnet werden.

zeitlich konstantes Magnetfeld	**zeitlich veränderliches Magnetfeld**
	
Wirbelströme sind abhängig von der Bewegungsrichtung und der Richtung des Magnetfeldes.	Wirbelströme sind abhängig von der Änderungsrichtung der magnetischen Flussdichte und der Richtung des Magnetfeldes.

Wirbelströme sind teilweise erwünscht, teilweise auch unerwünscht. Erwünscht sind Wirbelströme bei solchen technischen Anwendungen wie dem **Induktionshärten** von metallischen Werkstücken (Bild links) oder **Wirbelstrombremsen** (Bild rechts).

Wirbelstrombremsen werden z. B. auch zur Dämpfung der Zeigerbewegung in Messgeräten **(Drehspulmessgerät, Dreheisenmessgerät)** genutzt.
Die Wirbelströme sind nach dem lenzschen Gesetz (↗ S. 299) so gerichtet, dass sie der Ursache ihrer Entstehung (Bewegung) entgegenwirken, also die Bewegung abbremsen.

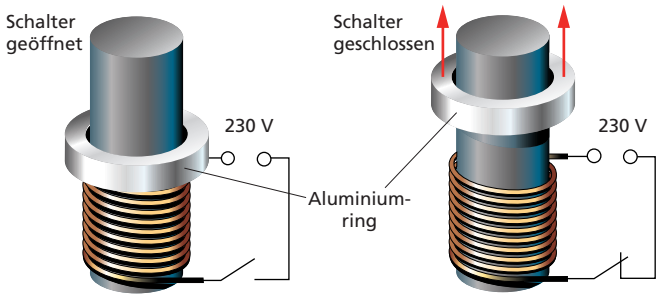


	
Durch Induktionsströme wird das Werkstück zum Glühen gebracht.	Bei Bewegung im Magnetfeld wird eine metallische Scheibe stark abgebremst.

Genutzt werden Wirbelströme auch bei **Induktionsherden** und bei **Induktionszählern** (Elektrizitätszählern).
Unerwünscht sind sie bei **Transformatoren, Generatoren** oder **Elektromotoren,** da sie dort zu erheblichen Energieverlusten führen können.

Ein Aluminiumring liegt auf einer Spule mit Eisenkern. Wird der Schalter geschlossen, bewegt sich der Aluminiumring nach oben. Bei Verwendung eines geschlitzten Ringes passiert dagegen nichts.
Wie sind diese Effekte zu erklären?

Eine solche Anordnung wird auch als **Induktionskanone** bezeichnet, weil der Aluminiumring mit erheblicher Geschwindigkeit nach oben geschleudert werden kann.



Wird der Schalter geschlossen, so baut sich um die Spule sehr schnell ein Magnetfeld auf. Dieses sich ändernde Magnetfeld umfasst auch den Aluminiumring, in dem nach dem Induktionsgesetz eine Spannung und damit ein Strom induziert wird. Das durch den Induktionsstrom hervorgerufene Magnetfeld wirkt nach dem lenzschen Gesetz seiner Ursache (Anwachsen der magnetischen Flussdichte) entgegen. Beide Magnetfelder haben somit eine entgegengesetzte Richtung. Demzufolge wirkt eine abstoßende Kraft. Ist der Aluminiumring geschlitzt, kann es in ihm nicht zur Ausbildung von Wirbelströmen kommen. Der beschriebene Effekt tritt nicht auf.

Ein analoger Effekt tritt auf, wenn man einen Aluminiumring bifilar aufhängt und einen Stabmagneten hineinstößt. Der Metallring weicht aus.

Selbstinduktion

Wird ein Stromkreis mit Spule geschlossen, so wird um diese Spule ein Magnetfeld aufgebaut. Dieses sich ändernde Magnetfeld umfasst auch die Spule selbst und induziert in ihr eine Spannung und einen Strom. Dieser Effekt tritt auch beim Öffnen des Stromkreises und bei Verwendung von Wechselspannung auf.

Die Erscheinung, dass in einer felderzeugenden Spule selbst eine Spannung und ein Strom induziert werden, bezeichnet man als **Selbstinduktion.**

Die in der Spule selbst induzierte Spannung und der damit verbundene Strom überlagern sich mit der im Stromkreis vorhandenen Spannung der Spannungsquelle und dem dadurch hervorgerufenen Strom.

Für eine Spule ergibt sich der Betrag der Selbstinduktionsspannung aus dem Induktionsgesetz in der Form:

$$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Setzt man für die magnetische Flussdichte in einer langen Spule $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l}$ ein, so erhält man:

$$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta\left(\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I \cdot N}{l}\right)}{\Delta t}$$

Bei differenzieller Schreibweise steht statt $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ der Ausdruck $\frac{dI}{dt}$.

Die einzige Größe, die sich zeitlich ändert, ist die Stromstärke. Folglich kann man auch schreiben:

$$U_i = -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$



Der konstante Faktor vor dem zweiten Quotienten charakterisiert den Bau der Spule und wird als **Induktivität** bezeichnet.

Die Einheit 1 H ist nach dem amerikanischen Physiker JOSEPH HENRY (1797–1878) benannt. Es gilt:
$1\ \text{H} = 1\ \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$

Eine Spule hat eine Induktivität von 1 H, wenn bei einer Änderung der Stromstärke von 1 A in einer Zeit von 1 s die Spannung 1 V durch Selbstinduktion in ihr induziert wird.

Die Induktivität einer Spule gibt an, wie stark die Änderung der Stromstärke in der Spule aufgrund der Selbstinduktion behindert wird.

Formelzeichen: L
Einheit: ein Henry (1 H)

Die Induktivität einer langen Spule kann mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$$



A	Querschnittsfläche der Spule
l	Länge der Spule
N	Windungszahl der Spule
μ_0	magnetische Feldkonstante
μ_r	Permeabilitätszahl

Mit der Induktivität L gilt für die Selbstinduktionsspannung in einer langen Spule:

$$U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$



Eine quadratische Spule (l = 20 cm, Kantenlänge 5 cm) hat 1000 Windungen und einen Eisenkern (μ_r = 300).
Wie groß ist die Induktivität dieser Spule?

Analyse:
Es kann die oben genannte Gleichung angewendet werden.

Gesucht: L
Gegeben: $l = 20\ \text{cm} = 0{,}2\ \text{m}$
$a = 5{,}0\ \text{cm} = 0{,}05\ \text{m}$
$N = 1\,000$
$\mu_r = 300$
$\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

Lösung:

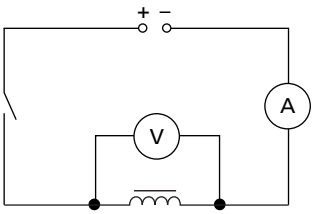
$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l} \qquad A = a^2 \qquad A = 0{,}0025\ \text{m}^2$$

$$L = \frac{1{,}257 \cdot 10^{-6}\ \text{V} \cdot \text{s} \cdot 300 \cdot 1000^2 \cdot 0{,}0025\ \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{m} \cdot 0{,}2\ \text{m}} = 4{,}7\ \text{H}$$

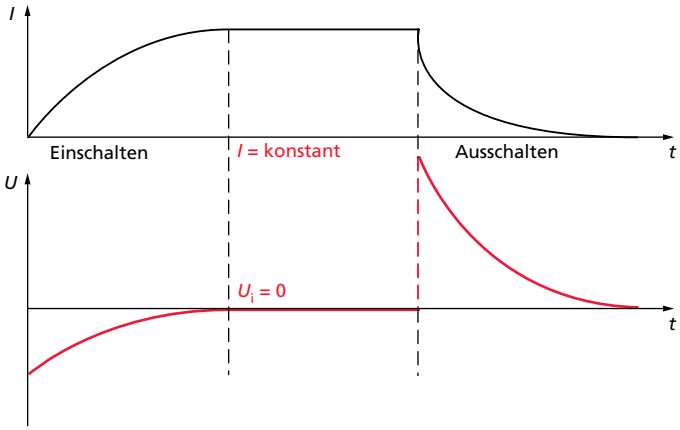
Das Ergebnis bedeutet: Bei einer Stromstärkeänderung von 1 A in einer Zeit von 1 s wird eine Spannung von 4,7 V in der Spule induziert.

Ergebnis:
Die Spule hat eine Induktivität von 4,7 H.

Liegt ein Stromkreis mit Spule vor, so bewirkt die Selbstinduktion einen charakteristischen Verlauf von Stromstärke und Spannung beim Schließen und Öffnen des Stromkreises. Dieser Verlauf ist in dem *I-t*- und *U-t*-Diagramm dargestellt.



Liegt eine **Wechselspannung** an, so erfolgt in der Spule ständig Selbstinduktion. Die Spule behindert den Stromfluss und wirkt als induktiver Widerstand (↗ S. 345).



Beim Einschalten verzögert die Selbstinduktionsspannung den Anstieg der Stromstärke, beim Ausschalten bewirkt sie ein Weiterfließen.

Besonders hohe Spannungen treten beim Öffnen eines Stromkreises auf. Das wird z. B. bei **Zündspulen** genutzt.

Selbstinduktion tritt in allen Stromkreisen mit Spulen auf. Insbesondere bei Ausschaltvorgängen können dabei hohe Induktionsspannungen entstehen und kurzzeitig starke Induktionsströme fließen.
Diese Induktionsspannungen können z. B. genutzt werden, um **Leuchtstofflampen** oder **Glimmlampen** zu zünden.

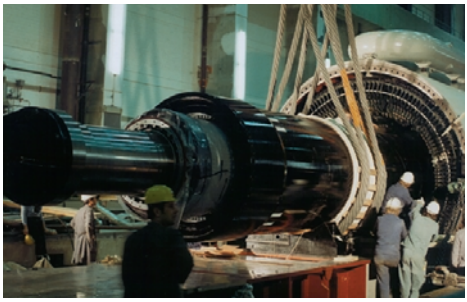


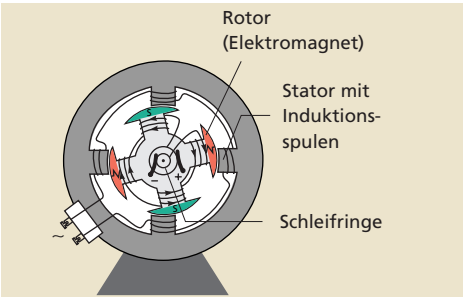
Leuchtstofflampen benötigen z. B. eine Zündspannung von 300 V–450 V, werden aber an 230 V Wechselspannung angeschlossen. Die Zündung erfolgt mithilfe von Starter und Zündspule, die im Sockel eingebaut sind.

4.3.4 Generatoren

Eine wichtige Anwendung der elektromagnetischen Induktion ist der **Generator.** Er dient der Umwandlung von mechanischer Energie in elektrische Energie. Dabei wird bei einer Drehbewegung kinetische Energie in elektrische Energie umgewandelt.
Man unterscheidet **Wechselstromgeneratoren** und **Gleichstromgeneratoren**. Außerdem können Generatoren als **Innenpolmaschinen** oder **Außenpolmaschinen** gebaut sein.

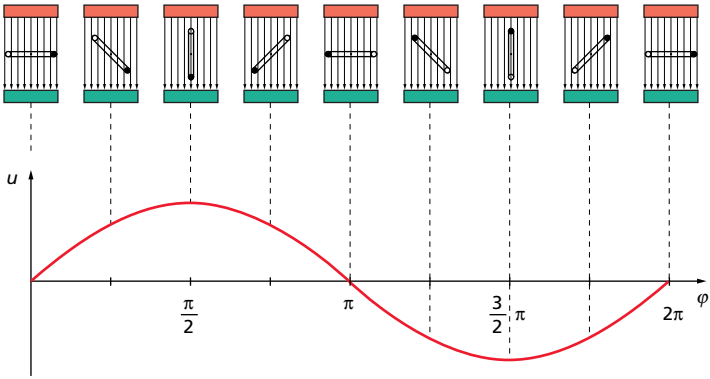
Die verschiedenen Arten von **Generatoren** unterscheiden sich in ihrem technischen Aufbau, nicht aber in der prinzipiellen Wirkungsweise.





Einen der ersten handgetriebenen Generatoren baute 1832 HIPPOLYTE PIXII (1808–1835).
Für die technische Nutzung waren die Entwicklung des **dynamoelektrischen Prinzips** durch WERNER VON SIEMENS (1816–1892) und der Bau der **Dynamomaschinen** von entscheidender Bedeutung.

Wechselstromgeneratoren dienen der Erzeugung von Wechselspannung und Wechselstrom (↗ S. 341 ff.). Dabei wird das faradaysche Induktionsgesetz (↗ S. 297) genutzt. Die technische Realisierung erfolgt in der Regel so, dass innerhalb von feststehenden Induktionsspulen ein durch Elektromagnete hervorgerufenes Magnetfeld rotiert **(Innenpolmaschine).** Bei gleichförmiger Rotation eines homogenen Magnetfeldes um eine Spule oder einer Spule in einem Magnetfeld entsteht eine sinusförmige Wechselspannung.



Auch ein **Fahrraddynamo** ist eine kleine Innenpolmaschine. Dabei rotiert ein tonnenförmiger Permanentmagnet im Inneren einer Statorspule, die am Gehäuse befestigt ist.

Betrachten wir zur Vereinfachung die gleichförmige Rotation einer Leiterschleife der Fläche A in einem homogenen Magnetfeld. Durch die Rotation ändert sich ständig die wirksame Fläche (↗ S. 295). Die induzierte Spannung beträgt nach dem Induktionsgesetz für eine Leiterschleife:

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot A)}{dt} = -B \cdot \frac{dA}{dt}$$

Bei gleichförmiger Rotation einer Spule der Windungszahl N erhält man den N-fachen Wert für die Induktionsspannung.

Die wirksame Fläche der Leiterschleife beträgt $A_w = A \cdot \cos\varphi$, wobei der Winkel φ auch mithilfe der Winkelgeschwindigkeit (↗ S. 102) ausgedrückt werden kann. Mit $\varphi = \omega \cdot t$ erhält man $A \cdot \cos\varphi = A \cdot \cos\omega t$ und damit als Induktionsspannung:

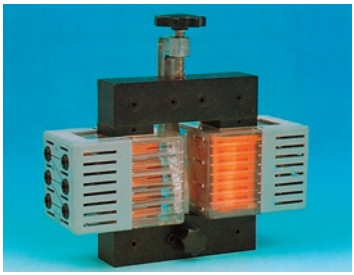
$$U_i = -B \cdot A \frac{d(\cos\omega t)}{dt}$$

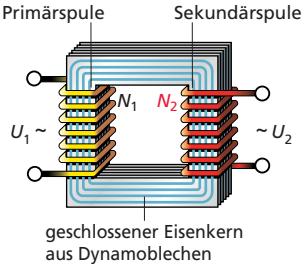
Die Differenziation ergibt: $U_i = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin\omega t$

4.3.5 Transformatoren

Transformatoren dienen dazu, die Werte von Wechselspannung bzw. Wechselstromstärke zu verändern. Es gibt sie in unterschiedlichen Bauformen (Kerntransformatoren, Manteltransformatoren) und auf den jeweiligen Zweck zugeschnitten (Hochspannungstranformatoren, Hochstromtransformatoren, Netzgeräte, Schweißtransformatoren, Zündspulen).

Der Begriff ist abgeleitet von transformare (lat.) = umformen. **Transformatoren** werden auch als **Umformer** bezeichnet.

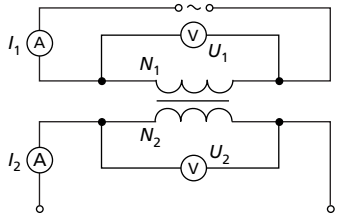
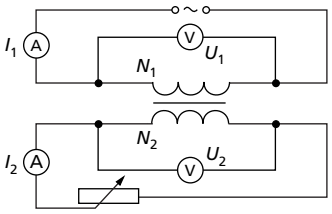




Schaltzeichen für einen Transformator:



Nach der Art der Schaltung unterscheidet man zwischen **unbelasteten** und **belasteten Transformatoren.**

unbelasteter Transformator	**belasteter Transformator**
	
Im Sekundärstromkreis fließt kein Strom: $I_2 = 0$	Im Sekundärstromkreis fließt ein Strom: $I_2 > 0$

Die Belastung eines Transformators steigt mit der Sekundärstromstärke. Von einem stark belasteten Transformator spricht man, wenn der Widerstand im Sekundärstromkreis gegen null geht (Kurzschlussfall).



Darüber hinaus ist zwischen einem **idealen** und einem **realen Transformator** zu unterscheiden.

idealer Transformator	**realer Transformator**
Die dem Primärkreis zugeführte Energie ist gleich der im Sekundärkreis nutzbaren Energie. Es treten keine Energieverluste auf.	Die im Primärkreis zugeführte Energie ist größer als die im Sekundärkreis nutzbare Energie. Ein Teil der Energie wird in thermische Energie umgewandelt.

Reale Transformatoren erreichen heute einen Wirkungsgrad von bis zu 98 %. Der Wirkungsgrad hängt aber von der Belastung ab.



Bei einem unbelasteten idealen Transformator wird in der Primärspule ständig eine Spannung induziert, die nach dem lenzschen Gesetz der Spannung der Spannungsquelle entgegenwirkt.

Es gilt somit für die Primärspule:

$$U_1 = -N_1 \cdot \frac{d\phi}{dt} \qquad (1)$$

Die Sekundärspule wird vom gleichen sich ändernden Magnetfeld durchsetzt. Die Induktionsspannung beträgt dort nach dem Induktionsgesetz:

$$U_2 = -N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} \qquad (2)$$

Stellt man Gleichung (1) nach $d\phi/dt$ um und setzt in Gleichung (2) ein, so erhält man:

$$U_2 = -N_2 \cdot \left(-\frac{U_1}{N_1}\right) \quad \text{oder umgestellt:} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Reale unbelastete **Transformatoren** (Leerlauf) „verbrauchen" Energie, da auch in diesem Falle im Primärstromkreis ein geringer Strom fließt und ein Teil der Energie in thermische Energie umgewandelt wird.

Bei einem unbelasteten idealen Transformator (Leerlauf) gilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



U_1, U_2 Primär- bzw. Sekundärspannung
N_1, N_2 Primär- bzw. Sekundärwindungszahl

Bei einem belasteten idealen Transformator (↗ S. 305) fließt ein Sekundärstrom. Im betrachteten Idealfall ist die vom Sekundärkreis abgegebene Wirkleistung (↗ S. 351) genauso groß wie die vom Primärkreis aufgenommene Wirkleistung:

$$P_1 = P_2$$
$$U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2$$

Ursache der **Rückwirkung** beim belasteten **Transformator** ist der mit dem Sekundärstrom verbundene magnetische Fluss im Eisenkern, der nach dem lenzschen Gesetz dem primären **magnetischen Fluss** entgegenwirkt. Eine Verringerung des Gesamtflusses im Eisenkern führt zu einer kleineren Induktionsspannung in der Primärspule, die der angelegten Spannung entgegenwirkt. Somit vergrößert sich die Primärstromstärke.

Im Kurzschlussfall ist die Phasenverschiebung gleich. Damit gilt:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \quad \text{oder} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}$$

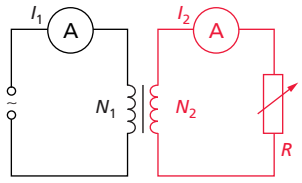
Ersetzt man das Verhältnis der Spannungen durch das der Windungszahlen, so erhält man:

Für einen stark belasteten idealen Transformator (Kurzschluss) gilt:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}$$



I_1, I_2 Primär- bzw. Sekundärstromstärke
N_1, N_2 Primär- bzw. Sekundärwindungszahl



Experimentelle Untersuchungen zeigen, dass bei einem belasteten Transformator eine Vergrößerung der Belastung (Verkleinerung des Widerstandes im Sekundärstromkreis) und damit eine Erhöhung der Sekundärstromstärke zu einer Vergrößerung der Primärstromstärke führt. Diese Erscheinung wird als **Rückwirkung** bezeichnet. Dieser Begriff bezieht sich auf die Beeinflussung des Primärstromkreises durch den Sekundärstromkreisen.

Bei vorgegebenem Verhältnis der Windungszahlen N_1/N_2 hängt die Sekundärspannung U_2 nur von der Primärspannung U_1 ab.
Die Primärstromstärke I_1 wird dagegen von der Sekundärstromstärke I_2 beeinflusst.

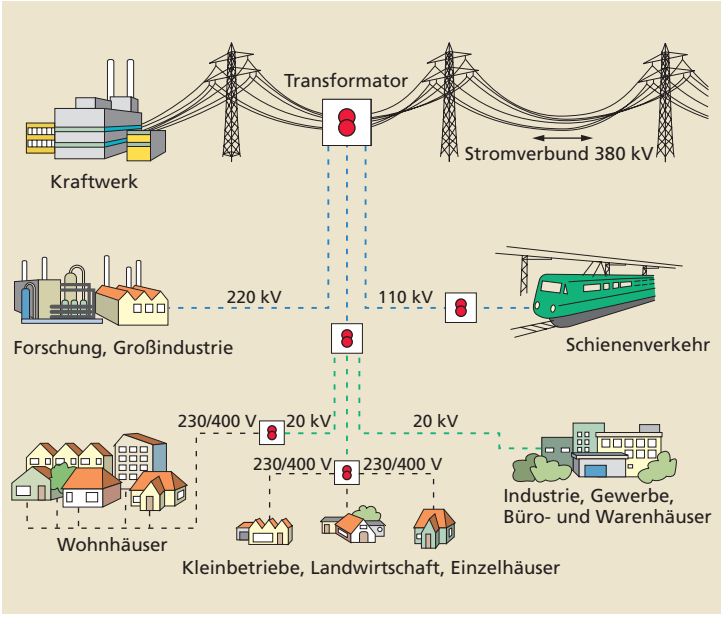
Man kann auch sagen: Die primärseitige Energieaufnahme des Transformators passt sich der sekundärseitigen Belastung an.
Transformatoren werden in vielen Geräten und Anlagen genutzt. Sie sind das Kernstück von **Netzgeräten** oder **Netzadaptern** und werden z. B. in Fernsehgeräten, bei elektrischen Klingeln, bei Zündanlagen von Kfz, Fehlerstromschutzschaltern (FI-Schaltern) oder Schweißgeräten verwendet.
Von besonderer Bedeutung sind Transformatoren für den Betrieb von **Stromverbundnetzen.** Mithilfe von Hochspannungstransformatoren wird die Spannung so hoch transformiert, dass die elektrische Energie aus den Kraftwerken effektiv und mit möglichst wenig Verlusten zu den Verbrauchern übertragen werden kann.

Würde man die Leistung eines 500 MW-Blocks bei einer Spannung von 230 V übertragen wollen, so müsste ein Strom der Stärke

$$I = \frac{P}{U} = \frac{500 \cdot 10^6\ \text{W}}{230\ \text{V}} = 2\,174\,000\ \text{A}$$

fließen. Bei der Generatorspannung von 20 kV wären es immer noch 25 000 A, bei 380 kV dagegen nur noch etwa 1300 A. Entsprechend verringern sich mit Erhöhung der Spannung die **Leitungsverluste.**

Eine **elektrische Klingel** kann z. B. eine Betriebsspannung von 8 V und eine **Halogenlampe** von 12 V haben. An der Bildröhre eines **Fernsehgerätes** muss eine Spannung von etwa 15 kV anliegen, um den Elektronenstrahl zu beschleunigen. Alle diese Geräte werden mit einem Transformator an 230 V Netzspannung angeschlossen.



Die **Leitungsverluste** in Fernleitungen betragen:

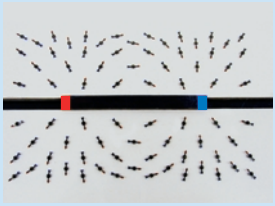
$$P = I^2 \cdot R$$

Sie sind umso geringer, je kleiner die Stromstärke ist. Das erreicht man durch Hochtransformieren der Spannung.

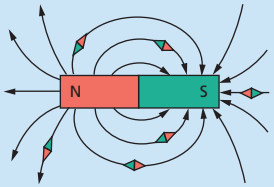
In Europa gibt es große **Stromverbundnetze,** die die stabile Versorgung von Haushalten und Wirtschaft mit elektrischer Energie sichern.

Magnetische Felder und elektromagnetische Induktion

Ein **magnetisches Feld** ist der Zustand des Raumes um einen Magneten, in dem auf andere Magnete und Körper aus ferromagnetischen Stoffen Kräfte ausgeübt werden. Man kann sie mit dem **Modell Feldlinienbild** veranschaulichen.

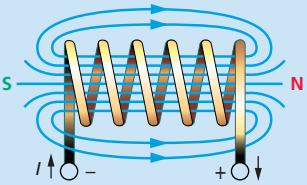






Ein magnetisches Feld existiert um Permanentmagnete und um stromdurchflossene Leiter (Elektromagnete). Die Stärke des Feldes wird mit der **magnetischen Flussdichte** B beschrieben:

$$B = \frac{F}{I \cdot l}$$



Für einen geraden stromdurchflossenen Leiter gilt:

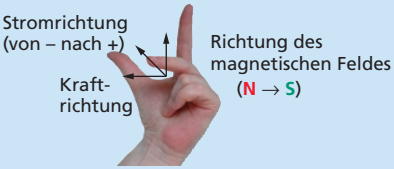
$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

Für eine stromdurchflossene lange Spule gilt:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{l}$$

Bewegen sich geladene Teilchen senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes, so wirkt auf sie die LORENTZ-Kraft:

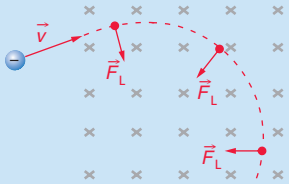
$$F = Q \cdot v \cdot B$$



Ihre Richtung kann mit der **Linke-Hand-Regel** bestimmt werden.

Bewegen sich geladene Teilchen senkrecht zur Richtung eines homogenen Magnetfeldes, dann wirkt die LORENTZ-Kraft als Radialkraft. Es gilt:

$$Q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad \text{oder} \qquad \frac{Q}{m} = \frac{v}{r \cdot B}$$



In einer Leiterschleife oder einer Spule wird eine Spannung induziert, solange sich der magnetische Fluss durch die Leiterschleife oder Spule zeitlich ändert. Es gilt das **Induktionsgesetz:**

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \cdot \frac{\Delta (B \cdot A)}{\Delta t}$$

$$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{dt}$$

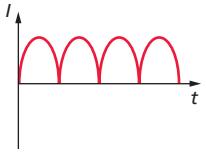
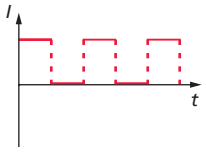
Beispiel: Transformator

$$U_i = -N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

Beispiel: Generator

4.4 Der Gleichstromkreis

Ein Stromkreis, in dem ein Strom in einer bestimmten Richtung fließt, wird als **Gleichstromkreis** bezeichnet. Stromstärke bzw. Spannung können dabei zeitlich konstant oder zeitlich veränderlich sein. Die Diagramme zeigen charakteristische Beispiele.

zeitlich konstanter Gleichstrom	pulsierender Gleichstrom	rechteckiger Gleichstrom
		

Pulsierender Gleichstrom entsteht bei der **Zweiweggleichrichtung** von **Wechselstrom.** Rechteck-Spannungen und -ströme spielen in der **Digitaltechnik** eine wichtige Rolle.

Ein zeitlich konstanter Gleichstrom fließt dann, wenn sich eine **Gleichspannungsquelle** in einem Stromkreis befindet. Solche Gleichspannungsquellen sind z. B. alle galvanischen Elemente (Batterien, Akkumulatoren, Gleichspannungsgeneratoren oder Stromversorgungsgeräte).

Elektrische Stromstärke, Spannung und Widerstand

Ein einfacher Gleichstromkreis kann durch die drei Größen **elektrische Stromstärke, elektrische Spannung,** und **elektrischer Widerstand** beschrieben werden.

elektrische Stromstärke	elektrische Spannung	elektrischer Widerstand
gibt an, wie viel elektrische Ladung sich in jeder Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters bewegt.	gibt an, wie stark der Antrieb des elektrischen Stromes es.	gibt an, wie stark der Strom im Stromkreis behindert wird.
Formelzeichen: I Einheit: ein Ampere (1 A) Messgerät: Amperemeter	Formelzeichen: U Einheit: ein Volt (1 V) Messgerät: Voltmeter	Formelzeichen: R Einheit: ein Ohm (1 Ω) Messgerät: Ohmmeter
$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ $I = \frac{Q}{t}$ Q elektrische Ladung t Zeit	$U = \frac{W}{Q}$ W Arbeit im elektrischen Feld Q elektrische Ladung	$R = \frac{U}{I}$ $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ ρ spezifischer elektrischer Widerstand l Länge des Leiters A Querschnittsfläche
Benannt ist die Einheit der Stromstärke nach dem französischen Naturforscher André Marie Ampère (1775–1836)	Benannt ist die Einheit der Spannung nach dem italienischen Naturforscher Alessandro Volta (1745–1827)	Benannt ist die Einheit des Widerstandes nach dem deutschen Naturforscher Georg Simon Ohm (1789–1854)

Elektrische Energie und Leistung

Als dritte Größe wird mitunter die **elektrische Arbeit** einbezogen. Dann gilt:

$W = \Delta E$

$W = U \cdot I \cdot t$

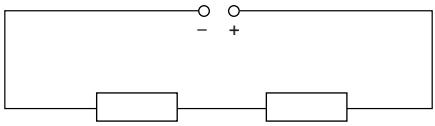
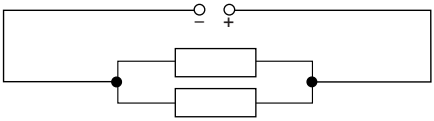
Bei Stromfluss durch Bauelemente wird elektrische Energie in andere Energieformen (thermische Energie, Strahlungsenergie) umgewandelt. Die quantitative Beschreibung der Energieumwandlungen erfolgt mithilfe der Größen **elektrische Energie** und **elektrische Leistung.**

elektrische Energie	elektrische Leistung
ist die Fähigkeit des elektrischen Stromes, mechanische Arbeit zu verrichten, Wärme abzugeben oder Licht auszusenden.	gibt an, wie viel elektrische Energie in der Zeiteinheit in andere Energieformen umgewandelt wird.
Formelzeichen: E Einheit: eine Wattsekunde (1 Ws) Messgerät: Elektrizitätszähler	Formelzeichen: P Einheit: ein Watt (1 W) Messgerät: Leistungsmesser
Für U = konstant und I = konstant gilt: $E = U \cdot I \cdot t$ U elektrische Spannung I elektrische Stromstärke t Zeit	Für U = konstant und I = konstant gilt: $P = \frac{E}{t} = U \cdot I$ E elektrische Energie t Zeit
Die Messung der elektrischen Energie erfolgt mit **Elektrizitätszählern** (Kilowattstundenzählern).	Die Messung der elektrischen Leistung erfolgt mit **Leistungsmessern** (Wattmetern).

Benannt sind die Einheiten nach dem schottischen Erfinder und Techniker JAMES WATT (1736–1819).



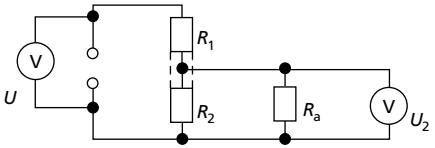
Sind mehrere Bauelemente in Reihe oder parallel geschaltet, so gelten die in der nachfolgenden Übersicht dargestellten Gesetze.

Reihenschaltung von Widerständen	Parallelschaltung von Widerständen
	
$I = I_1 = I_2 = \ldots = I_n$	$I = I_1 + I_2 + \ldots + I$
$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$	$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$
$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$
$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_n$	$E = E_1 + E_2 + \ldots + E$
$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$	$P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$
Für zwei Bauelemente gilt: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ (Spannungsteilerregel)	Für zwei Bauelemente gilt: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ (Stromteilerregel)

Anwendung der Gesetze in Gleichstromkreisen

Die Gesetze in Gleichstromkreisen werden z. B. bei **Potenziometerschaltungen,** bei der **Messbereichserweiterung** von Messgeräten sowie bei spannungsrichtigen und stromrichtigen **Messschaltungen** angewendet.

Spannungsteilerschaltung (Potenziometerschaltung)



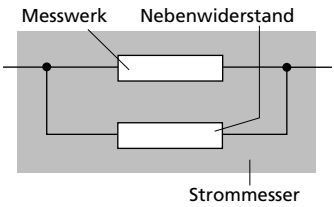
U Gesamtspannung
U_2 Teilspannung
R_1, R_2 Teilwiderstände
R_a Lastwiderstand

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_a}} \cdot U$$

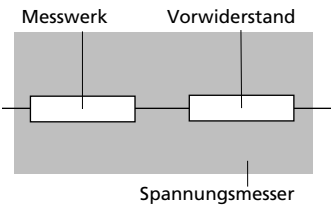
Potenziometerschaltungen werden genutzt, um die Spannung kontinuierlich von null bis zu einem Maximalwert verändern zu können.

Um mit elektrischen Messgeräten sowohl möglichst kleine als auch möglichst große Spannungen und Stromstärken zu messen, werden die Messbereiche der Geräte mit Vor- oder Nebenwiderständen erweitert.

Messbereichserweiterung eines Strommessers



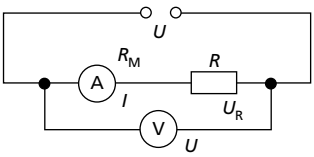
Messbereichserweiterung eines Spannungsmessers



Soll bei einem **Strommesser** der Messbereich um den Faktor 10 erweitert werden, so muss der Nebenwiderstand $^1/_9$ des Widerstandes des Messwerkes betragen. Bei einem Spannungsmesser müsste der Vorwiderstand 9-mal so groß sein.

Die Innenwiderstände der Messgeräte beeinflussen die Genauigkeit der gemessenen Spannungen und Stromstärken. Durch die Art der Schaltung kann man die Messfehler klein halten.

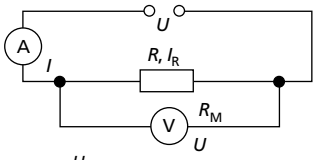
stromrichtige Messschaltung



$U_R = U - I \cdot R_M$

Korrektur nicht erforderlich, wenn $R_M \ll R$.

spannungsrichtige Messschaltung



$I_R = I - \frac{U}{R_M}$

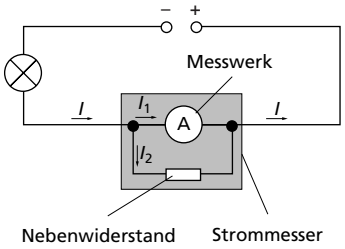
Korrektur nicht erforderlich, wenn $R_M \gg R$.

Um die Beeinflussung des Stromkreises durch Messgeräte möglichst gering zu halten, sind diese so konstruiert, dass **Strommesser** einen möglichst kleinen und **Spannungsmesser** einen möglichst großen Innenwiderstand haben.

Mit einem Vielfachmessgerät kann man sowohl sehr kleine als auch sehr große Stromstärken messen.
Bei einem bestimmten Messgerät lässt das Messwerk selbst jedoch nur eine Stromstärke bis maximal 0,1 A zu. Wird es stärker belastet, kann die Stromstärke nicht mehr abgelesen werden und das Messgerät kann zerstört werden. Das Messwerk selbst hat einen Widerstand von 50 Ω.
Wie kann der Messbereich erweitert werden, um eine Stromstärke bis zu 1 A messen zu können?

Bei elektrischen Quellen ist zwischen der **Leerlaufspannung** U_L (Spannung bei geöffnetem Stromkreis) und der **Klemmenspannung** U_K (Spannung bei Stromfluss) zu unterscheiden. Es gilt:
$U_L > U_K$

Analyse:
Den Messbereich eines Strommessers erweitert man durch einen Nebenwiderstand, der parallel zum Messwerk geschaltet wird. Dadurch teilt sich der Gesamtstrom in zwei Teilströme auf, wobei nur ein Teilstrom durch das Messwerk fließt: $I_1 = I - I_2$.



Gesucht: R_2 (Widerstand des Nebenwiderstandes)
Gegeben: $R_1 = 50\ \Omega$
$I_1 = 0{,}1$ A
$I = 1$ A

Lösung:

$$R_2 = \frac{U}{I_2}$$

U ist gleich der Spannung am Messwerk. Sie ergibt sich aus $U = R_1 \cdot I_1$ zu 5 V.
Die Stromstärke I_2 erhält man aus $I_2 = I - I_1$ zu 0,9 A. Damit ergibt sich für den Nebenwiderstand:

Für die Einheiten gilt:
$\frac{1\ \text{V}}{1\ \text{A}} = 1\ \Omega$

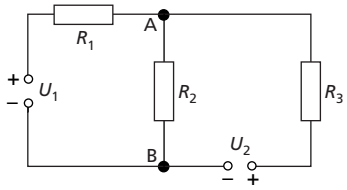
$$R_2 = \frac{5\ \text{V}}{0{,}9\ \text{A}}$$

$$R_2 = 5{,}6\ \Omega$$

Die kirchhoffschen Gesetze

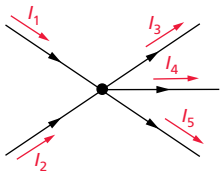
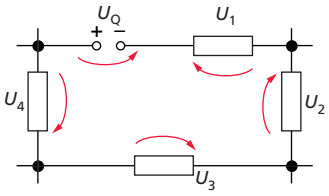


Benannt sind diese Gesetze nach dem deutschen Physiker GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1824–1887), der sie 1845/46 als 21-jähriger Student formulierte.



Mit den ↗ S. 310 genannten Gesetzen für die Reihen- und Parallelschaltung von Bauelementen lassen sich viele Aufgaben lösen, Sachverhalte erklären und Voraussagen treffen. Nicht vollständig erfasst werden damit aber elektrische Schaltungen, in denen sich z. B. mehrere Spannungsquellen befinden (siehe Skizze) oder an einem Verzweigungspunkt (Knoten) mehrere Ströme zu- oder abfließen.

Für solche **Netzwerke** formulierte KIRCHHOFF die nach ihm benannten **kirchhoffschen Gesetze** oder **kirchhoffschen Regeln.**

1. kirchhoffsches Gesetz (Knotenpunktsatz)	**2. kirchhoffsches Gesetz (Maschensatz)**
	
In jedem Knoten ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. $\sum I_{zu} = \sum I_{ab}$ $\sum_{i=1}^{n} I_n = 0$	Die Summe aller Quellenspannungen ist gleich der Summe aller Spannungsabfälle. $\sum U_Q = \sum U$ $\sum_{i=1}^{n} U_i = 0$



Beim **Maschensatz** ist zu beachten, dass der Spannung eine Richtung und damit ein Vorzeichen zugeordnet ist. Zweckmäßigerweise wird die Messrichtung so festgelegt, dass sie mit der Stromrichtung übereinstimmt.
Beim **Knotenpunktsatz** müssen die Richtungen der Ströme und damit deren Vorzeichen beachtet werden.

Ersatzschaltungen

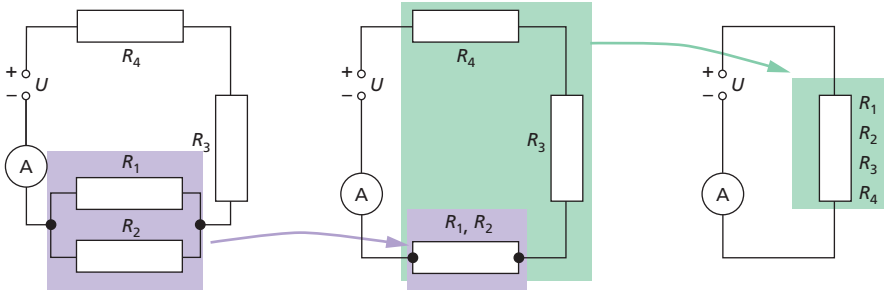
Komplizierte **Netzwerke** lassen sich häufig auf einfache Reihen- oder Parallelschaltungen zurückführen.

Unter einer **Ersatzschaltung** versteht man eine vereinfachte Darstellung einer komplizierten elektrischen Schaltung.

Blockschaltbilder kann man ebenfalls als stark vereinfachte Ersatzschaltungen auffassen.

Ersatzschaltungen werden genutzt, um komplizierte Schaltungen übersichtlicher und durchschaubarer zu machen. Dabei werden gleichartige Bauelemente (Widerstände, Spannungsquellen) zusammengefasst, wobei durch die Vereinfachung die Funktionsweise der Schaltung erhalten bleiben muss.

Nachfolgend ist ein Beispiel für eine Vereinfachung dargestellt. Verschiedene gleichartige Bauelemente werden schrittweise zusammengefasst.



Der Mensch – ein elektrisches Wesen

Der Mensch ist aus physikalischer Sicht nicht nur ein offenes thermodynamisches System (↗ S. 238). Er ist z. B. auch ein Energiewandler mit einem bestimmten Wirkungsgrad, verfügt über Temperatur-, Schall-, Geruchs- und Geschmackssensoren und ist vor allem ein Wesen, in dem vielfältige elektrische Vorgänge vor sich gehen. Die Reizfortleitung, die Steuerung der Herztätigkeit oder der Hirntätigkeit erfolgen durch elektrische Impulse. Wir betrachten nachfolgend einige ausgewählte Aspekte.



***2** Für die Aufzeichnung eines EKG wird in der Regel eine Standardableitung genutzt.*

Der Mensch als Spannungsquelle

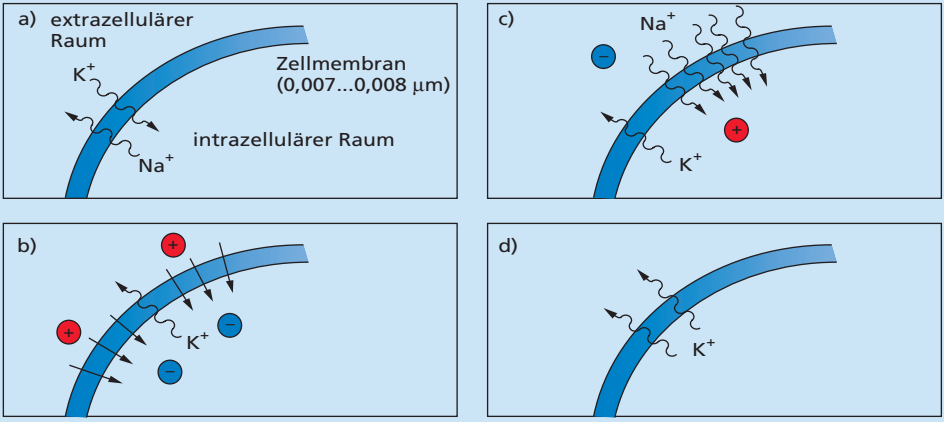
Tierische und menschliche Zellen sind von einer hochspezialisierten Zellmembran umgeben. Dabei handelt es sich im Wesentlichen um Lipoprotein-Schichten mit einer Dicke von 0,007–0,008 µm. Diese Zellmembran grenzt zum einen das Innere der Zelle gegen den Außenraum ab. Zum anderen verfügt sie über aktive Transportmechanismen und veränderliche Durchlässigkeiten (Permeabilitäten) für verschiedene Stoffe.

Im nicht erregten Zustand (Ruhezustand) werden unter Verbrauch von Energie Kalium-Ionen in das Zellinnere und Natrium-Ionen nach außen transportiert (Bild 1a). Dabei entsteht ein Konzentrationsgefälle, denn die Konzentration der K^+-Ionen ist im intrazellulären Raum 20–40-mal höher als im extrazellulären Raum. Infolge dieses Konzentrationsgefälles diffundieren K^+-Ionen solange nach außen, bis durch die negative Aufladung des Zellinneren ein elektrisches Feld entsteht, das der weiteren Diffusion entgegenwirkt.

Es stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein (Bild 1b). In diesem Zustand ist die Zelle polarisiert. Physikalisch handelt es sich um ein Diffusionspotenzial.

Die Potenzialdifferenz, das so genannte **Ruhepotenzial,** liegt für die einzelne Zelle im Bereich von 70 mV bis 90 mV.

Durch Erregung einer Zelle erhöht sich die Durchlässigkeit der Zellmembran für Na^+-Ionen schlagartig auf mehr als das Hundertfache. Der Einstrom positiver Ladungsträger (Na^+-Ionen) führt zu einem Abbau des Membranpotenzials, zu einer **Depolarisation** (Bild 1c). Es kommt dabei sogar zu einer Umkehr der Potenzialrichtung, zu einem „Overshoot". Dieser Overshoot wird anschließend durch einen verstärkten Austritt von K^+-Ionen wieder abgebaut (Bild 1d). Die bei diesem Vorgang auftretenden Potenziale, die Aktionspotenziale, liegen für eine Zelle zwischen 80 mV und 120 mV. Durch Austausch von Na^+- und K^+-Ionen wird der ursprüngliche Zustand wieder hergestellt. Die an Zellmembranen auftretenden elektrischen Phänomene sind also letztlich nichts anderes als die Ergebnisse des Austausches von Na^+- und K^+-Ionen durch diese Membran.



***1** Entstehung von Ruhepotenzial und Aktionspotenzial an einer Zelle*

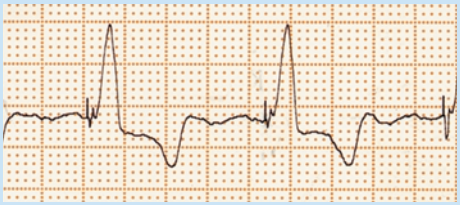
Die Dauer der Depolarisation und der Repolarisation ist bei einzelnen Zellen unterschiedlich. Bei Myokardfasern liegt diese Zeit bei etwa 300 ms, bei Nerven- und Skelettmuskelfasern bei ca. 1 ms.

Grundsätzlich gilt für den Zusammenhang zwischen den elektrischen Vorgängen an Zellen und den mechanischen Vorgängen der Muskelkontraktion: Der Prozess der Kontraktion wird durch den elektrischen Erregungsprozess ausgelöst. Bei einzelnen Organen wirken dabei ganze Muskelgruppen zusammen, teils von bestimmten Zentren gesteuert. So setzt die koordinierte Herztätigkeit einen „Schrittmacher" voraus, der die Herzzyklen auslöst und steuert. Diese Funktion hat der **Sinusknoten**, der sich im Vorhof des Herzens befindet.

Zu jedem Zeitpunkt eines Herzzyklus ist aufgrund der dabei verlaufenden elektrischen Vorgänge im Körper eine bestimmte, zeitabhängige Potenzialverteilung vorhanden. Damit existiert zwischen zwei Punkten der Körperoberfläche eine ebenfalls zeitabhängige Potenzialdifferenz (Spannung), die über Elektroden abgegriffen und registriert werden kann. Man erhält zeitveränderliche Spannungen in Form von Kurven, die beim Herz als **Elektrokardiogramm** (EKG) und beim Gehirn als **Elektroenzephalogramm** (EEG) bezeichnet werden.

Als Abnahmepunkte werden i. A. definierte Stellen an der Körperoberfläche verwendet. Das ist wichtig, weil der Spannungsverlauf von den Messstellen abhängig ist. Darüber hinaus ist zu beachten, dass zwischen Elektroden und Haut Kontaktspannungen von bis zu 300 mV auftreten können, die sich mit den Aktionsspannungen überlagern. Eine Übersicht über die Aktionsspannungen in verschiedenen Körperregionen ist in der Tabelle rechts oben gegeben.

Aus einem EKG (Bild 1) ist erkennbar, ob Störungen der Herztätigkeit vorliegen oder nicht. Das erste Elektrokardiogramm wurde 1887 von WALLER aufgezeichnet, das Verfahren 1903 durch EINTHOVEN wesentlich verbessert.



1 EKG eines Patienten mit normalem Verlauf: Der Verlauf der Kurve ist periodisch.

Aktionsspannungen	Frequenz in Hz	Spannung in mV
Herzaktionsspannung (EKG)	0,2 … 200	0,1 … 3
Hirnaktionsspannung (EEG)	0,5 … 70	0,005 … 0,1
Aktionspotentiale der Skelettmuskulatur (EMG)	10 … 1000	0,05 … 5
Aktionsspannung des Magens (EGG)	0,02 … 0,2	0,2 … 1
Aktionsspannung der Gebärmutter (EUG)	0 … 200	0,1 … 8

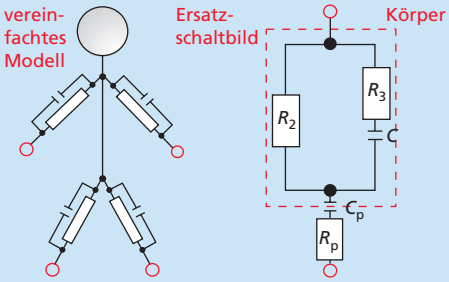
Der Mensch als elektrischer Leiter

Elektrischer Strom im menschlichen Körper, der durch äußere Spannungsquellen hervorgerufen wird, dient zum einen diagnostischen und therapeutischen Zwecken. Zum anderen kann ein unbeabsichtigter Stromfluss, z. B. durch Berühren einer elektrischen Quelle, überaus gefährlich und sogar tödlich sein. Die Wahrnehmungsschwelle liegt bei 1 mA–2 mA. Bei über 10 mA kommt es zu einer Verkrampfung der Muskulatur. Ströme von über 40 mA können bei längerer Einwirkung tödlich sein.

Der Mensch ist ein Ionenleiter (Leiter 2. Ordnung). Der Körperwiderstand ist abhängig von der Spannung, der Stromart, der Dauer der Einwirkung und dem Stromweg.

Bei Gleichstrom und niederfrequentem Wechselstrom nimmt der Widerstand mit steigender Spannung und Einwirkungsdauer ab. Der Strom strebt einem Grenzwert zu. Ursache dafür ist eine Depolarisierung der Zellgrenzflächen.

Bei Wechselstrom verkleinert sich der Widerstand mit zunehmender Frequenz.



2 Der Mensch als Leiter: Das Ersatzschaltbild beschreibt das elektrische Verhalten.

4.5 Elektrische Leitungsvorgänge

Fließt in einem Stoff oder im Vakuum ein elektrischer Strom, so spricht man von einem **elektrischen Leitungsvorgang.**

> Unter einem elektrischen Leitungsvorgang versteht man eine gerichtete Bewegung von Ladungsträgern, z. B. von Ionen oder Elektronen, unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes.

Solche elektrischen Leitungsvorgänge können in Metallen, Flüssigkeiten, Gasen, im Vakuum sowie in Halbleitern auftreten.

Bewegliche Ladungsträger bedeutet, dass sie nicht an Atome oder Moleküle gebunden sind und sich unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes in bestimmter Richtung bewegen können.

Voraussetzungen dafür sind
- das Vorhandensein von beweglichen Ladungsträgern,
- die Existenz eines elektrischen Feldes.

Der **Verlauf eines elektrischen Leitungsvorganges** hängt ab von
- der Art und der Anzahl der beweglichen Ladungsträger (Ladungsträgerdichte) in einem Raumbereich,
- der Behinderung der gerichteten Bewegung der Ladungsträger durch andere Teilchen (elektrischer Widerstand),
- der Stärke des elektrischen Feldes im jeweiligen Raumbereich.

Grundsätzlich unterscheidet man drei Gruppen von Stoffen.

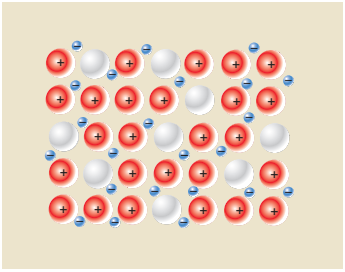
Ein bewegliches Elektron existiert bei Metallen auf 1 Atom, bei Halbleitern auf 10^4–10^7 Atome und bei Nichtleitern auf mehr als 10^{10} Atome.

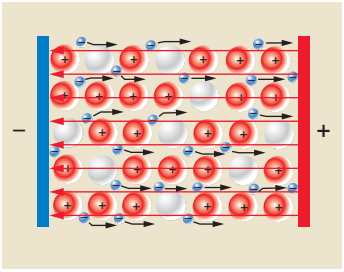
Leiter (Metalle, Elektrolyte, Gase)	**Halbleiter**	**Nichtleiter (Isolatoren)**
besitzen eine große Anzahl beweglicher Ladungsträger (Elektronen, Ionen).	besitzen bewegliche Ladungsträger (Elektronen, Defektelektronen).	besitzen nur wenige oder keine beweglichen Ladungsträger.

4.5.1 Elektrische Leitungsvorgänge in Metallen

In Metallen liegt **Metallbindung** vor. Die nicht gebundenen Elektronen stehen als bewegliche Ladungsträger für Leitungsvorgänge zur Verfügung. Beim Vorhandensein eines elektrischen Feldes bewegen sie sich in einer Vorzugsrichtung, die durch die Feldrichtung bestimmt ist.

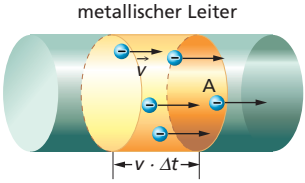
Die **Metallbindung** ist eine Art der chemischen Bindung, die durch anziehende Kräfte zwischen Metall-Ionen und freien Elektronen verursacht wird. Die beweglichen Außenelektronen bezeichnet man auch als **Elektronengas.**





In metallischen Leitern besteht der elektrische Strom aus Elektronen, die sich in einer Vorzugsrichtung bewegen.

Im Mittel kann man ihnen eine konstante **Driftgeschwindigkeit** zuordnen. Der Zusammenhang zwischen der Stromstärke und der Driftgeschwindigkeit ergibt sich durch folgende Überlegungen: Aus dem Volumen $A \cdot v \cdot \Delta t$ tritt in der Zeit Δt die Ladung $\Delta Q = n \cdot e \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$ durch die Querschnittsfläche A des Leiters. n ist dabei die **Ladungsträgerdichte** (= Anzahl der Ladungsträger/Volumen).



Einen experimentellen Nachweis für die Existenz beweglicher Elektronen erbrachte der amerikanische Physiker RICHARD CHALE TOLMAN (1881–1948) im Jahre 1916. Er ließ eine Drahtspule stark beschleunigt um ihre Längsachse rotieren und dann plötzlich abbremsen. Dabei konnte er zwischen den Enden der Spule eine Spannung nachweisen **(TOLMAN-Versuch).**

Mit $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ erhält man für die Stromstärke:

$$I = \frac{n \cdot e \cdot A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = n \cdot e \cdot A \cdot v \qquad (1)$$

Aus dem ohmschen Gesetz $I = \frac{U}{R}$ ergibt sich mit $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot A}{\rho \cdot l} \qquad (2)$$

Gleichsetzen von (1) und (2) ergibt:

$$n \cdot e \cdot A \cdot v = \frac{U \cdot A}{\rho \cdot l}$$

Durch Umstellen nach der Driftgeschwindigkeit v erhält man:

$$v = \frac{1}{\rho \cdot n \cdot e} \cdot \frac{U}{l} \cdot \frac{U}{l}$$

Aus den Gültigkeitsbedingungen des ohmschen Gesetzes folgt, dass die Überlegungen für eine bestimmte Temperatur (ϑ = konstant) gelten.

Der Quotient $\frac{U}{l}$ ist die elektrische Feldstärke E (↗ S. 263) im Leiter. Somit gilt:

Für ein Metall bestimmter Temperatur ist die **Driftgeschwindigkeit** der Elektronen der elektrischen Feldstärke im Leiter proportional.

$v \sim \frac{U}{l}$ oder $v \sim E$

U Spannung am Leiter
l Länge des Leiters
E elektrische Feldstärke im Leiter

Der Quotient aus Driftgeschwindigkeit v und elektrischer Feldstärke E wird als **Beweglichkeit** u der Elektronen bezeichnet. Allgemein gilt:

Die Beweglichkeit u von Ladungsträgern hängt von der Driftgeschwindigkeit und der elektrischen Feldstärke ab. Es gilt:

$u = \frac{v}{E}$

v Driftgeschwindigkeit
E elektrische Feldstärke

Die **Beweglichkeit von Ladungsträgern** kann experimentell bestimmt werden.

Die **Driftgeschwindigkeit** darf nicht mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit des elektrischen Feldes im Leiter verwechselt werden. Sie bewirkt, dass sich beim Anlegen einer Spannung die Elektronen im gesamten Leiter fast gleichzeitig zu bewegen beginnen.

Als Beispiel betrachten wir einen 1 m langen Leiter aus Kupfer, an dem eine Spannung von 1 V gelegt wird. Dann findet man in Tabellenwerken als **Beweglichkeit** der Elektronen in Kupfer bei 20 °C:

$$u = 3{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{m^2}{V \cdot s} = 3{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{m/s}{V/m}.$$

Das bedeutet: Bei einer elektrischen Feldstärke von 1 V · m^{-1} beträgt die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem Leiter aus Kupfer $3{,}1 \cdot 10^{-3}$ m · s^{-1} oder 3,1 mm · s^{-1}, denn es gilt $v = u \cdot E$.
Auch in anderen Metallen liegt die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in der Größenordnung von Millimetern je Sekunde.

Ersetzt man in der Gleichung $I = n \cdot e \cdot A \cdot v$ (↗ S. 317, Gleichung (1)) die Stromstärke $I = \frac{U}{R}$ und die Driftgeschwindigkeit $v = u \cdot E = u \cdot \frac{U}{l}$ und stellt die Gleichung dann nach dem Widerstand R um, so erhält man:

Der Term $\frac{1}{n \cdot e \cdot u}$ wird als **spezifischer elektrischer Widerstand** bezeichnet. Sein Kehrwert ist die **spezifische elektrische Leitfähigkeit** σ:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = n \cdot e \cdot u$$

Der elektrische Widerstand eines Leiters kann berechnet werden mit den Gleichungen:

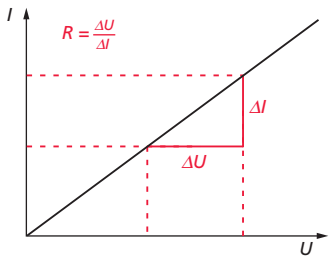
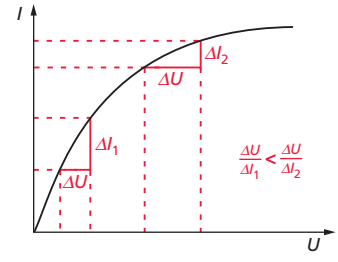
$$R = \frac{1}{n \cdot e \cdot u} \cdot \frac{l}{A}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

n	Ladungsträgerdichte
e	Elementarladung
u	Beweglichkeit der Ladungsträger
l	Länge des Leiters
A	Querschnittsfläche des Leiters
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand

Bei konstanter Temperatur sind Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit und damit auch der elektrische Widerstand konstant. Bei Erhöhung der Temperatur verringert sich die Beweglichkeit der Ladungsträger. Der Widerstand wird größer.

Bei dieser Art der Darstellung gilt: Der Widerstand ist umso größer, je kleiner der Anstieg des Graphen ist.

***I*-*U*-Kennlinie bei ϑ = konstant**	***I*-*U*-Kennlinie bei $\vartheta \neq$ konstant**
	
Der Widerstand ist konstant.	Der Widerstand vergrößert sich.

Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes ist stoffabhängig und wird durch Temperaturkoeffizienten erfasst.

In welchem Maße sich der Widerstand bei Metallen mit Erhöhung der Temperatur vergrößert, ist stoffabhängig.

Metalle im Bändermodell

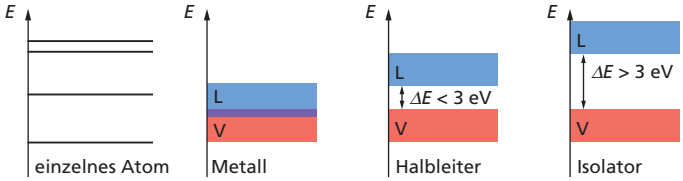
Die Leitfähigkeit von Stoffen kann mithilfe des **Bändermodells** gedeutet werden.

Das Bändermodell ist ein Modell für die Energiezustände von Elektronen in einem Festkörper.

Für einzelne Atome werden die Energiezustände in einem Energieniveauschema (↗ S. 480) dargestellt.

In einem Festkörper führt das Zusammenwirken vieler Atome dazu, dass keine scharfen Energieniveaus wie bei einzelnen Atomen auftreten (↗ S. 480), sondern breite Energiebereiche, die man als **Bänder** bezeichnet. Das energiereichste, noch vollständig mit Elektronen besetzte Band nennt man **Valenzband** V. Das folgende, teilweise mit Elektronen besetzte oder leere Band, heißt **Leitungsband** L. Die Elektronen in diesem Leitungsband sind beweglich und damit für die elektrische Leitfähigkeit bestimmend. Die Skizze zeigt charakteristische Unterschiede zwischen einzelnen Atomen und den verschiedenen Gruppen von Festkörpern.

Im Valenzband *V* sind sämtliche Elektronen an ihre Atome gebunden.



Die Breite des verbotenen Bandes beträgt z. B. für die Halbleiter Germanium 0,72 eV und Silicium 1,1 eV.

Die elektrische Leitfähigkeit von Metallen wird dadurch bewirkt, dass Valenz- und Leitungsband aneinandergrenzen oder sich teilweise überlappen. Das Leitungsband ist mit Elektronen besetzt. Bei Halbleitern und Isolatoren ist das Leitungsband bei 0 K leer, bei Zimmertemperatur teilweise besetzt.

Die höchste Energie des Valenzbandes bei 0 K wird als **Fermi-Energie** bezeichnet. Benannt ist sie nach dem italienischen Physiker Enrico Fermi (1901–1954).

Supraleitung

Bei Metallen erhöht sich mit der Temperatur der elektrische Widerstand, bei Verringerung der Temperatur verkleinert er sich kontinuierlich. Bei sehr tiefen Temperaturen nimmt der Widerstand bei einer Reihe von Festkörpern ab einer bestimmten **Sprungtemperatur** den Wert null an.

Unter **Supraleitung** versteht man die Erscheinung, dass bei sehr niedrigen Temperaturen der elektrische Widerstand bestimmter Festkörper verschwindet.

Entdeckt wurde die **Supraleitung** 1911 durch den niederländischen Physiker Heike Kamerlingh-Onnes (1853–1926) bei Untersuchungen an Quecksilber. Dieses Element hat eine Sprungtemperatur von 4,2 K.

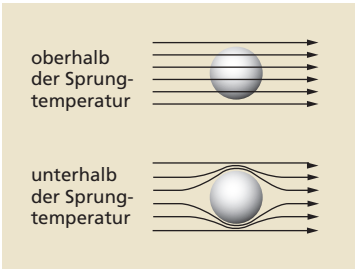
Bei Sprungtemperaturen von unter 10 K war an eine technische Nutzung der Supraleitung kaum zu denken. Das änderte sich 1986 mit der Entdeckung der **Hochtemperatur-Supraleiter** durch den deutschen Physiker Johannes Georg Bednorz (*1950) und den schweizer Physiker Karl Alex Müller (*1927). Heute kennt man Supraleiter mit einer Sprungtemperatur bis etwa 133 K = –140 °C. Sie lassen sich mit flüssigem Stickstoff kühlen.

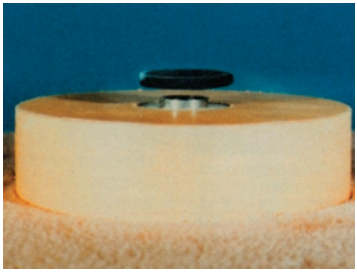
Traditionelle Supraleiter		Hochtemperatur-Supraleiter	
Stoff	**Sprungtemperatur in K**	**Stoff**	**Sprungtemperatur in K**
Aluminium	1,2	$(LaBa)_2CuO_4$	33 (1986)
Quecksilber	4,2 (1911)	$YBa_2Cu_3O_7$	92 (1996/97)
Blei	7,2	$Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$	122
BiPb	8,8	$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	135
Nb_3Sn	18,1		

Bei der Supraleitung treten einige spezielle Effekte auf:

Benannt ist diese Theorie nach den Wissenschaftlern, die sie entwickelt haben. Es waren die amerikanischen Physiker JOHN BARDEEN (1908–1991), LEON N. COOPER (*1930) und JOHN ROBERT SCHRIEFER (*1931). Sie erhielten dafür 1972 den Nobelpreis für Physik.

– Unterhalb der Sprungtemperatur wirkt ein veränderter Leitungsmechanismus. Beschrieben wird er durch die 1957 veröffentlichte **BCS-Theorie,** eine quantenmechanische Theorie. Nach dieser Theorie bilden sich bei tiefen Temperaturen Paare von Elektronen **(COOPER-Paare)**, durch die der Ladungstransport verlustfrei erfolgt.
– Findet zwischen einem supraleitenden Körper und einem Magneten eine Relativbewegung statt, so wird in dem Supraleiter ein Strom induziert, dessen Stärke nicht abnimmt.
– Bringt man einen Supraleiter oberhalb der Sprungtemperatur in ein Magnetfeld und kühlt ihn dann ab, so entsteht im supraleitenden Zustand wieder ein Strom, der zeitlich unbegrenzt fließt. Der Effekt, dass im konstanten Magnetfeld Ströme entstehen, wird nach seinen Entdeckern, den deutschen Physikern FRITZ WALTHER MEISSNER (1882–1974) und ROBERT OCHSENFELD (1901–1993), als **MEISSNER-OCHSENFELD-Effekt** bezeichnet. Das äußere Magnetfeld wird durch ein entgegengerichtetes Feld im Supraleiter kompensiert (Bild links).
Ein Supraleiter verhält sich damit wie ein Diamagnet (↗ S. 292), der von einem Permanentmagneten abgestoßen wird. Das bedeutet: Ein Magnet schwebt über dem Supraleiter (Foto rechts).





Mithilfe supraleitender Spulen lassen sich sehr starke **Magnetfelder** mit Flussdichten bis etwa 25 Tesla erzielen. Eingesetzt werden solche supraleitenden Magnete z. B. in **Teilchenbeschleunigern** (DESY in Hamburg, CERN in Genf) sowie in der Medizin bei **Kernspintomografen.**

– Die Ströme verlaufen bei Supraleitern weitgehend in der Oberfläche. Die Eindringtiefe in den Leiter ist gering.
– COOPER-Paare bewegen sich durch eine sehr dünne Isolationsschicht zwischen zwei Supraleitern, wobei der Strom vom äußeren Magnetfeld abhängig ist (JOSEPHSON-Effekt). Diesen Effekt kann man nutzen, um magnetische Flussdichten bis etwa 10^{-15} T zu messen.

Benannt ist der JOSEPHSON-Effekt nach dem amerikanischen Physiker BRIAN DAVID JOSEPHSON (*1940, Nobelpreis 1973).

Supraleitung – Entdeckung, Erklärung, Anwendung

Im Jahre 1911 wollte der Physiker Heike Kamerlingh Onnes (1853–1926) den elektrischen Widerstand von Quecksilber bei sehr tiefen Temperaturen untersuchen. Er erwartete, dass dieser Widerstand nahe null Kelvin praktisch unendlich groß sein müsste, da die Elektronen vollständig an die Atome gebunden sein sollten. Überraschend stellte Onnes aber ein Verschwinden des elektrischen Widerstandes bei einer Temperatur von 4,2 K fest.



1 Heike Kamerlingh Onnes (1853–1926)

Das Quecksilber „sprang" in einen bis dahin unbekannten, den elektrischen Strom verlustfrei leitenden Materiezustand. Fast fünf Jahrzehnte dauerte es, bis man die erste schlüssige **Theorie der Supraleitung** entwickeln konnte. Dieser Erfolg wurde von den drei amerikanischen Wissenschaftlern John Bardeen (1908–1991), Leon N. Cooper (*1930) und John R. Schrieffer (*1931) erzielt.

Man weiß, dass die Elektronen das sie umgebende Gitter im Metall beeinflussen. Dieses Gitter ist nicht starr, sondern besitzt elastische Eigenschaften. Die positiven Gitterladungen werden daher geringfügig von den einzelnen Elektronen angezogen und in ihrer Umgebung konzentriert. Diese positiven Ladungen können nun ihrerseits ein zweites Elektron anziehen. Als mechanisches Analogon kann man sich zwei Kugeln vorstellen, die auf einer Membran liegen und dabei zwei Mulden in der Membranoberfläche bilden. Wird nun die Energie insgesamt verringert, also die Spannung in der Membranhaut erniedrigt, dann rollen die beiden Kugeln in einer Mulde zusammen. Genau dies passiert, wenn man die Temperatur im Supraleiter absenkt: Jeweils zwei Elektronen finden sich dann zu einem Elektronenpaar zusammen.

Die Elektronenpaare bilden bei supraleitenden Materialien jeweils eine Konfiguration, die man **Cooper-Paar** nennt. Die Besonderheit eines Cooper-Paares sind in der Ausrichtung der Impulse p und der Eigendrehimpulse (Spins) s der Elektronen begründet. Diese sind stets antiparallel orientiert und addieren sich demzufolge zu null. Ein Cooper-Paar kann deshalb auch keine Energie oder keinen Impuls abgeben bzw. aus der Umgebung aufnehmen, ohne sich selbst dabei aufzulösen.

In einem Supraleiter befinden sich nun sehr viele Cooper-Paare, die eine Gesamtheit bilden, die sich im gleichen relativ stabilen Quantenzustand befindet. Dadurch können einzelne Paare keinen Impuls und keine Energie mit dem Gitter austauschen. Um einen solchen Austausch zu ermöglichen, müsste man ein solches Cooper-Paar aufbrechen. Dieses eine Paar würde dann aber einen anderen Quantenzustand erreichen, was innerhalb des Gesamtzustandes aller Paare nicht möglich ist. Alle Cooper-Paare bewegen sich ohne Wechselwirkung mit dem Gitter durch den Supraleiter, sie treffen demzufolge auf keinen Widerstand.

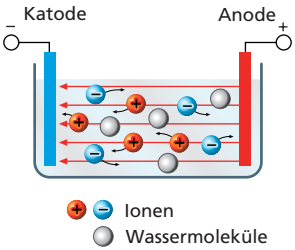
Eine neue Etappe der Entwicklung begann 1986. Der Schweizer Alexander Müller (*1927) und der Deutsche Georg Bednorz (*1950) fanden eine Substanz, die bereits bei 30 K supraleitend wird – das keramische Material Lanthan-Barium-Kupferoxid. Neben der hohen Temperatur war auch die Wahl des Stoffes überraschend – bei Normaltemperatur ist er ein Nichtleiter. Gegenwärtig liegt die höchste bekannte Temperatur eines Stoffes mit Supraleitung bei über 135 K. Man hofft diese Temperatur zukünftig noch weiter erhöhen zu können.

Supraleiter kommen heute vor allem wegen der mit ihnen erzielbaren starken Magnetfeldern zum Einsatz. Während mit herkömmlichen modernen Neodym-Eisen-Bor-Dauermagneten magnetische Flussdichten bis zu 1,5 T erreicht werden, erzielt man bei Supraleitern vom Typ $YBa_2Cu_3O_7$ Felder bis zu 15 T. Typische Anwendungsbereiche sind die **Kernspintomografie** und **Teilchenbeschleuniger.** Kernstück aller elektronischen Anwendungen der Supraleitung ist der **Josephson-Kontakt**, das sind zwei durch eine dünne Oxidschicht miteinander verbundene Supraleiter. Damit lassen sich hochsensible Magnetfeldsensoren (SQUIDs) bauen, die kleinste Magnetfeldänderungen registrieren. Die Nutzung im Bereich der Energietechnik befindet sich noch im Versuchsstadium. In einer Bilanz zu 15 Jahren Hochtemperatur-Supraleitung von 2002 heißt es: *„Die eindrucksvollen Fortschritte in der Entwicklung von Hochtemperatur-Supraleitungswerkstoffen, die erst durch das allmähliche Wachsen des physikalischen Verständnisses in den letzten Jahren möglich wurden, berechtigen zur Erwartung, dass uns bis zum Ende des Jahrzehnts ein Durchbruch in der industriellen Anwendung der Hochtemperatur-Supraleitung bevorsteht."* (Physik Journal 1 (2002), S. 51)

4.5.2 Elektrische Leitungsvorgänge in Flüssigkeiten

Der Begriff **Ion** stammt aus dem Griechischen und bedeutet das Wandernde. Die positiv geladenen Ionen, die zur Katode wandern, nennt man **Kationen.** Die negativ geladenen Ionen, die zur Anode wandern, heißen **Anionen.** Geprägt und in der Physik eingeführt hat alle diese Begriffe MICHAEL FARADAY (1791–1867).

In Flüssigkeiten kann eine elektrische Leitung stattfinden, wenn frei bewegliche positive und negative **Ionen** vorhanden sind und ein elektrisches Feld anliegt.
Solchen Ionen entstehen in wässrigen Lösungen von Säuren, Basen und Salzen durch **Dissoziation**. Die Ladung der Ionen hängt von der Wertigkeit der jeweiligen Stoffe ab.



Leitende Flüssigkeiten werden als **Elektrolyte** bezeichnet. Den genannten Vorgang der Ionenwanderung einschließlich der damit verbundenen stofflichen Veränderungen nennt man **Elektrolyse.** Beim Anlegen einer Spannung und damit beim Vorhandensein eines elektrischen Feldes bewegen sich die Ionen entsprechend ihrer Ladung und der Richtung des Feldes zur Anode oder zur Katode und lagern sich dort ab.

In Elektrolyten besteht der elektrische Strom aus positiv und negativ geladenen Ionen, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen.

Die **Beweglichkeit der Ionen** hängt wie bei Metallen (↗ S. 317 f.) vom Stoff, von der Temperatur und von der elektrischen Feldstärke im betreffenden Bereich ab. Sie kann wie bei Metallen berechnet werden mit der Gleichung $u = \frac{v}{E}$.

Betragen der Abstand von Anode und Katode 10 cm und die anliegende Spannung 1 V, so hat die Driftgeschwindigkeit für Kupfer-Ionen bei 20 °C einen Betrag etwa $\frac{1}{2000}$ mm/s.

Bei 20 °C beträgt z. B. die Beweglichkeit von Kupfer-Ionen 0,051 $\frac{mm^2}{V \cdot s}$ die von Hydroxid-Ionen 0,18 $\frac{mm^2}{V \cdot s}$. Damit ist die Beweglichkeit von Ionen bei dieser Temperatur um einen Faktor von etwa 10^{-5} geringer als bei guten Leitern (↗ S. 318).

Eine Besonderheit von Leitungsvorgängen in Flüssigkeiten besteht darin, dass mit Ladung auch Stoff transportiert wird und sich dieser Stoff an den Elektroden ablagert oder als Gas freigesetzt wird. Der Zusammenhang zwischen der Masse des abgeschiedenen Stoffes und der transportierten Ladung ist im **1. faradayschen Gesetz** erfasst.

Gefunden wurden die **Gesetze der Elektrolyse** um 1833 von dem englischen Naturforscher MICHAEL FARADAY (1791–1867). Sie werden deshalb als **faradaysche Gesetze** bezeichnet.

Die Masse eines aus einem Elektrolyten abgeschiedenen Stoffes ist der transportierten elektrischen Ladung proportional.

$m = c \cdot Q$

m	Masse des abgeschiedenen Stoffes
c	elektrochemisches Äquivalent
Q	elektrische Ladung

Bei konstanter Stromstärke gilt $Q = I \cdot t$. Damit kann man das Gesetz auch formulieren: $m = c \cdot I \cdot t$. Genutzt wurde es früher zur Definition der Stromstärke 1 A: Ein Strom hat die Stärke 1 A, wenn er bei gleichmäßiger Stärke in einer Sekunde 1,118 mg Silber abzuscheiden vermag.

Das **2. faradaysche Gesetz** stellt den Zusammenhang zwischen der transportierten Ladung und den Ionen des jeweiligen Stoffes her, die diese Ladung bewegen.

Die transportierte und an einer Elektrode abgegebene bzw. aufgenommene Ladung ist der Wertigkeit der Ionen und der Stoffmenge proportional.

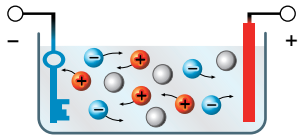
$Q = n \cdot z \cdot F$

n Stoffmenge in Mol (↗ S. 52)
z Wertigkeit der Ionen
F FARADAY-Konstante

Die FARADAY-Konstante hat einen Wert von:
$F = 9{,}648\,53 \cdot 10^4 \frac{C}{mol}$
Mithilfe des 2. faradayschen Gesetzes ist es auch möglich, die **Elementarladung** e zu bestimmen.

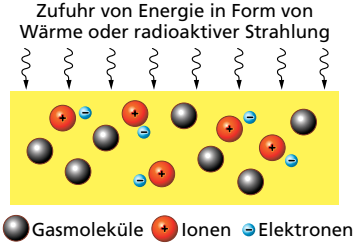


Leitungsvorgänge in Flüssigkeiten werden in vielfältiger Weise genutzt, z. B. in **Batterien** und **Akkumulatoren,** zur Oberflächenveredlung von Körpern durch **Galvanisieren** (Vergolden, Verchromen, Versilbern, Verkupfern), bei der **Elektrotauchlackierung** von Metallteilen, bei der **Schmelzflusselektrolyse** zur Aluminiumherstellung oder bei der **Elektroraffination** von Metallen.

Verkupfern eines Gegenstandes	Elektrolackierung
 Wassermoleküle positiv geladene Cu-Ionen negativ geladene SO_4-Ionen	
Die positiv geladenen Cu-Ionen lagern sich in einer dünnen Schicht am metallischen Gegenstand ab.	An der als Anode geschalteten Karosserie lagern sich die negativ geladenen Wasser-Lack-Teilchen ab.

Beim **Galvanisieren** wird in der Regel mit geringen Spannungen (1–2 V) und Stromstärken bis 1000 A gearbeitet. Die Schichtdicke der Überzüge hängt vom Verwendungszweck ab und liegt im Mikrometer-Bereich, z. B. bei Gold zwischen 0,3 µm und 1 µm, bei Chrom zwischen 10 µm und 25 µm.

4.5.3 Elektrische Leitungsvorgänge in Gasen

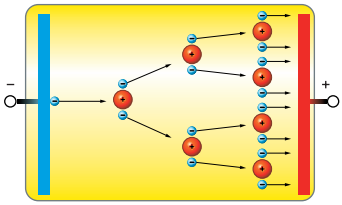


Eine merkliche elektrische Leitung in Gasen findet nur statt, wenn durch äußere Einflüsse bewegliche Ladungsträger erzeugt werden.
Eine erste Möglichkeit dazu ist die **Ionisation** des Gases. Dabei werden z. B. durch Energiezufuhr in Form von Wärme oder Strahlung einzelne Elektronen aus den Gasmolekülen herausgelöst. Es entstehen Elektronen und positive Gas-Ionen als bewegliche Ladungsträger.

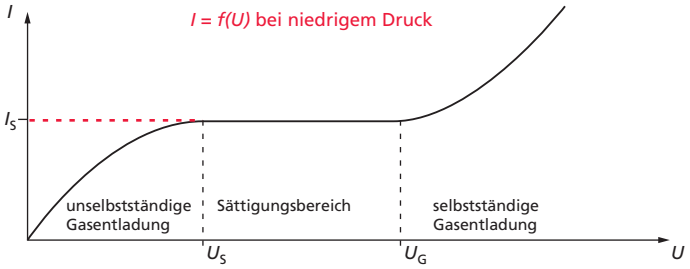
Ein Gas unter Normbedingungen, also z. B. die Luft in unserer Umgebung, ist ein guter Isolator.

Elektronen als Ladungsträger können in Gasen auch durch **Emission** (↗ S. 325) erzeugt werden.

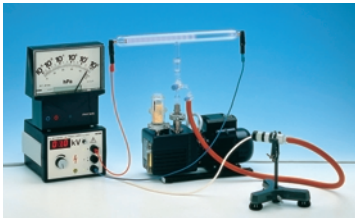
Eine zweite Möglichkeit zur Erzeugung beweglicher Ladungsträger ist die **Stoßionisation** in Gasentladungsröhren (↗ Skizze). Sie kommt zustande, wenn freie Elektronen bei niedrigem Druck durch das elektrische Feld so stark beschleunigt werden, dass sie beim Auftreffen auf Gasmoleküle von diesen Elektronen abspalten können. In einem lawinenartigen Prozess entstehen Elektronen und positiv geladene Gas-Ionen. Untersucht man ein Gas bezüglich seiner Leitfähigkeit genauer, so ergibt sich ein charakteristischer Zusammenhang zwischen der an einer Gasentladungsröhre anliegenden Spannung und der Stromstärke.



Bis zur Spannung U_S erfolgt die Leitung durch die (zufällig) vorhandenen Elektronen und Ionen. Bei weiterer Vergrößerung der Spannung gelangen alle Ladungsträger zu den Elektroden, es fließt ein konstanter Sättigungsstrom. Bei noch höherer Spannung kommt es zur **Ionisation** der Gasmoleküle und damit zu einem starken Anstieg der Stromstärke.



Oberhalb einer bestimmten Grenzspannung U_G, die vom Druck und von der Art des Gases in der Elektronenröhre abhängt, kommt es zu **selbstständiger Gasentladung,** die mit verschiedenen Leuchterscheinungen verbunden ist.



Diese unterschiedlichen Leuchterscheinungen lassen sich demonstrieren, wenn man an die Elektroden einer Elektronenröhre eine Hochspannung anlegt und den Druck in der Röhre allmählich verringert. Man beobachtet zunächst vor der Katode ein **Glimmlicht.** Es kommt infolge der Anregung von Gasmolekülen durch schnelle Elektronen zustande. Darüber hinaus leuchtet das Gas in einem Großteil der Röhre. Diese **positive Säule,** ein leuchtendes Plasma, kommt zustande, weil Elektronen auf ihrem Weg zur Anode immer wieder mit Gasmolekülen in Wechselwirkung treten und diese zur Emission von Licht anregen.

Bei weiterer Verringerung des Druckes im Gas verschwinden die Leuchterscheinungen wegen der geringen Anzahl der dann noch vorhandenen Gasmoleküle.

Bei hinreichend hohen Spannungen können auch bei normalem Luftdruck Leitungsvorgänge stattfinden. Charakteristisch sind **Spitzenentladungen** (Elmsfeuer) und **Funkenentladungen.** Eine spezielle Funkenentladung sind **Blitze.** Technisch überaus bedeutsam sind auch **Lichtbögen.**

Genutzt werden Gasentladungen z. B. bei **Glimmlampen, Leuchtröhren, Leuchtstofflampen, Quecksilberdampflampen** oder **Natriumdampflampen.** Die Farbe des Lichtes hängt von der Art des Gases und bei Verwendung von Leuchtstoffen von diesen Stoffen ab.

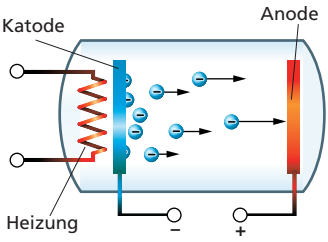
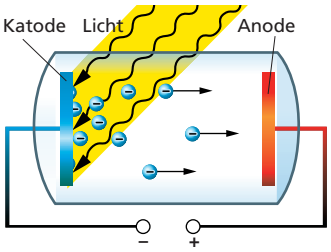
Bei zwei Kugeln von je 1 cm Durchmesser beträgt die Funkenschlagweite bei etwa 30 kV ca. 1 cm.

4.5.4 Elektrische Leitungsvorgänge im Vakuum

Im Vakuum kann nur dann ein elektrischer Leitungsvorgang stattfinden, wenn durch äußere Einflüsse Elektronen als frei bewegliche Ladungsträger erzeugt werden und ein elektrisches Feld anliegt. Die Erzeugung von Ladungsträgern (Elektronen) kann z. B. durch den **glühelektrischen** oder **lichtelektrischen Effekt** erfolgen. Dabei wird in das Vakuum eine Platte aus Metall oder Metalloxid als Elektrode gebracht. Durch Erhitzen bzw. Bestrahlen mit Licht erhalten einzelne Elektronen der Elektrode so viel Energie, dass sie sich aus der Metalloberfläche lösen können. Sie stehen dann als bewegliche Ladungsträger zur Verfügung.

Die **Glühemission** wurde 1883 von THOMAS ALVA EDISON (1847–1931) bei Experimenten mit Glühlampen entdeckt.



Glühemission (glühelektrischer Effekt)	**Fotoemission (lichtelektrischer Effekt)**
	

Die **Fotoemission** wurde 1888 von WILHELM HALLWACHS (1859–1922) erstmals beim Bestrahlen einer Zinkplatte mit Licht beobachtet (↗ S. 438). 1905 konnte ALBERT EINSTEIN (1879–1955) den lichtelektrischen Effekt theoretisch begründen (↗ S. 440) und erhielt u. a. dafür 1921 den Nobelpreis für Physik.



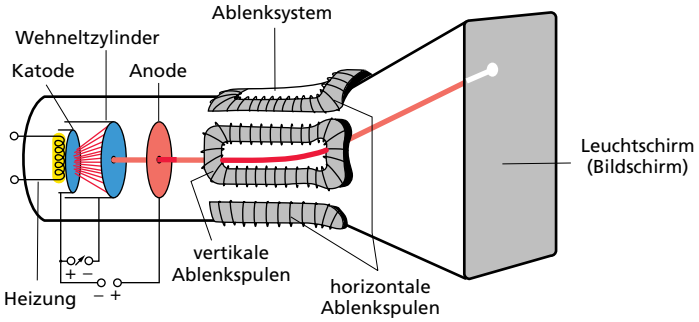
Im Vakuum besteht der elektrische Strom aus Elektronen.

Leitung im Vakuum wurde vor allem in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts in **Elektronenröhren** (Röhrendiode, Triode, Tetrode, Pentode) genutzt. Solche Elektronenröhren werden heute nur noch für spezielle Zwecke verwendet. Sie sind in den meisten Anwendungsbereichen von Halbleiterbauelementen verdrängt worden.

Angewendet wird die Leitung im Vakuum heute vor allem in **Elektronenstrahlröhren** (Fernsehbildröhren, Oszillografenbildröhren, Röntgenröhren). Die Skizze zeigt den Aufbau einer Fernsehbildröhre.

Der Wehneltzylinder ist nach seinem Erfinder ARTHUR WEHNELT (1871–1944) benannt.





4.5.5 Elektrische Leitungsvorgänge in Halbleitern

Die physikalischen Grundlagen für Halbleiterbauelemente wurden in der **Festkörperphysik** erforscht, mit dem Bereich der technischen Umsetzung beschäftigt sich die **Elektronik.**

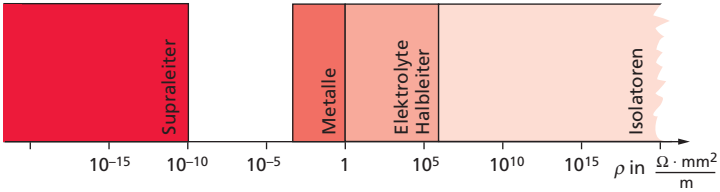
Halbleiterbauelemente wie Thermistoren, Dioden, Transistoren oder integrierte Schaltkreise sind Grundelemente der meisten modernen technischen Geräte und Anordnungen. Die breite technische Nutzung von Halbleitern begann erst nach der Entdeckung des **Transistoreffekts** (1948) und war eng verbunden mit der Entwicklung von Technologien zur Herstellung von Halbleitermaterialien ab Beginn der fünfziger Jahre des 20. Jahrhunderts.

Eigenleitung in Halbleitern

Technisch wichtige Halbleiter sind die Elemente Silicium, Germanium, Selen und Tellur sowie zahlreiche Verbindungen aus Elementen der III. und V. Gruppe bzw. der II. und VI. Gruppe des Periodensystems der Elemente (z. B. Galliumarsenid GaAs, Indiumphosphat InP).

Von reinen Halbleitern spricht man, wenn auf mehr als 10^9 Atome ein Fremdatom oder ein Gitterfehler kommt.

Der spezifische elektrische Widerstand von Halbleitern hängt stark von der Reinheit des Materials und von der Temperatur ab. Er liegt bei reinen Stoffen im Bereich der Leitfähigkeit von Elektrolyten.

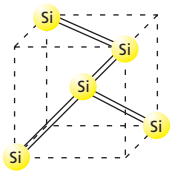
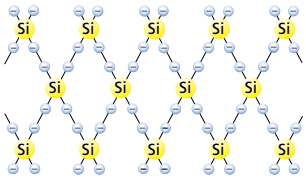


Der spezifische elektrische Widerstand beträgt bei 20 °C bei reinem Silicium $2 \cdot 10^5 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ und bei reinem Germanium $4 \cdot 10^7 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$.

Die **Beweglichkeit** von Elektronen liegt bei Metallen (20 °C) bei $10^{-3} \frac{m^2}{V \cdot s}$, bei Halbleitern ist sie mehr als 100-mal größer.

Für Halbleiter gilt im Vergleich zu Metallen: Die **Beweglichkeit** der Ladungsträger ist größer, die **Ladungsträgerdichte** aber wesentlich kleiner. In einem reinen Halbleiter werden die Bindungen zwischen den Atomen durch Elektronenpaare realisiert. Es liegt eine **Atombindung** vor. Bei sehr tiefen Temperaturen sind alle Elektronen gebunden. Bei Zimmertemperatur können einzelne Elektronen die Bindung verlassen. Sie stehen als bewegliche Ladungsträger zur Verfügung.

Die Darstellung der Anordnung von Atomen kann in räumlichen oder ebenen **Gittermodellen** oder in **Packungsmodellen** erfolgen. Für die Veranschaulichung von Leitungsvorgängen sind ebene Gittermodelle zweckmäßig.

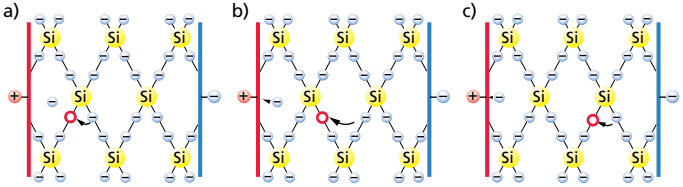
räumliche Anordnung der Siliciumatome	Darstellung der Anordnung in einer Ebene
	

Verlässt ein Elektron seinen Platz in der Bindung, so entsteht dort eine **Fehlstelle,** die als **Defektelektron** oder **Loch** bezeichnet wird. Den Vorgang der Entstehung eines beweglichen Elektrons und eines Loches nennt man **Paarbildung,** den umgekehrten Vorgang **Rekombination.**

In einem reinen Halbleiter halten sich Paarbildung und Rekombination die Waage. Die Leitung in einem reinen Halbleiter wird als **Eigenleitung** bezeichnet. Sie erfolgt durch Elektronen und Löcher.

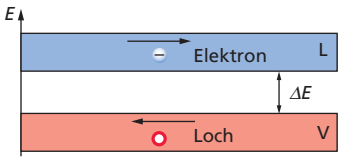
Bei einer bestimmten Temperatur ist die Beweglichkeit von Elektronen in der Regel größer als die von Löchern.

Eigenleitung mit Elektronen und Defektelektronen (Löchern)



Die Elektronen wandern nach links, die Löcher nach rechts.

Im Bändermodell (↗ S. 319) lässt sich die Eigenleitung folgendermaßen deuten:
Bei 0 K ist das Leitungsband L unbesetzt. Bereits bei Zimmertemperatur reicht die innere Energie einiger Elektronen aber aus, um vom Valenzband V ins Leitungsband L zu gelangen. Diese Elektronen bewegen sich unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes gerichtet. Im Valenzband V bleiben Löcher zurück, die von Elektronen des Valenzbandes besetzt werden können und dadurch in der zu den Elektronen entgegengesetzten Richtung wandern.



Der energetische Abstand ΔE zwischen Valenzband und Leitungsband liegt bei Halbleitern bei weniger als 3 eV. Ein typischer Wert ist 1 eV.

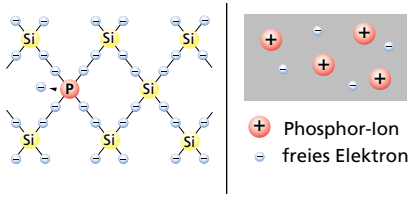
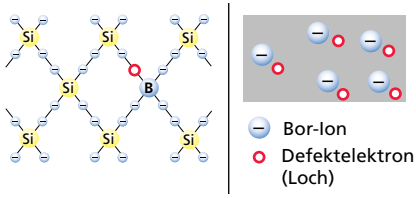
Störstellenleitung in Halbleitern

Für die technische Nutzung spielt die Eigenleitung nur eine geringe Rolle. Praktisch bedeutsam wurden Halbleiter erst, als es gelang, ihr Leitvermögen durch den Einbau von Fremdatomen in hochreines Halbleitermaterial gezielt zu beeinflussen.

Der gezielte Einbau von Fremdatomen in Halbleiterkristalle wird als **Dotieren** bezeichnet.

Zum Dotieren von Silicium nutzt man Elemente der III. Hauptgruppe (z. B. Bor, Gallium oder Indium) bzw. der V. Hauptgruppe des Periodensystems (z. B. Phosphor, Arsen oder Bismut). Dadurch entstehen **Störstellen** mit freien Elektronen bzw. Löchern.

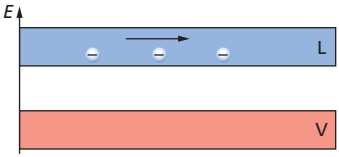
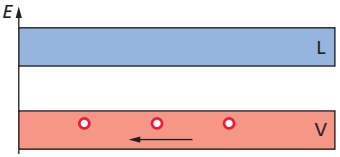
Das **Dotieren** von Halbleitern ist ebenso wie die Herstellung von hochreinen Halbleitern ein komplizierter technischer Prozess. Meist nutzt man zum Dotieren die **Thermodiffusion.**

n-Halbleiter	p-Halbleiter
	
Wird ein Phosphoratom (5-wertig) in Silicium dotiert, kann ein Außenelektron des Phosphors nicht gebunden werden und steht als *freies Elektron* für eine *n-Leitung* zur Verfügung.	Wird in ein Siliciumkristall ein Boratom (3-wertig) dotiert, kann ein Außenelektron eines Siliciumatoms nicht gebunden werden. Es bleibt ein *Loch*, das für eine *p-Leitung* zur Verfügung steht.

n- und p-Leitung wird auch als **Störstellenleitung** bezeichnet, da Grundlage dieser Leitung der gezielte Einbau von Fremdatomen (Störstellen) ist.

Durch Dotieren lässt sich die Leitfähigkeit von Halbleitern gezielt erhöhen. Nach der Art der dann dominierenden Leitung unterscheidet man zwischen **n-Leitung** (Elektronenleitung) und **p-Leitung** (Löcherleitung).

Im Bändermodell lässt sich die n- und p-Leitung folgendermaßen deuten:

n-Leitung	p-Leitung
	
Elektronen im Leitungsband bewirken einen Strom von Elektronen von + nach –.	Löcher im Valenzband bewirken einen Strom von Defektelektronen von – nach +.

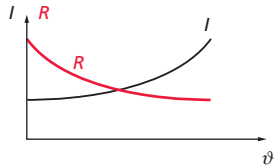
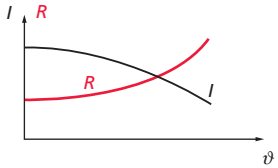
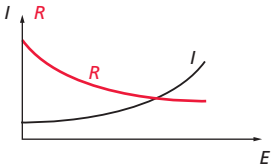


Für fast alle **Halbleiter** gilt: Je höher die Temperatur ist, desto größer ist die Leitfähigkeit. Das resultiert daraus, dass sich zwar mit steigender Temperatur die Beweglichkeit der Ladungsträger verringert, ihre Konzentration aber stärker zunimmt.

Beeinflussung des Leitungsvorganges durch Wärme und Licht

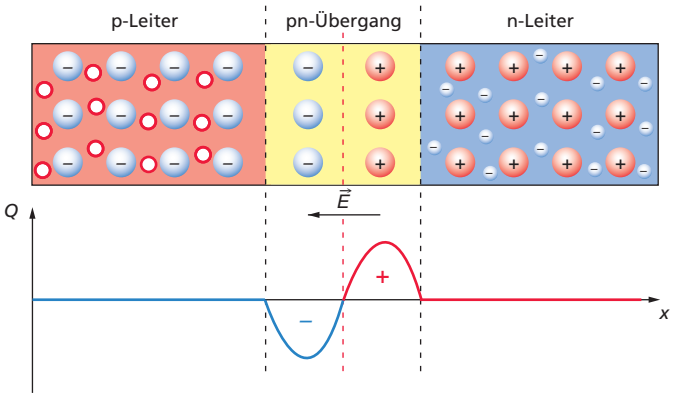
Bei speziellen Halbleitermaterialien kann die Leitfähigkeit durch Temperaturänderung oder durch Bestrahlung mit Licht stark beeinflusst werden. Aus solchen Materialien werden Halbleiterbauelemente hergestellt, bei denen diese Effekte genutzt werden. Beispiele dafür sind **Thermistoren** und **Fotowiderstände.**

Thermistoren (abgeleitet vom englischen **therm**ally sensitive re**sistor**) sind stark temperaturabhängige Widerstände aus halbleitenden Metalloxiden mit negativem Temperaturkoeffizienten (**Heißleiter,** NTC-Widerstand, abgeleitet vom englischen **n**egative **t**emperature **c**oeffizient resistor) oder positivem Temperaturkoeffizient (**Kaltleiter**, PTC-Widerstand, abgeleitet vom englischen **p**ositive **t**emperature **c**oeffizient resistor).

Thermistoren		Fotowiderstände (LDR)
Heißleiter (NTC-Widerstand)	**Kaltleiter (PTC-Widerstand)**	
Mit steigender Temperatur ϑ verringert sich der Widerstand.	Mit steigender Temperatur ϑ vergrößert sich der Widerstand.	Mit zunehmender Beleuchtungsstärke E verringert sich der Widerstand.
		

Der pn-Übergang

Dioden und Transistoren bestehen aus einer Kombination von p- und n-leitenden Halbleitern. Für ihre Wirkungsweise spielt der Übergang zwischen dem p-leitenden und dem n-leitenden Gebiet, kurz als **pn-Übergang** bezeichnet, eine entscheidende Rolle.
Im Bereich zwischen dem p-Leiter und dem n-Leiter kommt es zur Diffusion von Elektronen in den p-Leiter und von Löchern in den n-Leiter. Es entsteht eine **Grenzschicht** mit speziellen Eigenschaften.



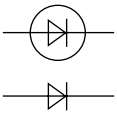
Die großen, negativ bzw. positiv geladenen Teilchen sind die ortsfesten Ionen der Dotierungsstoffe. Die kleinen Teilchen sind die beweglichen Elektronen bzw. Löcher.

Für diese Grenzschicht, den pn-Übergang, gilt:

- Aufgrund von Rekombination sind im pn-Übergang keine Elektronen und Löcher vorhanden. Der pn-Übergang wirkt wie eine **Sperrschicht**.
- Im pn-Übergang existiert ein elektrisches Feld, dass von n-Leiter zum p-Leiter gerichtet ist. Aufgrund seiner Entstehung durch Diffusion wird es auch als **Diffusionsfeld** bezeichnet. Es verhindert das weitere Eindringen von Elektronen in den p-Leiter und von Löchern in den n-Leiter.

Die Diode

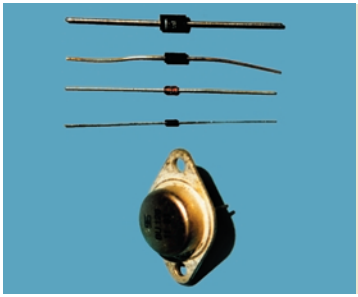
Früher nutzte man statt Halbleiterdioden spezielle **Elektronenröhren,** die Röhrendioden. Als Schaltzeichen für eine Diode wird verwendet:

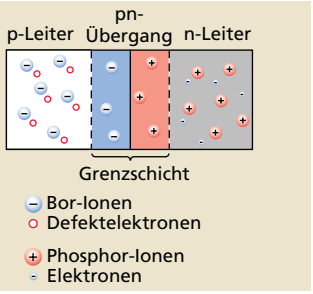




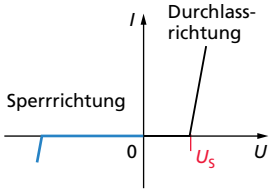


Eine Halbleiterdiode besteht aus p- und n-leitenden Halbleitern mit einem dazwischen liegenden pn-Übergang.





Untersucht man experimentell die Stromstärke in Abhängigkeit von einer außen anliegenden Spannung, dann zeigt sich:

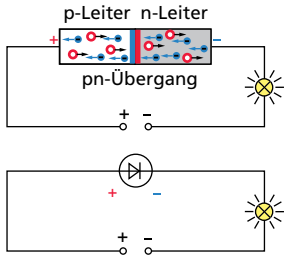
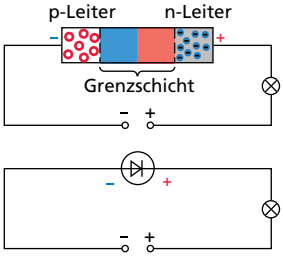


Die **Schwellenspannung** beträgt für Silicium ca. 0,7 V und für Germanium ca. 0,35 V.

– Liegt am p-Leiter der Pluspol der Spannungsquelle, so fließt bei geringer Spannung zunächst kein Strom. Das Diffusionsfeld (↗ S. 329) wirkt dem äußeren Feld entgegen.
– Ab der **Schwellenspannung** U_S überwiegt das äußere Feld. Der pn-Übergang wird mit Ladungsträgern überschwemmt. Die Diode ist in **Durchlassrichtung** geschaltet.
– Liegt am p-Leiter der Minuspol der Spannungsquelle, so wirken Diffusionsfeld und äußeres Feld in gleicher Richtung. Der an Ladungsträgern verarmte pn-Übergang wird breiter. Die Diode ist in **Sperrrichtung** geschaltet.

Aus dieser Eigenschaft ergibt sich das Hauptanwendungsgebiet von Dioden: Sie werden als **Gleichrichter** genutzt und ermöglichen auch den Bau von **Konstantspannungsquellen.** Informationen dazu sind auf der CD zu finden.

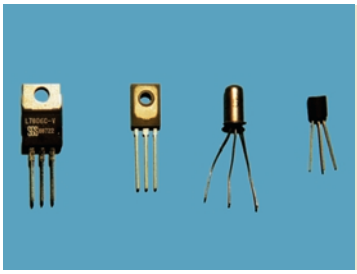
Eine Diode lässt den elektrischen Strom nur in einer Richtung, der Durchlassrichtung, hindurch.

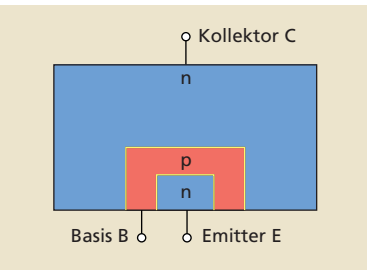
Diode in Durchlassrichtung	Diode in Sperrrichtung
	

Der bipolare Transistor

Der bipolare Transistor ist ein Halbleiterbauelement, das aus drei unterschiedlich dotierten Schichten besteht und damit zwei pn-Übergänge besitzt. Man unterscheidet zwischen **npn-Transistoren** und **pnp-Transistoren.** Jeder Transistor besitzt drei Anschlüsse, den **Emitter** E, den **Kollektor** C und die **Basis** B.

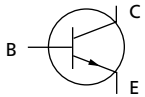
Der Begriff **Transistor** ist vom englischen **trans**fer re**sistor** = übertragender Widerstand abgeleitet.



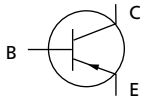


Schaltzeichen von Transistoren:

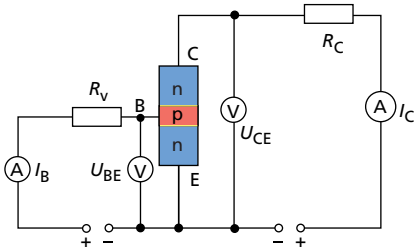
npn-Transistor



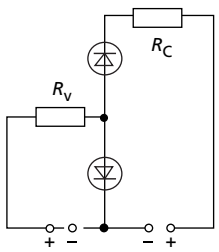
pnp-Transistor



Über die drei Anschlüsse können die Widerstände der beiden pn-Übergänge und damit die Stromflüsse durch den Transistor gesteuert werden. Dazu schaltet man den Transistor so, dass zwei Stromkreise entstehen. Vergleichbar ist das mit der Reihenschaltung von zwei Dioden.



Basisstromkreis (Steuerstromkreis) Kollektorstromkreis (Arbeitsstromkreis)



vergleichbare Schaltung zweier Dioden

Die Wirkungsweise eines Transistors ergibt sich aus der Schaltung und den Besonderheiten seines Aufbaus:

- Liegt nur eine Spannung zwischen Emitter und Kollektor an, so ist stets einer der beiden pn-Übergänge in Sperrrichtung geschaltet. Es fließt kein Strom.
- Wird der Übergang zwischen Emitter und Basis in Durchlassrichtung geschaltet und liegt die Spannung U_{BE} über der Schwellenspannung (↗ S. 330), so fließt ein Basisstrom.
- Durch den Basisstrom wird die sehr dünne Basisschicht mit Ladungsträgern überschwemmt. Aufgrund der relativ großen Spannung zwischen Emitter und Kollektor gelangt der überwiegende Teil dieser Ladungsträger (Elektronen) durch den pn-Übergang zum Kollektor und bildet den Kollektorstrom I_C.

Mit der Entdeckung des **Transistoreffekts** durch die drei US-amerikanischen Physiker WILLIAM SHOCKLEY (1910–1989), WALTER HOUSER BRATTAIN (1902–1987) und JOHN BARDEEN (1908–1991) in den Jahren 1947/48 wurde ein entscheidender Durchbruch bei der Entwicklung der **Halbleiter-Elektronik** erzielt. 1948 wurde der erste Transistor von ihnen zum Patent angemeldet. 1956 erhielten die drei Physiker für ihre Leistungen den Nobelpreis für Physik.

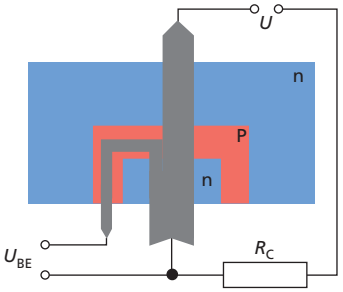


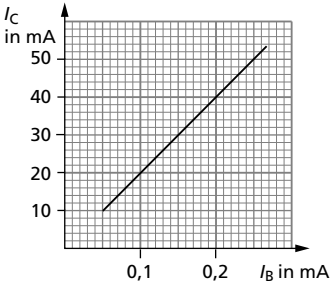
Der beschriebene Effekt der Steuerung des Kollektorstromes durch den Basisstrom wird als **Transistoreffekt** bezeichnet.

Durch Anlegen einer Basis-Emitter-Spannung wird ein bipolarer Transistor zwischen Emitter und Kollektor elektrisch leitend. Im Kollektorstromkreis fließt dann ein elektrischer Strom. Ein Transistor kann damit als **elektronischer Schalter** genutzt werden.

Die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Strömen und Spannungen beim **Transistor** lassen sich in einem **Kennlinienfeld** darstellen. Dabei werden für einen Transistor die Zusammenhänge zwischen den Größen U_{BE}, U_{CE}, I_B und I_C erfasst. Genauere Informationen dazu sind auf der CD zu finden.

Der Zusammenhang zwischen den Strömen ist aus der Skizze links und der I_C-I_B-Kennlinie (Steuerkennlinie) erkennbar.





Vorausgesetzt wird dabei immer die richtige Beschaltung des Transistors und das Vorhandensein entsprechender elektrischer Quellen.

Eine kleine Änderung der Basisstromstärke führt zu einer erheblich stärkeren Änderung der Kollektorstromstärke. Ebenso führt eine kleine Änderung der Eingangsspannung U_{BE} zu einer größeren Änderung der Spannung an einem äußeren Widerstand R_C im Kollektorstromkreis.

Mit einem Transistor lassen sich Stromstärke, Spannung und damit auch elektrische Leistung verstärken. Ein Transistor kann als **Verstärker** genutzt werden.

Die Verstärkung wird durch Faktoren erfasst, die je nach Transistortyp in einem weiten Bereich schwanken können.

Die Stromverstärkung liegt bei Transistoren meist zwischen 20 und 1000.

Stromverstärkung	**Spannungsverstärkung**	**Leistungsverstärkung**
$B = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$	$V_U = \frac{\Delta U_C}{\Delta U_{BE}}$	$V = B \cdot V_U$

An einem Transistor werden folgende Werte gemessen:

(1) $U_{BE} = 0{,}75$ V $\quad I_B = 0{,}10$ mA $\quad I_C = 20$ mA $\quad U_{CE} = 6{,}5$ V $\quad U_C = 2{,}4$ V

(2) $U_{BE} = 0{,}85$ V $\quad I_B = 0{,}15$ mA $\quad I_C = 30$ mA $\quad U_{CE} = 3{,}1$ V $\quad U_C = 5{,}8$ V

Damit erhält man für diesen Transistor:

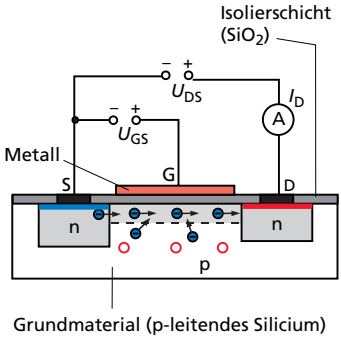
$B = \frac{10\text{ mA}}{0{,}05\text{ mA}} = 200 \qquad V_U = \frac{3{,}4\text{ V}}{0{,}1\text{ V}} = 34 \qquad V = 200 \cdot 34 = 6800$

Der Feldeffekttransistor

Der Feldeffekttransistor (FET) ist ein **unipolarer Transistor.** Diese Bezeichnung rührt daher, dass bei ihm beim Leitungsvorgang entweder Elektronen *oder* Löcher beteiligt sind, während beim Bipolartransistor Elektronen *und* Löcher eine Rolle spielen.
Es gibt inzwischen eine Vielzahl von verschiedenen Arten von FET. Wir betrachten als Beispiel einen MOSFET (**m**etal-**o**xide-**s**emiconductor-**f**ield-**e**ffect-**t**ransistor).

Feldeffekttransistoren (FET) sind der Typ von Transistoren, der seit etwa 1970 für integrierte Schaltungen verwendet wird. Die Herstellungstechnologie **(Planartechnik)** ermöglicht es, auf kleinstem Raum eine große Anzahl von Transistoren unterzubringen. Darüber hinaus erfolgt die Steuerung dieser Transistoren leistungsfrei.

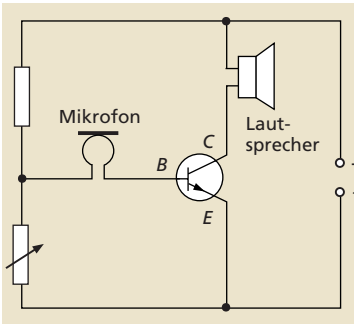
Die Skizze zeigt den Aufbau und die Schaltung eines solchen MOSFET. Auf einem Grundmaterial aus p-leitendem Silicium befinden sich zwei n-leitende Bereiche, die durch einen dünnen Kanal miteinander verbunden sind. Oberhalb dieses Kanals befindet sich eine Metallelektrode. Die drei Anschlüsse eines FET werden als **Source** S (Quelle, Zufluss), **Drain** D (Senke, Abfluss) und **Gate** G (Tor) bezeichnet. Der Arbeitsstromkreis wird zwischen Source S und Drain D geschaltet.

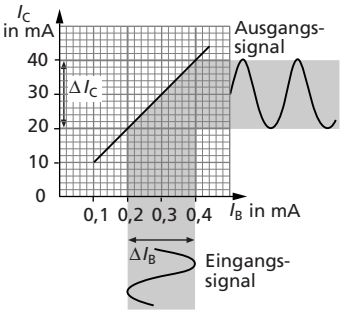


Die Wirkungsweise eines FET lässt sich folgendermaßen beschreiben:
- Liegt nur eine Spannung zwischen S und D an, dann fließt kein Strom.
- Wird an das Gate G eine positive Spannung angelegt, so entsteht ein nach unten gerichtetes elektrisches Feld. Es bewirkt, dass Elektronen aus dem Grundmaterial in den Kanal gelangen und sich dort die Ladungsträgerdichte stark erhöht. Der Kanal wird leitend; zwischen S und D fließt ein Strom, dessen Stärke von der Gate-Spannung abhängt.

Transistoren können als elektronische **Schalter** oder als **Verstärker** verwendet werden. Bei der Verwendung als Schalter wird der Transistoreffekt (↗ S. 332) genutzt. Beim Verstärker wendet man an, dass man durch Stromverstärkung oder Spannungsverstärkung eine Leistungsverstärkung erreichen kann.

Transistoren werden nicht nur als diskrete Bauelemente genutzt, sondern sind Bestandteil integrierter Schaltungen. Damit ist ihr Anwendungsbereich außerordentlich vielfältig. Auf der CD sind unter dem Stichwort **Transistor** einige typische Beispiele dargestellt. Nebenstehend ist ein einfacher **Mikrofonverstärker** dargestellt.

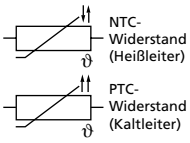




Ausgewählte elektronische Bauelemente im Überblick

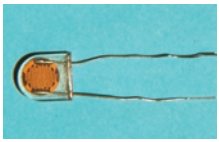
Thermistor

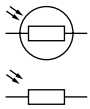




Thermistoren sind stark temperaturabhängige Widerstände aus halbleitenden Metalloxiden. Ihr Widerstand vergrößert oder verkleinert sich mit steigender Temperatur.

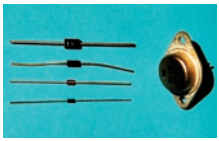
Fotowiderstand

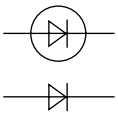




Fotowiderstände sind beleuchtungsabhängige Widerstände, z. B. aus Cadmiumsulfid, die auf ein Trägerplättchen aufgebracht sind. Ihr Widerstand verkleinert sich mit der Beleuchtungsstärke.

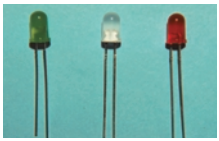
Gleichrichterdiode

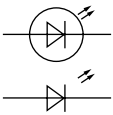




Gleichrichterdioden sind Bauelemente mit einem pn-Übergang, die in Sperrrichtung einen großen und in Durchlassrichtung einen kleinen Widerstand haben.

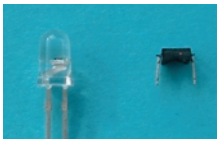
Leuchtdiode (LED)

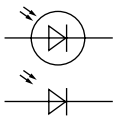




Leuchtdioden, z. B. aus GaAs, werden in Durchlassrichtung betrieben. Bei der Rekombination im pn-Übergang wird Energie frei, die in Form von Strahlung abgegeben wird.

Fotodiode

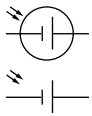




Fotodioden werden in Sperrrichtung betrieben. Bei Beleuchtung des pn-Übergangs mit Licht erfolgt eine Paarbildung. Die Stromstärke steigt an.

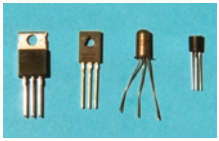
Fotoelement, Solarzelle

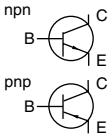




Solarzellen sind flächenhafte Anordnungen von Fotoelementen. Bei einem Fotoelement entsteht bei Lichteinstrahlung zwischen p- und n-Anschluss eine Spannung.

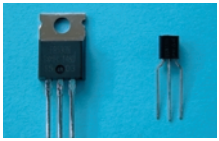
bipolarer Transistor

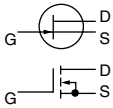




Bipolare Transistoren sind Bauelemente, bei denen ein Arbeitsstromkreis durch einen Steuerstromkreis beeinflusst wird. Sie werden als Schalter und Verstärker genutzt.

unipolarer Transistor





Unipolare Transistoren sind Bauelemente, bei denen durch ein elektrisches Feld ein Arbeitsstromkreis beeinflusst wird. Sie werden als Schalter und Verstärker genutzt.

4.5.6 Analoge und digitale Signalverarbeitung

In Natur und Technik ändern sich viele Größen kontinuierlich, z. B. die Temperatur der Luft oder die Helligkeit im Freien. Die Messung solcher Größen ergibt stetige Verläufe. Man spricht von **analogen Signalen.**

Allgemein ist ein **Signal** eine durch Mess- oder Nachweisgeräte erfassbare Veränderung einer physikalischen Größe.

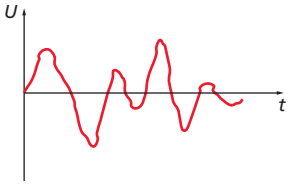
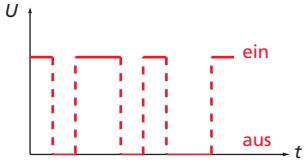
Die Gesamtheit der Verfahren und Geräte, bei denen analoge Signale verwendet werden, bezeichnet man als **Analogtechnik.**

Für die Übertragung und Verarbeitung von Signalen ist es häufig günstiger, mit **digitalen Signalen** zu arbeiten, also mit Signalen, die durch zwei Zustände gekennzeichnet sind. Die Übertragung solcher Signale ist weniger störempfindlich als die analoger Signale. Darüber hinaus ist eine einfache Weiterverarbeitung mit Computern möglich.

Die Gesamtheit der Verfahren und Geräte, bei denen digitale Signale verwendet werden, bezeichnet man als **Digitaltechnik.**

Die zwei Zustände bei digitalen Signalen werden unterschiedlich bezeichnet, gemeint ist aber inhaltlich das Gleiche:

- ein oder aus
- high (h) oder low (l)
- L oder O
- 1 oder 0

analoge Signale	**digitale Signale**
sind durch kontinuierliche Änderungen gekennzeichnet. 	sind durch zwei Zustände gekennzeichnet. 

Welche Signale man jeweils erhält, ist weitgehend von den genutzten technischen Geräten abhängig. Analoge und digitale Signale können aber ineinander umgewandelt werden.



AD-Wandler und **DA-Wandler** sind komplexe Schaltungen, die sich in unterschiedlicher Weise realisieren lassen.

Die Umwandlung analoger in digitale Signale erfolgt mithilfe von **Analog-Digital-Wandlern (AD-Wandler),** die von digitalen Signalen in analoge durch **Digital-Analog-Wandler (DA-Wandler).**

Bei vielen modernen Messgeräten werden nichtelektrische Größen in elektrische Größen, insbesondere in Spannungs- oder Stromstärkewerte, umgewandelt.



Zur Verstärkung schwacher Signale nutzt man häufig **Operationsverstärker** (OV).

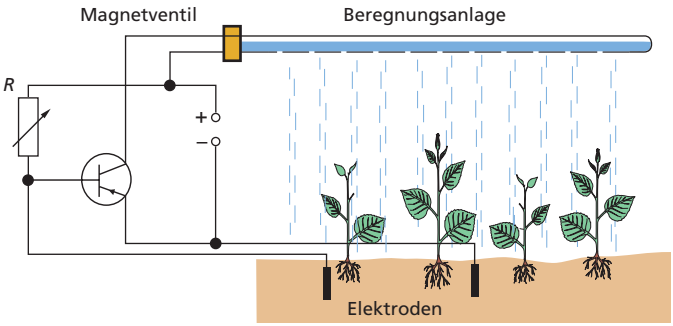
- Bei elektrischen Thermometern bewirkt eine Temperaturänderung eine Änderung der Stromstärke, die ihrerseits in eine digitale Anzeige umgesetzt wird. Helligkeitsschwankungen werden in einem Belichtungsmesser in Spannungsschwankungen umgewandelt. Bei automatischen Türöffnern ergibt ein Druck eine Spannungsänderung.

In der Messtechnik erfolgt die Erfassung solcher Größen, wie der Temperatur, der Masse, der Geschwindigkeit, der Helligkeit, des Druckes oder der Feuchtigkeit durch **Sensoren.**

Sensoren sind Bauelemente zur Messwert- und Datengewinnung, bei denen nichtelektrische Größen in elektrische Signale umgewandelt werden.

Sensoren sind meist mit komplexen elektronischen Schaltungen kombiniert, die in Abhängigkeit vom Verwendungszweck sehr unterschiedlich aufgebaut sein können.

Pflanzen in Gewächshäusern brauchen für das optimale Wachstum eine bestimmte Bodenfeuchtigkeit, die man automatisch regeln kann. Die Skizze zeigt eine einfache Reglerschaltung.



Der Widerstand zwischen den beiden Elektroden hängt von der Bodenfeuchtigkeit ab. Er beeinflusst zugleich die Spannung zwischen Basis und Emitter des Transistors.

Bei feuchter Erde ist der Widerstand klein. Die Spannung sinkt unter die Schwellenspannung (↗ S. 330). Das Magnetventil im Kollektorstromkreis wird geschlossen. Beim Trocknen der Erde vergrößert sich der Widerstand und damit auch die Basis-Emitter-Spannung. Mit Erreichen der Schwellenspannung fließt im Kollektorstromkreis ein Strom, der das Öffnen des Magnetventils bewirkt. Die Beregnungsanlage wird wirksam.

Sensor	zu messende Größe	Einflussgröße	Nutzung
Thermistor (↗ S. 329)	Temperatur	Widerstand	Temperaturmessung, elektrische Thermometer
Fotowiderstand, Fotodiode (↗ S. 329)	Helligkeit (Beleuchtungsstärke)	Widerstand	Belichtungsmesser, Schalter für Straßenbeleuchtung
Dehnungsmessstreifen (DMS, ↗ S. 77)	Kraft, Druck	Widerstand	Kraftmesser, Druckmesser
Bimetallstreifen	Temperatur	Länge	Bimetallschalter
Thermoelement	Temperatur	Spannung	Temperaturmessung, Strahlungsmessung
Drehwiderstand	Winkel	Widerstand	Winkelmessung
Piezokristall	Druck	Spannung	Druckmessung

Touchscreens – Bildschirme mit Gefühl

Ob Fahrkartenautomat, Pocket-PC, Organizer oder Info-Terminal – überall nutzt man inzwischen Sensorbildschirme, die so genannten Touchscreens.

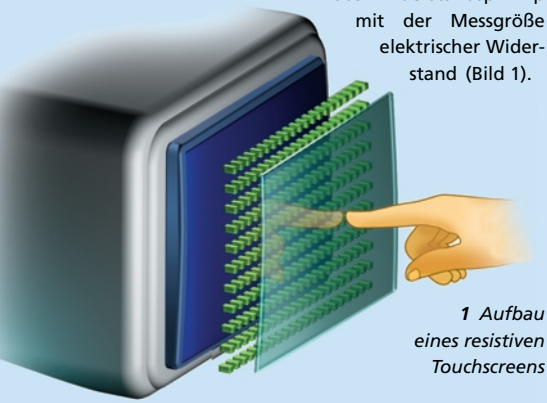


Sie reagieren, wenn man sie mit einem Stift oder dem Finger berührt. Der erste berührungsempfindliche Bildschirm wurde 1977 bei der US-amerikanischen Firma Elo Touchsystems entwickelt. Anfang der achtziger Jahre begann die breitere technische Nutzung. Heute werden solche Bildschirme in vielfältiger Weise verwendet.

Die physikalisch-technischen Prinzipien, die man dabei anwendet, sind unterschiedlich. Immer geht es aber darum, den Punkt zu lokalisieren, an dem der Bildschirm berührt wird.

Resistive Touchscreens

Das älteste und am weitesten verbreitete Prinzip ist das Widerstandsprinzip mit der Messgröße elektrischer Widerstand (Bild 1).



***1** Aufbau eines resistiven Touchscreens*

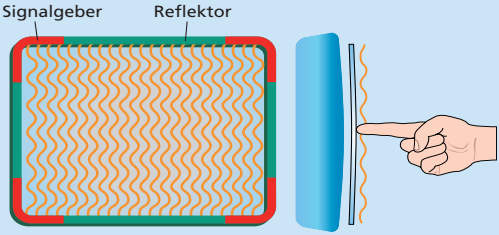
Eine Glasplatte auf dem Bildschirm ist außen mit leitendem Material beschichtet. Winzige Abstandshalter aus Polyester trennen sie von einer Abdeckscheibe, die innen eine leitende und außen eine kratzfeste Beschichtung hat. An die beiden leitend beschichteten Platten wird über ein Steuergerät jeweils ein gleichmäßiger Spannungsabfall erzeugt, und zwar bei der einen Platte in *x*-Richtung und bei der anderen Platte in *y*-Richtung, also senkrecht dazu. Werden bei Berührung die beiden leitenden Schichten zusammengedrückt, so verringert sich der Widerstand. Es wird ein minimaler Strom abgeleitet. Durch eine Steuerungselektronik werden die Koordinaten des betreffenden Punktes ermittelt. Resistive Touchscreens werden vor allem bei Pocket PCs und PDAs (**P**ersonal **D**igital **A**ssistent) verwendet.

Kapazitive Touchscreens

Eine Glasplatte wird beidseitig mit leitfähigem Material beschichtet und bildet damit einen Kondensator. Auf der äußeren Schicht wird über Elektroden ein gleichmäßiges elektrisches Feld erzeugt. Beim Berühren des Schirms mit dem Finger erhöht sich die Kapazität, da auch der menschliche Körper als Kondensator wirkt. Es fließt ein schwacher Strom über die Elektroden. Der betreffende Punkt wird über eine Steuerungselektronik ermittelt. Kapazitive Touchscreens verwendet man vor allem bei Info-Terminals oder Fahrkartenautomaten, bei denen die Bedienung durch Berühren des Schirms mit dem Finger erfolgt.

Infrarot- und Ultraschall-Touchscreens

An den Ecken einer unbeschichteten Glasplatte befinden sich Signalgeber, die Infrarotstrahlung oder Ultraschall aussenden. Durch Reflexion entsteht auf der Glasplatte ein Muster aus stehenden Wellen (Bild 2). Bei Berührung des Schirms wird ein Teil der Wellen absorbiert. Diese Änderung wird erfasst und durch die Steuerungselektronik die Koordinaten bestimmt.



***2** Prinzip eines Infrarot-Touchscreens*

Der Scanner – eine Möglichkeit zur digitalen Bilderzeugung

Im Jahr 1981 erreichte die digitale Bildverarbeitung durch die Entwicklung der CGA-Grafikkarte (Computer Graphics Adapter) einen ersten Höhepunkt. Im Unterschied zur damals handelsüblichen Herkuleskarte, die nur die Darstellung von Schwarz-Weiß-Abbildungen ermöglichte, konnten nun Bilder mit vier Farben dargestellt werden. In den 80er Jahren war es vorwiegend die Branche der Computerspiele, die Forschung in diesem Bereich betrieb. Das gilt heute auch noch.

Neben der VGA-Grafik (Video Graphics Array) stellten die Entwicklung des Scanners sowie der Digitalkamera weitere Höhepunkte im Bereich der digitalen Bildverarbeitung dar.

Mithilfe eines Scanners können Vorlagen, z. B. Fotos, Texte oder Pläne, in digitale Zeichnungen umgewandelt werden, was eine bequeme Weiterverarbeitung der Abbildungen am Computer ermöglicht.

Neben den im kommerziellen Bereich zum Einsatz kommenden Trommel- und Diascannern sind der Hand- sowie der Flachbettscanner die am weitesten verbreiteten Bauformen. Aufbau und Funktionsweise eines solchen Flachbettscanners soll im Folgenden erläutert werden.

Ähnlich wie bei einem Fotokopierer wird auch beim Flachbettscanner die auf eine Glasscheibe platzierte Vorlage von einer Leuchtstoffröhre beleuchtet. Das von der Abbildung reflektierte Licht gelangt über ein Spiegel-Linsen-System zum CCD-Chip (Charge-Coupled Devices). Dieser setzt sich aus vielen kleinen CCD-Elementen zusammen, die im Gegensatz zur Digitalkamera nicht flächen-, sondern zeilenförmig angeordnet sind. Zusammen mit der Beleuchtungseinrichtung und dem Spiegel-Linsen-System ist der Chip auf einem Schlitten montiert, der während des Scanvorgangs die Vorlage mit einer konstanten Geschwindigkeit abtastet. Jedes CCD-Element ist mit lichtempfindlichen Zellen bestückt, die in Abhängigkeit von der einfallenden Lichtintensität eine elektrische Spannung liefern. Je heller die Vorlage ist, desto mehr Licht wird von ihr reflektiert und desto größer ist somit auch die am CCD-Element abfallende Spannung. Da zur genauen Bestimmung der Farbe eines Bildpunktes die Helligkeitsinformationen der drei Grundfarben erforderlich sind, reagiert ein Teil der CCD-Elemente nur auf die Wellenlänge des blauen Lichts, andere auf die des grünen bzw. des roten. Erreichen kann man dies durch das Vorschalten geeigneter Farbfilter. Unterscheidet jedes CCD-Bauteil 256 Helligkeitsstufen, so kann der Scanner durch die Kombination der drei Farbwerte 16,8 Millionen (256^3) verschiedene Farben registrieren. Diese Anzahl reicht aus, um eine Abbildung so darzustellen, wie sie das menschliche Auge in der Realität wahrnimmt. Mithilfe eines Analog-Digital-Wandlers (kurz AD-Wandler) werden die vom CCD-Chip gelieferten analogen Spannungen in ein digitales Signal umgewandelt und an den Computer gesendet. Neben der Farbtiefe ist die optische Auflösung das zweite wichtige Kriterium für die Qualität des verwendeten Geräts. Die horizontale Auflösung wird von der Anzahl der sich auf dem Schlitten befindenden lichtempfindlichen Zellen bestimmt, die vertikale hängt von der Schrittweite des Schlittens ab. Angegeben wird sie in der Einheit dpi (**d**ots **p**er **i**nch). Befinden sich z. B. auf 2,54 cm (= 1 in) des Chips 600 lichtempfindliche Zellen, so beträgt die Auflösung des Scanners 600 dpi. Diese kann am PC durch Interpolationsprogramme auf mehrere tausend dpi angehoben werden. Dazu berechnet die Software für zwei benachbarte Bildpunkte den Mittelwert der Farb- sowie Helligkeitswerte und fügt einen solchen Punkt ein. Da jedoch durch die Interpolation keine weiteren Details hervortreten, ist für den Informationsgehalt der Abbildung ausschließlich die optische Auflösung des Scanners von Bedeutung.



Gleichstromkreis und elektrische Leitungsvorgänge

Im Gleichstromkreis bleibt die Polarität der Spannung immer gleich, ihr Betrag kann sich aber ändern. Für zeitlich konstanten Gleichstrom gelten die nachfolgend genannte Zusammenhänge:

elektrische Stromstärke *I*	**elektrische Spannung *U***	**elektrischer Widerstand *R***
$I = \frac{Q}{t}$ $\quad I = \frac{U}{R}$	$U = \frac{W}{Q}$ $\quad U = I \cdot R$	$R = \frac{U}{I}$ $\quad R = \rho \cdot \frac{l}{A}$
elektrische Energie *E*	**elektrische Arbeit *W***	**elektrische Leistung *P***
$E = U \cdot I \cdot t$	$W = \Delta E = U \cdot I \cdot t$	$P = \frac{W}{t} = U \cdot I$

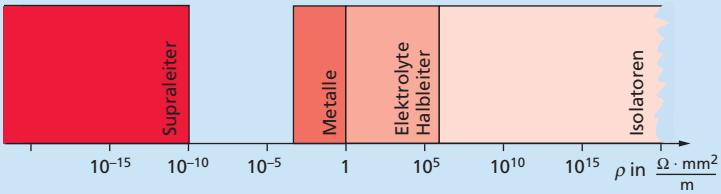
Bauelemente können in Reihe oder parallel zueinander geschaltet werden. Dafür gelten die S. 310 zusammengestellten Gesetze.

Elektrische Leitungsvorgänge können in Metallen, Flüssigkeiten, Gasen, im Vakuum und in Halbleitern vor sich gehen.

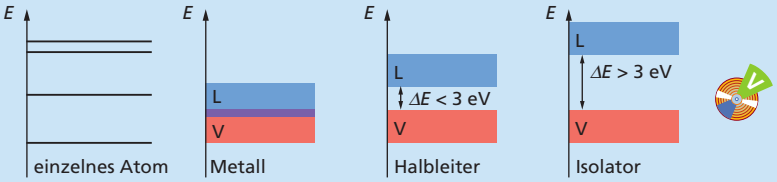
Voraussetzungen dafür sind
- das Vorhandensein von beweglichen Ladungsträgern,
- die Existenz eines elektrischen Feldes im betreffenden Raumbereich.

Medium	**Metalle**	**Flüssigkeiten**	**Gase**	**Vakuum**	**Halbleiter**
Ladungsträger	Elektronen (Metallbindung)	positiv und negativ geladenen Ionen (Dissoziation)	Elektronen, Ionen (Ionisation, Emission)	Elektronen (Glühemission, Fotoemission)	Elektronen, Defektelektronen (Dotierung)

Entsprechend ihrer Leitfähigkeit lassen sich die Stoffe folgendermaßen einteilen:



Die unterschiedliche Leitfähigkeit von Stoffen kann mit dem **Bändermodell** gedeutet werden. Es ist ein Modell für die Energiezustände von Elektronen in einem Festkörper. Die Leitfähigkeit hängt von der Besetzung des Leitungsbandes L mit Elektronen ab.

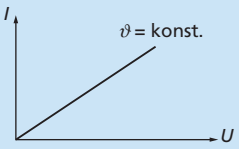


summarum

Elektrische Bauelemente

In der Elektrizitätslehre werde eine Vielzahl elektrischer Bauelemente genutzt. Nachfolgend sind ausgewählte Bauelemente zusammengestellt und in ihrem elektrischen Verhalten charakterisiert.

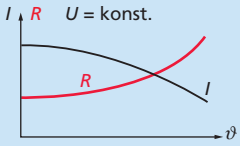
ohmsche Widerstände (metallische Widerstände)



$R = \frac{U}{I}$

$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$

$R = \frac{1}{n \cdot e \cdot u} \cdot \frac{l}{A}$

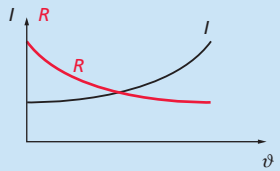


Für kleine Temperaturdifferenzen gilt:

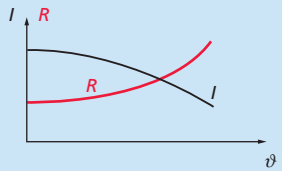
$R = R_{20}\,(1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$

Aus speziellen Halbleitermaterialien lassen sich Widerstände herstellen, deren elektrische Leitfähigkeit sehr stark von der Temperatur **(Thermistoren)** bzw. von der Beleuchtungsstärke **(Fotowiderstände)** abhängig ist.

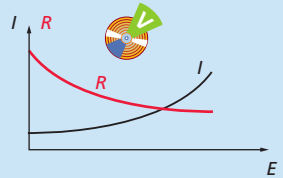
Heißleiter (NTC-Widerstand)



Kaltleiter (PTC-Widerstand)

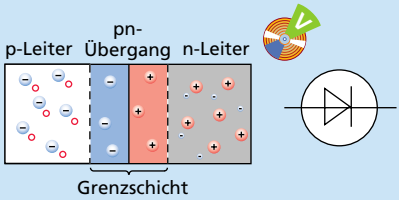


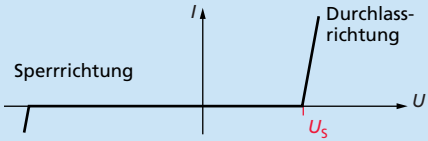
Fotowiderstand (LDR)



Halbleiterwiderstände mit pn-Übergängen sind **Dioden** und **Transistoren,** die es in sehr unterschiedlichen Bauformen gibt.

Dioden

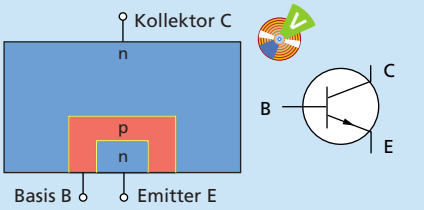


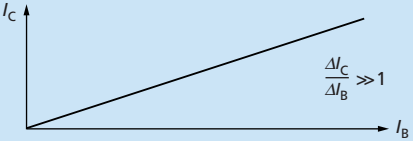


Ab einer bestimmten Schwellenspannung U_S fließt ein Strom.

Anwendung: Gleichrichter

Transistoren





Eine kleine Änderung der Basisstromstärke führt zu einer größeren Änderung der Kollektorstromstärke.

Anwendung: elektronischer Schalter, Verstärker

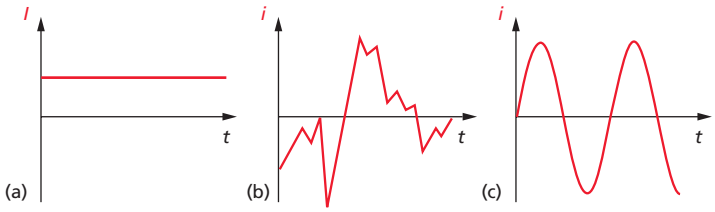
4.6 Der Wechselstromkreis

Das Stromversorgungsnetz, an das Haushalte und Industriebetriebe angeschlossen sind, wird vorrangig durch Generatoren gespeist. In ihnen werden Spannungen infolge der Rotation von Spulen induziert. Bei der gleichförmigen Rotation einer Spule oder einer Leiterschleife in einem homogenen magnetischen Feld entsteht eine **sinusförmige Wechselspannung** (↗ S. 304). Die Spannung ändert periodisch ihre Polarität; der durch sie hervorgerufene Strom wechselt daher ebenfalls periodisch seine Richtung. Allgemein gilt:

Strom, der seine Flussrichtung periodisch wechselt, wird als Wechselstrom bezeichnet.

Strom gleicher Flussrichtung wird dagegen als **Gleichstrom** bezeichnet. Es ist auch dann ein Gleichstrom, wenn seine Stärke nicht konstant ist, wie das z. B. bei pulsierendem Gleichstrom bei einer einfachen **Gleichrichterschaltung** der Fall ist.

Ob es sich bei einem gegebenen Strom um Gleich- oder Wechselstrom handelt, lässt sich anhand des **Stromstärke-Zeit-Diagramms** erkennen (s. Skizzen).



Beim Beispiel (a) handelt es sich um Gleichstrom, (b) ist kein Wechselstrom im genannten Sinne, da keine Periodizität vorliegt. Bei (c) handelt es sich um sinusförmigen Wechselstrom, so wie er auch im Stromnetz vorliegt. Möglich sind aber auch andere Formen, z. B. Wechselstrom mit rechteckförmigem zeitlichen Verlauf, der in der Digitaltechnik eine wichtige Rolle spielt.

Im Unterschied zur Gleichstromstärke I und zur Gleichspannung U bezeichnet man die betreffenden Größen im Wechselstromkreis mit i und u.

4.6.1 Größen zur Beschreibung eines sinusförmigen Wechselstromes

Für einen festen Ort im Stromkreis verhält sich ein sinusförmiger Wechselstrom wie eine Schwingung. Daher kann man zu seiner Beschreibung viele Größen nutzen, die auch in der Schwingungslehre bei mechanischen Schwingungen (↗ S. 237 ff.) verwendet werden. Nachfolgend sind die wichtigsten Größen zur Beschreibung von sinusförmigen Wechselströmen und Wechselspannungen dargestellt.

Die **Frequenz** f des Wechselstromes gibt an, wie viele Perioden je Sekunde durchlaufen werden. Es gilt:

$f = \frac{1}{T}$ T Dauer einer Periode (Schwingungsdauer)

Netzwechselspannung hat eine Frequenz von 50 Hz = 50 s^{-1} und damit eine Schwingungsdauer von T = 0,02 s.

Wie bei jedem sinusförmigen Zeitverlauf kann man auch die Änderungen von Spannung und Stromstärke als Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung auffassen (↗ S. 139). Diese bei mechanischen Schwingungen nahe liegende Betrachtungsweise ist für den Wechselstrom zwar unanschaulich, ermöglicht aber seine einfache mathematische Darstellung mithilfe der Größe **Kreisfrequenz** und die Arbeit mit Zeigerdiagrammen (↗ S. 348 f.).

Die Kreisfrequenz ist ein Maß für die Schnelligkeit der Änderung der Stromstärke bzw. der Spannung.

Formelzeichen: ω
Einheit: eins durch Sekunde ($1\ s^{-1}$)
Sie kann berechnet werden mit der Gleichung:

$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ f Frequenz
T Schwingungsdauer

Das Produkt aus Kreisfrequenz und Zeit ergibt einen Winkel in Bogenmaß (↗ S. 139):
$\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} \cdot t = \varphi$
Damit kann in der **Zeigerdarstellung** ω auch als Winkelgeschwindigkeit gedeutet werden, mit der der Zeiger rotiert.

Der zeitliche Verlauf von Spannung und Stromstärke lässt sich analog zu harmonischen mechanischen Schwingungen (↗ S. 139 f.) mithilfe der Sinus- bzw. der Kosinusfunktion beschreiben. Die Maximalwerte von Spannung und Stromstärke entsprechen der Amplitude, ihre Momentanwerte der jeweiligen Elongation (Auslenkung).

Für die Spannung im Wechselstromkreis gilt:

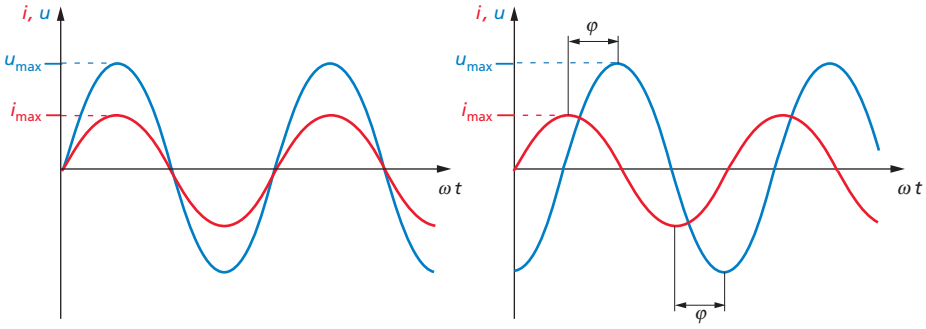
$$u = u_{max} \cdot \sin \omega t$$

Für die Stromstärke erhält man:

$$i = i_{max} \cdot \sin \omega t$$

In der angegebenen Form haben Spannung und Stromstärke zur gleichen Zeit ihre maximalen Werte. Die **Phasenverschiebung** φ zwischen ihnen ist null. Sie kann aber auch einen anderen Wert haben. Dann sind z. B. die Maximalwerte von Spannung und Stromstärke gegeneinander verschoben. So gilt für die Spannung im untenstehenden Fall (rechts):

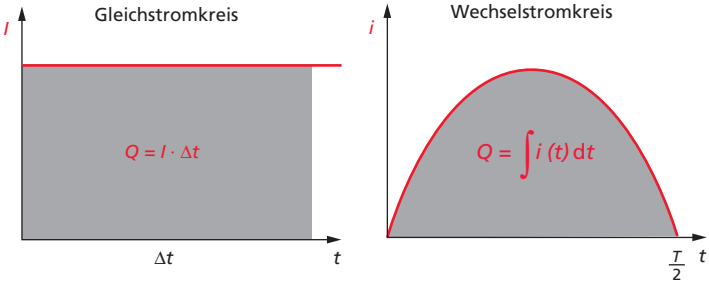
$$u = u_{max} \cdot \sin (\omega t - \varphi)$$



Typische Frequenzen für Wechselströme in der Technik		
Frequenzbereich	**Bezeichnung**	**technische Nutzung**
0 Hz–20 kHz	Niederfrequenz	Energieversorgung (Netzfrequenz: 50 Hz)
20 kHz–300 kHz	Mittelfrequenz	Langwellen-Rundfunkempfänger, Quarzuhren
300 kHz–3 GHz	Hochfrequenz	Computer, Rundfunk- und Fernsehtechnik, Mikrowellengeräte
> 3 GHz	Höchstfrequenz	Nachrichtensatelliten

Mittelwerte und Effektivwerte für Stromstärke und Spannung

Im Wechselstromkreis ist für Stromstärke und Spannung zwischen Maximalwerten, mittleren Werten und Effektivwerten zu unterscheiden. Mittlere Werte und Effektivwerte ergeben sich aus unterschiedlichen Überlegungen.
Die **mittlere Stromstärke** hängt eng mit der transportierten Ladung Q zusammen. In einem I-t-Diagramm entspricht die Ladung der Fläche unter dem Graphen (s. Skizzen).



Betrachtet man in einem Wechselstromkreis nur die positive Halbwelle und ermittelt durch Integration die Fläche, die der Ladung entspricht, so erhält man:

$$Q = \int_0^{\frac{T}{2}} i_{max} \cdot \sin \omega t \, dt = \left[-\frac{i_{max}}{\omega} \cdot \cos \omega t\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{2 i_{max}}{\omega}$$

Es gilt:

$$\int \sin \omega t \, dt = -\frac{1}{\omega} \cdot \cos \omega t$$

Dividiert man Q durch die Zeitdauer einer Halbwelle, so erhält man die **mittlere Stromstärke:**

$$\bar{i} = \frac{Q}{\frac{T}{2}} = \frac{2 i_{max} \cdot 2}{\omega \cdot T} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max}$$

$$\bar{i} = 0{,}64 \, i_{max}$$

Die mittlere **Stromstärke** entspricht der Stromstärke von gleichgerichtetem **Wechselstrom.** Man bezeichnet sie daher auch als **Gleichrichtwert.**

Für die mittlere Stromstärke im Wechselstromkreis gilt:

$\bar{I} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0{,}64\ i_{max}$ $\quad i_{max}$ Maximalwert der Stromstärke

Auf eine analoge Weise lässt sich eine **mittlere Spannung** berechnen. Für diese erhält man:

$$\bar{u} = \frac{2}{\pi} \cdot u_{max} = 0{,}64\ u_{max}$$

Damit gilt für die Leistung im **Gleichstromkreis** und im **Wechselstromkreis** ohne Phasenverschiebung:

$P = U \cdot I$

Für den **Leistungsumsatz** im Wechselstromkreis, z.B. an einem ohmschen Widerstand, sind die **Effektivwerte** von Stromstärke und Spannung maßgeblich. Es sind diejenigen Werte für Stromstärke und Spannung im Wechselstromkreis, bei denen die gleiche Leistungsabgabe erfolgt wie bei eben diesen Werten im Gleichstromkreis.

Für die **Effektivwerte** von Stromstärke und Spannung gilt:

$I = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7\ i_{max}$ $\qquad U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7\ u_{max}$

Um einen Wechselstrom zu kennzeichnen, nutzt man in der Regel die Effektivwerte U und I.

Der effektive Wert der Netzspannung darf zwischen +6 % (243 V) und –10 % (207 V) schwanken. Innerhalb dieser Grenzen funktionieren auch alle mit Netzspannung betriebenen Geräte sicher.

So beträgt in Deutschland die Netzwechselspannung $U = 230$ V. Das ist der Effektivwert der Spannung. Der Maximalwert beträgt demzufolge:

$$u_{max} = 230\ \text{V} \cdot \sqrt{2} = 325\ \text{V}$$

4.6.2 Ohmsche, induktive und kapazitive Widerstände im Wechselstromkreis

Ohmsche Widerstände



Benannt sind diese Widerstände nach dem deutschen Lehrer und Physiker GEORG SIMON OHM (1789–1854).



Ohmsche Widerstände bewirken sowohl im Gleichstromkreis als auch im Wechselstromkreis eine Umwandlung von elektrischer Energie in thermische Energie, die in Form von Wärme oder Licht an die Umgebung abgegeben wird. Man bezeichnet sie deshalb als **Wirkwiderstände**, die in ihnen umgesetzte Leistung als **Wirkleistung.** Bei einem Drahtwiderstand hängt der frequenzunabhängige Widerstand bei bestimmter Temperatur nur vom Stoff, von der Länge des Drahtes l und von seiner Querschnittsfläche A ab. Es gilt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

Der Widerstand ist im Gleichstromkreis genau so groß wie im Wechselstromkreis, wenn man den induktiven und den kapazitiven Widerstand vernachlässigt, der bei realen ohmschen Widerständen vorhanden sein kann. Zwischen Spannung und Stromstärke tritt keine Phasenverschiebung auf.

Induktive Widerstände

Untersucht man experimentell den Widerstand einer Spule im Gleich- und Wechselstromkreis, dann zeigt sich: Der elektrische Widerstand ist im Wechselstromkreis wesentlich größer als im Gleichstromkreis. Ursache dafür ist die **Selbstinduktion** (↗ S. 301). Die Selbstinduktionsspannung ruft nach dem lenzschen Gesetz (↗ S. 299) einen Induktionsstrom hervor, welcher der Ursache seiner Entstehung entgegengerichtet ist. Damit wirkt eine Spule im Wechselstromkreis wie ein Widerstand.

Der im Wechselstromkreis aufgrund der Induktivität L wirkende Wechselstromwiderstand wird als **induktiver Widerstand** bezeichnet.

Formelzeichen: X_L
Einheit: ein Ohm (1 Ω)

Der Draht einer Spule besitzt auch immer einen ohmschen Widerstand, der im Gleichstromkreis und im Wechselstromkreis gleich groß ist. Ohmscher und induktiver Widerstand der Spule ergeben deren Gesamtwiderstand im Wechselstromkreis (↗ S. 348).
In der Regel ist der induktive Widerstand einer Spule wesentlich größer als ihr ohmscher Widerstand.



Im Unterschied zum ohmschen Widerstand, bei dem elektrische Energie in andere Energieformen umgewandelt wird, geht bei einem induktiven Widerstand jeweils kurzzeitig folgender Prozess vor sich: Elektrische Energie wird in Energie des Magnetfeldes umgewandelt und umgekehrt. Insgesamt bleibt die Energie im Stromkreis erhalten. Man bezeichnet deshalb einen solchen Widerstand auch als **Blindwiderstand.**

Der induktive Widerstand einer Spule kann berechnet werden mit der Gleichung:

$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L = \omega \cdot L$

f Frequenz des Wechselstromes
ω Kreisfrequenz
L Induktivität der Spule (↗ S. 302)

Alle Aussagen zu den **Wechselstromwiderständen** beziehen sich auf reine ohmsche, induktive und kapazitive Widerstände. Reale Bauelemente sind nur näherungsweise solche reinen Widerstände.



Eine Spule mit einer Induktivität von 4 H wird an Netzwechselspannung angeschlossen.
Wie groß ist ihr induktiver Widerstand?

Analyse:
Netzwechselspannung hat eine Frequenz von 50 Hz. Der induktive Widerstand kann nach der oben genannten Gleichung berechnet werden.
Gesucht: X_L
Gegeben: $f = 50$ Hz
$L = 4$ H

Lösung:
$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$
$X_L = 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 4\ \text{H} = 1260\ \Omega$

Für die Einheiten gilt:

$$1\ \text{Hz} \cdot \text{H} = 1\,\frac{\text{V} \cdot s}{s \cdot \text{A}} = 1\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = 1\ \Omega$$

Ergebnis:
Die Spule hat einen induktiven Widerstand von etwa 1260 Ω.

Kapazitive Widerstände

Ein Kondensator ist für Gleichstrom ein unendlich großer Widerstand. Legt man Wechselspannung an, so kommt es zu einem ständigen Auf- und Entladen des Kondensators. Der Kondensator verhindert den Stromfluss nicht mehr, er wirkt vielmehr wie ein endlicher Widerstand.

Der in einem Wechselstromkreis aufgrund der Kapazität C wirkende Wechselstromwiderstand wird als **kapazitiver Widerstand** bezeichnet.

Formelzeichen: X_C
Einheit: ein Ohm (1 Ω)

Wie beim induktiven Widerstand wird elektrische Energie kurzzeitig in Energie des elektrischen Feldes umgewandelt und umgekehrt. Der kapazitive Widerstand ist deshalb ebenfalls ein **Blindwiderstand,** der ebenso wie der induktive Widerstand frequenzabhängig ist.

Bei sehr hohen Frequenzen ist der kapazitive Widerstand eines Kondensators vernachlässigbar klein.

Der kapazitive Widerstand eines Kondensators kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

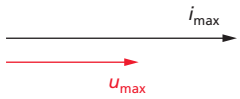
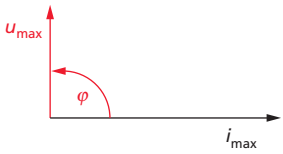
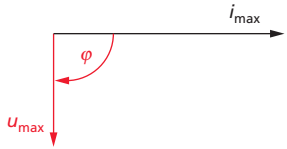
f Frequenz des Wechselstromes
ω Kreisfrequenz
C Kapazität des Kondensators

Phasenverschiebungen im Wechselstromkreis

Untersucht man den Verlauf der Spannungs- und der Stromstärkekurve, dann zeigt sich:
- An einem ohmschen Widerstand sind Spannung und Stromstärke in Phase. Die Phasenverschiebung ist null.
- An einer Spule eilt die Spannung der Stromstärke um 90° voraus.
- An einem Kondensator eilt die Stromstärke der Spannung um 90° voraus.

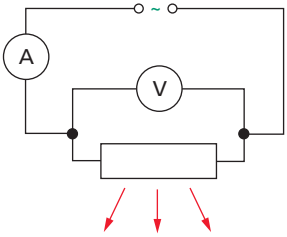
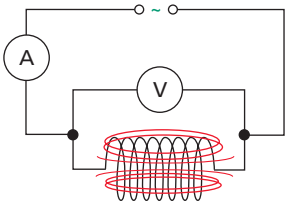
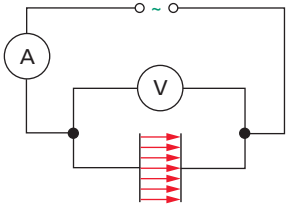
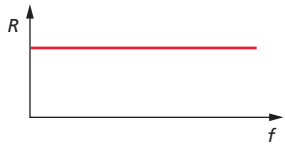
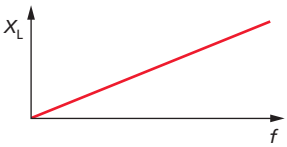
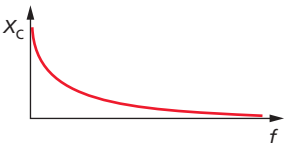
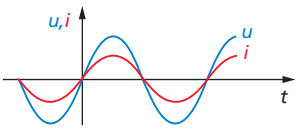
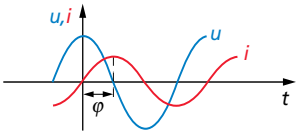
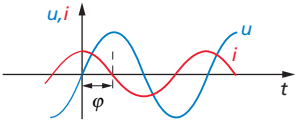
Hinweise zur Zeigerdarstellung sind ↗ S. 144 zu finden.

Dieser Sachverhalt lässt sich auch mithilfe von **Zeigern** darstellen, so wie das in den Skizzen unten dargestellt ist.

ohmscher Widerstand	induktiver Widerstand	kapazitiver Widerstand
$\varphi = 0$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$ $(+90°, +\frac{T}{4})$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$ $(-90°, -\frac{T}{4})$
		

Widerstände im Wechselstromkreis

(Alle Aussagen beziehen sich auf reine ohmsche, induktive und kapazitive Widerstände.)

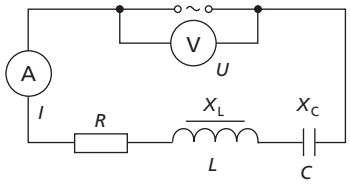
ohmscher Widerstand	induktiver Widerstand	kapazitiver Widerstand
		
elektrische Energie E	elektrische Energie E	elektrische Energie E
		
Wärme, Licht	Energie des magnetischen Feldes E_{mag}	Energie des elektrischen Feldes E_{elektr}
$E \rightarrow E_{th} + E_L$	$E \leftrightarrow E_{mag}$	$E \leftrightarrow E_{elektr}$
(Wirkwiderstand)	(Blindwiderstand)	(Blindwiderstand)
$R = \frac{U}{I}$	$X_L = \frac{U}{I}$	$X_C = \frac{U}{I}$
metallischer Leiter: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ (bei ϑ = konstant)	Spule: $X_L = \omega \cdot L$	Kondensator: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$
		
R ist unabhängig von f.	$X_L \sim f$	$X_C \sim \frac{1}{f}$
Zwischen Spannung und Stromstärke tritt *keine* Phasenverschiebung auf: $\varphi = 0$	Die Spannung eilt der Stromstärke um $\frac{\pi}{2}$ voraus: $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ $(+90°, +\frac{T}{4})$	Die Stromstärke eilt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ voraus: $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ $(-90°, -\frac{T}{4})$
		

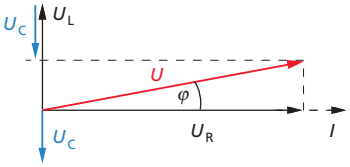
4.6.3 Zusammenwirken von Widerständen im Wechselstromkreis

Schon bei einer realen Spule ist zu beachten, dass sie im **Wechselstromkreis** nicht nur einen induktiven, sondern auch einen ohmschen Widerstand besitzt. Sie kann aufgefasst werden als eine Reihenschaltung von reinem ohmschen und reinem induktiven Widerstand.

In vielen Stromkreisen sind ohmsche Widerstände, Spulen und Kondensatoren vorhanden, die in Reihe oder parallel zueinander geschaltet sein können. Für solche Schaltungen von ohmschen, induktiven und kapazitiven Widerständen gelten im Wechselstromkreis andere Gesetze als für Widerstände im Gleichstromkreis.

Reihenschaltung von ohmschem, induktivem und kapazitivem Widerstand





Bei einer Reihenschaltung hat die Stromstärke bei allen Bauteilen den gleichen Betrag. Die Spannungen an der Spule und am Kondensator sind aber um 180° gegeneinander phasenverschoben und heben sich teilweise oder ganz auf. Die resultierende Gesamtspannung ergibt sich somit nicht durch Addition der Teilspannungen, sondern in einem Zeigerdiagramm durch vektorielle Addition unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung. Für die Gesamtspannung U erhält man damit:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Diese Phasenbeziehungen sind ↗ S. 346 f. dargestellt.

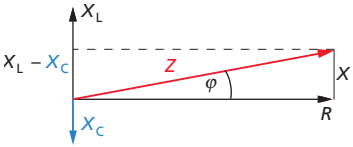
Damit kann man den **Wechselstromwiderstand** Z für eine solche Reihenschaltung, auch **Scheinwiderstand** genannt, berechnen:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}}{I}$$

Setzt man für die Spannung das Produkt aus jeweiligem Widerstand und Stromstärke ein, so erhält man:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad \text{oder} \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2} \text{ mit } X = X_L - X_C$$

Der Wechselstromwiderstand wird auch als **Scheinwiderstand** Z bezeichnet. Er ist vom **Wirkwiderstand** R und von den **Blindwiderständen** X_L und X_C zu unterscheiden.

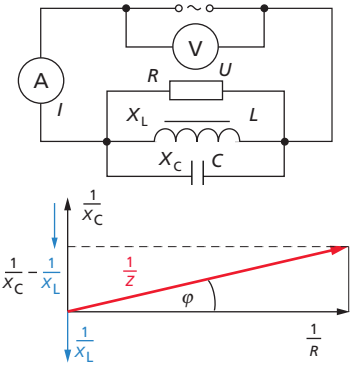


Diese Beziehung ergibt sich auch unmittelbar aus dem Zeigerdiagramm für die Widerstände (Skizze rechts) bei Anwendung des Satzes des PYTHAGORAS.
Mit $X_L = \omega \cdot L$ und $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ erhält man für den Gesamtwiderstand Z bei der Reihenschaltung den Ausdruck:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})^2}$$

Parallelschaltung von ohmschem, induktivem und kapazitivem Widerstand

Bei einer Parallelschaltung liegt an jedem Bauteil die gleiche Spannung an. Am ohmschen Widerstand sind Spannung und Stromstärke in Phase, die Ströme durch Spule und Kondensator sind um 180° gegeneinander verschoben. Damit erhält man die Gesamtstromstärke analog zur Gesamtspannung bei der Reihenschaltung (↗ S. 348). Aus der Zeigerdarstellung (Skizze rechts) kann man entnehmen, dass für den **Scheinwiderstand *Z*** gilt:



$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} \quad \text{oder} \quad Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

Für die Gesamtstromstärke gilt ähnlich wie für die Gesamtspannung bei der Reihenschaltung:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}$$

Der **Scheinwiderstand** ergibt sich aus:

$$Z = \frac{U}{I}$$

Die **Phasenverschiebung** φ ergibt sich ebenfalls aus dem Zeigerdiagramm für die Widerstände. Zusammenfassend gilt:

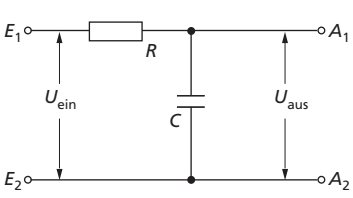
Größe	Reihenschaltung	Parallelschaltung
Wirkwiderstand *R*	$R = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
Blindwiderstand *X*	$X = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$	$\frac{1}{X} = \omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}$
Scheinwiderstand *Z*	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X^2}}}$
Phasenverschiebung *φ*	$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}$	$\tan\varphi = R\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) = R\left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}\right)$

Durch eine Kombination von ohmschem Widerstand und Spule bzw. Kondensator erhält man Schaltungen, die Wechselspannungen bzw. Wechselströme eines bestimmten Frequenzbereiches entweder stark dämpfen oder möglichst ungehindert hindurchlassen. Solche Schaltungen wirken somit als **Filter,** wobei man zwischen **Hochpass** und **Tiefpass** unterscheidet.

Bei einem *RC*-Tiefpass (s. Skizze) gilt für die Spannungen:

$$\frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot R \cdot C)^2}}$$

Das bedeutet: Je höher die Frequenz ist, desto kleiner ist die Ausgangsspannung am Kondensator.



Wichtige Formen solches Filter sind z. B. der ***RC*-Hochpass,** der ***RL*-Hochpass,** der ***RC*-Tiefpass** und der ***RL*-Tiefpass.**

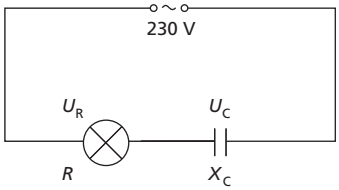
Da die Ausgangsspannung frequenzabhängig ist, spricht man auch von frequenzabhängigen Spannungsteilern.

Eine Glühlampe 230 V/75 W ist mit einem Kondensator von 6 µF in Reihe geschaltet. An der Schaltung liegt Netzspannung.

a) Ermitteln Sie den Blindwiderstand und den Scheinwiderstand der Schaltung!
b) Wie groß sind Stromstärke und Spannungen an den Bauteilen?
c) Ermitteln Sie aus dem Zeigerdiagramm die Phasenverschiebung!

Analyse:

Netzspannung hat in Deutschland eine Frequenz von 50 Hz, der Effektivwert der Spannung beträgt 230 V.



Es liegt eine Reihenschaltung von ohmschem und kapazitivem Widerstand vor. Der induktive Widerstand ist null. Damit kann man die Gesetze des Wechselstromkreises auf diesen speziellen Fall anwenden.

Gesucht: X_C, Z, I, U_R, U_C, φ
Gegeben: U = 230 V
C = 6 µF
f = 50 Hz
P = 75 W

Lösung:

a) Der Blindwiderstand ist der kapazitive Widerstand des Kondensators:

Für die Einheiten gilt:
1 Hz = 1 s^{-1}
1 µF = 10^{-6} F
= 10^{-6} $\frac{A \cdot s}{V}$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 6\,\mu\text{F}} = 531\ \Omega$$

Für den Scheinwiderstand Z erhält man:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

X_C ist bekannt. R ergibt sich aus $R = \frac{U}{I}$ mit $I = \frac{P}{U}$ zu:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\ \text{V})^2}{75\ \text{W}} = 705\ \Omega$$

Damit erhält man für den Scheinwiderstand:

$$Z = \sqrt{(705\Omega)^2 + (531\Omega)^2} = 883\ \Omega$$

b) Die Stromstärke ergibt sich aus dem Scheinwiderstand Z und der in einem unverzweigten Stromkreis konstanten Stromstärke zu:

Für die Einheiten gilt:
1 $\frac{V}{\Omega}$ = 1 $\frac{V \cdot A}{V}$ = 1 A

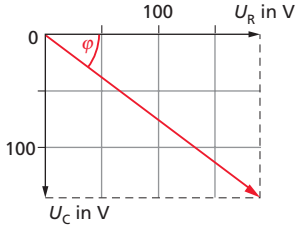
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230\ \text{V}}{883\ \Omega} = 0{,}26\ \text{A}.$$

Die jeweilige Teilspannung erhält man aus der Stromstärke und dem betreffenden Widerstand.

$U_R = I \cdot R$
$U_R = 0{,}26\ \text{A} \cdot 705\ \Omega = 183\ \text{V}$

$U_C = I \cdot X_C$
$U_C = 0{,}26\ \text{A} \cdot 531\ \Omega = 138\ \text{V}$

c) Die Phasenverschiebung kann man entweder aus dem Zeigerdiagramm für die Spannungen oder dem für die Widerstände ermitteln. Wir wählen das für die Spannungen.
Aus dem maßstäblichen Zeigerdiagramm kann man ablesen:



$\varphi = -37°$

Das Minuszeichen ergibt sich aus der Festlegung, dass die Abszissenachse die Bezugsachse ist.

Die **Phasenverschiebung** kann man auch berechnen mit den Gleichungen:

$\tan\varphi = \frac{X_C}{R}$

$\tan\varphi = \frac{U_C}{U_R}$

Ergebnis:
Die Widerstände im Wechselstromkreis betragen $X_C = 531\ \Omega$, $R = 705\ \Omega$ und $Z = 883\ \Omega$. Bei einer Stromstärke von 0,26 A haben die Teilspannungen Werte von $U_R = 183$ V und $U_C = 138$ V. Es tritt eine Phasenverschiebung von $\varphi = -37°$ auf.

Bei einer **Reihenschaltung** im Wechselstromkreis kann die Summe der Teilspannungen wesentlich größer als die anliegende Gesamtspannung sein.

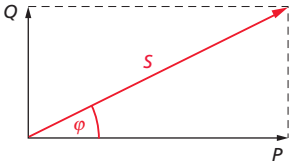
Leistung im Wechselstromkreis

Analog zu den Widerständen ist bei der Leistung im Wechselstromkreis zwischen der **Wirkleistung,** der **Blindleistung** und der **Scheinleistung** zu unterscheiden.
Die **Wirkleistung** ist die im Wechselstromkreis an ohmschen Widerständen (Wirkwiderständen) „nach außen" umgesetzte Leistung. Die **Blindleistung** ist dagegen die in den Blindwiderständen X_L und X_C kurzzeitig zum Aufbau des magnetischen bzw. elektrischen Feldes erforderliche Leistung, die beim Abbau der Felder wieder an den Stromkreis abgegeben wird. Ihr zeitlicher Mittelwert ist daher null. Die **Scheinleistung** ist die geometrische Summe aus Wirk- und Blindleistung.

Um diese drei Leistungen in der Elektrotechnik unterscheiden zu können, gibt man sie mitunter in unterschiedlichen Einheiten an:
P in Watt (W)
Q in Var (var)
S in Voltampere (VA)

Stellt man die Leistungen analog den Widerständen, unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung, in einem Zeigerdiagramm dar, so erhält man das rechts stehende Diagramm. Aus ihm ist ablesbar:
Für die **Wirkleistung** *P* gilt:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$



Der Faktor $\cos\varphi$ bei der Wirkleistung wird als **Leistungsfaktor** bezeichnet.

Für die **Blindleistung** *Q* gilt:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$

Die **Scheinleistung** *S* erhält man damit zu:

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{U^2 \cdot I^2(\sin^2\varphi + \cos^2\varphi)}$
$S = U \cdot I$

4.7 Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

4.7.1 Elektromagnetische Felder

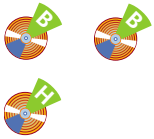
Die Theorie elektromagnetischer Felder, auch **elektromagnetische Feldtheorie** genannt, wurde ab 1855 von dem schottischen Physiker JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) entwickelt und mathematisch ausgearbeitet.

Bereits beim magnetischen Feld (↗ S. 282) und auch bei der elektromagnetischen Induktion (↗ S. 293 ff.) wird deutlich, dass es zwischen elektrischen und magnetischen Feldern enge Verbindungen gibt:

- Der durch ein elektrisches Feld hervorgerufene Strom in einem geradlinigen Leiter oder in einer Spule ist mit einem Magnetfeld verbunden (↗ S. 282).
- Bei der Änderung eines Magnetfeldes um eine Leiterschleife oder eine Spule wird eine Spannung induziert, damit also ein elektrisches Feld hervorgerufen (↗ S. 294).



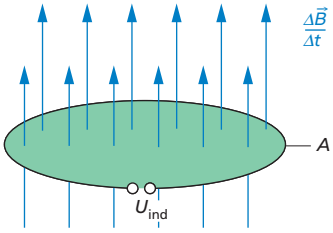
Sie basiert auf der von MICHAEL FARADAY (1791–1867) entwickelten Feldtheorie.



Die Bedingung, dass die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ eine Fläche A senkrecht durchsetzt, kann man verschieden formulieren:

a) $\vec{B}$ und die senkrecht zur Fläche stehende Flächennormale $\vec{A}$ haben die gleiche Richtung: $\vec{B} \parallel \vec{A}$

b) $\vec{B}$ steht senkrecht zur Fläche A: $\vec{B} \perp A$



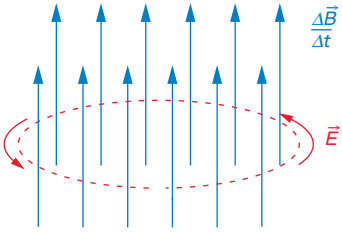
Diese letzte Aussage soll etwas genauer untersucht werden. Nach dem Induktionsgesetz wird in einer Leiterschleife eine Spannung induziert, wenn sie von einem zeitlich veränderlichen magnetischen Fluss durchsetzt wird. (↗ S. 297). Im gegebenen Fall ändert sich die magnetische Flussdichte B mit der Zeit:

$$U_i = -A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Diese Gleichung gilt für $\vec{B} \parallel \vec{A}$. Allgemein ist:

$$U_i = -\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta (B \cdot A)}{\Delta t}$$

Für technische Anwendungen (Transformatoren, Generatoren) ist das Induktionsgesetz in dieser Form zweckmäßig, da man die Induktionswirkung so auffassen kann, als würde durch sie eine Spannungsquelle in einem Stromkreis gebildet.



Allerdings ist eine elektrische Spannung U als Potenzialdifferenz $\Delta\varphi$ zweier Punkte im elektrischen Feld definiert. Daher ist zu erwarten, dass ursächlich nicht als Erstes eine Spannung, sondern vielmehr zunächst ein elektrisches Feld durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld hervorgerufen wird. Für diesen Vorgang ist die Anwesenheit einer Leiterschleife am Ort der Magnetfeldänderung nicht nötig. Der Sachverhalt ist in der Skizze dargestellt. Sofern man aber eine Leiterschleife mit freien Elektronen in das induzierte elektrische Feld bringt, dann bewegen sie sich in Feldrichtung. Es entsteht ein Strom und zwischen den Enden der Leiterschleife eine Spannung.

Wenn das zeitlich veränderliche magnetische Feld homogen ist, kann man davon ausgehen, dass das induzierte elektrische Feld überall im Kreisring die gleiche Stärke besitzt und parallel zum Verlauf der Leiterschleife orientiert ist. Beträgt die Länge des geschlossenen Ringes s, dann ist $U_i = E \cdot s$ und das Induktionsgesetz kann in folgender Form geschrieben werden:

$$E \cdot s = -A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Ist $\vec{E} \parallel \vec{s}$, so gilt für ein homogenes elektrisches Feld:

$U = E \cdot s$

Das bedeutet für den Zusammenhang zwischen magnetischem und elektrischem Feld:

> Ein zeitlich veränderliches magnetisches Feld ist untrennbar mit einem elektrischen Feld verbunden.

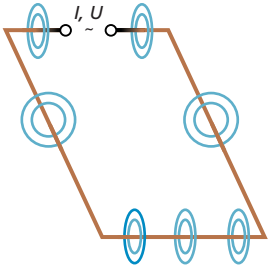
Elektrisches Feld und magnetisches Feld stehen dabei senkrecht zueinander. Die Richtungen der Felder sind durch die Richtungen der elektrischen Feldstärke bzw. der magnetischen Flussdichte gegeben.
Fließt in einem elektrischen Leiter ein Strom, dann ist er von einem Magnetfeld umgeben, dessen Richtung sich aus der jeweiligen Stromrichtung ergibt (Skizze unten links).
Baut man in den Wechselstromkreis einen Kondensator ein, dann unterbricht dieser Kondensator den Stromfluss im Kreis nicht. Er wirkt lediglich als kapazitiver Widerstand. Folglich müsste man annehmen, dass sich das Magnetfeld, welches die Zuleitungen umgibt, ohne Unterbrechung im Kondensator fortsetzt (Skizze unten Mitte).
Mit einem empfindlichen Magnetfeldmesser kann man das bestätigen. Allerdings bewegen sich zwischen den Kondensatorplatten keine Ladungsträger. Es breitet sich dort lediglich ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld aus. Damit ergibt sich aber, wie rechts unten dargestellt:

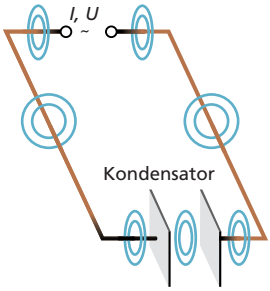
Die Richtung der elektrischen Feldstärke bzw. der magnetischen Flussdichte ist gleich der Richtung der Feldlinien.

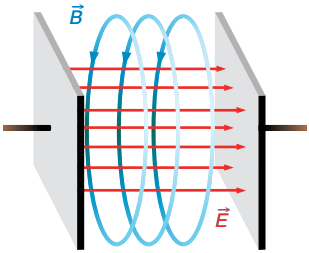
Zur Messung der magnetischen Flussdichte verwendet man **HALL-Sonden** (↗ S. 287).

> Ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld ist untrennbar mit einem magnetischen Feld verbunden.

Auch hier stehen elektrische und magnetische Feldlinien senkrecht zueinander. Das magnetische Feld „umschließt" das elektrische Feld, so wie das in der rechten Skizze dargestellt ist.







Kennzeichnung elektromagnetischer Felder

Da ein zeitlich veränderliches Magnetfeld ein elektrisches Feld induziert und ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld ein Magnetfeld erzeugt, kann man formulieren:

> Elektrische und magnetische Felder können sich gegenseitig induzieren.

Die wechselseitige Induzierbarkeit elektrischer und magnetischer Felder ermöglicht folgenden, zuerst von JAMES CLERK MAXWELL (1831–1879) vorhergesagten Prozess:

Die genannten Vorstellungen entwickelte J. C. MAXWELL im Rahmen seiner elektromagnetischen Feldtheorie.



In einem von Wechselstrom durchsetzten Kondensator entsteht ein zeitlich veränderliches elektrisches Feld. In der Skizze a ist ein Zeitpunkt dargestellt. Dieses sich ändernde elektrische Feld ruft nun seinerseits ein Magnetfeld hervor, dessen Stärke ebenfalls zeitabhängig ist (Skizze b). Demzufolge muss durch dieses veränderliche Magnetfeld ein weiteres elektrisches Feld induziert werden, welches nun seinerseits das Magnetfeld umgibt (Skizze c).

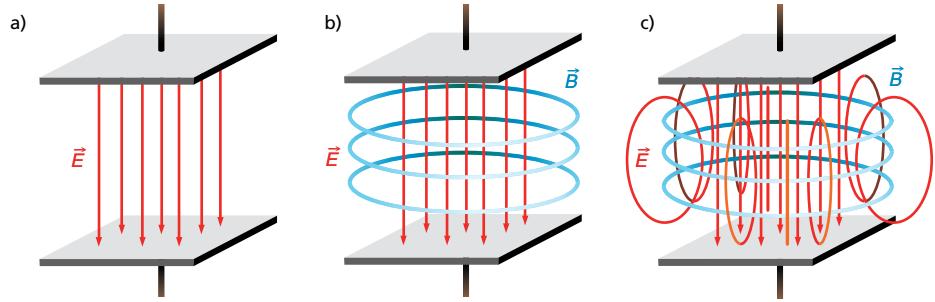
Durch eine unaufhörliche Kette wechselseitiger Induktionsvorgänge bildet sich schließlich ein **elektromagnetisches Feld,** welches immer größere Teile des umliegenden Raumes erfasst. Wenn ein solches elektromagnetisches Feld existiert, dann lässt es sich folgendermaßen charakterisieren:

> Ein elektromagnetisches Feld ist der Zustand eines Raumes, in dem elektrische und magnetische Felder existieren, die untrennbar miteinander verknüpft sind und sich wechselseitig bedingen.

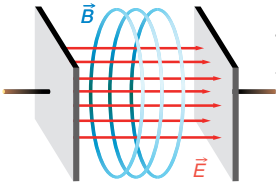
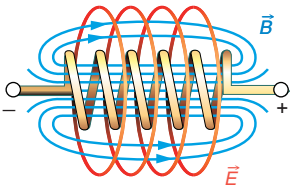
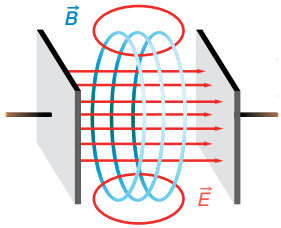
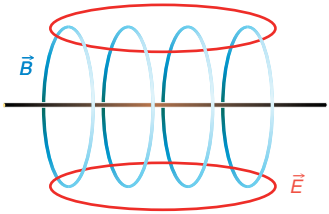
Ein elektrisches und ein damit verbundenes magnetisches Feld verlaufen immer senkrecht zueinander, anders formuliert: **Elektrische Feldstärke** $\vec{E}$ und **magnetische Flussdichte** $\vec{B}$ stehen senkrecht aufeinander.



Als Erster zog um 1860 J. C. MAXWELL die Möglichkeit in Betracht, dass sich elektromagnetische Felder wellenförmig im Raum ausbreiten können und dass Lichtwellen elektromagnetische Wellen sind. Diese von MAXWELL theoretisch vorhergesagten **elektromagnetischen Wellen** wurden 1886–1888 von dem deutschen Physiker HEINRICH HERTZ (1857–1894) experimentell nachgewiesen und in ihren Eigenschaften untersucht. Erzeugung und Eigenschaften der elektromagnetischen Wellen, die zu Ehren von H. HERTZ auch als **hertzsche Wellen** bezeichnet werden, sind in Abschnitt 4.7.3 (↗ S. 360 ff.) dargestellt.



Die wechselseitige Erregung elektrischer und magnetischer Felder

zeitlich konstante Änderung eines elektrischen Feldes	**zeitlich konstante Änderung eines magnetischen Feldes**
Ein elektrisches Feld, das sich zeitlich konstant ändert, erzeugt ein magnetisches Feld, das eine konstante Feldstärke hat.	Ein magnetisches Feld, das sich zeitlich konstant ändert, erzeugt ein elektrisches Feld, das eine konstante Feldstärke hat.
	
Wird in einem Kondensator durch gleichmäßige Zunahme der Spannung das elektrische Feld gleichmäßig verstärkt, entsteht um dieses elektrische Feld ein Magnetfeld konstanter Stärke.	Wird durch eine gleichmäßige Zunahme der Stromstärke das Magnetfeld einer Spule gleichmäßig verstärkt, dann entsteht um dieses Magnetfeld ein elektrisches Feld konstanter Stärke
In beiden Fällen endet der Vorgang mit der Herausbildung eines weiteren Feldes. Im umgebenden Raum entstehen keine weiteren Veränderungen.	
zeitlich nicht konstante Änderung eines elektrischen Feldes	**zeitlich nicht konstante Änderung eines magnetischen Feldes**
Ist die zeitliche Änderung des elektrischen Feldes nicht konstant, dann erzeugt es ein magnetisches Feld, das ebenfalls eine veränderliche Feldstärke besitzt. Dieses Feld ruft dann seinerseits ein neues elektrisches Feld hervor.	Ist die zeitliche Änderung des magnetischen Feldes nicht konstant, dann erzeugt es ein elektrisches Feld, das ebenfalls eine veränderliche Feldstärke besitzt. Dieses Feld ruft dann seinerseits ein neues magnetisches Feld hervor.
	
Ein Kondensator im Wechselstromkreis bildet ein elektrisches Feld aus, dessen Änderung zeitlich nicht konstant ist.	Ein Draht im Wechselstromkreis ist von einem Magnetfeld umgeben, dessen Änderung zeitlich nicht konstant ist.
In beiden Fällen wird eine Kette von Folgeinduktionen ausgelöst. Die elektrischen und magnetischen Felder breiten sich im Raum aus. Eine elektromagnetische Welle entsteht.	

Sinusförmiger Wechselstrom ist sehr gut dazu geeignet, Felder zu erzeugen, deren Stärke mit veränderlicher Geschwindigkeit schwankt. Einschalt- und Ausschaltvorgänge oder Entlade- und Aufladevorgänge bewirken einen ähnlichen Effekt.
Alle diese Prozesse haben eine Gemeinsamkeit: Die bewegten Ladungsträger, die den felderzeugenden Strom bilden, werden beschleunigt oder abgebremst. Auch durch zahlreiche Experimente ist belegt:

Durch schnelles Abbremsen von Elektronen entsteht z. B. die Röntgen-Bremsstrahlung (↗ S. 446).

> Werden Ladungsträger beschleunigt oder abgebremst, dann entstehen sich im Raum ausbreitende elektrische und magnetische Felder (elektromagnetische Wellen).

4.7.2 Elektromagnetische Schwingungen

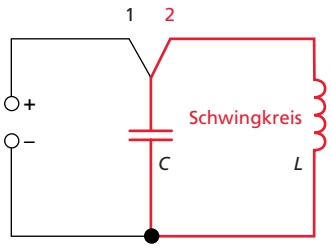
Erzeugung elektromagnetischer Schwingungen

Um mechanische Wellen zu erzeugen, wird einem mechanischen Schwinger Energie zugeführt. Durch Kopplung der Schwinger breitet sich die mechanische Schwingung im Raum aus. Es entsteht eine mechanische Welle.
Analoge Überlegungen gelten für elektromagnetische Schwingungen und Wellen:
Um elektromagnetische Wellen technisch zu erzeugen, wird man zunächst eine **elektromagnetische Schwingung** hervorrufen und dann eine Möglichkeit suchen, dass sich diese elektromagnetische Schwingung im Raum ausbreitet.
Überträgt man die Definition von mechanischen Schwingungen (↗ S. 136) auf das elektrische bzw. magnetische Feld, dann kann man formulieren:

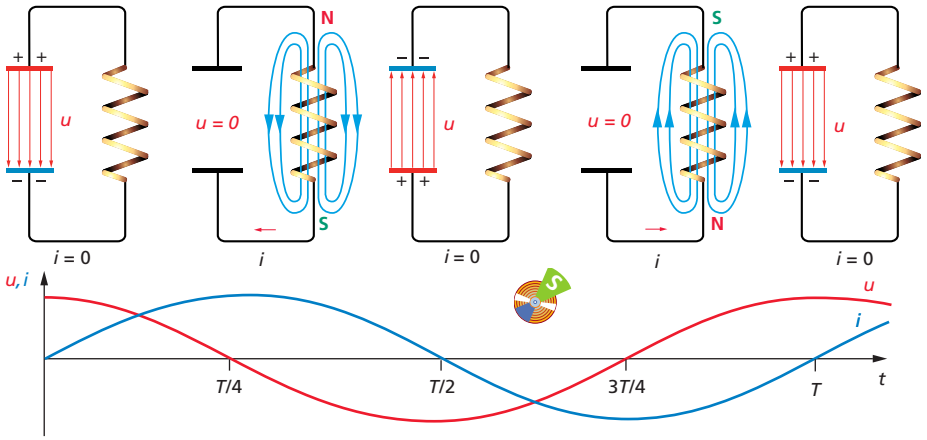
Die Definition könnte auch mit den Größen **elektrische Feldstärke** *E* und **magnetische Flussdichte** *B* (oder magnetische Feldstärke *H*) formuliert werden.

> Eine **elektromagnetische Schwingung** ist die zeitlich periodische Änderung der Stärke des elektrischen und des magnetischen Feldes an einem vorgegebenen Ort.

Eine geeignete Anordnung, mit deren Hilfe man elektromagnetische Schwingungen erzeugen kann, ist eine Reihenschaltung aus einem Kondensator (kapazitiver Widerstand) und einer Spule (induktiver Widerstand). Eine solche Anordnung wird als **Schwingkreis** bezeichnet.



Energie kann durch eine elektrische Quelle zugeführt werden. Bei Schalterstellung 1 wird der Kondensator aufgeladen und damit elektrische Energie im Feld des Kondensators gespeichert. Bringt man den Schalter in Stellung 2, so wird der Schwingkreis von der elektrischen Quelle getrennt und es gehen folgende Veränderungen vor sich:



Der Kondensator ist geladen. Die Energie ist im elektrischen Feld des Kondensators gespeichert.	Durch den Stromfluss entsteht um die Spule ein magnetisches Feld, in dem die Energie gespeichert ist.	Durch Induktion in der Spule entsteht eine Spannung und ein Strom, die zu einer entgegengesetzten Aufladung des Kondensators führen.	Der Kondensator entlädt sich in umgekehrter Richtung. Durch den Strom entsteht um die Spule wieder ein Magnetfeld.	Durch Induktion entsteht wieder ein Stromfluss, der zur erneuten Aufladung des Kondensators führt.

Die thomsonsche Schwingungsgleichung

Ein Schwingkreis ist eine Reihenschaltung von kapazitivem und induktivem Widerstand. Für eine solche Reihenschaltung gilt (↗ S. 348):

$$Z = \sqrt{\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Dabei wird angenommen, dass der ohmsche Widerstand im Stromkreis $R = 0$ ist.

Soll im Schwingkreis ein möglichst großer Strom fließen, dann muss der Widerstand minimal sein. Bei diesem Fall, dem so genannten **Resonanzfall,** sind induktiver und kapazitiver Widerstand gleich groß, der Scheinwiderstand also null. Damit kann man schreiben:

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{oder} \quad \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \quad \text{und damit} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Mit $\omega = 2\pi \cdot f$ erhält man:

$$2\pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{oder} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

Setzt man für $f = \frac{1}{T}$ ein und stellt die Gleichung nach T um, so erhält man die **thomsonsche Schwingungsgleichung.**

Gefunden wurden die Gleichungen von dem britischen Physiker WILLIAM THOMSON (1824–1907), dem späteren Lord KELVIN. Ihm zu Ehren wurde die Bezeichnung **thomsonsche Schwingungsgleichung** gewählt.



Unter der Bedingung, dass der ohmschen Widerstand im Schwingkreis null ist, gelten für die Eigenfrequenz f des Schwingkreises bzw. für die Schwingungsdauer T folgende Gleichungen:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$



L Induktivität der Spule
C Kapazität des Kondensators

Berücksichtigt man den in einem Schwingkreis stets vorhandenen ohmschen Widerstrand R, so ergibt sich gegenüber dem bisher betrachteten Fall mit $R = 0$ eine Verkleinerung der Frequenz und damit eine Vergrößerung der Schwingungsdauer. Für die Eigenfrequenz des Schwingkreises gilt dann:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Ein Tonfrequenzgenerator besitzt einen Schwingkreis und erzeugt einen Ton mit der Frequenz 800 Hz. Die Spule des Schwingkreises hat eine Induktivität von 0,4 H.

Welche Kapazität hat der Kondensator des Schwingkreises?
Wie groß müsste die Kapazität des Kondensators sein, wenn der Generator einen Ton mit halber Frequenz erzeugen soll?

Analyse:
Unter der Bedingung, dass man vom ohmschen Widerstand der Spule absieht, gilt die thomsonsche Schwingungsgleichung.

Gesucht: C_1 für 800 Hz
C_2 für 400 Hz

Gegeben: $f_1 = 800\ \text{Hz} = 800\ \frac{1}{\text{s}}$; $f_2 = 400\ \text{Hz} = 400\ \frac{1}{\text{s}}$

$L = 0{,}4\ \text{H} = 0{,}4\ \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$

Für die Einheiten gilt:
$1\ \text{H} = 1\ \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$

Lösung:
Aus $f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1}}$ erhält man

$$C_1 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L \cdot f_1^2}$$

$$C_1 = \frac{1 \cdot \text{A} \cdot \text{s}^2}{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}4\ \text{V} \cdot \text{s} \cdot 800^2} = 99\ \text{nF}$$

Für die Einheiten gilt:
$1\ \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} = 1\ \text{F}$
$1 \cdot 10^{-9}\ \text{F} = 1\ \text{nF}$

Für den zweiten Kondensator erhält man:

$C_2 = 396\ \text{nF}$, denn $C \sim \frac{1}{f^2}$

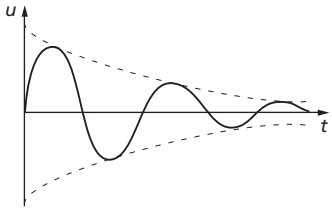
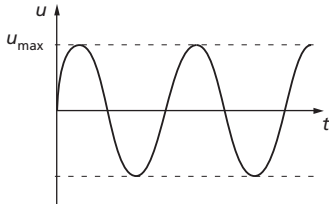
Der Zusammenhang
$f^2 \sim \frac{1}{C}$ oder $C \sim \frac{1}{f^2}$
ergibt sich aus der Gleichung
$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$

Ergebnis:
Für einen Ton mit einer Frequenz von 800 Hz muss der Kondensator des Schwingkreises eine Kapazität von 99 nF haben. Für einen 400-Hz-Ton muss die Kapazität 396 nF betragen.

Gedämpfte und ungedämpfte elektromagnetische Schwingungen

Wird einem geschlossenen Schwingkreis einmalig Energie zugeführt, z. B. durch Aufladen des Kondensators, so kommen die elektromagnetischen Schwingungen im Schwingkreis nach einer bestimmten Zeit zum Erliegen. Es liegt eine **gedämpfte Schwingung** vor. Ursache dafür ist der ohmsche Widerstand im Schwingkreis, durch den elektrische Energie in thermische Energie umgewandelt wird.

Es handelt sich dabei um **freie Schwingungen** bzw. **Eigenschwingungen** mit der Eigenfrequenz f_0, die durch Induktivität und **Kapazität** bestimmt ist.

gedämpfte Schwingung	ungedämpfte Schwingung
	

Um eine **ungedämpfte Schwingung** zu erhalten, muss dem Schwingkreis im zeitlichen Mittel ständig soviel Energie zugeführt werden, wie in thermische Energie umgewandelt wird. Das kann man erreichen, indem man z. B. durch eine induktive Kopplung dem Schwingkreis von außen Energie zuführt. Der Schwingkreis führt dann **erzwungene Schwingungen** aus. Ein Maximum der Amplitude wird dann erreicht, wenn die Erregerfrequenz genau so groß wie die Eigenfrequenz des Schwingkreises ist. In diesem Fall liegt **Resonanz** vor. Die Amplituden von Wechselspannung und Wechselstromstärke im Schwingkreis erreichen ein Maximum.

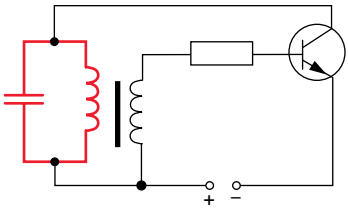
Resonanz bei elektromagnetischen Schwingungen kann erwünscht oder unerwünscht sein. Erwünscht ist sie z. B. beim **Abstimmkreis** in einem Rundfunkempfänger. Unerwünscht ist sie bei der **Rückkopplung** einer Verstärkeranlage mit einem Mikrofon.

Die Resonanzbedingung für erzwungene Schwingungen lautet:

$f_E = f_0$

f_E Erregerfrequenz
f_0 Eigenfrequenz

Um in einem Schwingkreis ungedämpfte Schwingungen zu erhalten, muss von außen die Energie in der Eigenfrequenz und in der richtigen Phase zugeführt werden. Günstig ist dabei, wenn diese Energiezufuhr durch den Schwingkreis selbst gesteuert wird. Das kann man z. B. durch die **meißnerschen Rückkopplungsschaltung** erreichen. Dabei verwendet man heute einen Transistor als Schalter zur Steuerung.



Die **meißnersche Rückkopplungsschaltung** wurde 1913 von dem deutschen Techniker Alexander Meissner (1883–1958) entwickelt. Er verwendete eine **Elektronenröhre** als Schalter. **Transistoren** waren in dieser Zeit noch nicht entwickelt.

Diese Schaltung wird u. a. in **Tongeneratoren** angewendet, um Schall oder Ultraschall zu erzeugen. Sie kann auch zur Erzeugung hochfrequenter Schwingungen verwendet werden.

4.7.3 Hertzsche Wellen

Benannt ist dieser Wellenlängenbereich nach dem deutschen Physiker HEINRICH HERTZ (1857–1894), der 1886–1888 erstmals die von JAMES CLERK MAXWELL (1831–1979) theoretisch vorhergesagten elektromagnetischen Wellen erzeugte und ihre Eigenschaften experimentell untersuchte.

Das Spektrum elektromagnetischer Wellen umfasst einen breiten Frequenz- bzw. Wellenlängenbereich (↗ S. 368). Wir konzentrieren uns nachfolgend auf den Teilbereich der **hertzschen Wellen** (↗ S. 365, 368) und stellen an diesem Beispiel Entstehung, Ausbreitung und Eigenschaften dar. Die hertzschen Wellen umfassen den Bereich der elektromagnetischen Wellen, der bei Rundfunk und Fernsehen genutzt wird.

Entstehung und Ausbreitung hertzscher Wellen

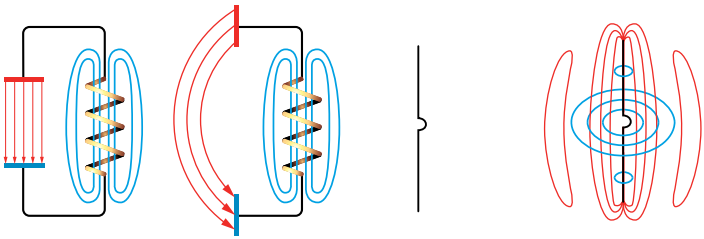
Der Schwingkreis in der bisher beschriebenen Bauform ist nur sehr bedingt zur Erzeugung hertzscher Wellen geeignet. Zum einen ist nach der thomsonschen Schwingungsgleichung die Frequenz bei großen Kapazitäten und Induktivitäten gering. Zum anderen sind elektrisches und magnetisches Feld nahezu vollständig auf Kondensator bzw. Spule beschränkt, also voneinander isoliert.
Um die Frequenz zu erhöhen, muss man die Induktivität und die Kapazität im Schwingkreis verringern. So kann man bei der Spule die Wicklungen „auseinanderziehen“ und kommt damit im Extremfall zu einem geradlinigen Leiter. Beim Kondensator kann man die Fläche der Kondensatorplatten verkleinern und ihren Abstand maximal vergrößern. Nimmt man alle diese Veränderungen nacheinander vor, dann bleibt am Ende lediglich ein gerader Stab übrig, den man als offenen Schwingkreis oder als **Dipol** bezeichnet (s. Skizzen).

Für die **Induktivität** einer langen Spule gilt:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l}$$

Die **Kapazität** eines Plattenkondensators ergibt sich zu:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$



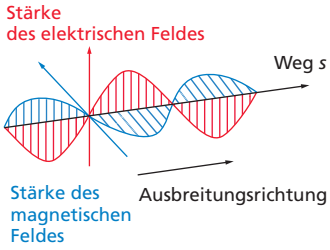
geschlossener Schwingkreis | Öffnen des Schwingkreises | offener Schwingkreis (Dipol) | Abstrahlen elektromagnetischer Wellen

Ein offener Schwingkreis mit kleiner Induktivität und Kapazität wird auch als Dipol bezeichnet.

Neben der Frequenzerhöhung erreicht man mithilfe eines Dipols darüber hinaus, dass elektrisches und magnetisches Feld nicht mehr räumlich voneinander getrennt sind, sondern sich beide um den Dipol herum bilden und sich von dort aus in den Raum hinein ausbreiten.

Ein Dipol (Sendedipol) kann als Quelle elektromagnetischer Wellen dienen.

Vergleicht man in der Skizze S. 360 die Ausbreitungsrichtung der Welle vom Dipol weg mit den Richtungen von elektrischem und magnetischem Feld, so ist zu erkennen: Beide Felder ändern ihre Stärke senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Wie anderen Wellen kann ihnen eine **Ausbreitungsgeschwindigkeit**, eine **Wellenlänge** und eine **Frequenz** zugeordnet werden.



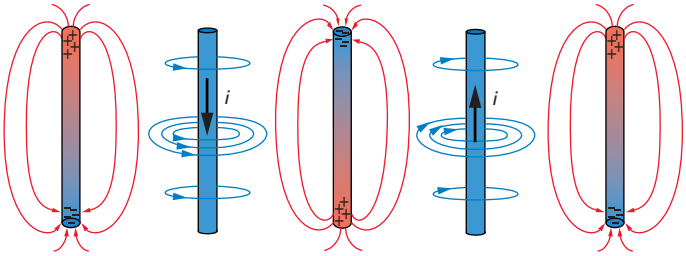
In unmittelbarer Nähe eines Dipols sind elektrisches und magnetisches Feld gegeneinander verschoben, so wie es S. 360 dargestellt ist. Man spricht vom **Nahfeld.**
In größerer Entfernung vom Dipol, beim **Fernfeld,** ist die Lage der Felder zueinander so, wie es rechts skizziert ist. Sie schwingen gleichphasig und senkrecht zueinander.

Eine elektromagnetische Welle ist die Ausbreitung einer elektromagnetischen Schwingung im Raum. Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen, für die gilt:

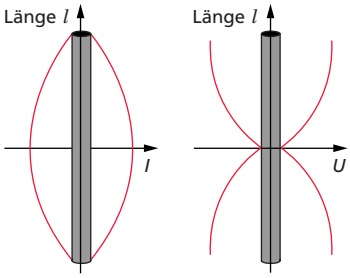
$c = \lambda \cdot f$

c Ausbreitungsgeschwindigkeit
λ Wellenlänge
f Frequenz

Die Anordnung von elektrischem und magnetischem Feld um einen Dipol ist in den nachfolgenden Skizzen in der zeitlichen Abfolge dargestellt.



Im Dipol werden Ladungsträger (Elektronen) beschleunigt und abgebremst. Daraus ergibt sich eine charakteristische Verteilung von Stromstärke und Spannung längs des Dipols. An den Enden des Dipols ist die Stromstärke null, die Spannung ist zwischen den Enden maximal. In der Mitte des Dipols ist die Stromstärke am größten. Die Spannung ist dann null.



Vergleicht man den sinusförmigen Verlauf von Stromstärke bzw. Spannung mit einer vollständigen Periode einer Welle, dann ist erkennbar: Sowohl bei Spannung als auch bei Stromstärke ist $\frac{\lambda}{2}$ dargestellt, wenn auch phasenverschoben.

Dieser charakteristische Verlauf von Stromstärke und Spannung an einem Dipol, so wie er oben skizziert ist, bestimmt entscheidend das Schwingungsverhalten.

Resonanz bei einem Dipol und damit maximale Amplituden treten nur dann auf, wenn sich entlang eines Dipols eine stehende Welle ausbilden kann. Das ist dann der Fall, wenn die Länge des Dipols ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist:

$$l = n \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

Für $n = 1$ ist die Länge des Dipols $\frac{\lambda}{2}$. Die betreffende Schwingung wird als **Grundschwingung** bezeichnet.

Kennt man die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen, dann erhält man mit $f = \frac{c}{\lambda}$ und $\lambda = 2\,l$ $(n = 1)$:

Die Resonanzfrequenz f eines Dipols für seine Grundschwingung beträgt:

$$f = \frac{c}{2l}$$

c Ausbreitungsgeschwindigkeit
l Länge des Dipols

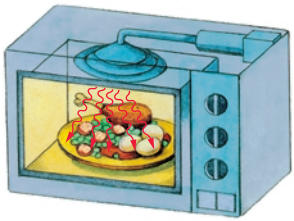
Ein solcher **Dipol** wird auch als **Sendeantenne** oder kurz als **Antenne** bezeichnet.

Um elektromagnetische Wellen abzustrahlen, wird ein Dipol z. B. induktiv an einen Schwingkreis gekoppelt (↗ S. 367).

Andere Möglichkeiten zur Erzeugung elektromagnetischer Wellen

Elektromagnetische Wellen entstehen überall dort, wo Ladungsträger beschleunigt werden (↗ S. 356). Technisch nutzt man neben Dipolen noch andere Varianten.

Bei Mikrowellengeräten wird mit einer Frequenz von $f = 2{,}45$ GHz gearbeitet. Das ist die Eigenfrequenz von Wassermolekülen, die Bestandteil von Nahrung sind.



In einem **Klystron (Magnetron)** werden einzelne Elektronen zu Elektronenpaketen verdichtet und zu Schwingungen angeregt. Auf diese Weise lassen sich elektromagnetische Wellen mit Frequenzen im Gigahertzbereich erzeugen. Magnetrons werden z. B. bei **Mikrowellengeräten** als Strahlungsquelle genutzt.

Treffen schnelle Elektronen auf ein Hindernis, so werden sie schlagartig abgebremst. Dabei entsteht die so genannte **Bremsstrahlung.** Sie wird z. B. zur Erzeugung von **Röntgenstrahlung** (↗ S. 446) genutzt.

Informationen zu **Beschleunigern** sind auf der CD sowie ↗ S. 290 f. zu finden.

In großen ringförmigen **Teilchenbeschleunigern** bewegen sich geladene Partikel auf gekrümmten Bahnen und unterliegen dabei der Radialbeschleunigung. Die hier gebildete elektromagnetische Strahlung nennt man **Synchrotronstrahlung.**

Eigenschaften hertzscher Wellen

Die spezifischen Eigenschaften von Licht sind in der Optik, die von **Röntgenstrahlung** ↗ S. 448 dargestellt.

Elektromagnetische Wellen und auch hertzsche Wellen umfassen einen großen Frequenz- bzw. Wellenlängenbereich (↗ S. 368). Bei der Untersuchung ihrer Eigenschaften zeigt sich, dass sie **wellenlängenabhängige** und **wellenlängenunabhängige Eigenschaften** besitzen. Wir konzentrieren uns nachfolgend auf die wellenlängenunabhängigen Eigenschaften hertzscher Wellen.

Hertzsche Wellen breiten sich geradlinig auch durch den leeren Raum hindurch aus.

Noch vor ca. 100 Jahren herrschte unter den Physikern die Auffassung vor, dass es einen Trägerstoff für elektromagnetische Wellen, den **Äther,** gäbe. Die **Ätherhypothese** hat sich als nicht zutreffend erwiesen (↗ S. 524, 528).

Ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich aus Wellenlänge λ und Frequenz f zu $c = \lambda \cdot f$. Sie ist zugleich mit der elektrischen und der magnetischen Feldkonstanten verknüpft.

Für die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** c hertzscher Wellen gilt

im Vakuum: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$ in Stoffen: $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}}$

ε_0 elektrische Feldkonstante ε_r Permittivitätszahl
μ_0 magnetische Feldkonstante μ_r Permeabilitätszahl

- Mit $\varepsilon_0 = 8{,}854\,188 \cdot 10^{-12}$ A · s · V^{-1} · m^{-1} (elektrische Feldkonstante) und $\mu_0 = 1{,}256\,637 \cdot 10^{-6}$ V · s · A^{-1} · m^{-1} (magnetische Feldkonstante) erhält man für die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Vakuum $c = 299\,792$ km · s^{-1}.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle dient als wichtiges Entscheidungskriterium, mit dem man herausfinden kann, um welche spezielle Wellenart es sich in einem konkreten Fall handelt.

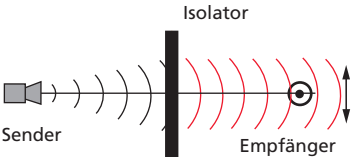
Man kann folgern: Breitet sich ein Wellenphänomen mit ca. 300 000 km · s^{-1} aus, so handelt es sich um **elektromagnetische Wellen.**

Mit hertzschen Wellen wird Energie transportiert.

Diese Energie verteilt sich gleichmäßig auf das elektrische und das magnetische Feld. Sie ist umso größer, je größer die elektrische Feldstärke E und die magnetische Flussdichte B sind.
Hertzsche Wellen besitzen analoge Eigenschaften wie mechanische Wellen (↗ S. 151 ff.): Sie können Stoffe durchdringen und werden dabei z.T. absorbiert, an Grenzflächen reflektiert oder gebrochen. Es können Beugung und Interferenz auftreten. Elektromagnetische Wellen sind polarisierbar.

Die Eigenschaften **hertzscher Wellen** lassen sich gut mit **Mikrowellen** demonstrieren. Das Foto zeigt einen **Mikrowellensender.**

Isolatoren können von Wellen durchdrungen werden, während metallische Leiter diese abschirmen.

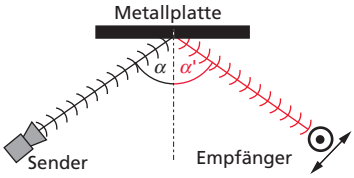




- In einem Zimmer kann man in der Regel Fernseh- und Radiosender empfangen, in einem Gebäude aus Stahlbeton kann es Probleme geben, weil die hertzschen Wellen abgeschirmt werden. Das gilt auch für das Innere eines Pkw oder für Tunnel.

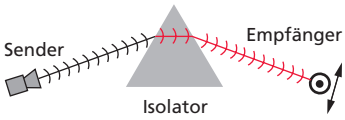
Schwächung elektromagnetischer Wellen tritt auch durch Absorption auf, etwa bei größerer Entfernung von einem Sender.

An metallischen Leitern werden hertzsche Wellen **reflektiert.** Es gilt das **Reflexionsgesetz** $\alpha = \alpha'$.



Fernseh- und Satellitenantennen besitzen für einen optimalen Empfang so genannte **Reflektoren,** die das Reflexionsgesetz ausnutzen. Reflektierende Schichten gibt es auch in der Atmosphäre.

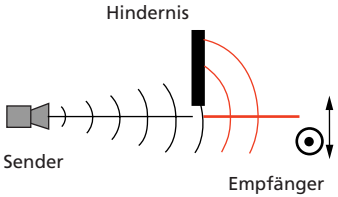
In einem Auto benötigt man eine Außenantenne, da die Blechkarosse des Autos hertzsche Wellen reflektiert und damit abschirmt.



Beim Übergang von einem Isolator in einen anderen können hertzsche Wellen ihre Ausbreitungsrichtung ändern. Sie werden **gebrochen**. Es gilt das **Brechungsgesetz** (↗ S. 152).

An Hindernissen können hertzsche Wellen **gebeugt** werden und so ihre Ausbreitungsrichtung ändern.

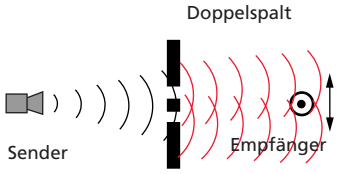
Ob und wie stark Durchdringung, **Reflexion, Beugung** und **Brechung** bei hertzsche Wellen auftreten, hängt von **Frequenz** und **Wellenlänge** dieser Wellen und von den beteiligten Körpern bzw. Stoffen ab.



Durch Beugung ist ein Fernsehempfang z. T. auch hinter Bergen und hohen Gebäuden möglich.

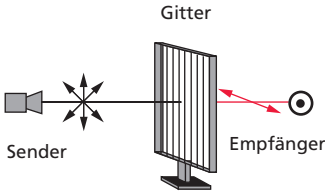
Hertzsche Wellen können sich auch **überlagern**, sodass eine resultierende Welle als Addition der Ausgangswellen entsteht **(Interferenz).** Dabei kommt es zu typischen Interferenzerscheinungen wie Verstärkung und Auslöschung.

Bei **hertzschen Wellen** treten analoge Interferenzerscheinungen wie bei mechanischen Wellen (↗ S. 152 f.) und bei Licht (↗ S. 410 ff.) auf.



Bei Radiosendern kann man diese Interferenzerscheinungen mitunter wahrnehmen. Sie äußern sich in der Veränderung der Lautstärke.

Bei zeichnerischen Darstellungen stellt man in der Regel nur die Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ dar. Hertzsche Wellen, die von Dipolen abgestrahlt werden, sind linear polarisiert.



Hertzsche Wellen können auch **polarisiert** werden, z. B. durch ein engmaschiges Netz aus Metalldrähten. Die Feldvektoren schwingen dann hinter dem Gitter nur in einer Ebene. Ist die Schwingungsrichtung von der elektrischen Feldstärke *E* parallel zu den Stäben des Gitters, tritt die Welle nicht hindurch. Sie wird reflektiert. Bei senkrechter Stellung von *E* zu den Stäben läuft die Welle weitgehend ungehindert durch das Gitter hindurch.

Einteilung hertzscher Wellen und Überblick über ihre technische Nutzung

Die vor allem bei der Informationsübertragung (Rundfunk, Fernsehen) genutzten hertzschen Wellen umfassen einen Frequenzbereich von etwa 30 kHz bis 30 GHz. Die Wellenlängen liegen demzufolge zwischen 10 km und 1 cm. Hertzsche Wellen teilt man in unterschiedliche Bereiche ein. In der Übersicht sind die in der **Technik** vorrangig genutzten Bereiche angegeben, die nicht identisch sind mit den Frequenz- und Wellenlängenbereichen, die man üblicherweise in der Physik angibt.
Für Anwendungen nutzt man die unterschiedlichen Eigenschaften hertzscher Wellen bei verschiedenen Frequenzen bzw. Wellenlängen.

Eine Übersicht über das gesamte **elektromagnetische Spektrum** ist S. 368 zu finden.

Bereich	Frequenz f	Wellenlänge λ	Anwendungen
Langwellen (LW oder LF)	148,5 kHz – 283,5 kHz 290 kHz – 527 kHz	2 km – 1 km 1000 m – 600 m	Rundfunk Schiffsfunk Funkpeilung
Mittelwellen (MW oder MF)	526,5 kHz – 1606,5 kHz	600 m – 200 m	Rundfunk
Kurzwellen (KW oder MF)	3,95 MHz – 26,1 MHz	75 m – 10 m	Rundfunk Flugfunk Amateurfunk CB–Sprechfunk
Meterwellen (VHF)	48,25 MHz– 62,25 MHz 87,5 MHz–108 MHz 175,25 MHz– 217,25 MHz	6,2 m – 4,8 m 3,4 m – 2,8 m 1,7 m – 1,4 m	Fernsehen VHF Band I UKW–Rundfunk Fernsehen VHF Band III
Dezimeterwellen (UHF)	0,3 GHz – 3 GHz 471,25 MHz – 599,25 MHz 607,25 MHz – 783,25 MHz	10 dm – 1 dm 6,3 dm – 5 dm 4,9 dm – 3,8 dm	Richtfunk auf der Erde, Radar Fernsehen UHF Band IV Fernsehen UHF Band V
Zentimeterwellen (Mikrowellen, SHF)	3 GHz – 30 GHz	10 cm – 1 cm	Richtfunk von Nachrichten-Satelliten Funkastronomie

Hertzsche Wellen dienen vor allem zur Übertragung von Rundfunk und Fernsehen. Eine wichtige Anwendung hertzscher Wellen ist auch der **Radar.** Dabei werden hertzsche Wellen hoher Frequenz (ca. 10^8 Hz) in Form sehr kurzer Impulse abgestrahlt, an einem Hindernis reflektiert und wieder empfangen. Aus der Laufzeit der Impulse kann die Entfernung berechnet werden. Geortete Objekte erscheinen auf einem Radarbildschirm als helle Punkte.



Radar (**R**adio **d**etecting **a**nd **r**anging = Funkortung und Entfernungsmessung) wurde in den dreißiger Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelt.

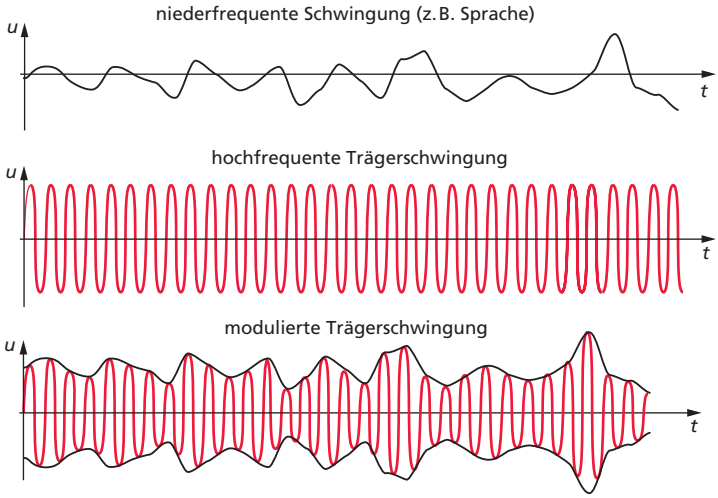
Senden und Empfangen hertzscher Wellen

Dargestellt sind die „klassischen" analogen Verfahren. Heute wird in zunehmenden Maße die **Digitaltechnik** zur Übertragung von Rundfunk- und Fernsehprogrammen genutzt.



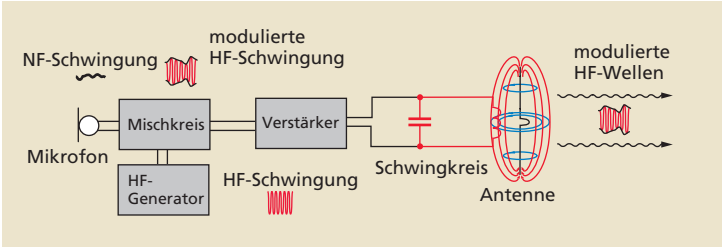
Elektromagnetische Schwingungen können nur dann als hertzsche Wellen von einem Sender abgestrahlt werden, wenn sie eine relativ hohe Frequenz (mindestens 100 kHz) besitzen. Man nennt diese auch **Hochfrequenz-Schwingungen (HF-Schwingungen).** Sprache und Musik, also Schallschwingungen, besitzen nur eine Frequenz bis maximal 20 kHz. Diese Schallschwingungen kann man mit einem Mikrofon in elektromagnetische Schwingungen umwandeln. Man nennt diese auch **Niederfrequenz-Schwingungen (NF-Schwingungen).** Sie sind aufgrund der geringen Frequenz für das Aussenden als hertzsche Wellen nicht geeignet.
Um Sprache, Musik und Bilder mithilfe hertzscher Wellen zu übertragen, bedient man sich deshalb des Verfahrens der **Modulation.** Dabei wird eine hochfrequente Schwingung als „Träger" für niederfrequente Schwingungen (Sprache, Musik) genutzt, da diese als hertzsche Welle abgestrahlt werden kann.
Die hochfrequente Schwingung wird dabei im Takte der niederfrequenten Schwingung so verändert, dass die Information der niederfrequenten Schwingung mit übertragen wird. Dies geschieht z. B. dadurch, dass man die Amplitude der HF-Schwingung im Takte der Amplitude der NF-Schwingung verändert **(Amplitudenmodulation).**

Neben der **Amplitudenmodulation** gibt es auch das Verfahren der **Frequenzmodulation.**
Dabei wird nicht die Amplitude, sondern die Frequenz der Trägerschwingung verändert.

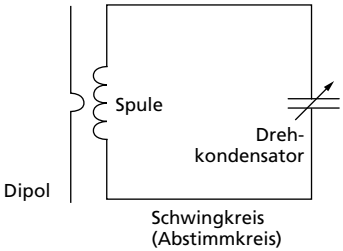


Hertzsche Wellen werden über Antennen (Dipole) ausgestrahlt und empfangen. Diese **Sende- und Empfangsdipole** sind offene Schwingkreise (↗ S. 360).
Beim **Senden** von hertzschen Wellen wird der Sendedipol (Antenne) durch einen weiteren Schwingkreis zu elektromagnetischen Schwingungen angeregt. Dabei sind Schwingkreis und Dipol so aufeinander abgestimmt, dass beide mit derselben Eigenfrequenz schwingen können. Es tritt somit Resonanz (↗ S. 143) und damit eine maximale Abstrahlung elektromagnetischer Wellen auf.

Prinzip eines Senders



Beim **Empfang** hertzscher Wellen wird der Empfangsdipol durch elektromagnetische Wechselfelder in der Umgebung zu Schwingungen angeregt. Diese Schwingungen werden wiederum auf einen Schwingkreis im Empfänger, den **Abstimmkreis,** übertragen.

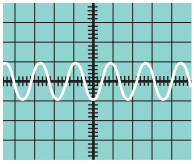


Mithilfe des Drehkondensators kann man die **Kapazität** und damit die Frequenz des Schwingkreises (↗ S. 358) verändern.

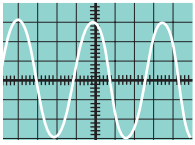
Empfangsdipole werden so gewählt, dass sie annähernd dieselbe Eigenfrequenz besitzen wie der Sendedipol. Auf einen Empfangsdipol treffen jedoch hertzsche Wellen unterschiedlicher Frequenzen. Um genau einen Sender auszuwählen, wird mithilfe eines Abstimmkreises im Empfänger die Eigenfrequenz des gewünschten Senders eingestellt. Durch Resonanz ist die Amplitude der elektromagnetischen Schwingung im Abstimmkreis dann am größten, wenn sie mit der Sendefrequenz des gewünschten Senders übereinstimmt, wenn also gilt: $f_E = f_0$.

Die Amplitude der Schwingung ist von Erreger- und Eigenfrequenz abhängig.

a) $f_E \neq f_0$

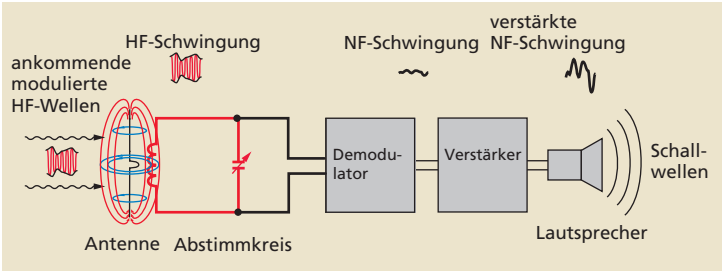


b) $f_E = f_0$



Die modulierte hochfrequente Trägerschwingung muss im Empfänger wieder in HF- und NF-Schwingungen getrennt werden, damit die NF-Schwingungen im Lautsprecher hörbar gemacht werden können. Diesen Vorgang nennt man **Demodulation.** In der Regel werden die NF-Schwingungen im Empfänger noch **verstärkt,** damit z. B. Sprache und Musik gut hörbar werden.

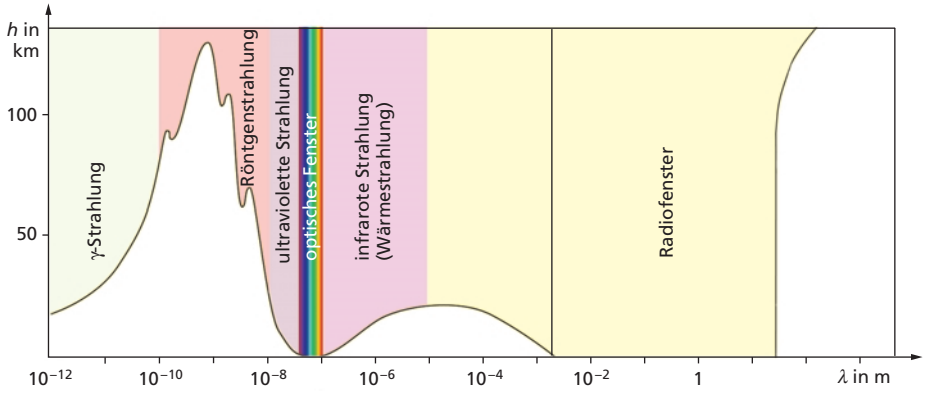
Prinzip eines Empfängers



4.7.4 Das Spektrum elektromagnetischer Wellen

Das Spektrum elektromagnetischer Wellen umfasst einen großen Frequenz- und Wellenlängenbereich, von dem nur ein Teil technisch genutzt wird. Es ist nachfolgend die in der **Physik** übliche Einteilung angegeben.

Art der Wellen	**Frequenz f in Hz**	**Wellenlänge λ in m**	**Eigenschaften**	**Anwendungen**
Technischer Wechselstrom	30–300	10^7–10^6	leichte Erzeugbarkeit, einfache Übertragbarkeit mithilfe von Leitern	Gewinnung und Übertragung elektrischer Energie, Antrieb elektrischer Maschinen und Anlagen
Tonfrequenter Wechselstrom (Niederfrequenz)	$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^4$	10^5–10^4	Frequenzbereich entspricht dem des für den Menschen hörbaren Schalls	Übertragung von Sprache und Musik mit Leitungen (Telefonie)
Hertzsche Wellen Langwelle (LW) Mittelwelle (MW) Kurzwelle (KW) Ultrakurzwelle (UKW, VHF, UHF)	 $3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$ $3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$ $3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^9$	 10^4– 10^3 10^3– 10^2 10^2– 10 10 – 0,1	gute Ausbreitung in Luft, teilweise Reflexion an Schichten der Atmosphäre, Reflexion an Leitern	 Radio Mobilfunk Fernsehen Radar
Mikrowellen	$3 \cdot 10^9 - 10^{13}$	0,1– $3 \cdot 10^{-5}$	Eindringen in viele Stoffe und dabei Absorption durch diese Stoffe	Mikrowellenherd Mikrowellentherapie
Infrarotes Licht	$10^{13} - 3{,}8 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{-5}$ – $7{,}8 \cdot 10^{-7}$	tiefes Eindringen in menschliche Haut, gute Absorption durch viele Stoffe	Wärmestrahlung (Infrarotstrahler) Infrarotfernbedienung
Sichtbares Licht	$3{,}8 \cdot 10^{14}$ – $7{,}7 \cdot 10^{14}$	$7{,}8 \cdot 10^{-7}$ – $3{,}9 \cdot 10^{-7}$	vom Menschen mit dem Auge wahrnehmbar	Beleuchtung von Räumen (Lampen)
Ultraviolettes Licht	$7{,}7 \cdot 10^{14}$ – $3 \cdot 10^{16}$	$3{,}9 \cdot 10^{-7}$– 10^{-8}	dringt in äußere Hautschichten ein und ruft Veränderungen hervor (Bräunung, Sonnenbrand)	UV–Strahler (Höhensonne)
Röntgenstrahlung	$3 \cdot 10^{16}$– $5 \cdot 10^{21}$	10^{-8}– $6 \cdot 10^{-14}$	unterschiedliches Durchdringen von weichem Gewebe und Knochen	Röntgendiagnostik und -therapie
Gammastrahlung und **kosmische Strahlung**	$> 3 \cdot 10^{18}$	$< 10^{-11}$	großes Durchdringungsvermögen von massiven Körpern	Fehlersuche in Stahlträgern oder in massiven Werkstücken



Die Übersicht oben zeigt dass Absorptionsvermögen der Erdatmosphäre für elektromagnetische Wellen, die „von außen" auffallen.

Für **Astronomie** und **Weltraumfahrt** ist von Bedeutung, welche elektromagnetischen Wellen die Erdatmosphäre nahezu ungeschwächt bis zum Erdboden durchdringen. Aus der Übersicht oben ergibt sich:

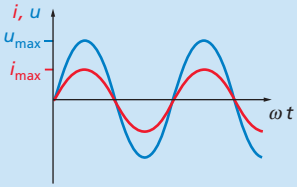
> Die Atmosphäre der Erde ist nur für sichtbare elektromagnetische Wellen und einen Teil der hertzschen Wellen nahezu vollständig durchlässig.

Die betreffenden Bereiche werden als **optisches Fenster** und als **Radiofenster** bezeichnet. Für die astronomische Forschung bedeutet dies, dass man viele Jahrhunderte lang nur im optischen Bereich beobachten konnte und sich die Radioastronomie erst nach 1932 entwickelte.
Andere Wellenlängenbereiche kann man nur untersuchen, wenn die dafür gebauten Empfänger außerhalb der dichteren Atmosphärenschichten betrieben werden. Da die Menschheit erst seit wenigen Jahrzehnten über die Technologien zur Raumfahrt verfügt, handelt es sich z. B. bei der Röntgen- oder Gammaastronomie um recht junge Forschungsgebiete. In der nachfolgenden Übersicht sind dazu einige Informationen gegeben.

1932 entdeckte KARL GUTHE JANSKY (1905–1950), dass kosmische Objekte auch Strahlung im Radiofrequenzbereich aussenden.

Radioteleskope	**Röntgenteleskope**	**Infrarotteleskope**
		
Das Radioteleskop Effelsberg verfügt über einen beweglichen Spiegel von 100 m Durchmesser.	Die Röntgensatelliten ROSAT und CHANDRA (Bild) erfassen die Röntgenstrahlung kosmischer Objekte.	Das Flugzeugobservatorium SOFIA registriert die von kosmischen Objekten ausgehende Infrarotstrahlung.

Wechselstromkreis, elektromagnetische Schwingungen und Wellen



Bei sinusförmigem Wechselstrom ändern sich Stromstärke und Spannung zeitlich periodisch.

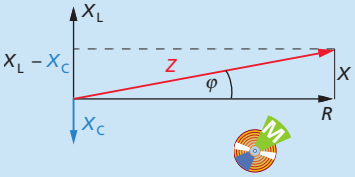
$$u = u_{max} \cdot \sin \omega t$$
$$i = i_{max} \cdot \sin \omega t$$

Für die **Effektivwerte** von Spannung und Stromstärke (bei diesen Werten erfolgt die gleiche **Leistungsabgabe** wie bei den entsprechenden Gleichstromwerten) gilt:

$$U = \frac{u_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \cdot u_{max} \qquad I = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7 \cdot i_{max}$$

Bei den Widerständen im Wechselstromkreis ist zwischen ohmschem, induktivem und kapazitivem Widerstand zu unterscheiden.

ohmscher Widerstand *R*	**induktiver Widerstand X_L**	**kapazitiver Widersand X_C**
		
$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$ (Wirkwiderstand)	$X_L = \omega \cdot L$ (Blindwiderstand)	$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ (Blindwiderstand)

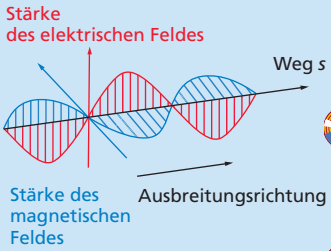


Bei Reihenschaltung der Widerstände beträgt der **Scheinwiderstand *Z*:**

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Der Winkel φ wird als **Phasenverschiebung** bezeichnet.
Für veränderliche elektrische bzw. magnetische Felder gilt:

Jedes zeitlich veränderliche elektrische Feld ist untrennbar mit einem magnetischen Feld verbunden, jedes zeitlich veränderliche magnetische Feld mit einem elektrischen Feld.



Unter **elektromagnetischen Wellen** versteht man die Ausbreitung elektromagnetischer Schwingungen im Raum. Für die Schwingungsdauer gilt bei $R = 0$ die thomsonsche Schwingungsgleichung:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{oder} \quad T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

Elektromagnetische Wellen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus. Es gilt:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}}$$

(für Vakuum: $\varepsilon_r = 1$, $\mu_r = 1$)

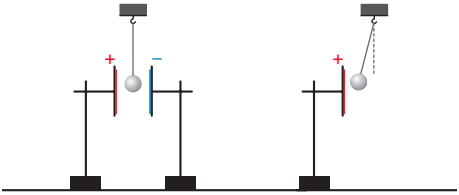
Aufgaben

Elektrisches Feld

1. Nennen und erläutern Sie Beispiele für Vorgänge aus Natur, Technik und Alltag, bei denen Ladungstrennung auftritt! Welche Effekte können damit verbunden sein?

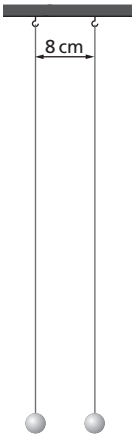
2. Ein dünner Wasserstrahl wird abgelenkt, wenn man in seine Nähe einen geladenen Körper bringt. Wie ist das zu erklären?

3. Bringt man eine sehr leichte, ungeladene leitende Kugel zwischen zwei unterschiedlich geladene Platten, dann passiert nichts. Bringt man sie dagegen in die Nähe eines geladenen Körpers, so wird sie ausgelenkt. Wie kommt das?



4. Ein Plattenkondensator wird mit einer Spannungsquelle von 450 V verbunden. Bei welchem Plattenabstand wird die Luftstrecke durchschlagen, wenn die Durchschlagsfestigkeit der Luft 20 kV/cm beträgt?

5. Zwei leitende Kugeln mit einer Gewichtskraft von je 0,3 N hängen an 80 cm langen Fäden. Ihre Aufhängepunkte sind 8 cm voneinander entfernt.



a) Bringt man auf beide Kugeln die gleiche Ladung gleichen Vorzeichens, so entfernen sie sich bis auf 12 cm. Wie groß ist der Betrag der Ladungen?

b) Bringt man auf beide Kugeln die gleiche Ladung ungleichen Vorzeichens, so nähern sie sich bis auf 3 cm. Wie groß ist in diesem Fall der Betrag der Ladungen?

6. Am Ende eines 1,5 m langen Fadens ist eine geladene kleine Kugel mit einer Masse von 0,5 g angebracht. Bringt man diese Kugel in ein homogenes elektrisches Feld, so wird sie um 5 cm ausgelenkt.

a) Skizzieren Sie eine solche Anordnung und tragen Sie in die Skizze alle wirkenden Kräfte ein!

b) Wie groß ist die auf die Kugel wirkende elektrische Feldkraft?

7. Zwei je 1 g schwere und gleichartig geladene Kugeln sind an 1 m langen Fäden befestigt. Sind beide Fäden an dem gleichen Aufhängepunkt befestigt, so stellt sich ein Mittelpunktabstand von 10 cm ein.

a) Wie groß sind Auslenkwinkel, die abstoßende Kraft und der Betrag der Ladung einer Kugel?

b) Skizzieren Sie das Feldlinienbild zwischen den Kugeln!

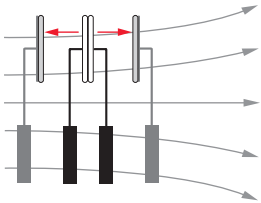
c) Wie groß ist die Feldstärke des Feldes der einen Kugel am Ort der anderen Kugel?

d) Wie ändert sich der Kugelabstand, wenn die Ladungen beider Kugeln halbiert bzw. verdoppelt werden?

e) Beide Kugeln tragen die gleiche Ladung Q, ihr Abstand beträgt r. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen Q und r grafisch dar! Interpretieren Sie das Diagramm!

8. Die Erde besitzt ein zur Erdoberfläche gerichtetes radiales elektrisches Feld, das an der Erdoberfläche im Mittel einer Stärke von 130 V/m hat. Welches Vorzeichen hat die Ladung der Erde und wie groß ist sie?

9. Zur Bestimmung der Stärke eines elektrischen Feldes kann man folgendermaßen vorgehen:



An die betreffende Stelle werden zwei kleine leitende Platten gebracht. Diese an isolierten Stielen befestigten Platten werden im Feld getrennt, die auf ihnen influenzierte Ladung gemessen. An einer Stelle beträgt die auf den Platten (r = 2 cm) influenzierte Ladung $2{,}7 \cdot 10^{-10}$ C. Wie groß ist die elektrische Feldstärke an dieser Stelle?

10. Zwei Plattenkondensatoren von 4 µF und 10 µF werden an eine 10-V-Gleichspannungsquelle **a)** einzeln, **b)** in Reihe, **c)** parallel geschaltet angeschlossen.
Wie groß sind die jeweiligen Kondensatorspannungen und die Ladungen der Platten?

11. Die in Aufgabe 10 genannten Kondensatoren werden einzeln an der 10-V-Gleichspannungsquelle aufgeladen, dann von ihr getrennt und so miteinander verbunden, dass
a) die Platten mit ungleicher Polung,
b) die Platten mit gleicher Polung
Kontakt miteinander haben.
Bestimmen Sie für diese beiden Fälle die Kondensatorspannungen und die Beträge der Plattenladungen!

12. Ein Plattenkondensator (2 µF) mit Luft als Dielektrikum wird an einer Spannungsquelle mit $U = 120$ V aufgeladen und anschließend von der Spannungsquelle getrennt.
a) Wie groß ist die auf den Platten gespeicherte Ladung?
b) Wie ändern sich die Spannung zwischen den Platten und die Ladung, wenn zwischen die Platten Paraffinöl ($\varepsilon_r = 2{,}1$) gefüllt wird?

13. Es stehen drei Kondensatoren mit 1000 µF, 2000 µF und 3000 µF zur Verfügung. Welche Kapazitäten lassen sich durch verschiedene Schaltungsmöglichkeiten herstellen?

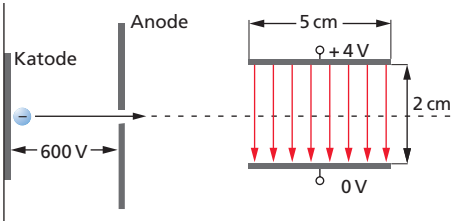
14. Ein Kondensator soll über einen Widerstand entladen und die Entladestromstärke nach jeweils gleichen Zeiten gemessen werden.
a) Entwerfen Sie eine Schaltung, mit der eine solche Messreihe aufgenommen werden kann!
b) Bei einer Messung wurden die folgenden Werte registriert:

t in s	0	3	6	9	12	15
I in µA	130	91	68	51	35	26

c) Zeichnen Sie das Diagramm! Interpretieren Sie es!
d) Ermitteln Sie aus dem Diagramm die Zeiten, in denen die Stromstärke auf die Hälfte bzw. auf ein Viertel der Anfangsstromstärke gefallen ist!
e) Welche Möglichkeiten gibt es, die ursprüngliche Ladung des Kondensators zu bestimmen? Schätzen Sie diese Ladung ab!

15. Ein Kondensator mit 12 µF wird über einen Widerstand mit 600 kΩ an eine 10-V-Spannungsquelle angeschlossen.
a) Nach welcher Zeit beträgt die Kondensatorspannung 1 V, 5 V bzw. 9 V?
b) Wie ändert sich die Aufladestromstärke mit der Zeit? Nach welcher Zeit hat diese Stromstärke die Hälfte der Anfangsstromstärke?

16. Ein Elektron verlässt die Glühkatode und wird in Richtung Anode gleichmäßig beschleunigt. Durch ein Loch in der Anode tritt des Elektron in ein homogenes elektrischen Feld ein, das senkrecht zur Bewegungsrichtung steht (s. Skizze).
a) Beschreiben und begründen Sie die Bewegung des Elektrons!
b) Mit welcher Geschwindigkeit tritt das Elektron durch die Anode hindurch?
c) Prüfen Sie, ob das Elektron das elektrische Querfeld verlässt oder auf eine der Platten trifft!

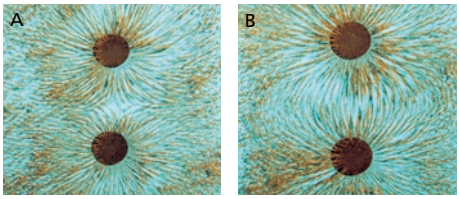


17. **a)** Beschreiben Sie die Bestimmung der Elementarladung nach MILLIKAN! Gehen Sie dabei auf die Experimentieranordnung und das Messverfahren ein!
b) Zwischen die horizontal liegenden Platten eines Kondensators mit einem Plattenabstand von 12 mm werden Öltröpfchen mit 2,5 mm Durchmesser und einer Dichte von $0{,}9\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$ gebracht. Bei einer Spannung von 2,7 kV zwischen den Platten schweben einige Öltröpfchen. Wie viele Elementarladungen tragen diese Tröpfchen?

18. Zur Bestimmung der Energie von bewegten Elektronen kann die Gegenfeldmethode genutzt werden. Beschreiben Sie diese Methode!

Magnetisches Feld

19. Die Fotos zeigen, wie sich Eisenfeilspäne in der Nähe von Permanentmagneten ausrichten.



a) Skizzieren Sie die Feldlinienbilder!
b) Was kann man einem Feldlinienbild entnehmen und wo liegen die Grenzen dieses Modells?

20. Die Erde ist ein großer, aber recht schwacher Magnet. Informieren Sie sich anhand der beiliegenden CD und weiterer Informationsquellen über das Magnetfeld der Erde, seine Form, seine Stärke und seine Besonderheiten! Bereiten Sie dazu einen Kurzvortrag vor!

21. Ein geradliniger langer Leiter wird von einem Strom der Stärke I = 10 A durchflossen.
a) Skizzieren Sie das mit dem Strom verbundene Magnetfeld!
b) Stellen Sie die Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte von der Entfernung vom Leiter grafisch dar! Interpretieren Sie dieses Diagramm!

22. Auf eine 45 mm lange Plastikhülse mit einem Durchmesser von 8 mm ist auf 40 mm Länge einlagig und lückenlos Kupferdraht (Durchmesser 0,1 mm) gewickelt. Durch den Draht fließt ein Strom von 50 mA. Welche magnetische Flussdichte ist dann im Inneren der Hülse vorhanden?

23. Bei elektrischen Überlandleitungen fließt der Strom mitunter durch mehrere parallel geschaltete Leiter.
a) Wie groß wäre die zwischen zwei Leitern wirkende Kraft, wenn ihr Abstand 12 cm beträgt und durch jeden Leiter ein Strom der Stärke 800 A fließt?
b) Wie berücksichtigt man beim Bau von Starkstromleitungen das Wirken von Kräften zwischen stromdurchflossenen Leitern?

24. Die magnetische Flussdichte im Anker eines Elektromotors beträgt 1,6 T. Die Ankerwicklung hat 120 Windungen mit einer durchschnittlichen wirksamen Länge von 2 x 8 cm.
a) Wie groß ist die auf den Anker wirkende Gesamtkraft bei einer Ankerstromstärke von 1,3 A?
b) Wie groß ist das maximale Drehmoment, wenn der Radius der Ankerspule 2,0 cm beträgt? Wie verändert sich das Drehmoment während einer Umdrehung des Ankers?

25. Elektronen mit einer Energie von 500 eV bewegen sich in einem homogenen Magnetfeld auf einer kreisförmigen Bahn mit r = 2,6 cm.
a) Wie stark ist das Magnetfeld?
b) Das Magnetfeld wird mit HELMHOLTZ-Spulen erzeugt. Für diese gilt die Gleichung:

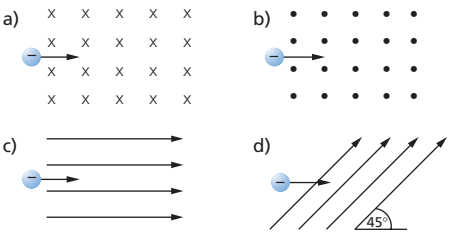
$$B = \mu_0 \cdot \mu_{rel} \cdot \frac{N \cdot R^2 \cdot I}{(R^2 + s^2)^{3/2}}$$

Dabei sind N die Windungszahl einer Spule, R der Spulenradius, s der halbe wirksame Abstand der Spulen und I die Stromstärke. Geben Sie eine Variante an, bei der die bei a) berechnete Stärke des Magnetfeldes erreicht wird!

26. Elektronen und Protonen sollen in elektrischen Feldern auf die gleiche Geschwindigkeit gebracht werden.
a) In welchem Verhältnis müssen die Beschleunigungsspannungen zueinander stehen?
b) Die Elektronen und Protonen bewegen sich anschließend mit der gleichen Geschwindigkeit im gleichen homogenen Magnetfeld auf Kreisbahnen. Vergleichen Sie die Radien und die Umlauffrequenzen miteinander!

27. Die spezifische Ladung von Elektronen, Protonen oder Ionen kann in unterschiedlicher Weise bestimmt werden.
a) Beschreiben Sie ein Experiment zur Bestimmung der spezifischen Ladung eines Elektrons!
b) Wie groß ist die spezifische Ladung von geladenen Teilchen, wenn die Beschleunigungsspannung 450 V betrug und sie in einem homogenen Magnetfeld der magnetischen Flussdichte 12 mT eine Kreisbahn mit einem Durchmesser von 26 cm haben?

28. Elektronen treten mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 in ein homogenes Magnetfeld so ein, wie es in den Skizzen angegeben ist.



a) Formulieren Sie jeweils eine Aussage über die Bahnform und die Bewegungsart der Elektronen!

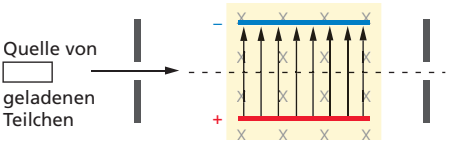
b) Leiten Sie eine Gleichung zur Bestimmung der spezifischen Ladung für den Fall ab, dass die Elektronen senkrecht zu den Feldlinien in das Magnetfeld eintreten!

29. Als Detektoren für geladene Teilchen eignen sich Kammern, in denen die Spuren der Teilchen sichtbar werden (Blasenkammern, Nebelkammern). Damit man Teilchen verschiedener spezifischer Ladung bzw. verschiedener Geschwindigkeit voneinander unterscheiden kann, wird ein Magnetfeld so angeordnet, dass es die Kammer senkrecht durchsetzt.
Die Spur von β^--Strahlung bildet bei einer magnetischen Flussdichte von 10 mT eine Kreisbahn mit einem Radius von 12 cm.

a) Leiten Sie eine Gleichung zur Bestimmung der kinetischen Energie von β-Teilchen her!

b) Berechnen Sie die kinetische Energie der β-Teilchen in MeV!

30. Alle geladenen Teilchen, die ein gekreuztes elektrisches und magnetisches Feld geradlinig durchlaufen, haben die gleiche Geschwindigkeit.



a) Begründen Sie diese Aussage!

b) Geben Sie sinnvolle Kombinationen von elektrischer Feldstärke und magnetischer Flussdichte an, wenn Ionen mit einer Geschwindigkeit von $2{,}5 \cdot 10^6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ erzeugt werden sollen!

31. Zur Beschleunigung geladener Teilchen kann man ein Zyklotron verwenden.

a) Beschreiben Sie den grundsätzlichen Aufbau und die Wirkungsweise eines Zyklotrons!

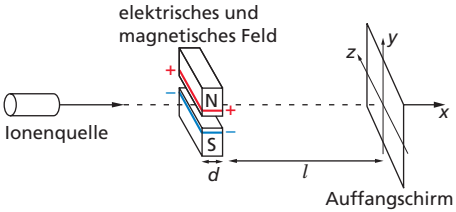
b) Im Zyklotron sollen β-Teilchen beschleunigt werden. Skizzieren Sie die Richtung des Magnetfeldes und die Bewegungsrichtung der β-Teilchen in diesem Feld!

c) Die maximale Geschwindigkeit und damit die maximale kinetische Energie, die die Teilchen erreichen können, ist von der magnetischen Flussdichte und von den Abmessungen des Zyklotrons (Radius) abhängig. Begründen Sie diese Aussage!

d) Wie groß sind Geschwindigkeit und Energie der β-Teilchen bei einer magnetischen Flussdichte von 1,2 T und einem maximalen Bahnradius von 600 mm?

e) Diskutieren Sie, welche Möglichkeiten es gäbe, die Energie der Teilchen zu vergrößern!

32. Die Skizze zeigt einen möglichen Aufbau eines Massenspektrografen. Elektrisches und magnetisches Feld haben die gleiche Richtung und stehen senkrecht auf der Bewegungsrichtung der geladenen Teilchen.



a) Beschreiben Sie, in welche Richtung positiv geladene Ionen durch das elektrische bzw. das magnetische Feld abgelenkt werden! Wovon ist jeweilige Ablenkung abhängig?

b) Welche Aufgabe hat ein Massenspektrograf? Erklären Sie die Wirkungsweise der dargestellten Anordnung!

c) Leiten Sie her, dass die Ablenkung am Ende des elektrischen Feldes $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{m} \cdot E \cdot \frac{d^2}{v_0^2}$ beträgt!

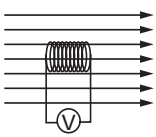
Elektromagnetische Induktion

33. Beschreiben Sie je ein typisches Experiment zur Erzeugung einer Induktionsspannung

a) wenn keine Relativbewegung zwischen Magnetfeld und Leiter (Spule),

b) wenn eine Relativbewegung zwischen Magnetfeld und Leiter (Spule) vorliegt! Unter welchen Bedingungen wird in einem Leiter bzw. einer Spule eine Spannung induziert?

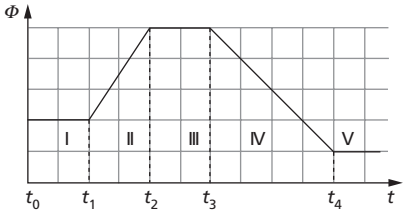
34. Eine bewegliche Spule befindet sich so wie angegeben in einem homogenen Magnetfeld. Geben Sie Bewegungen an,



a) bei denen eine Spannung induziert wird,

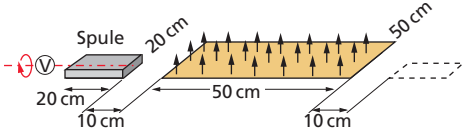
b) bei denen keine Spannung induziert wird! Begründen Sie jeweils Ihre Aussagen!

35. Im Diagramm ist für ein magnetisches Feld, das eine Spule durchsetzt, die zeitliche Abhängigkeit des magnetisches Flusses dargestellt.



Vergleichen Sie die in den einzelnen Abschnitten entstehenden Induktionsspannungen!

36. Eine Spule mit 20 Windungen wird wie abgebildet gleichförmig mit einer Geschwindigkeit von 0,1 m/s durch ein homogenes Magnetfeld (B = 0,02 T) geführt.



a) Zeichnen Sie das auf die Spulenfläche bezogene Φ-t-Diagramm und das zugehörige U_i-t-Diagramm!

b) In einem zweiten Teilversuch befindet sich die Spule vollständig im Magnetfeld und rotiert mit 50 Hz um die eingezeichnete Drehachse. Beschreiben Sie den zu erwartenden U_i-t-Zusammenhang mittels Gleichung und Diagramm!

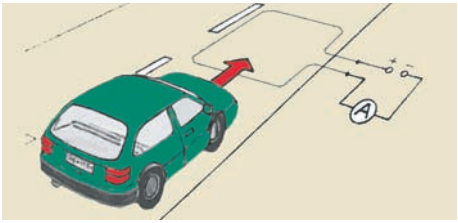
37. Bei Anwendungen der elektromagnetischen Induktion ändert sich entweder die magnetische Flussdichte oder die wirksame Fläche mit der Zeit. Beschrieben werden können diese beiden Möglichkeiten mit den Gleichungen:

$U_i = -N \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$ bzw. $U_i = -N \cdot B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t}$

a) Nennen Sie je ein technisches Gerät, dessen Wirkungsweise auf dem in den Gleichungen beschriebenen Zusammenhängen basiert!

b) Beschreiben Sie den Aufbau und die Wirkungsweise des betreffenden Gerätes!

38. Mithilfe einer in der Straße eingelassenen Induktionsschleife kann z. B. die Schaltung einer Ampel gesteuert werden.

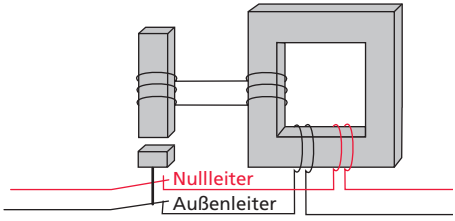


a) Beschreiben Sie die Funktionsweise einer solchen Induktionsschleife!

b) Würde eine solche Anordnung auch ohne Spannungsquelle funktionieren?

c) Geben Sie eine Möglichkeit an, wie man mithilfe von Induktionsschleifen die Geschwindigkeit von Fahrzeugen ermitteln könnte!

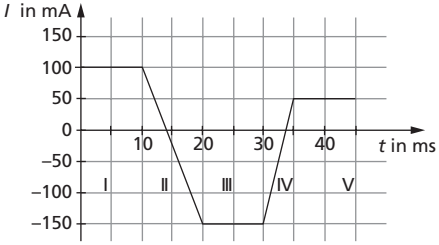
39. Die Skizze zeigt vereinfacht den Aufbau eines Fehlerstromschutzschalters (FI-Schalter). Erklären Sie seine Wirkungsweise!



40. a) Leiten Sie aus dem Induktionsgesetz die Gleichung $U_i = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$ für die Selbstinduktionsspannung her!

b) Durch eine Spule mit 1500 Windungen fließt ein Strom der Stärke 0,75 A. Die 10 cm lange Spule hat eine Windungsfläche von 6,6 cm^2 und einen Eisenkern ($\mu_r = 20$). Welche Spannung wird induziert, wenn der Strom abgeschaltet wird und der Ausschaltvorgang 9 ms dauert?

41. Eine 20 cm lange Zylinderspule mit 500 Windungen und 5,2 cm Durchmesser wird von einem zeitlich veränderlichen Strom durchflossen (s. Diagramm).



Ermitteln Sie die entstehenden Selbstinduktionsspannungen! Stellen Sie diese in Abhängigkeit von der Zeit dar!

Gleichstromkreis

42. Eine Glühlampe mit den Kenndaten 6 V/3 W soll an die Netzspannung von 230 V angeschlossen werden. Welche Möglichkeiten dafür gibt es?

43. Es stehen drei Widerstände mit 10 Ω, 20 Ω und 30 Ω sowie eine Spannungsquelle mit 100 V zur Verfügung. Die Widerstände können in unterschiedlicher Weise geschaltet sein.

a) Wie viele verschiedene Gesamtwiderstände kann man damit realisieren? Wie groß sind die jeweiligen Gesamtwiderstände?

b) Die drei Widerstände werden in Reihe geschaltet. Berechnen Sie die Stromstärke und die Teilspannungen an den Widerständen!

c) Die drei Widerstände werden parallel geschaltet. Wie groß sind dann die Teilströme?

d) Vergleichen Sie die in den Widerständen umgesetzten elektrischen Leistungen bei Reihen- und Parallelschaltung!

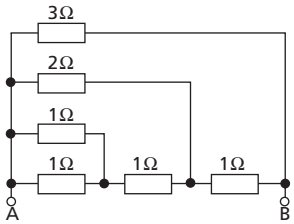
44. Um die Länge eines aufgewickelten Kupferdrahtes (d = 0,4 mm) zu bestimmen, wird der Widerstand des Drahtes mit einem Ohmmeter zu 72 Ohm ermittelt. Wie lang ist der Draht?

45. An einer Spannungsquelle werden die nachfolgend genannten Werte gemessen:

I in mA	12	25
U_K in V	24,6	24,3

Wie groß sind der innere Widerstand der Spannungsquelle und die Urspannung U_0?

46. Wie groß ist der Gesamtwiderstand zwischen den Punkten A und B?



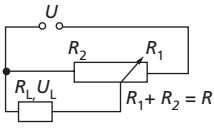
47. Ein Wasserkocher hat ein Typenschild mit den Angaben 230 V/800 W.

a) Welcher Strom fließt durch die Heizspirale?

b) Wie lange dauert es, bis in diesem Topf 0,5 Liter Wasser von 18 °C auf 75 °C erwärmt werden, wenn man von Wärmeverlusten absieht?

c) Wie lange dauert der Vorgang, wenn man von einem durchschnittlichen Wirkungsgrad von 80 % ausgeht?

48. Die Spannung an einem Bauteil kann z. B. mithilfe eines Potenziometers kontinuierlich verändert werden.



a) Bei einem unbelasteten Potenziometer ist der Lastwiderstand R_L unendlich groß. Leiten Sie eine Gleichung für die Spannung U_L ab,

b) Weisen Sie nach, dass für ein belastetes Potenziometer die folgende Gleichung gilt:

$$U_L = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_L}}$$

c) Stellen Sie die Spannung U_L in Abhängigkeit von R_2 für R = 100 Ω, U = 20 V und R_L = 110 Ω und R_L = 25 Ω grafisch dar! Zeichnen Sie auch den Graphen für $R_L \to \infty$!

d) Interpretieren Sie das Diagramm!

Elektrische Leitungsvorgänge

49. Der elektrische Leitungsvorgang in Metallen kann mit einem Teilchenmodell oder mit dem Bändermodell beschrieben werden.
- **a)** Charakterisieren Sie beide Modelle!
- **b)** Beschreiben Sie den Leitungsvorgang in Metallen mit den beiden Modellen!

50. Zwischen dem spezifischen elektrischen Widerstand ρ und der Beweglichkeit u von Elektronen in einem metallischen Leiter besteht die Beziehung:

$$\rho = \frac{1}{n \cdot e \cdot u}$$

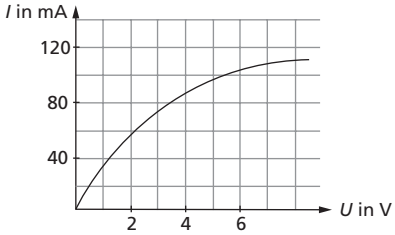
Dabei ist e die Elementarladung und n die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit.
- **a)** Geben Sie eine physikalische Interpretation der Größen ρ und u!
- **b)** Berechnen Sie für Aluminium die Beweglichkeit der Ladungsträger! 1 Mol Aluminium hat eine Masse von 26,98 g und eine Dichte von 2,70 g/cm^3. Vereinfacht kann man davon ausgehen, dass zu jedem Atom ein freies Elektron gehört.

51. In der Tabelle ist die Beweglichkeit von Elektronen bzw. Ionen in $\frac{m^2}{V \cdot s}$ bei 18 °C angegeben.

Kupfer	Silber	Silicium	Na^+	Cl^-
$3{,}1 \cdot 10^{-3}$	$5{,}6 \cdot 10^{-3}$	$130 \cdot 10^{-3}$	$4{,}6 \cdot 10^{-8}$	$6{,}85 \cdot 10^{-8}$

Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeiten bei einer Feldstärke von 10 V/m! Geben Sie an, wie man eine solche Feldstärke in einem Leiter realisieren könnte!

52. Für einen metallischen Leiter ergibt sich die im Diagramm dargestellte Kennlinie.



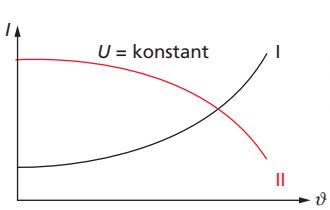
- **a)** Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Anstieg des Graphen und dem elektrischen Widerstand? Wie groß ist dieser bei 2 V und bei 6 V?
- **b)** Begründen Sie mithilfe der Größen Ladungsträgerdichte und Beweglichkeit der Ladungsträger den Verlauf des Graphen!
- **c)** Wie würde der Graph verlaufen, wenn beide Größen temperaturunabhängig wären?

53. Supraleiter gewinnen zunehmend an Bedeutung. Informieren Sie sich anhand von Lehrbüchern, Nachschlagewerken oder dem Internet über Hochtemperatur-Supraleiter (HTS) und deren Anwendung! Bereiten Sie dazu einen Vortrag vor!

54. In Flüssigkeiten erfolgt der Leitungsvorgang durch positiv oder negativ geladene Ionen.
- **a)** Wie dissoziieren NaCl, H_2SO_4, HNO_3, $CuSO_4$ und $MgCl_2$?
- **b)** Beschreiben Sie den Leitungsvorgang in einer Flüssigkeit am Beispiel einer wässrigen Kochsalzlösung!
- **c)** Leitungsvorgänge in Flüssigkeiten sind teils erwünscht und werden genutzt, teils sind sie unerwünscht. Nennen und erläutern Sie Beispiele dafür!

55. Bei der Schmelzflusselektrolyse gewinnt man aus Aluminiumoxid Al_2O_3 reines Aluminium
- **a)** Beschreiben Sie den Vorgang der Schmelzflusselektrolyse!
- **b)** Wie groß müsste die Stromstärke zwischen Anode und Katode sein, wenn sich in einer Stunde 1 kg Aluminium ablagern soll?

56. Thermistoren sind temperaturabhängige Halbleiterbauelemente.
- **a)** Ordnen Sie die Graphen Heißleiter bzw. Kaltleiter zu! Begründen Sie die Zuordnung!



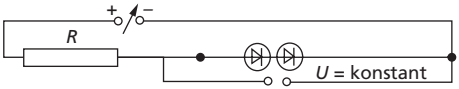


- **b)** Entwerfen Sie eine Schaltung, mit der man unter Nutzung eines Thermistors Temperaturmessungen durchführen kann!

57. In einer Schaltung mit Drahtwiderständen aus Kupfer soll der elektrische Widerstand bei Temperaturänderungen gleich bleiben. Beschreiben Sie eine Möglichkeiten, wie man das erreichen kann!

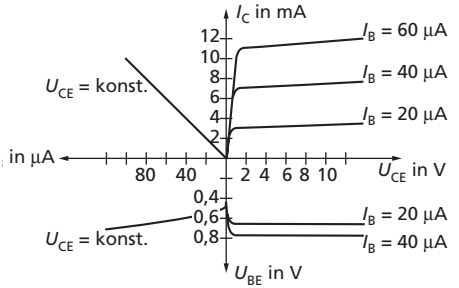
58. Beschreiben Sie den Aufbau und die Wirkungsweise
- **a)** einer Einweggleichrichterschaltung,
- **b)** einer Zweiweggleichrichterschaltung!

59. Um eine konstante Spannung von 1,4 V zu erhalten, wählt man die folgende Schaltung mit zwei Siliciumdioden:



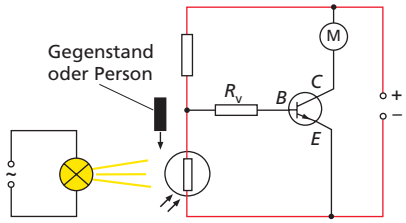
- **a)** Begründen Sie, weshalb der Spannungsabfall an den Dioden bei unterschiedlicher Spannung der Spannungsquelle gleich bleibt!
- **b)** Welche Möglichkeiten gibt es, andere konstante Spannungen zu erhalten?

60. Transistoren können als Verstärker oder als elektronische Schalter genutzt werden.
- **a)** Beschreiben Sie den Aufbau und die Wirkungsweise eines Bipolartransistors!
- **b)** Die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Größen beim Transistor können mithilfe einzelner Kennlinien oder eines Kennlinienfeldes beschrieben werden.



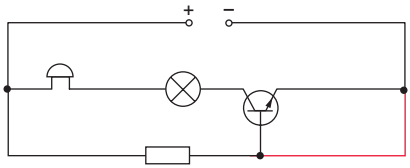
Interpretieren Sie schrittweise die in dem Kennlinienfeld dargestellten Zusammenhänge zwischen jeweils zwei Größen! Hinweise dazu finden Sie auch auf der beiliegenden CD.

61. Die Skizze zeigt eine einfache Variante für eine Steuerung, so wie sie z. B. bei Rolltreppen oder Fahrstuhltüren verwendet wird.



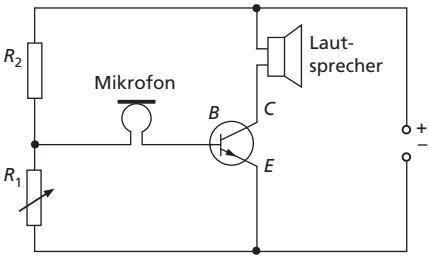
Beschreiben Sie die Wirkungsweise dieser Schaltung!

62. Schaufenster können gesichert werden, indem ein dünner Aluminiumstreifen um die Scheibe geklebt wird, der Bestandteil einer elektronischen Schaltung ist. In der Schaltskizze ist er rot eingezeichnet.



Beim Zerreißen des Drahtes wird Alarm ausgelöst. Erklären Sie die Wirkungsweise dieser Schaltung!

63. Die Skizze zeigt den Aufbau eines einfachen Mikrofonverstärkers.



Beschreiben Sie den Aufbau und erklären Sie die Wirkungsweise eines solchen Mikrofonverstärkers!

Wechselstromkreis

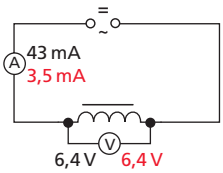
64. Für eine sinusförmige Wechselspannung gilt die Gleichung $u = 10\ \text{V} \cdot \sin \frac{2\pi}{0,01\text{s}} \cdot t$.

a) Wie groß sind Maximalwert, Frequenz und Effektivwert der Spannung?

b) Zeichnen Sie für diese Wechselspannung das u-t-Diagramm!

65. Sinusförmige Wechselspannung kann allgemein mit der Gleichung $u = u_{max} \cdot \sin \omega t$ beschrieben werden. Geben Sie die entsprechende Gleichung für die Netzspannung an!

66. Eine Spule wird zunächst mit einer Gleichspannungsquelle und anschließend mit einer Wechselspannungsquelle verbunden.



Die Messwerte sind in der Skizze angegeben.

a) Berechnen Sie den Gleichstrom- und den Wechselstromwiderstand!

b) Erklären Sie den Unterschied!

67. Eine zylindrische Luftspule mit einer Querschnittsfläche von 60 cm^2 und einer Länge von 10 cm hat 1000 Windungen aus 1,5 mm dickem Kupferdraht. Wie groß sind bei Netzfrequenz die Induktivität der Spule, ihr ohmscher Widerstand und ihr Scheinwiderstand?

68. An einer Reihenschaltung aus einem Kondensator mit einer Kapazität von 4 µF und einem ohmschen Widerstand (100 Ω) liegt eine Wechselspannung mit einer Frequenz von 100 Hz.
Wie groß sind kapazitiver Widerstand und Scheinwiderstand der Schaltung?

69. Eine Spule (22 Ω; 1,2 H) und ein Kondensator (15 µF) sind in Reihe geschaltet. An diese Reihenschaltung wird eine Spannung von 230 V/50 Hz angelegt.

a) Wie groß sind Effektivwert und Maximalwert der Stromstärke?

b) Die Frequenz der Spannung sei veränderlich. Bei welcher Frequenz erreicht die Stromstärke ein Maximum?

c) Bei welcher Frequenz würde eine Sicherung, die für 1,5 A ausgelegt ist, ansprechen?

d) Stellen Sie die Abhängigkeit des Scheinwiderstandes von der Frequenz in einem Diagramm dar! Interpretieren Sie das Diagramm!

70. Zur Begrenzung der Stromstärke in einem Stromkreis kann man einen ohmschen Widerstand oder eine Drosselspule verwenden.

a) Warum ist aus energetischer Sicht die Verwendung einer Drosselspule günstiger?

b) Welche Wärme wird in jeder Minute in einer Drosselspule (25 Ω; 0,2 H) entwickelt, wenn diese an Netzspannung (230 V/50 Hz) angeschlossen wird?

71. Eine Glühlampe hat bei Netzspannung eine Leistung von 75 W. Sie wird mit einem Kondensator (4 µF) in Reihe geschaltet.

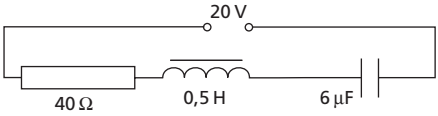
a) Skizzieren Sie das Schaltbild und bestimmen Sie für die angelegte Spannung von 230 V/50 Hz den Wirkwiderstand, den Blindwiderstand und den Scheinwiderstand!

b) Welche Stromstärke fließt im Stromkreis?

c) Welche Spannungen liegen an den beiden Bauelementen?

d) Ermitteln Sie aus dem Zeigerdiagramm und durch Rechnung die Phasenverschiebung φ!

72. Gegeben ist die folgende Schaltung:



a) Bestimmen Sie für eine Frequenz von 50 Hz den Blindwiderstand und den Scheinwiderstand!

b) Wie groß ist die Stromstärke im Stromkreis?

c) Welche Spannungen liegen an den drei Widerständen?

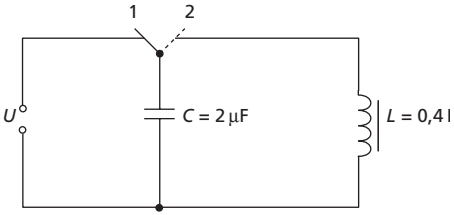
d) Leiten Sie eine Gleichung für die Berechnung der Phasenverschiebung her! Wie groß ist sie bei der gegebenen Schaltung?

e) Wie verändert sich der Scheinwiderstand mit der Frequenz? Stellen Sie den Zusammenhang grafisch dar. Wählen Sie dafür einen geeigneten Frequenzbereich!

f) Bestimmen Sie aus dem Diagramm und durch Rechnung die Frequenz für den minimalen Scheinwiderstand!

Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

73. Der Kondensator eines elektrischen Schwingkreises wird aufgeladen und anschließend über die Spule entladen.



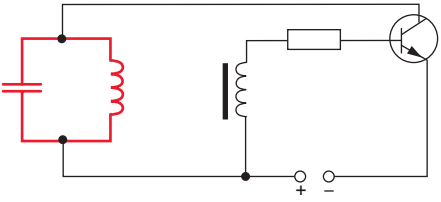
a) Beschreiben Sie die Vorgänge im Schwingkreis bei Vernachlässigung des ohmschen Widerstandes und bei Berücksichtigung des ohmschen Widerstandes!

b) Wie groß ist die Eigenfrequenz des Schwingkreises?

74. Für die meisten Anwendungen benötigt man ungedämpfte elektromagnetische Schwingungen.

a) Nennen Sie die Bedingungen, unter denen eine ungedämpfte elektromagnetische Schwingung zustande kommt.

b) Die Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau einer meißnerschen Rückkopplungsschaltung mit Transistor.



Beschreiben Sie den Aufbau und die Wirkungsweise einer solcher Schaltung!

75. Als Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht in Wasser wird in Tabellenwerken ein Wert von 225000 km/s angegeben. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit kann auch mit der Gleichung

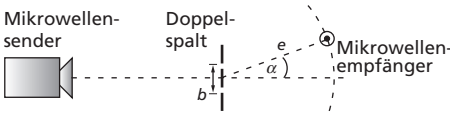
$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}}$ berechnet werden.

Führen Sie die Berechnung durch! Vergleichen Sie die Werte! Wie könnte man den Unterschied erklären?

76. Die Eigenschaften elektromagnetischer Wellen lassen sich experimentell besonders einfach mit Mikrowellen nachweisen.

a) Welchen Frequenz- und Wellenlängenbereich umfassen Mikrowellen?

b) An metallischen Gittern werden Mikrowellen gebeugt. Es treten Interferenzmuster auf. Zur Demonstration genutzt werden kann die folgende Versuchsanordnung:



c) Leiten Sie unter der Voraussetzung, dass der Abstand e groß gegenüber dem Spaltabstand b ist, eine Gleichung für die Interferenzmaxima her!

d) Wird der Empfänger auf dem angegebenen Kreisbogen bewegt, so treten bei den Winkeln $\alpha_1 = 0$ und $\alpha_2 = \pm 12°$ aufeinander folgende Maxima auf. Mit welcher Frequenz sendet der Mikrowellensender, wenn $b = 18$ cm und $e = 4{,}5$ m sind?

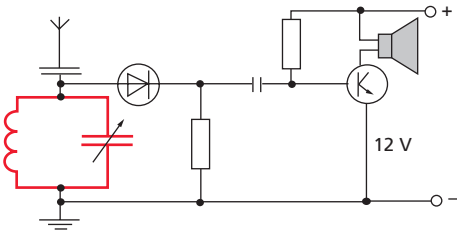
77. Ein Rundfunksender arbeitet mit einer Frequenz von 88,8 MHz.

a) In welchem Frequenzband ist er zu empfangen?

b) Wie groß ist die Wellenlänge der betreffenden hertzschen Wellen?

c) Wie lang müsste ein darauf abgestimmter Empfangsdipol etwa sein?

Beschreiben Sie den Aufbau und erklären Sie die Wirkungsweise eines einfachen Rundfunkempfängers!





5 Optik

Die Optik ist ein Bereich der Physik, der allein deshalb von großer Bedeutung ist, weil wir mehr als 50 % aller Informationen über die uns umgebende Welt mit dem Licht aufnehmen. Während in der Strahlenoptik die Wirkungsweise solcher optischer Anordnungen wie Auge, Mikroskop und Fernrohr verdeutlicht werden kann, ermöglicht die Wellenoptik zu erklären, weshalb das Auflösungsvermögen optischer Geräte begrenzt ist oder weshalb Licht + Licht Dunkelheit ergibt.

5.1 Modelle für das Licht

Entscheidende Schritte bei der Entwicklung von Vorstellungen über das Licht waren die von ISAAC NEWTON (1643–1727) entwickelte **Korpuskulartheorie,** die von CHRISTIAAN HUYGENS (1629–1695) entwickelte **Wellentheorie** und die von ALBERT EINSTEIN (1879–1955) aufgestellte **Photonentheorie.**

Die Frage, was Licht ist, lässt sich in elementarer Weise nicht beantworten. Wir wissen nur: Licht ist aus physikalischer Sicht eine überaus komplizierte Erscheinung und verhält sich teilweise wie eine Welle und teilweise wie etwas Portionshaftes (Teilchen). Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass in der Geschichte der Physik sehr unterschiedliche Auffassungen über das Wesen des Lichtes vertreten und verschiedene Modelle genutzt wurden. Auch heute arbeitet man in der Optik mit verschiedenen Modellen, wobei jedes dieser Modelle nur einige Merkmale bzw. Eigenschaften des Originals (des Lichtes) erfasst und darüber hinaus nur innerhalb bestimmter Grenzen gültig und sinnvoll anwendbar ist.

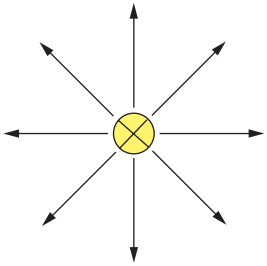
5.1.1 Das Modell Lichtstrahl

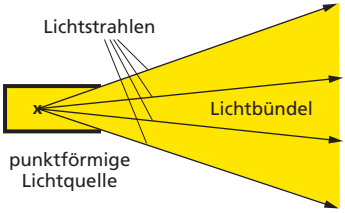
Das Licht einer Lichtquelle breitet sich geradlinig nach allen Seiten aus, wenn es nicht durch andere Körper daran gehindert wird. Den Weg des Lichtes und damit auch den Weg des Energiestromes von der Lichtquelle aus kann man sich durch Halbgeraden veranschaulichen, die als **Lichtstrahlen** bezeichnet werden.

Lichtstrahlen sind ein Modell zur Darstellung des Weges, den Licht zurücklegt.

Der Bereich der Optik, in dem man das **Modell Lichtstrahl** anwendet, wird als **Strahlenoptik** oder als **geometrische Optik** bezeichnet.







Das Modell Lichtstrahl ist gut geeignet für die Beschreibung der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes von einer Lichtquelle aus, der Schattenbildung hinter lichtundurchlässigen Körpern sowie der Reflexion und der Brechung. Es ist auch ein zweckmäßiges Modell für die Beschreibung des Lichtweges an Spiegeln, durch Prismen und Linsen sowie bei vielen optischen Geräten. Zu unterscheiden ist dabei zwischen dem realen Objekt Licht bzw. Lichtbündel und dem Modell Lichtstrahl. Die Begrenzung von **Lichtbündeln** erfolgt meist durch **Blenden.**

Zur Darstellung eines Lichtbündels reicht es meist aus, nur die **Randstrahlen** zu zeichnen.

Der französische Mathematiker und Jurist PIERRE FERMAT (1601–1665) hat dieses Modell um das so genannte **fermatsche Prinzip** erweitert.

Das **fermatsche Prinzip** ist ein Extremalprinzip, d. h. eine physikalische Größe nimmt ein Minimum oder ein Maximum an. Solche Prinzipien werden in der Physik oft mit Erfolg angewendet.

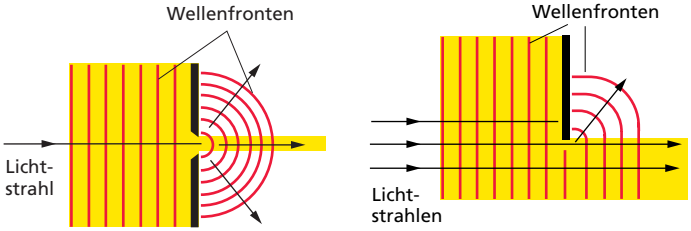


> Licht legt den Weg von der Lichtquelle zum Empfänger stets auf dem zeitlich kürzesten Weg zurück.

Daraus ergibt sich bei konstanter Ausbreitungsgeschwindigkeit in einem homogenen Stoff eine geradlinige Ausbreitung, weil eine Gerade die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten ist.

5.1.2 Das Modell Lichtwelle

Trifft Licht auf enge Spalte, sehr kleine Öffnungen oder Kanten, so tritt Beugung auf, also eine wellentypische Erscheinung (↗S. 152). Licht zeigt unter bestimmten Bedingungen Welleneigenschaften, die mit dem Modell Lichtstrahl nicht zu erfassen sind. Für die Beschreibung wellentypischer Erscheinungen bei Licht wird deshalb ein **Wellenmodell** genutzt. In den Skizzen sind zwei Beispiele für Beugung dargestellt. Auch Interferenz oder Polarisation sind nur im Wellenmodell erklärbar.



Der Bereich der Optik, in dem man das Modell Lichtwelle anwendet, wird als **Wellenoptik** bezeichnet.

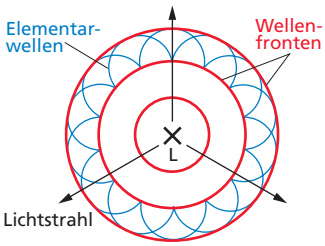
> Licht kann als elektromagnetische Welle aufgefasst werden. Die Frequenz beschreibt die Farbe des Lichtes, das Quadrat der Amplitude ist ein Maß für die Intensität des Lichtes.

Unter **Intensität des Lichtes** versteht man die vom Licht pro Zeit übertragene Energie je Fläche. In der Physik ist dafür auch die Bezeichnung **Bestrahlungsstärke** I üblich. Es gilt:

$$I = \frac{P}{A}$$

Dabei ist P die Strahlungsleistung, A die Fläche. Gemessen wird die Intensität in W/m^2.

Bei Anwendung des Wellenmodells bezieht man häufig des **huygenssche Prinzip** (↗S. 150 f.) mit ein, nach dem jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt einer Elementarwelle ist, die in ihrer Gesamtheit eine neue Wellenfront bilden. Wie aus der Skizze erkennbar ist, bestehen zwischen den genannten Modellen auch Zusammenhänge: Lichtstrahlen verlaufen stets senkrecht zu den Wellenfronten. Sie sind identisch mit **Wellennormalen.**



Für quantitative Überlegungen, z. B. bei der Überlagerung von Lichtwellen, kann man das **Zeigermodell** verwenden.



Ausführlich ist das **Zeigermodell** auf der CD dargestellt.

5.2 Ausbreitung des Lichtes in Stoffen und im Vakuum

Licht kann sich von Lichtquellen aus in Stoffen und im Vakuum ausbreiten. Trifft es auf Grenzflächen aus verschiedenen Stoffen, so können Reflexion und Brechung auftreten. Beim Durchgang durch Stoffe kann Licht gestreut und absorbiert werden.

5.2.1 Die Lichtgeschwindigkeit



RÖMER ermittelte aus mehrjährigen Beobachtungen der Verfinsterung von Jupitermonden beim Umlauf um den Jupiter um 1675 die **Lichtgeschwindigkeit** zu 227 000 km · s^{-1}. Messungen der Lichtgeschwindigkeit wurden später auch von LEON FOUCAULT (1819–1868) und ALBERT ABRAHAM MICHELSON (1852–1931) durchgeführt. MICHELSON ermittelte 1927 einen Wert von (299 796 ± 4) km · s^{-1}.



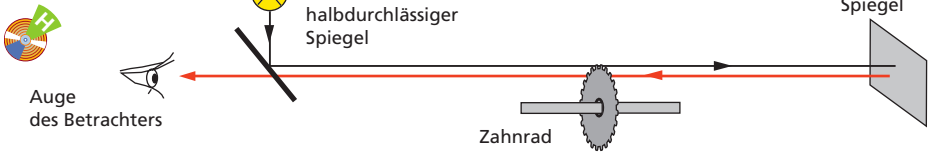
Die Frage, wie schnell sich Licht ausbreitet, blieb viele Jahrhunderte unbeantwortet. Während z. B. GALILEO GALILEI (1564–1642) von der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit überzeugt war, hielt sie z. B. der Astronom JOHANNES KEPLER (1571–1630) für unendlich groß.
Der Erste, der auf der Grundlage astronomischer Beobachtungen die Lichtgeschwindigkeit bestimmte, war der dänische Astronom OLAF RÖMER (1644–1710).
Die erste Messung auf der Erde gelang 1849 dem französischen Physiker HIPPOLYTE FIZEAU (1819–1896). FIZEAU nutzte dazu die unten skizzierte Experimentieranordnung.
Das Licht wurde von einer Lichtquelle aus über einen halbdurchlässigen Spiegel zwischen zwei Zähnen eines Zahnrades hindurch auf einen Spiegel gelenkt, dort reflektiert und gelangte dann durch die gleiche Lücke des Zahnrades und den halbdurchlässigen Spiegel zum Auge des Beobachters. Als Abstand zwischen Zahnrad und Spiegel wählte FIZEAU 8 633 m. Das Zahnrad hatte 720 Zähne. Wurde es in immer schnellere Umdrehung versetzt, so trat erstmals bei einer Drehzahl von 12,6 s^{-1} eine Verdunklung auf. Das vom Spiegel reflektierte Licht traf dann genau auf einen Zahn des Zahnrades. Die Zeit für das Drehen des Zahnrades von einer Lücke zu einem Zahn betrug:

$$t = \frac{1}{2 \cdot 720 \cdot 12{,}6}\ \text{s}$$

Während dieser Zeit hatte das Licht die Messstrecke zweimal durchlaufen. Die Lichtgeschwindigkeit ergab sich damit zu:

$$c = \frac{s}{t} = 2 \cdot 8\,633\ \text{m} \cdot 2 \cdot 720 \cdot 12{,}6\ \text{s}^{-1} = 313\,270\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

Durch weitere Messungen und genauere Messverfahren wurde diese wichtige Naturkonstante immer genauer bestimmt.



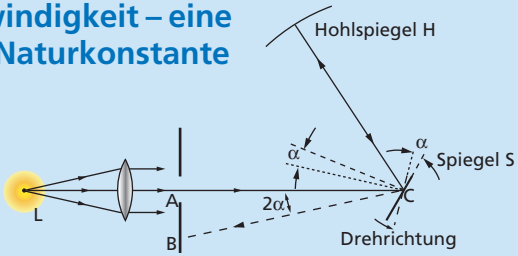
Die Lichtgeschwindigkeit – eine fundamentale Naturkonstante

Ein Astronom bestimmt die Lichtgeschwindigkeit

Die erste Abschätzung der Lichtgeschwindigkeit erfolgte nicht auf der Grundlage eines physikalischen Experiments, sondern im Ergebnis astronomischer Beobachtungen. Der dänische Astronom OLAF RÖMER (1644–1710), der von 1672–1681 am Pariser Observatorium tätig war und ab 1681 als Direktor der Sternwarte in Kopenhagen arbeitete, beobachtete und registrierte über mehrere Jahre hinweg die Verfinsterungszeiten der vier großen, von GALILEI entdeckten Jupitermonde (galileische Monde), insbesondere des Mondes Io. Dabei stellte er fest, dass sich der Zeitpunkt des Eintritts von Io in den Jupiterschatten mit der Entfernung Erde-Jupiter ändert. Befindet sich die Erde näher an Jupiter (Bild 1, Stellung A), so tritt die Verfinsterung des Jupitermondes früher ein als wenn sich die Erde weit weg von Jupiter (Stellung B) befindet. Aus der ermittelten Zeitdifferenz von etwa 22 min und dem damals nur ungenau bekannten Erdbahnradius ermittelte RÖMER 1685/86 eine Lichtgeschwindigkeit von etwa 227 000 km/s.

Der Drehspiegelversuch von FOUCAULT

Nachdem der französische Physiker HIPPOLYTE FIZEAU (1819–1896) im Jahre 1849 erstmals eine Messung der Lichtgeschwindigkeit auf der Erde durchgeführt hatte (↗S. 384), wurden Messungen dieser wichtigen Naturkonstanten in der Folgezeit mit unterschiedlichen Messverfahren wiederholt. Historisch bedeutsam ist der Drehspiegelversuch des französischen Physikers LEON FOUCAULT (1819–1862), den dieser um 1850 entwickelte. Der prinzipielle Versuchsaufbau ist in Bild 2 dargestellt. Durch einen schmalen Spalt A fällt Licht im Punkt C auf einen drehbar gelagerten Spiegel S. Dieser Spiegel reflektiert das Licht auf den Hohlspiegel H, dessen Krümmungsmittelpunkt in C liegt. Licht, das auf den Hohlspiegel trifft, wird von ihm in Richtung C reflektiert.



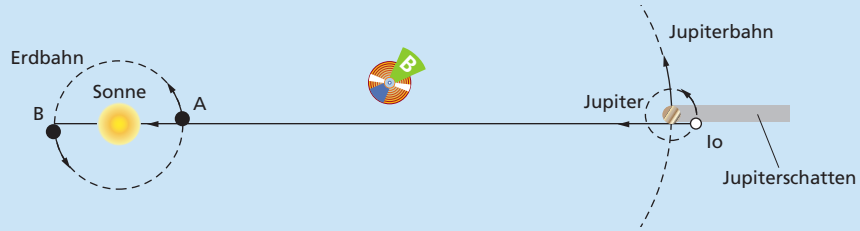
2 Drehspiegelmethode von FOUCAULT zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Solange der Spiegel S seine Lage nicht ändert, würde das Bild des Spaltes in A entstehen. Rotiert der Spiegel S, so trifft das vom Hohlspiegel H reflektierte Licht den Spiegel nach der Reflexion in einer etwas anderen Stellung. Hat sich der Spiegel um den Winkel α gedreht, so ist das Bild des Spaltes gegenüber der ursprünglichen Reflexionsrichtung um 2α abgelenkt und an der Stelle B zu finden. Aus dem Winkel α und der Drehzahl des Spiegels kann man die Zeit berechnen, in der das Licht die Strecke durchläuft. Die Lichtgeschwindigkeit ergibt sich dann zu:

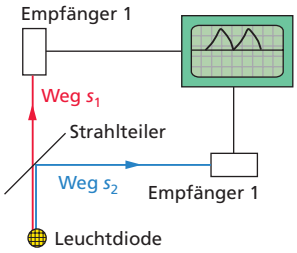
$$c = \frac{2 \cdot \overline{CH}}{t}$$

1862 gab FOUCAULT einen experimentell ermittelten Wert von 298 000 km/s an. Die Bedeutung des Verfahrens von FOUCAULT besteht neben der hohen Messgenauigkeit vor allem darin, dass zwischen Spiegel und Hohlspiegel auch andere Stoffe gebracht werden konnten. So wies FOUCAULT nach, dass die Lichtgeschwindigkeit in Wasser und Glas wesentlich kleiner als die in Luft ist.

Weitere Präzisionsmessungen der Lichtgeschwindigkeit wurden u. a. von A. A. MICHELSON (1852–1931) durchgeführt. Er gab 1927 als Wert für die Lichtgeschwindigkeit c = (299 796 ± 4) km/s an. Der heute festgelegte Wert beträgt c = 299 792,458 km/s.



1 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durch OLAF RÖMER im Jahr 1675



Heute kann man die Lichtgeschwindigkeit sehr genau im Labor messen. Da die verwendeten Strecken kurz sind, muss die Laufzeit sehr genau gemessen werden. Man verwendet eine Leuchtdiode, die in sehr kurzen Abständen Lichtblitze aussendet. Diese werden auf zwei Empfängern, die in verschiedener Entfernung angebracht sind, registriert und auf einem Oszilloskop angezeigt. Die Verschiebung der Signale im Oszilloskopbild wird verwendet, um die Laufzeit des Lichtes zu bestimmen. Bringt man in den Lichtweg einen anderen Stoff, so kann man die Lichtgeschwindigkeit in diesem Stoff messen.

In Luft unter Normbedingungen hat die **Lichtgeschwindigkeit** einen Wert von 299 711 km · s^{-1}. Für das Vakuum und die Luft rechnet man meist mit dem Näherungswert 300 000 km · s^{-1}.

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt c = 299 792,458 km · s^{-1}.

Die Vakuumlichtgeschwindigkeit ergibt sich auch aus der elektrischen und der magnetischen Feldkonstanten (↗ S. 363). In Stoffen ist sie kleiner.

- In Wasser beträgt die Lichtgeschwindigkeit 225 000 km · s^{-1}, in leichtem Kronglas 199 000 km · s^{-1} und in Diamant 124 000 km · s^{-1}.

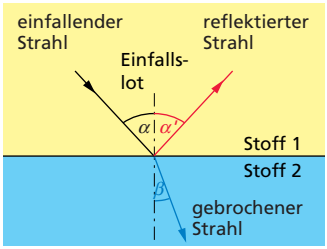
Das Meter ist eine von sieben Basiseinheiten des **Internationalen Einheitensystems.**

1983 wurde auf der 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht die Vakuumlichtgeschwindigkeit als eine **Grundkonstante** mit dem oben genannten Wert festgelegt. Auf diese Festlegung bezieht sich die heute gültige **Definition des Meter** als Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während einer Dauer von 1/299 792 458 s durchläuft.

5.2.2 Reflexion und Brechung von Licht

Reflexion von Licht

Ist der zweite Stoff lichtundurchlässig, so tritt nur **Reflexion** und **Absorption** (↗ S. 395) auf.

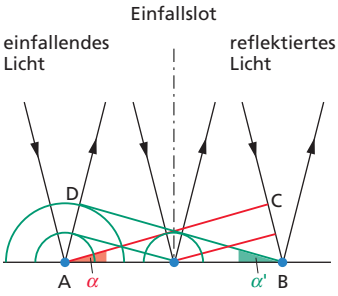


Trifft Licht auf die Grenzfläche zwischen zwei lichtdurchlässigen Stoffen, dann wird ein Teil des Lichtes an der Grenzfläche reflektiert, der andere Teil wird gebrochen. Das Verhältnis dieser beiden Anteile hängt unter anderem vom Einfallswinkel und von der Beschaffenheit der Grenzfläche ab. Für die Reflexion des Lichtes gilt das **Reflexionsgesetz.**

Das **Reflexionsgesetz** wird bei allen Arten von Spiegeln genutzt (↗ S. 396 f.).

Wenn Licht an einer Fläche reflektiert wird, so ist der Einfallswinkel α gleich dem Reflexionswinkel α'. Dabei liegen einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl in einer Ebene.

Wie bei mechanischen Wellen (↗S. 151) lässt sich auch bei Licht die Reflexion mit dem **Wellenmodell** beschreiben und erklären. Jeder Punkt, der von einer Wellenfront getroffen wird, ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle, wobei sich die Elementarwellen mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Wellen ausbreiten. Daher sind die Dreiecke ABC und BDA kongruent, demzufolge auch die Winkel α und α' gleich groß.



Eine Erklärung für den Verlauf des Lichtes bei der **Reflexion** kann auch mit dem **fermatschen Prinzip** (↗S. 383) gegeben werden.



Brechung von Licht

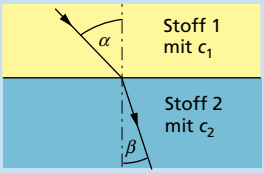
Für die Brechung von Licht beim Übergang von einem Stoff in einen anderen gilt das **Brechungsgesetz.**

Wenn Licht an einer Grenzfläche von einem lichtdurchlässigen Stoff in einen anderen lichtdurchlässigen Stoff übergeht, so gilt für den Einfallswinkel α und den Brechungswinkel β:

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}$ oder $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$

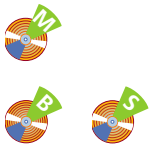
c_1, c_2 Lichtgeschwindigkeiten in den Stoffen 1 und 2

n Brechzahl



Die **Brechzahl** ergibt sich aus den Lichtgeschwindigkeiten der betreffenden Stoffe. Es gilt:

$n = \frac{c_1}{c_2}$



Wie Licht gebrochen wird, hängt demzufolge vom Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten (↗S. 384 f.) in den beiden Stoffen ab.

Übergang vom optisch dünneren zum optisch dichteren Stoff	**Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Stoff**
$c_1 > c_2 \rightarrow \alpha > \beta$ Das Licht wird zum Lot hin gebrochen.	$c_1 < c_2 \rightarrow \alpha < \beta$ Das Licht wird vom Lot weg gebrochen.
Luft–Glas Luft–Wasser	Glas–Luft Wasser–Luft

Die Begriffe „optisch dünner" und „optisch dichter" beziehen sich auf die **Lichtgeschwindigkeit** (↗S. 384 f.). In einem optisch dichteren Stoff ist die Lichtgeschwindigkeit kleiner als in einem optisch dünneren Stoff.

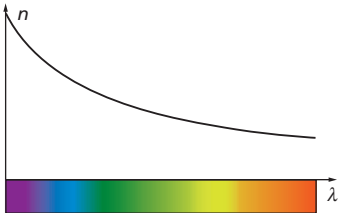
Die Lichtgeschwindigkeit in *einem* Stoff und damit auch die Brechzahl ist von verschiedenen Faktoren abhängig.
So gilt z. B. für Luft, dass die Lichtgeschwindigkeit sich mit Verringerung der Dichte (des Luftdruckes) vergrößert. In großer Höhe ist deshalb die Lichtgeschwindigkeit (etwas) größer als an der Erdoberfläche. Da sich die Dichte von Luft mit der Temperatur ändert, verändert sich auch die Lichtgeschwindigkeit mit der Temperatur.

Luftspiegelungen treten an Grenzflächen zwischen kalter und warmer Luft auf.

Darüber hinaus ist die Lichtgeschwindigkeit und damit die Brechzahl in Stoffen von der Wellenlänge abhängig.

Die Erscheinung, dass die Brechzahl eines Stoffes von der Wellenlänge abhängig ist, wird als **Dispersion** bezeichnet.

Die in Tabellenwerken angegebene Brechzahl von Stoffen bezieht sich auf die Vakuumlichtgeschwindigkeit und eine Wellenlänge von 589 nm (gelbe Natrium-Linien), also auf den mittleren Bereich des sichtbaren Lichtes.

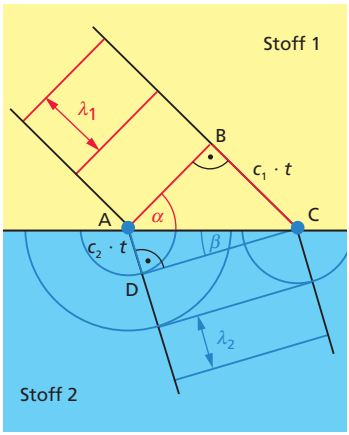


Eine Folge der Dispersion ist die Auffächerung von weißem Licht, also Licht unterschiedlicher Wellenlänge, in seine farbigen Bestandteile beim Durchgang durch ein Prisma (↗ S. 427). Dabei gilt: Für fast alle Stoffe ist die Brechzahl n für kurzwelliges (blaues) Licht größer als für langwelliges (rotes) Licht. Das bedeutet: In der Regel wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes Licht.

Ableitung des Brechungsgesetzes

Wie die Reflexion lässt sich auch die Brechung von Licht analog zu mechanischen Wellen (↗ S. 151 f.) mit dem Wellenmodell beschreiben und erklären. Jeder Punkt der Grenzfläche, der von einer Welle getroffen wird, ist nach dem huygensschen Prinzip (↗ S. 150 f.) Ausgangspunkt einer Elementarwelle, die sich in den Stoff hinein ausbreitet. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Elementarwellen ist gleich der Lichtgeschwindigkeit im jeweiligen Stoff. Geht eine Welle der Wellenlänge λ_1 vom Vakuum oder von Luft in einen Stoff mit der Brechzahl n über, dann ist die Lichtgeschwindigkeit in diesem Stoff $c_2 = c_1/n$ und damit auch die Wellenlänge λ_2/n. Diese Überlegungen gelten auch für die Elementarwellen.

α ist der Einfallswinkel und β der Brechungswinkel, denn $\overline{AC}$ steht senkrecht zum Einfallslot und $\overline{AB}$ bzw. $\overline{CD}$ senkrecht zur Wellennormalen.



Die Wege $c_1 \cdot t$ und $c_2 \cdot t$, die in der Zeit t zurückgelegt werden sind wegen $c_1 \neq c_2$ verschieden lang. Mithilfe der Winkel α und β kann man schreiben:

$$\overline{AC} = \frac{c_1 \cdot t}{\sin \alpha} \qquad (1)$$

$$\overline{AC} = \frac{c_2 \cdot t}{\sin \beta} \qquad (2)$$

Die Gleichsetzung von (1) und (2) ergibt:

$$\frac{c_1 \cdot t}{\sin \alpha} = \frac{c_2 \cdot t}{\sin \beta} \text{ oder}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$

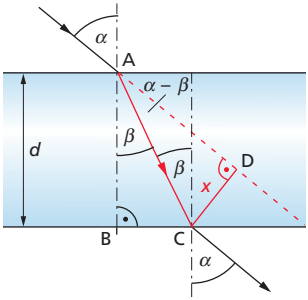
Weitere Hinweise zum **Reflexionsgesetz** und zum **Brechungsgesetz** sind auf der CD zu finden.

Das Brechungsgesetz kann auch auf andere Weise hergeleitet werden, z. B. unter Anwendung des fermatschen Prinzips oder mithilfe des newtonschen Korpuskularmodells (↗ S. 382).

Licht fällt aus der Luft unter einem Einfallswinkel von 30° auf eine 5 cm dicke Glasplatte aus schwerem Kronglas.

a) Wie groß ist der Brechungswinkel beim Übergang Luft–Glas?
b) Wie groß ist die Ablenkung des Lichtes aus seiner ursprünglichen Richtung?

Analyse:



Das Licht wird an der Grenzfläche Luft–Glas und Glas–Luft gebrochen. Der Brechungswinkel bei Luft–Glas ist gleich dem Einfallswinkel bei Glas–Luft. Damit verlässt der Lichtstrahl die Glasplatte unter dem gleichen Winkel α, unter dem er auf sie gefallen ist.
Der Brechungswinkel β ergibt sich aus dem Brechungsgesetz, die Ablenkung x kann dann mit geometrischen Mitteln berechnet werden.

Die beiden Winkel β (Brechungswinkel für Luft–Glas, Einfallswinkel für Glas–Luft) sind Wechselwinkel an Parallelen.

Gesucht: β, x
Gegeben: $\alpha = 30°$
$d = 5$ cm
$n = 1{,}61$

Eine solche Parallelverschiebung tritt nur auf, wenn das Licht schräg auf eine planparallele Platte trifft. Bei dünnen Platten, z. B. Fensterscheiben, ist der Effekt aber so gering, dass man ihn in der Regel nicht bemerkt.
Bei senkrechtem Einfall ist keine Parallelverschiebung zu beobachten.

Lösung:

a) Die Umstellung des Brechungsgesetzes in der Form $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ nach $\sin\beta$ ergibt:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$$

$$\sin\beta = \frac{\sin 30°}{1{,}61} = 0{,}3106 \rightarrow \beta = \underline{18{,}1°}$$

b) Im Dreieck ACD (s. Skizze) gilt:

$$\sin(\alpha-\beta) = \frac{x}{\overline{AC}} \quad \rightarrow \quad x = \overline{AC} \cdot \sin(\alpha-\beta) \qquad (1)$$

Die Strecke $\overline{AC}$ kann man im rechtwinkligen Dreieck ABC folgendermaßen berechnen:

$$\cos\beta = \frac{d}{\overline{AC}} \rightarrow \overline{AC} = \frac{d}{\cos\beta} \quad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein, so erhält man:

$$x = \frac{d \cdot \sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = \frac{5\text{ cm} \cdot \sin(30° - 18{,}1°)}{\cos 18{,}1°} = \underline{1{,}08\text{ cm}}$$

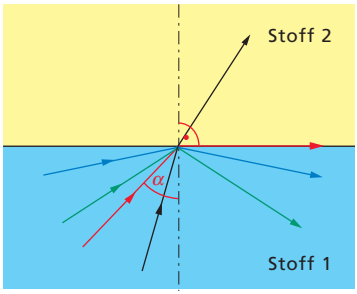
Ergebnis:
Der Brechungswinkel beträgt 18,1°. Der Lichtstrahl wird um etwa 1,1 cm parallel verschoben. Dieser Effekt ist immer dann zu beachten, wenn Licht schräg auf eine planparallele Schicht trifft.

Totalreflexion

Tritt Licht unter einem Winkel $\alpha \neq 0$ von einem Stoff 1 in einen Stoff 2 über und ist die Lichtgeschwindigkeit c_2 größer als c_1, dann ist der Brechungswinkel größer als der Einfallswinkel. Wird der Einfallswinkel kontinuierlich vergrößert, so erreicht der Brechungswinkel schließlich den Wert $\beta = 90°$. Bei weiterer Vergrößerung des Einfallswinkels wird sämtliches Licht an der Grenzfläche reflektiert. Es tritt **Totalreflexion** auf. Beobachten lässt sich diese Erscheinung z. B. beim Übergang des Lichtes von Wasser in Luft (siehe Foto). In der Skizze rechts ist der Sachverhalt für ausgewählte Winkel dargestellt.



Die **Totalreflexion** von Licht an der Grenzfläche Wasser–Luft kann man z. B. beobachten, wenn man bei einem Aquarium schräg von unten gegen die Wasseroberfläche sieht.



Die Erscheinung, dass beim Übergang des Lichtes von einem optisch dichteren Stoff (z. B. Glas) in einen optisch dünneren Stoff (z. B. Luft) bei bestimmten Winkeln sämtliches Licht an der Grenzfläche reflektiert wird, nennt man **Totalreflexion.**

Der Einfallswinkel, bei dem der Brechungswinkel gerade 90° beträgt, heißt **Grenzwinkel der Totalreflexion** α_G.

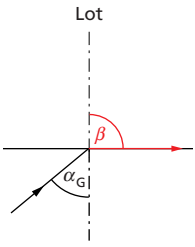
Dieser Grenzwinkel ergibt sich aus dem **Brechungsgesetz** (↗ S. 387): Mit $\beta = 90°$ und damit $\sin\beta = 1$ erhält man die genannte Gleichung.

Für alle Winkel $\alpha > \alpha_G$ tritt Totalreflexion auf. Der Grenzwinkel der Totalreflexion α_G beträgt:

$$\sin\alpha_G = \frac{c_1}{c_2}$$

c_1, c_2 Lichtgeschwindigkeiten in den Stoffen 1 und 2 ($c_1 < c_2$)





Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übergang von Licht aus Wasser in Luft?

Analyse:
Gesucht ist der Einfallswinkel α, bei dem der Brechungswinkel gerade 90° beträgt. Die zur Berechnung erforderlichen Lichtgeschwindigkeiten können einem Tabellenwerk entnommen werden.

Gesucht: α_G
Gegeben: $c_1 = 225\,000$ km/s
$c_2 = 299\,711$ km/s $\approx 300\,000$ km/s

Lösung:

$$\sin \alpha_G = \frac{c_1}{c_2}$$

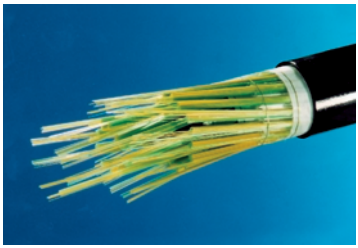
$$\sin \alpha_G = \frac{225\,000 \text{ km/s}}{300\,000 \text{ km/s}}$$

$$\sin \alpha_G = 0{,}750$$
$$\alpha_G = 48{,}6°$$

Ergebnis:
Für den Übergang Wasser–Luft beträgt der Grenzwinkel der Totalreflexion 48,6°. Für alle Einfallswinkel größer als 48,6° erfolgt damit Totalreflexion.

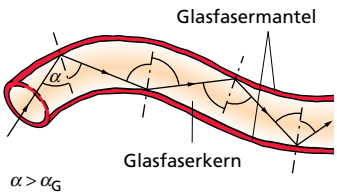
Genutzt wird die Totalreflexion bei verschiedenen Arten von Prismen (S. 392) sowie bei Glasfaserkabeln, die zur Informationsübertragung von Telefongesprächen, Computerdaten, Fernsehbildern und Rundfunkprogrammen eingesetzt werden.





Das links abgebildete **Glasfaserkabel** besteht aus insgesamt 4 000 Glasfasern, die jeweils zu Bündeln zusammengefasst sind. Die einzelnen Glasfasern haben Durchmesser von 0,005 mm bis 0,5 mm.

Glasfasern bestehen aus Glas, das etwa 50 000-mal durchsichtiger als Fensterglas ist. Umgeben ist der hochdurchsichtige Glasfaserkern von einem Mantel aus optisch dünnerem Glas. Die hohe Durchsichtigkeit des Glasfaserkerns sorgt dafür, dass das Licht über weite Strecken kaum geschwächt wird. Durch den Glasfasermantel wird erreicht, dass das Licht an den Rändern total reflektiert wird und damit in der Glasfaser verbleibt.



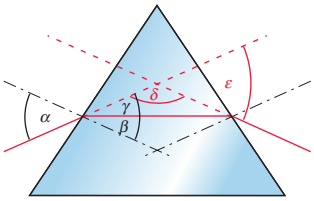
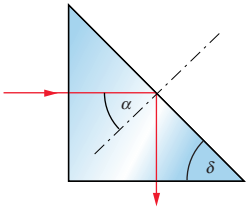
In der **Medizin** und in der Technik werden biegsame Glasfaserkabel in **Endoskopen** verwendet, um durch eine natürliche oder operativ erzeugte Körperöffnung das Licht einer Lichtquelle ins Körperinnere und umgekehrt Bilder aus dem Körperinneren nach außen zu transportieren.
Die **Nachrichtentechnik** wurde durch die Nutzung von Glasfaserkabeln regelrecht revolutioniert. Das Grundprinzip der Nachrichtenübertragung mit Glasfaserkabeln besteht darin, dass digitale elektrische Signale in Lichtimpulse umgewandelt, diese Impulse mit Glasfaserkabeln übertragen und dann wieder in digitale oder analoge elektrische Signale zurückgewandelt werden.

Die **Informationsübertragung mit Licht** ermöglicht den Transport größerer Datenmengen, da man z. B. für die Übertragung eines Telefonsgesprächs nur eine Lichtfrequenz benötigt.

Brechung an Prismen

Dreiseitige Prismen aus Glas, die zumeist regelmäßig oder rechtwinklig sind, werden zur **Umlenkung** von Licht genutzt.

Prismen werden auch genutzt, um weißes Licht infolge Dispersion in seine farbigen Bestandteile zu zerlegen (↗ S. 388, 427).

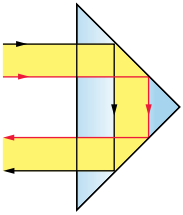
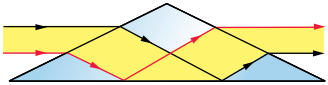
Umlenkprisma mit zweifacher Brechung	Umlenkprisma mit Totalreflexion
	
Bei symmetrischem Strahlengang erhält man die kleinste Ablenkung. Für den Ablenkungswinkel gilt: $\varepsilon = 2(\alpha - \beta)$	Bei symmetrischem Strahlengang beträgt die Ablenkung 90°. Es gilt: $\delta = 90° - \alpha$ α muss größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion sein.

Für den Winkel ε gilt:

$\varepsilon = 180° - \delta$
$= 180° - (180° - 2\gamma)$
$= 2\gamma = 2(\alpha - \beta)$

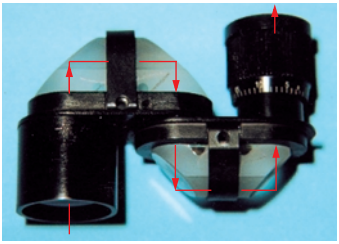
Prismen, bei denen die Lage von einfallenden und reflektierten Strahlen gerade umgekehrt ist, nennt man auch **Umkehrprismen.**

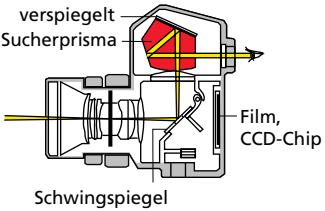
Die gezeichneten Strahlenverläufe in den Skizzen gelten nur für einfarbiges Licht.
Bei Verwendung von weißem Licht kann zusätzlich **Dispersion** auftreten (↗ S. 388).

Umkehrprisma mit zweifacher Totalreflexion	Umkehrprisma mit zweifacher Brechung und Totalreflexion
	

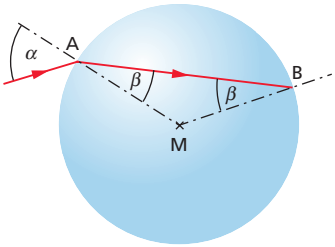
Prismen werden vor allem bei Ferngläsern und Fotoapparaten genutzt.

Links ist ein geöffnetes Minifernglas mit zwei Prismen, rechts das **Umkehrprisma** in einer Spiegelreflexkamera abgebildet.





Licht dringt von außen in eine Glaskugel ein.
Zeigen Sie, dass dieses Licht in der Kugel nicht total reflektiert werden kann!



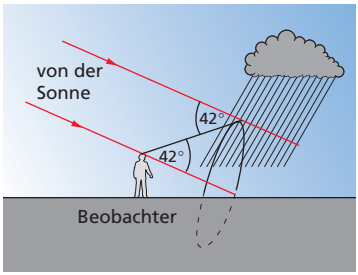
Im Punkt A fällt Licht unter dem Einfallswinkel α auf die Kugel und dringt mit dem Brechungswinkel β in die Kugel ein. Das Lot verläuft jeweils radial. Das Dreieck ABM ist gleichschenklig. Deshalb trifft der Lichtstrahl in B unter einem Einfallswinkel β auf die Grenzfläche Glas–Luft. Beim Punkt A folgt aus der Umkehrbarkeit des Lichtweges, dass der Winkel β kleiner sein muss als der Grenzwinkel der Totalreflexion. Folglich kann auch bei Punkt B keine Totalreflexion stattfinden. Das meiste Licht tritt aus der Kugel wieder aus.

Naturerscheinungen, die auf Brechung und Totalreflexion beruhen

Betrachtet man bei tief stehender Sonne eine Regenwand, wobei man die Sonne im Rücken hat, dann kann man oft einen **Regenbogen** beobachten, der immer die gleiche Farbfolge aufweist. Der Mittelpunkt des Regenbogens liegt auf einer von der Sonne durch das Auge des Beobachters gezogenen Geraden. Der Regenbogen selbst ist Teil des Grundkreises eines Kegels mit der Spitze im Auge des Beobachters und einem Öffnungswinkel von ca. 42°. Die Farbfolge beginnt innen bei Violett-Blau und endet außen bei Rot. Häufig sieht man auch nur einen Teil des Kreisbogens. Die gleiche Erscheinung kann man auch bei Springbrunnen oder Wasserfällen beobachten.

Unter günstigen Bedingungen beobachtet man unter einem Winkel von etwa 52° noch einen zweiten Regenbogen, den **Nebenregenbogen.**

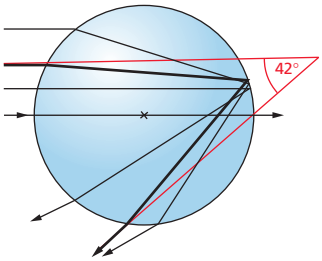




Tritt Sonnenlicht in einen kugelförmigen Wassertropfen ein, dann wird der blaue Anteil stärker gebrochen als der rote Anteil (s. Skizze S. 394 oben). Der größte Teil des Lichts tritt an der Rückseite des Tropfens wieder aus, ein kleinerer Teil wird reflektiert und verlässt dann den Regentropfen, wobei nochmal Brechung auftritt.
René Descartes stellte nun fest, dass die Ablenkung des Lichts sehr stark vom Einfallswinkel des nahezu parallelen Sonnenlichts abhängt.

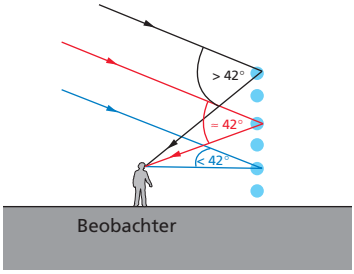
Eine erste umfassende Erklärung des Zustandekommens eines Regenbogens stammt von dem französischen Mathematiker und Naturforscher René Descartes (1596–1650), auch Cartesius genannt.

Bei einem **Nebenregenbogen** erfolgt in den Wassertropfen eine zweifache Reflexion.



Lässt man z. B. rotes Licht von der Symmetrieachse beginnend immer weiter oben einfallen, dann nimmt der Winkel zwischen einfallendem und ausfallendem Strahl zuerst zu und dann wieder ab. Er wird nie größer als 42°. Bei diesem Winkel findet man besonders viel zurückgestrahltes Licht.
Bei blauem Licht beträgt der betreffende Winkel 41°.

Genauere Untersuchungen zeigen, dass auch die Tröpfchengröße Einfluss auf das Aussehen eines Regenbogens hat. Dabei spielen unterschiedliche Weglängen und darauf folgende **Interferenz** (↗ S. 410 ff.) eine Rolle. Das beeinflusst auch das Aussehen eines Regenbogens.

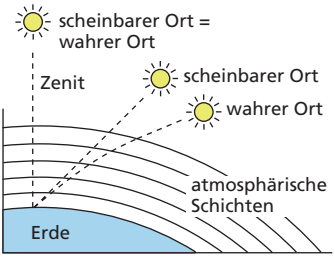


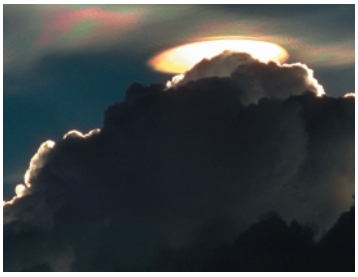
Wenn man nun gegen die Tröpfchenwand schaut, dann bildet das einfallende Licht zum Beobachter für weiter oben liegenden Tröpfchen einen größeren Winkel als für weiter unten liegende Tröpfchen (s. Skizze).
Weit oben befindliche Tröpfchen liefern in Richtung Beobachter kein zurückgestrahltes Licht. Deshalb ist es oberhalb des Regenbogens relativ dunkel. Im Bereich von etwa 42° befindet sich der obere (rote) Rand des Regenbogens. Darunter liegen die anderen Farben.
Im Innern des Regenbogens gibt es schwache Zurückstrahlung aller Farben. Deshalb ist der Himmel dort relativ hell.

Durch **Brechung in der Atmosphäre** treten weitere Effekte auf. Sterne sieht man in der Regel an einer anderen Stelle, als sie sich tatsächlich befinden (Skizze links). Ursache dafür ist die kontinuierliche Brechung des von einem Stern kommenden Lichtes beim Durchgang durch die Atmosphäre. Wir sehen den Stern an der Stelle, von der das Licht geradlinig herzukommen scheint.

Eine weitere Erscheinung sind **Luftspiegelungen (Fata Morgana)**, die durch **Totalreflexion** an Luftschichten zustande kommen.

Die Sonne erscheint in der Nähe des Horizonts manchmal abgeflacht (Foto rechts) und, ähnlich wie der Mond, besonders groß. Diese scheinbare Größenänderung ist eine Sinnestäuschung. Die Abflachung der Sonne kommt zustande, weil das Licht vom unteren Sonnenrand wegen des größeren Einfallswinkels stärker angehoben wird als das vom oberen Rand der Sonne.



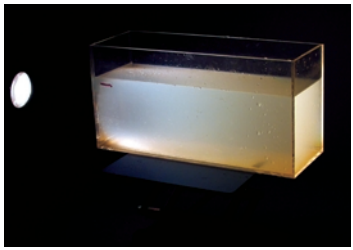


5.2.3 Streuung und Absorption von Licht

Licht wird nicht nur an Grenzflächen reflektiert und gebrochen, sondern es tritt auch mit den Stoffen, die es durchdringt, in Wechselwirkung. Durch eine solche Wechselwirkung entsteht **Streuung.**

Unter der Streuung von Licht versteht man seine Ablenkung aus der geradlinigen Bahn durch kleine Partikel, Moleküle und Atome.

Das gestreute Licht ist teilweise polarisiert (↗ S. 423 f.). Dieses polarisierte Streulicht wird z. B. von Bienen zur Orientierung genutzt. Bei Fotoaufnahmen erzielt man durch Nutzung eines Polarisationsfilters einen tiefblauen Himmel.



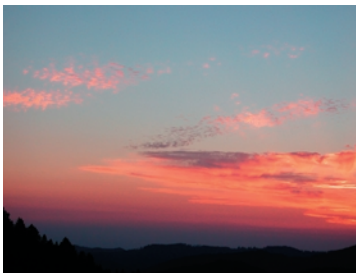
Gibt man in ein Gefäß mit Wasser einige Tropfen Milch und durchstrahlt das Gefäß in einer Richtung mit weißem Licht, dann beobachtet man quer zur Beleuchtungsrichtung eine Blaufärbung der Flüssigkeit. Schaut man entgegen der Beleuchtungsrichtung durch das Gefäß, dann erscheint es rot gefärbt. Beim Durchgang durch die Flüssigkeit wird mehr blaues Licht gestreut. Deshalb sieht die Flüssigkeit von der Seite blau aus. Dieses blaue Licht fehlt im durchgehenden Licht, sodass dieses Rot wirkt.

Der englische Physiker JOHN WILLIAM STRUTT (1842–1919), der spätere Lord RAYLEIGH, fand um 1870, dass die Intensität I des an Molekülen gestreuten Lichtes von der **Wellenlänge** abhängig ist:

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}$$

Analoge Effekte treten beim Durchgang von Sonnenlicht durch die Atmosphäre auf. Die Intensität des an den Gasteilchen gestreuten Lichtes hängt von der Wellenlänge ab: Blaues (kurzwelliges) Licht wird stärker gestreut als rotes (langwelliges) Licht. Dadurch sehen wir den wolkenlosen Himmel blau. In Horizontnähe erscheint er meist heller.





Der deutsche Physiker ADOLF MIE (1868–1957) stellte um 1900 fest, dass die Streuung von Licht an Aerosolen weitgehend unabhängig von der Wellenlänge ist.

Ursache dafür ist die Streuung an bodennahen **Aerosolen.** Das gestreute weiße Licht überlagert sich mit dem blauen Licht aus der Streuung an Gasteilchen. Morgens und abends muss das Licht einen besonders langen Weg durch die Atmosphäre zurücklegen. Das blaue Licht wird weggestreut; es bleibt rotes Licht übrig (**Morgenrot, Abendrot**).

Die Aufnahme von Licht und damit auch der Energie des Lichtes durch Stoffe wird als Absorption bezeichnet.

Weitere Hinweise zur Absorption findet man bei den **Strahlungsgesetzen** (↗ S. 241).

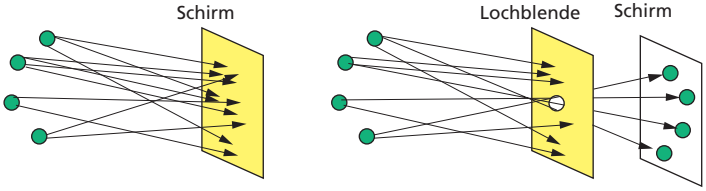
5.3 Bilder und optische Geräte

5.3.1 Bildentstehung an Spiegeln und Linsen

Entstehung und Arten von Bildern

Betrachten wir mit den Augen einen Gegenstand, so sehen wir von ihm in der Regel ein scharfes Bild, weil jedem Gegenstandspunkt ein Bildpunkt auf der Netzhaut unseres Auges zugeordnet ist. Bringt man dagegen einen Schirm vor einen Gegenstand, so erhält man kein Bild, weil von jedem Gegenstandspunkt Licht in die unterschiedlichsten Richtungen ausgeht (Skizze links). Erst wenn man den Strahlengang z. B. durch eine Lochblende einschränkt, erhält man eine eindeutige Zuordnung zwischen Gegenstands- und Bildpunkt und damit ein Bild (Skizze rechts).

Nach diesem Prinzip arbeitet die **Lochkamera.** Je kleiner die Lochblende ist, umso schärfer und umso lichtschwächer ist das Bild. Seine Größe hängt von der Entfernung Blende–Schirm und von der Gegenstandsgröße ab.



Das scharfe Bild eines Gegenstandes entsteht, wenn jedem Gegenstandspunkt eindeutig ein Bildpunkt zugeordnet werden kann.

Zu den Besonderheiten der menschlichen Wahrnehmung gehört es, dass wir einen Gegenstandspunkt dort sehen, wo das Licht, das ins Auge fällt, herzukommen scheint. Wird z. B. das von einem Gebäude kommende Licht an einer glatten Wasserfläche reflektiert, so scheint das Licht vom Spiegelbild auf der Wasseroberfläche herzukommen.



Das kann man z. B. durch Blenden, Spiegel oder Linsen erreichen. Beim menschlichen Auge sorgt ein optisches System aus Hornhaut, Augenflüssigkeit und Augenlinse dafür, dass ein Bild eines Gegenstandes auf der Netzhaut entsteht und von dort die Informationen zum Gehirn weitergeleitet und verarbeitet werden.
Grundsätzlich sind zwei Arten von Bildern zu unterscheiden.

Bilder von Gegenständen, die man auf einem Schirm auffangen kann, nennt man **reelle Bilder.**

- Ein reelles Bild entsteht, wenn man mit einem Diaprojektor das Bild eines Dias auf einer Projektionswand erzeugt oder wenn das Bild eines Gegenstandes auf der Netzhaut abgebildet wird.

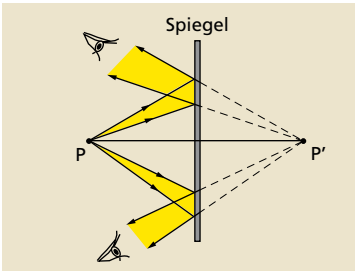
Bilder von Gegenständen, die man nicht auf einem Schirm allein auffangen, aber mit den Augen beobachten oder auch fotografieren kann, nennt man **virtuelle Bilder.**

- Betrachtet man sich im Spiegel, so sieht man sein Spiegelbild. Dieses Spiegelbild kann man auch fotografieren, nicht aber auf einem Schirm auffangen. Das Spiegelbild ist ein virtuelles Bild.

Bildentstehung an Spiegeln

Blickt man auf einen **ebenen Spiegel,** so sieht man sein Spiegelbild. Das Licht, das von einem Gegenstand ausgeht, fällt auf den Spiegel und wird dort reflektiert. Für einen Beobachter scheint es von dem Bild zu kommen.

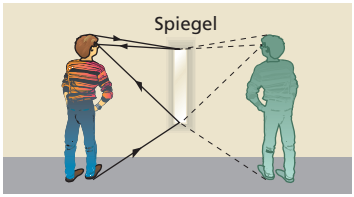




Für einen ebenen Spiegel gilt: Es entsteht ein virtuelles Bild, wobei Bild und Gegenstand bezüglich des Spiegels symmetrisch zueinander sind.

Das bedeutet: Das Bild ist genau so groß wie der Gegenstand, aufrecht und seitenrichtig. Es befindet sich vom Betrachter aus hinter dem Spiegel, wobei Gegenstandspunkte und zugehörige Bildpunkte gleich weit vom Spiegel entfernt sind.

Wie groß muss ein ebener Spiegel sein, damit man sich vollständig darin sehen kann?



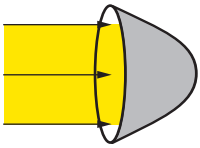
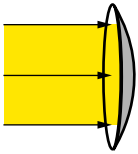
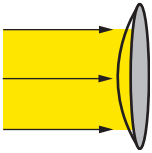
Die erforderliche Größe des Spiegels hängt nicht davon ab, wie weit man vom Spiegel entfernt ist.

Um sich in einem Spiegel vollständig zu sehen, muss das Licht von den Haarspitzen und den Fußspitzen über den Spiegel in die Augen fallen, so wie das in der Skizze dargestellt ist.
Ist die Spiegelebene parallel zum Gegenstand, dann ist nach dem Strahlensatz die Höhe des Spiegels gleich der halben Höhe des Bildes und damit auch des Gegenstandes. Das bedeutet: Will man sich vollständig sehen, dann muss der Spiegel mindestens halb so groß wie die Person sein.

Soll das Spiegelbild eines Gegenstandes vergrößert oder verkleinert sein, so muss man **gewölbte Spiegel** verwenden. Dabei ist zwischen **Hohlspiegeln (Konvexspiegeln)** und **Wölbspiegeln (Konkavspiegeln)** zu unterscheiden.
Eine spezielle Form von Hohlspiegeln sind **Parabolspiegel,** die z. B. bei Autoscheinwerfern oder Taschenlampen verwendet werden. Sie haben die spezielle Eigenschaft, dass das vom Brennpunkt ausgehende Licht so reflektiert wird, dass es anschließend nahezu parallel verläuft.

Ausführliche Hinweise zu **Hohlspiegeln** und **Wölbspiegeln** einschließlich charakteristischer Strahlenverläufe sind auf der CD zu finden.

Ob ein **Spiegel** als **Hohlspiegel** oder als **Wölbspiegel** wirkt, hängt von der Richtung des Lichteinfalls ab.

parabolischer Hohlspiegel (Parabolspiegel)	**kugelförmiger Hohlspiegel (Kugelspiegel)**	**kugelförmiger Wölbspiegel (Kugelspiegel)**
		
Autoscheinwerfer, Taschenlampenspiegel	Kosmetikspiegel	Weihnachtsbaumkugel, Verkehrsspiegel

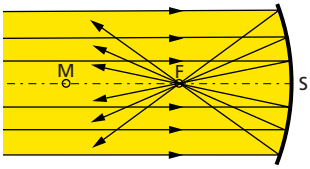
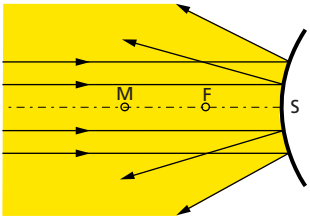
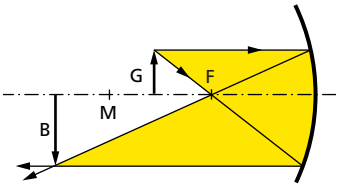
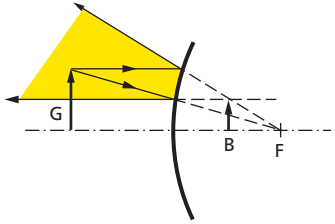
Hohlspiegel und Wölbspiegel unterscheiden sich wesentlich im Strahlenverlauf des Lichtes.

F ist der **Brennpunkt** des Spiegels, der Abstand $\overline{SF}$ die **Brennweite,** M der Krümmungsmittelpunkt. Ist *r* der Radius der Spiegelfläche, dann gilt:

$r = \overline{SM}$

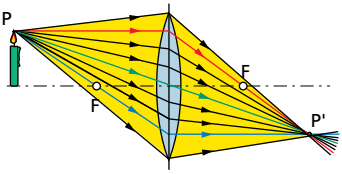
$\overline{SF} = f = \overline{FM} = \frac{1}{2} r$

Die gezeichneten Strahlenverläufe gelten nur für achsennahe Strahlen.

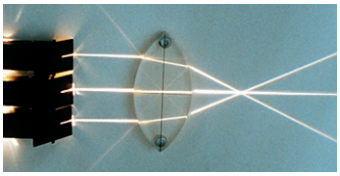
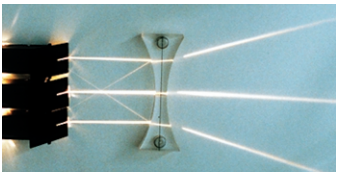
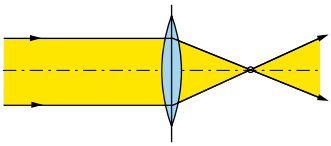
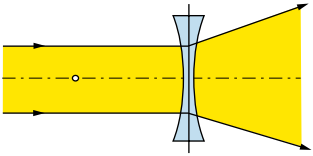
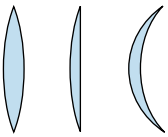
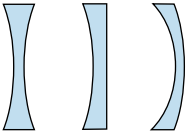
kugelförmiger Hohlspiegel	**kugelförmiger Wölbspiegel**
	
Paralleles Licht wird nach der Reflexion zunächst in einem Punkt (Brennpunkt) konzentriert.	Paralleles Licht wird in keinem Punkt konzentriert, sondern bildet einen divergenten Lichtkegel.
	
Befindet sich der Gegenstand zwischen einfacher und doppelter Brennweite, dann ist das Bild – vergrößert, – umgekehrt, – seitenvertauscht, – reell.	Befindet sich der Gegenstand in beliebiger Entfernung vom Spiegel, dann ist das Bild – verkleinert, – aufrecht, – seitenrichtig, – virtuell.

Zur **Bildkonstruktion** nutzt man wie bei Linsen (↗ S. 400) Parallelstrahlen, Brennpunktstrahlen und Mittelpunktstrahlen. Parallelstrahlen werden zu Brennpunktstrahlen und Brennpunktstrahlen zu Parallelstrahlen. Mittelpunktstrahlen werden in sich selbst reflektiert.

Bildentstehung an Linsen



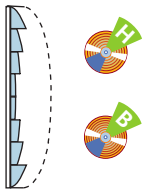
Wesentlich hellere und schärfere Bilder als mit Lochblenden gewinnt man mit **Linsen.** Eine Sammellinse ist so aufgebaut, dass das Licht, welches von einem bestimmten **Gegenstandspunkt *P*** ausgeht, durch unterschiedlich starke Brechung wieder in einem Punkt, dem **Bildpunkt *P'*,** gesammelt wird. Damit erreicht man die für die Bildentstehung notwendige eindeutige Zuordnung zwischen Gegenstandspunkten und Bildpunkten (↗ S. 396).
Je nach dem Strahlenverlauf unterscheidet man zwei große Gruppen von Linsen, die in der nachfolgenden Übersicht dargestellt sind.

Sammellinsen (Konvexlinsen)	**Zerstreuungslinsen (Konkavlinsen)**
	
	
Sammellinsen aus Glas oder Kunststoff sind in der Mitte dicker als am Rand.	Zerstreuungslinsen aus Glas oder Kunststoff sind in der Mitte dünner als am Rand.
	

Auf den Fotos ist zu erkennen, dass bei Linsen sowohl **Brechung** als auch **Reflexion** auftritt. Betrachtet wird nachfolgend nur die Brechung des Lichtes. Sie ist entscheidend für die **Bildentstehung durch Linsen.**

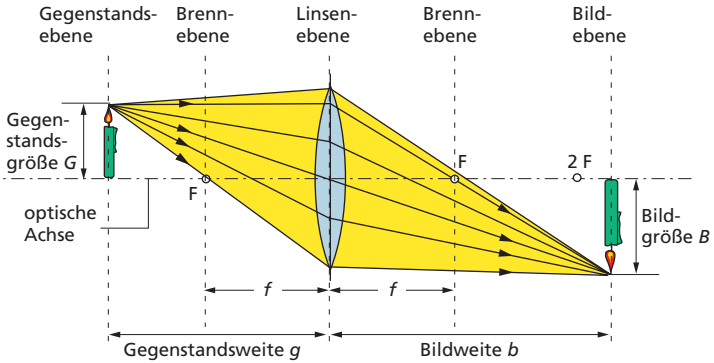
Die Bezeichnungen **Sammellinse** und **Zerstreuungslinse** kennzeichnen die optische Wirkung einer Linse. Die Bezeichnungen **Konvexlinse** und **Konkavlinse** kennzeichnet nur die äußerlich wahrnehmbare Form.

Eine besondere Form von Linsen sind **Fresnel-Linsen.** Das sind dünne, leichte und großflächige Linsen, meist aus Kunststoff, die die gleiche Brechung des Lichtes bewirken wie entsprechende dicke Linsen.
Dabei wird die Entdeckung des französischen Physikers Augustin Jean Fresnel (1788–1827) genutzt, dass entscheidend für die Stärke der Brechung des Lichtes nicht die Dicke der Linse, sondern ihre Krümmung ist. Solche Linsen werden z. B. bei Tageslichtprojektoren verwendet.



Ausführliche Informationen zu **Zerstreuungslinsen** sind auf der CD zu finden.

Wir konzentrieren uns nachfolgend auf die Betrachtung von dünnen Sammellinsen. Das sind Linsen, bei denen man die zweifache Brechung des Lichtes durch eine einmalige Brechung an der Linsenebene ersetzen kann.

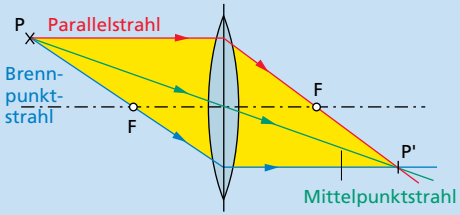


Bei einer **Sammellinse** hat die Brennweite immer einen positiven Wert, bei **Zerstreuungslinsen** dagegen einen negativen Wert.
$f = +100$ mm bedeutet: Es liegt eine Sammellinse mit einer Brennweite von 100 mm vor.

Die wichtigsten Bezeichnungen sind der Skizze zu entnehmen. Um das Bild eines Gegenstandes zu konstruieren, verwendet man meist **Parallelstrahlen, Brennpunktstrahlen** und **Mittelpunktstrahlen.**

Für **Zerstreuungslinsen** gelten die analogen Beziehungen. Bei Brennpunktstrahlen ist lediglich zu beachten, dass sie sich immer auf den Brennpunkt auf der anderen Seite der Linse beziehen.

Wenn diese Strahlen an einer Sammellinse gebrochen werden, so gilt unter der Bedingung dünner Linsen und achsennaher Strahlen:
- Ein **Parallelstrahl** wird so gebrochen, dass er dann durch den Brennpunkt verläuft.
- Ein **Brennpunktstrahl** wird so gebrochen, dass er dann parallel zur optischen Achse verläuft.
- Ein **Mittelpunktstrahl** geht ungebrochen durch eine Sammellinse.



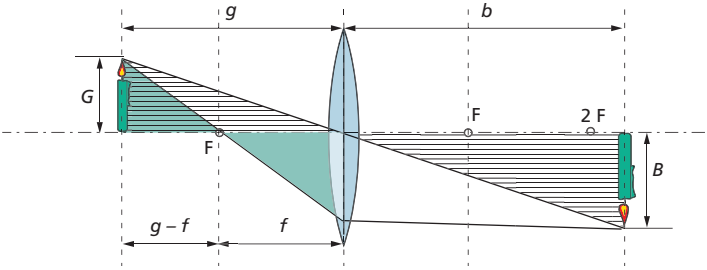
Zur zeichnerischen Konstruktion eines Bildpunktes sind jeweils nur zwei Strahlen erforderlich.

Eine kleine oder eine halbe Linse führen nicht etwa zu einem „abgeschnittenen" Bild, sondern lediglich zu einem dunkleren Bild.

Die genannten Strahlen sind zwar für die Bildkonstruktion sehr gut geeignet, sind aber für die Bildentstehung völlig unwichtig. Trifft z. B. ein Parallelstrahl von einem Gegenstandspunkt wegen der Größe des Gegenstandes überhaupt nicht auf die Linse, dann ergibt sich trotzdem ein Bildpunkt, den man mithilfe anderer Strahlen finden kann. Entscheidend für die Helligkeit eines Bildpunktes ist all das Licht, was von einem Gegenstandspunkt ausgeht und durch die Linse fällt. Das bilderzeugende Lichtbündel wird nur durch Blenden oder die Fassung der Linse begrenzt.

Zwischen Gegenstandsgröße, Bildgröße, Gegenstandsweite, Bildweite und Brennweite der Linse gibt es enge Zusammenhänge. Sie ergeben sich aus einfachen geometrischen Betrachtungen an dünnen Linsen.

In der Technik, z. B. bei **Fotoapparaten, Fernrohren** oder **Mikroskopen,** arbeitet man mit **Linsensystemen,** die sich wie eine Sammellinse oder eine Zerstreuungslinse verhalten.



Aus der gestrichelten Figur folgt nach dem Strahlensatz:

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

Dieser Quotient wird als **Abbildungsmaßstab** bezeichnet.

Für den Abbildungsmaßstab an dünnen Linsen gilt:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

B	Bildgröße
G	Gegenstandsgröße
b	Bildweite
g	Gegenstandsweite

Aus der in der Skizze oben grün markierten Figur ergibt sich ebenfalls nach dem Strahlensatz:

$$\frac{G}{B} = \frac{g-f}{f} = \frac{g}{f} - 1$$

Ersetzt man den Quotienten $\frac{G}{B}$ nach dem Abbildungsmaßstab durch $\frac{g}{b}$, so erhält man:

$$\frac{g}{b} = \frac{g}{f} - 1 \qquad \text{und nach Umformung:} \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g}$$

Durch Umstellung erhält man die **Abbildungsgleichung** für dünne Linsen.

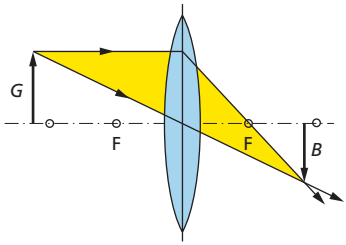
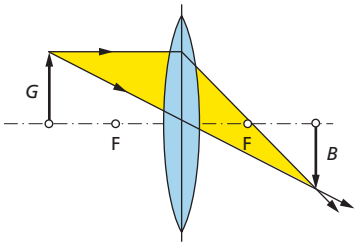
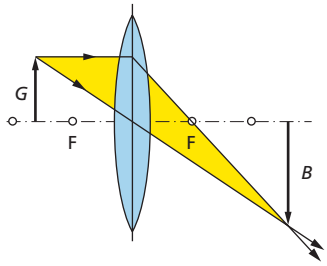
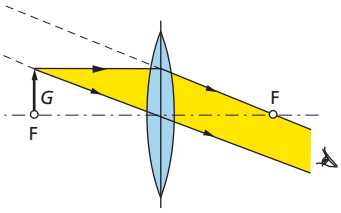
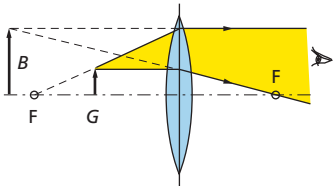
Für die Bildentstehung an dünnen Linsen gilt die Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{oder} \quad f = \frac{g \cdot b}{g + b}$$

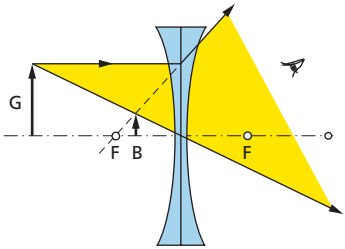
f	Brennweite
g	Gegenstandsweite
b	Bildweite

Bei Berechnungen ist die Brennweite für eine **Sammellinse** positiv, die für eine **Zerstreuungslinse** negativ.
Bei virtuellen Bildern (↗ S. 402) muss die Bildweite negativ angegeben werden.

Die Gleichung bezieht sich auf die Gegenstandsweite und damit auf die Bildweite, bei der ein **scharfes Bild** entsteht. Davor oder dahinter entstehen auch Bilder. Bringt man einen Schirm an die verschiedenen Stellen, so ist das Bild nur an einer Stelle scharf, an allen anderen unscharf.

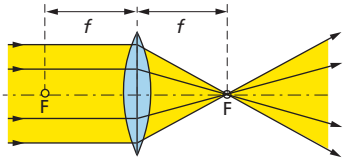
Ort des Gegenstandes	Bild und Bildkonstruktion	Eigenschaften des Bildes
außerhalb der doppelten Brennweite einer Sammellinse $g > 2f$		– verkleinert – umgekehrt – seitenvertauscht – reell (wirklich) $f < b < 2f$ $B < G$
in der doppelten Brennweite einer Sammellinse $g = 2f$		– gleich groß – umgekehrt – seitenvertauscht – reell (wirklich) $b = 2f$ $B = G$
zwischen einfacher und doppelter Brennweite einer Sammellinse $2f > g > f$		– vergrößert – umgekehrt – seitenvertauscht – reell (wirklich) $b > 2f$ $B > G$
in der einfachen Brennweite einer Sammellinse $g = f$		– kein scharfes Bild (Bild im Unendlichen) – gebrochene Strahlen verlaufen parallel – Linse voll mit der Farbe des Gegenstandes bedeckt $b \rightarrow \infty$
innerhalb der einfachen Brennweite einer Sammellinse $g < f$		– vergrößert – aufrecht – seitenrichtig – virtuell (scheinbar) $0 < b < \infty$ $B > G$

Bei Zerstreuungslinsen entsteht unabhängig von der Gegenstandsweite immer ein verkleinertes und virtuelles (scheinbares) Bild.

Ort des Gegenstandes	Bild und Bildkonstruktion	Eigenschaften des Bildes
beliebig vor einer Zerstreuungslinse		– verkleinert – aufrecht – seitenrichtig – virtuell

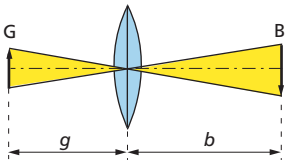
Von einer Sammellinse soll die Brennweite experimentell bestimmt werden. Welche Möglichkeiten dafür gibt es?

Die Brennweite einer Sammellinse kann in unterschiedlicher Weise bestimmt werden.



1. Möglichkeit:
Die Linse wird mit achsenparallelem Licht bestrahlt. Der Konzentrationspunkt des Lichtes ist der Brennpunkt. Sein Abstand von der Linsenebene ist die Brennweite *f*.

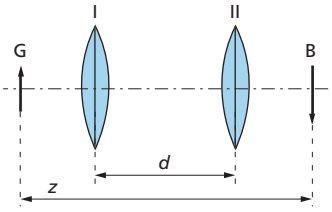
Die Genauigkeit der Messung kann verbessert werden, wenn man mit achsennahen Strahlen arbeitet und sehr sorgfältig paralleles Licht einstellt.



2. Möglichkeit:
Mit der Linse wird ein Gegenstand scharf auf einem Schirm abgebildet. Gegenstandweite *g* und Bildweite *b* können gemessen und daraus mithilfe der auf S. 401 genannten Abbildungsgleichung die Brennweite berechnet werden:

$$f = \frac{g \cdot b}{g + b}$$

Die **Messgenauigkeit** hängt vor allem von der genauen Einstellung der Bildweite ab. Eine Messreihe ist zu empfehlen.



3. Möglichkeit:
Es kann auch die **besselsche Methode** genutzt werden. Sie beruht darauf, dass es bei der Erzeugung eines reellen Bildes zwei mögliche Standorte für die Linse gibt. Es gilt dann:

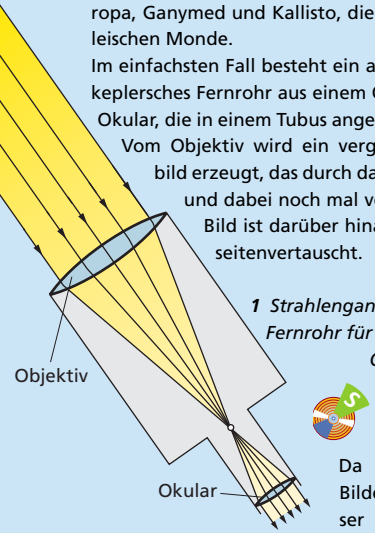
$$f = \frac{z^2 - d^2}{4z}$$

Benannt ist die Methode nach dem Astronomen Friedrich Wilhelm Bessel (1784–1846). Genutzt wird dabei die Umkehrbarkeit des Lichtweges.

Refraktoren und Spiegelteleskope

Das **Linsenfernrohr (Refraktor)** wurde um etwa 1600 erfunden. Diese Erfindung breitete sich rasch aus. So baute GALILEO GALILEI (1564–1642) ein Linsenfernrohr nach und verwendete es als Erster bei astronomischen Beobachtungen. Dabei entdeckte er u. a. die vier großen Jupitermonde Io, Europa, Ganymed und Kallisto, die so genannten galileischen Monde.

Im einfachsten Fall besteht ein astronomisches oder keplersches Fernrohr aus einem Objektiv und einem Okular, die in einem Tubus angeordnet sind (Bild 1). Vom Objektiv wird ein vergrößertes Zwischenbild erzeugt, das durch das Okular betrachtet und dabei noch mal vergrößert wird. Das Bild ist darüber hinaus umgekehrt und seitenvertauscht.



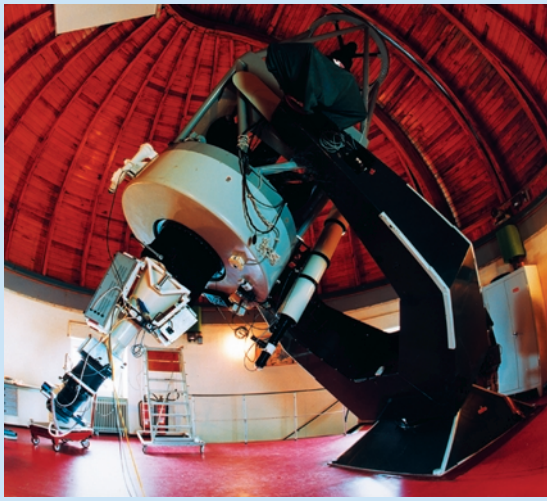
***1** Strahlengang beim keplerschen Fernrohr für sehr weit entfernte Objekte, z. B. Sterne*

Da die Helligkeit des Bildes vom Durchmesser des Objektivs abhängig ist, wurde versucht, immer größere Objektive zu bauen. Das stieß aber bereits um 1900 an Grenzen. Das größte jemals hergestellte und eingesetzte Fernrohrobjektiv ist das für den Refraktor des Yerkes-Observatoriums (USA) mit einem Durchmesser von 102 cm.



***2** Das längste Linsenfernrohr der Welt ist der 1896 in Betrieb genommene Refraktor der Archenhold-Sternwarte in Berlin-Treptow mit einer Brennweite von 21 m. Das Gerät ist voll funktionsfähig.*

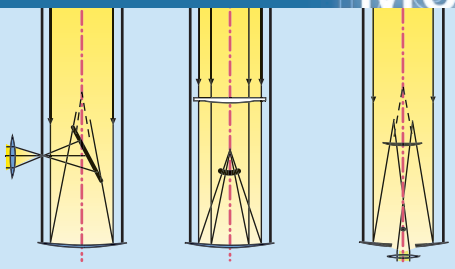
Fast parallel zur Entwicklung der Refraktoren wurden die ersten Teleskope unter Nutzung von Spiegeln gebaut. Als einer der Ersten konstruierte ISAAC NEWTON (1643–1727) um 1668 ein Spiegelteleskop mit 25 mm Öffnung. Auch hier ging die Entwicklung schnell weiter. Schon im 19. Jahrhundert arbeitete F. W. HERSCHEL (1738–1822) mit einem 1,2-m-Spiegel und W. PARSONS (1800–1867) mit einem 1,8-m-Spiegel.



***3** Das 1-m-Spiegelteleskop der Universitätssternwarte Bonn. Am unteren Ende ist eine CCD-Kamera angebracht.*

Weitere Meilensteine in der Entwicklung waren der Spiegel des Mt.-Wilson-Observatoriums (USA) mit 2,5 m Spiegeldurchmesser (1918) und der 5-m-Spiegel des Mt.-Palomar-Observatoriums (1949). Mithilfe dieser Instrumente wurden zahlreiche neue Erkenntnisse gewonnen.

Die optischen Bauteile eines Spiegelteleskops sind der Hauptspiegel, ein oder mehrere Hilfsspiegel und das Okular. Diese Baugruppen sind in den Tubus eingebaut, der bei modernen Geräten durch eine Gitterkonstruktion ersetzt ist. Nach der Art ihres Aufbaus unterscheidet man den NEWTON-, SCHMIDT- und CASSEGREIN-Spiegel, benannt nach den Forschern, die die betreffende Bauform eines Spiegelteleskops erstmals konstruiert bzw. verwendet haben. Vereinfacht ist der Strahlengang für diese drei Bauformen in Bild 1 (↗ S. 405) dargestellt.



***1** Strahlenverlauf beim NEWTON-Spiegel (a), SCHMIDT-Spiegel (b) und CASSEGREIN-Spiegel (c)*

Beim NEWTON-Spiegel (Bild 1a) befindet sich kurz vor dem Brennpunkt des Hauptspiegels ein ebener Hilfsspiegel, der das Licht aus dem Tubus herauslenkt. Am Tubusausgang werden das Okular oder Registriergeräte angebracht.

SCHMIDT-Spiegel (Bild 1b) verfügen über einen kugelförmig geschliffenen Hauptspiegel. Abbildungsfehler werden durch eine gläserne Korrektionsplatte ausgeglichen. Das Bild entsteht im Tubus auf einer kugelförmigen Fläche.

Der CASSEGREIN-Spiegel (Bild 1c) besitzt einen mittig durchbohrten Hauptspiegel. Das Licht wird durch den Hauptspiegel reflektiert und gebündelt. Es trifft dann auf einen Hilfsspiegel, der es zur Öffnung des Hauptspiegels reflektiert. Dort befindet sich das Okular bzw. Registriergeräte.

Für das theoretische Auflösungsvermögen von Teleskopen gilt die Beziehung:

$$\alpha = 1{,}22 \ \frac{\lambda}{D}$$

Dabei sind α das Auflösungsvermögen in Bogenmaß, λ die Wellenlänge des betreffendes Lichtes und D der Durchmesser des Objektivs (Spiegels). Dem praktisch erreichbaren Auflösungsvermögen sind vor allem durch Szintillationen Grenzen gesetzt, die bei etwa 0,5" liegen.

Gerät	**Durchmesser**	**max. Auflösungsvermögen**
Schulfernrohr	6,3 cm	2"
5-m-Spiegel	5 m	0,5"
HUBBLE-Weltraumteleskop	2,4 m	0,1"
8-m-Spiegel	8 m	0,1"
gekoppelte 8-m-Spiegel + Hilfsspiegel	16 m	0,001"

Abhilfe schafft nur die Beobachtung im Weltraum (z. B. HUBBLE-Weltraumteleskop, s. CD) oder die Verwendung einer **adaptiven Optik.** Das bedeutet: Ein relativ dünn gearbeiteter Hauptspiegel ist auf motorbetriebenen Stützen gelagert, deren Stellung durch einen Computer gesteuert wird. Der Computer wertet ständig die Bildqualität aus und errechnet die notwendigen Korrekturen. Damit wird die Spiegelform der jeweiligen optischen Situation angepasst. Ein Beispiel dafür ist das NTT (**N**ew **T**echnology **T**elescope) der ESO (**E**uropean **S**outhern **O**bservatory) auf dem Berg La Silla (Chile, 2 400 m Höhe) mit einem Spiegeldurchmesser von 3,58 m.

In dem Bestreben, immer größere Spiegel zu erhalten, werden unterschiedliche Wege gegangen. Eine Möglichkeit besteht darin, den Hauptspiegel aus Teilspiegeln zusammenzusetzen. Ein solcher **Facettenspiegel** mit insgesamt 10 m Durchmesser wird beim Keck-Teleskop (Hawaii) genutzt.



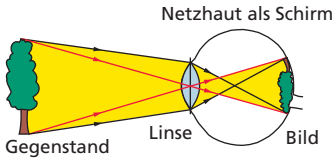
***2** Das VLT der Europäischen Südsternwarte befindet sich in 2 600 m Höhe auf dem Berg Paranal, 130 km südlich von Antofagasta (Chile).*

Beim VLT (**V**ery **L**arge **T**elescope) der ESO (Bild 2), dessen erste Teile 1998 in Betrieb genommen wurden, können vier 8-m-Spiegel unabhängig voneinander arbeiten, aber auch optisch miteinander gekoppelt werden. Die einzelnen Spiegel verfügen über eine aktive Lagerung, d. h. der Spiegel wird computergesteuert den Bedingungen angepasst. Die optisch gekoppelten Spiegel wirken wie ein 16-m-Spiegel. Ausführliche Informationen und aktuelle Bilder sind im Internet unter der Adresse **www.eso.org** zu finden.

5.3.2 Optische Geräte

Das menschliche Auge

Bei zeichnerischen Darstellungen ersetzt man das optische System des **Auges** durch eine Sammellinse.



Das menschliche Auge ist ein kompliziertes optisches System, das aus Hornhaut, Augenflüssigkeit, Augenlinse und Glaskörper gebildet wird und insgesamt wie eine Sammellinse mit einer hinteren Brennweite von etwa 23 mm wirkt. Die Augenlinse wird durch Muskeln so gekrümmt, dass auf der Netzhaut ein scharfes, umgekehrtes, seitenvertauschtes und reelles Bild entsteht. Dieses wird durch Lichtsinneszellen (Stäbchen und Zäpfchen) registriert und als Signale über den Sehnerv zum Gehirn übertragen. Aus Erfahrung nehmen wir das Bild aufrecht und seitenrichtig wahr.
Die Anpassung an unterschiedlich weit entfernte Gegenstände erfolgt mithilfe der Augenlinse, die Anpassung an die Intensität des einfallenden Lichtes durch die Pupille, eine Blende mit veränderlicher Öffnung.

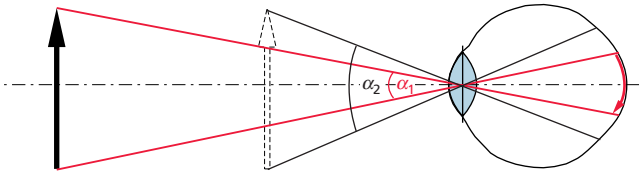
Stäbchen reagieren auf Hell-Dunkel-Reize, die weniger empfindlichen Zäpfchen auf Farben.

Die Festlegung der deutlichen Sehweite auf 25 cm ergibt sich aus der Erfahrung.

> Ein gesundes Auge kann Gegenstände ohne Anstrengung in einer minimalen Entfernung von 25 cm (deutliche Sehweite) scharf abbilden.

Der Sehwinkel ergibt sich aus der Entfernung eines Gegenstandes vom Auge und seiner Größe. Er wird durch Verwendung von **Lupen, Mikroskopen** und **fernrohren** verändert.

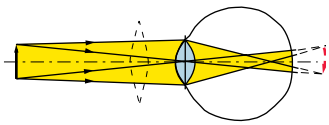
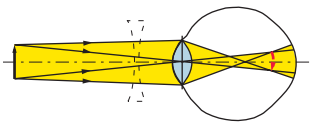
Die Größe des Netzhautbildes und damit der Größeneindruck, den wir von einem Gegenstand haben, wird durch den Sehwinkel bestimmt.



Häufige Sehfehler sind Weitsichtigkeit und Kurzsichtigkeit.

Weitsichtigkeit wird auch als **Übersichtigkeit** bezeichnet. Eine spezielle Form ist die Altersweitsichtigkeit.

Die Stärke von Brillengläsern wird in Dioptrien (dpt) angegeben. Das ist die Einheit der **Brechkraft** D, für die gilt: $D = \frac{1}{f}$ (f in Meter)

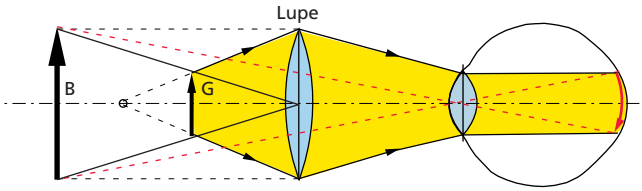
Weitsichtigkeit	Kurzsichtigkeit
Gegenstände in der Nähe können nicht scharf abgebildet werden.	Gegenstände in der Ferne können nicht scharf abgebildet werden.
	
Korrektur durch Sammellinse (positive Dioptrienzahl)	Korrektur durch Zerstreuungslinse (negative Dioptrienzahl)

Das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges, also die Fähigkeit, zwei Gegenstandspunkte noch getrennt wahrzunehmen, wird durch die Dichte der Lichtsinneszellen in der Netzhaut und durch Beugungseffekte (↗ S. 416 f.) bestimmt, die an der Pupille auftreten. Ein normalsichtiges Auge kann gerade noch zwei Punkte als getrennt wahrnehmen, die 1 m vom Auge entfernt sind und einen Abstand von 3 mm voneinander haben Das entspricht einem Sehwinkel von etwa einer Bogenminute (1').

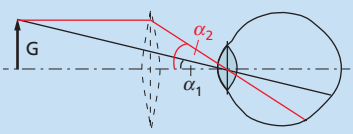
Bei vielen Vogelarten ist das **Auflösungsvermögen des Auges** wesentlich größer als beim Menschen. Den Wert von 1' für das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges fand ROBERT HOOKE (1635–1703) bereits im Jahre 1674.

Lupen

Eine Lupe dient dazu, Gegenstände vergrößert zu sehen. Der Gegenstand befindet sich innerhalb der Brennweite der Sammellinse. Das wirksame Lichtbündel wird durch die Augenlinse begrenzt.



Es entsteht ein vergrößertes, aufrechtes, seitenrichtiges und virtuelles Bild, das mit dem Auge betrachtet wird. Allgemein gilt:



Die **Vergrößerung *V* eines optischen Gerätes** ist das Verhältnis des Tangens des Sehwinkels mit optischem Gerät zu dem ohne optisches Gerät.

$$V = \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1}$$

α_1 Sehwinkel ohne optisches Gerät
α_2 Sehwinkel mit optischem Gerät

Vergrößerung und **Abbildungsmaßstab** sind zwei unterschiedliche Größen. Die Vergrößerung bezieht sich immer auf den Sehwinkel.

Die so genannte **Normalvergrößerung** einer Lupe erhält man, wenn man den Gegenstand etwa in die Brennebene der Lupe bringt und sich die Augen in der deutlichen Sehweite (25 cm) vor der Lupe befinden.

Für die Vergrößerung einer Lupe (Normalvergrößerung) gilt:

$$V = \frac{25\ \text{cm}}{f}$$

f Brennweite der Lupe

Mit **Lupen** erreicht man sinnvolle Vergrößerungen von bis zu 15. Stärkere Vergrößerungen führen meist zu einer mangelhaften Bildqualität.

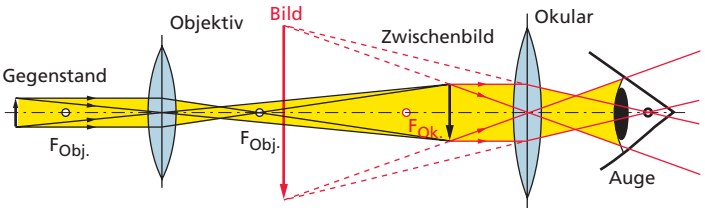
Mikroskope

Stärkere Vergrößerungen als mit Lupen erreicht man mit **Mikroskopen.** Ein Mikroskop besteht aus zwei Sammellinsen, dem **Objektiv** und dem **Okular.** Der Gegenstand wird zwischen die einfache und doppelte Brennweite des Objektivs gebracht, sodass durch das Objektiv ein bereits vergrößertes reelles Bild im Tubus des Mikroskops erzeugt wird.

Weitere weit verbreitete optische Geräte sind **Fotoapparate, Digitalkameras, Videokameras** und **Diaprojektoren.**

Die ersten **Mikroskope** wurden von dem niederländischen Naturforscher ANTONY VAN LEEUWENHOEK (1632–1723) und von dem englischen Naturforscher ROBERT HOOKE (1635–1703) gebaut.

Dieses Zwischenbild befindet sich innerhalb der Brennweite des Okulars. Damit wirkt das Okular als Lupe; man beobachtet mit den Augen ein stark vergrößertes, umgekehrtes, seitenvertauschtes, virtuelles Bild des Gegenstandes.



Mit **Lichtmikroskopen** sind Vergrößerungen bis etwa 2 000 sinnvoll.
Eine wesentlich höhere Vergrößerung erreicht man mit **Elektronenmikroskopen** (↗ S. 455), bei denen andere physikalische Gesetze genutzt werden.

Die **Vergrößerung** eines Mikroskops hängt von den Brennweiten von Objektiv und Okular sowie von der Tubuslänge (Abstand der Brennpunkte von Objektiv und Okular) ab.

Für die Vergrößerung eines Mikroskops gilt:

$$V = V_{Objektiv} \cdot V_{Okular} = \frac{t \cdot s}{f_{Obj} \cdot f_{Ok}}$$

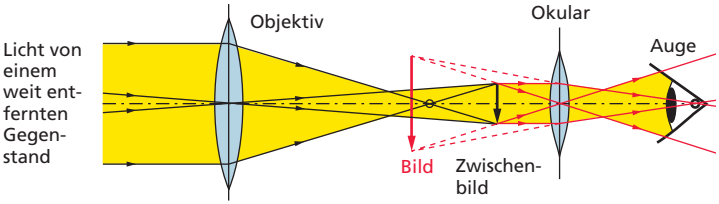
t Tubuslänge
s deutliche Sehweite

Weitere Hinweise zum Auflösungsvermögen eines Mikroskops sind ↗ S. 416 f. gegeben.

Fernrohre

Der beschriebene Aufbau geht auf den Astronomen JOHANNES KEPLER (1571–1630) zurück. Eine andere Bauweise mit einer **Sammellinse** und einer **Zerstreuungslinse** verwendete GALILEO GALILEI (1564–1642). Ein solches Fernrohr wird als galileisches Fernrohr bezeichnet. Es liefert ein aufrechtes Bild.

Um weit entfernte Gegenstände deutlicher zu sehen, werden Fernrohre genutzt. Mit einem Fernrohr wird eine Vergrößerung des Sehwinkels und damit auch ein größeres Bild auf der Netzhaut des Auges erreicht.
Ein **astronomisches** oder **keplersches Fernrohr** besteht aus zwei Sammellinsen. Mit dem **Objektiv** wird ein reelles Bild des weit entfernten Gegenstandes (Zwischenbild) erzeugt. Dieses Zwischenbild wird mit dem Okular betrachtet, wobei das **Okular** wie eine Lupe wirkt. Insgesamt entsteht ein verkleinertes, umgekehrtes, seitenvertauschtes und virtuelles Bild des Gegenstandes. Der Sehwinkel ist aber größer als ohne Fernrohr.



Das **Auflösungsvermögen** eines Fernrohres wird vor allem vom Durchmesser des Objektivs bestimmt.

Für die Vergrößerung eines keplerschen Fernrohres gilt:

$$V = \frac{f_{Obj.}}{f_{Ok.}}$$

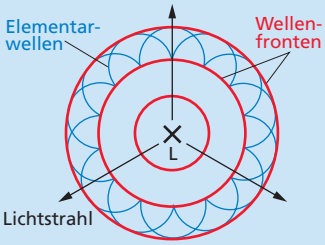
$f_{Obj.}$ Brennweite des Objektivs
$f_{Ok.}$ Brennweite des Okulars

Strahlenoptik

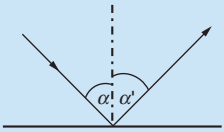
Licht kann mit dem Modell **Lichtstrahl** oder mit dem Modell **Lichtwelle** beschrieben werden. In einem homogenen Stoff konstanter Temperatur breitet sich Licht geradlinig aus. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt:

$$c = 299\,792{,}458 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

An Grenzflächen kann Licht reflektiert oder gebrochen werden, in Stoffen wird es gestreut und absorbiert.

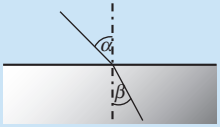


Reflexionsgesetz



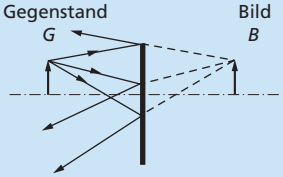
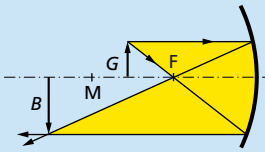
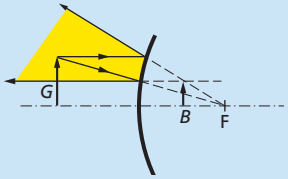
$\alpha = \alpha'$

Brechungsgesetz

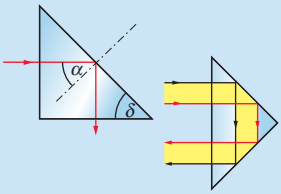
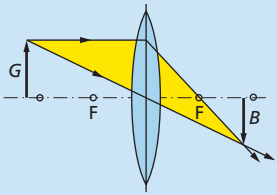
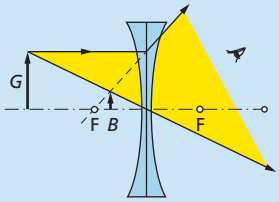


$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n$

Das Reflexionsgesetz wird bei ebenen Spiegeln, Hohlspiegeln oder Wölbspiegeln genutzt.

ebener Spiegel	kugelförmiger Hohlspiegel	kugelförmiger Wölbspiegel
		

Das Brechungsgesetz wird bei Prismen, Sammellinsen und Zerstreuungslinsen genutzt.

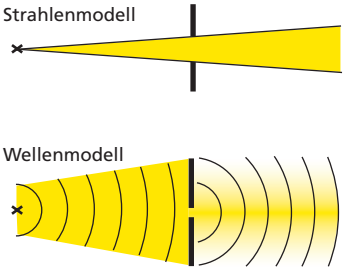
Prisma	Sammellinse	Zerstreuungslinse
		
Es erfolgt eine Umlenkung oder Umkehrung des Lichts.	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ $A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ $A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ (*f* negativ)

Genutzt werden Prismen und Linsen bei solchen optischen Geräten wie Lupen (↗ S. 407), Mikroskopen (↗ S. 407 f.) und Fernrohren (↗ S. 404 f., 408).

5.4 Beugung und Interferenz von Licht

Beugung von Licht

Beugung tritt auch bei mechanischen Wellen, z. B. bei Schallwellen, auf (↗ S. 152).



Beobachtet man einen schmalen Spalt vor einer Lichtquelle, dann müsste man ihn nach dem Modell Lichtstrahl als hellen, scharf begrenzten Lichtfleck sehen. Tatsächlich ist aber hinter dem Spalt in allen Richtungen Licht nachweisbar, so wie das in der zweiten Skizze dargestellt ist.
Diese scheinbare Ablenkung des Lichtes aus seiner geradlinigen Ausbreitungsrichtung ist mit dem Modell Lichtstrahl nicht erklärbar.

Die Intensität des gebeugten Lichtes ist meist sehr gering. Deshalb ist die Beugung von Licht an einem schmalen Spalt, einer Kante oder einem dünnen Draht nur in gut abgedunkelten Räumen beobachtbar.

Im Wellenmodell ist nach dem huygensschen Prinzip jeder Punkt der Öffnung, der von einer Wellenfront getroffen wird, Ausgangspunkt einer Elementarwelle, die sich nach allen Seiten ausbreitet.

> Die Ausbreitung des Lichtes hinter schmalen Spalten, Kanten und kleinen Hindernissen auch in die Schattenräume hinein wird als **Beugung** bezeichnet.

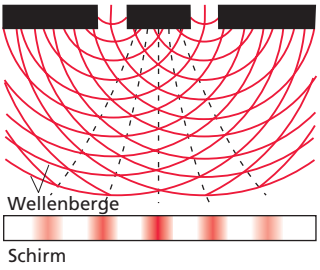
Die Beugung ist eine wellentypische Erscheinung. Da sie bei Licht auftritt, kann man folgern: Licht hat Welleneigenschaften.

Interferenz von Licht

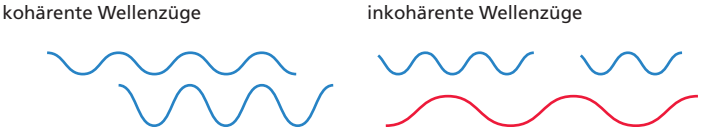
Wie bei Wasser- oder Schallwellen (↗ S. 152 f.) kann man auch bei Licht **Interferenz** beobachten.

> Unter **Interferenz des Lichtes** versteht man die Überlagerung von Lichtwellen mit Bereichen der Verstärkung und der Abschwächung bzw. Auslöschung.

Bei ausgedehnten Lichtquellen senden **Atome** Wellenzüge aus, die eine zufällige Phasenlage und unterschiedliche Schwingungsebenen zueinander haben. Es kommen dadurch keine stabilen Interferenzmuster zustande.



Beobachtbare Interferenzmuster treten aber bei Licht nur unter bestimmten Bedingungen auf. Das hängt mit der Spezifik der Lichtaussendung durch Atome zusammen (↗ S. 479). Damit beobachtbare Interferenzmuster entstehen, müssen die betreffenden Wellen bei gleicher Frequenz eine feste Phasenbeziehung zueinander haben. Solche Wellen heißen **kohärent.**



Stabile Interferenzmuster kommen nur bei Verwendung von kohärentem Licht zustande.

Kohärentes Licht erhält man, indem man das Licht einer Lichtquelle durch geeignete Anordnungen (Spalte, Gitter, Spiegel, Prismen) teilt und diese Teile zur Überlagerung bringt, denn das Licht, das von einer Stelle einer Lichtquelle ausgeht, ist mit sich selbst kohärent. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung einer kohärenten Lichtquelle **(Laser)**. **Monochromatisches Licht** erhält man durch Farbfilter oder von monochromatischen Lichtquellen **(Laser, Leuchtdioden)**.

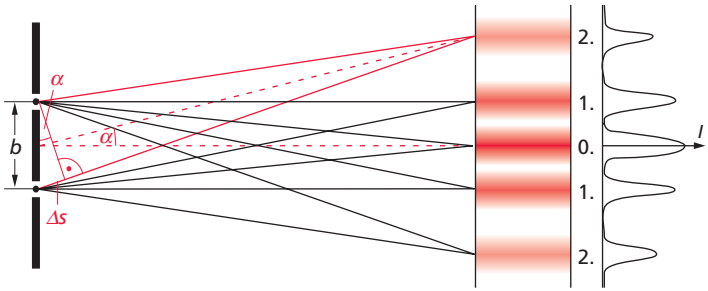
Sie sind besonders einfach zu beschreiben, wenn man Licht einer Wellenlänge und damit einer Farbe (monochromatisches Licht) verwendet.

Interferenz am Doppelspalt

Beleuchtet man zwei eng benachbarte Spalte mit kohärentem, monochromatischem und parallelem Licht, dann können beide Spalte als Zentren von huygensschen Elementarwellen betrachtet werden. Die beiden Wellensysteme überlagern sich und ergeben ein stabiles, räumlich verteiltes Interferenzmuster mit Schwingungsbäuchen (Verstärkung, hell) und Schwingungsknoten (Auslöschung, dunkel), so wie das in der Skizze S. 410 unten dargestellt ist.
Zu einem beliebigen Punkt haben die von den beiden Zentren ausgehenden Wellen bestimmte Wege zurückzulegen. Die Differenz zwischen diesen Wegen nennt man **Gangunterschied** Δs. Von diesem Gangunterschied hängt der Schwingungszustand im jeweiligen Punkt ab.

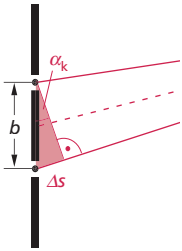
konstruktive Interferenz	**destruktive Interferenz**
Verstärkung: Es ist ein Schwingungsbauch vorhanden (hell). $\Delta s = k \cdot \lambda$ $\quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$	Abschwächung bzw. Auslösung: Es ist ein Schwingungsknoten vorhanden (dunkel). $\Delta s = k \cdot \frac{\lambda}{2}$ $\quad (k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \ldots)$

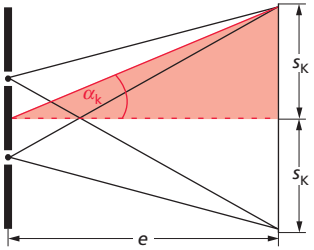
Bringt man einen Schirm an, so sind auf ihm helle und dunkle Streifen zu beobachten. Gegenüber der Mitte der Spalte liegt das helle Maximum 0. Ordnung. Symmetrisch dazu liegen die Maxima bzw. Minima 1., 2., ... Ordnung.



Den Abstand der Streifen und damit die Lage der Maxima bzw. Minima kann man durch geometrische Überlegungen ermitteln (↗ S. 412). Rechts ist die Intensität I des Lichtes (↗ S. 383) im Beugungsbild dargestellt.

Da die Entfernung Doppelspalt-Schirm wesentlich größer ist als der Abstand b der beiden Spalte, erhält man ein (fast) rechtwinkliges Dreieck (in der Skizze links rot markiert). Für dieses Dreieck ergibt sich:





$$\sin\alpha_k = \frac{\Delta s}{b}$$

Außerdem gilt (s. Skizze rechts):

$$\tan\alpha_k = \frac{s_k}{e}$$

Da der Abstand e zwischen Doppelspalt und Schirm wesentlich größer als der Abstand s_k zwischen den Interferenzstreifen ist, hat der Winkel einen sehr kleinen Wert. Für kleine Winkel α ist $\tan\alpha \approx \sin\alpha$, sodass man auch setzen kann:

$$\sin\alpha_k = \frac{s_k}{e}$$

Ist der Spaltabstand kleiner als die Wellenlänge des Lichtes, so erhält man nur das Maximum 0. Ordnung, weil für $k \geq 1$ dann $\sin\alpha > 1$ wäre.

Daraus ergibt sich für die Lage der Maxima bzw. Minima:

Bei einem Doppelspalt hängt die Lage der Interferenzstreifen vom Spaltabstand b und von der Wellenlänge λ ab.

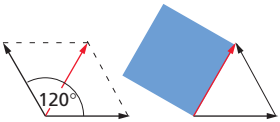
Maxima: $\sin\alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e}$ $(k = 0, \pm1, \pm2, \ldots)$

Minima: $\sin\alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{2b} = \frac{s_k}{e}$ $(k = \pm1, \pm3, \pm5, \ldots)$

Verwendet man weißes Licht, so liegt z. B. das Maximum 1. Ordnung für blaues Licht näher am Maximum 0. Ordnung als für rotes Licht, da $\lambda_{blau} < \lambda_{rot}$.

Ausführliche Hinweise zum **Zeigermodell** sind auf der CD und S. 420/421 zu finden.

Die **Intensität des Lichtes** an einer beliebigen Stelle des Schirmes kann man mit dem **Zeigermodell** bestimmen, wenn man den jeweiligen Gangunterschied kennt. Da die Zeigerlänge gleich der Amplitude und die Intensität des Lichtes proportional dem Quadrat der Amplitude ist, ergibt sich die Intensität im **Zeigermodell** anschaulich als Fläche des Quadrats über dem resultierenden Zeiger.

$\Delta s = \lambda$	$\Delta s = \frac{\lambda}{2}$	$\Delta s = \frac{\lambda}{3}$
Zeiger in gleicher Richtung	Zeiger in entgegengesetzter Richtung	Zeiger schließen einen Winkel von 120 ° zueinander ein.
		
maximale Intensität I_{max}	Intensität $I = 0$ (Auslöschung)	mittlere Intensität ($I = \frac{1}{4} \cdot I_{max}$)

Auf einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand von 0,1 mm fällt paralleles Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 670$ nm. Auf einem 3 m entfernten Schirm beobachtet man Maxima und Minima.
Wie groß ist der Abstand zwischen den Maxima 0. und 2. Ordnung?

Analyse:
Angewendet werden kann die Beziehung für die Maxima beim Doppelspalt, wobei für ein Maximum 2. Ordnung $k = 2$ ist.

Gesucht: s_2
Gegeben: $b = 0{,}1\ \text{mm} = 10^{-4}\ \text{m}$
$\lambda = 670\ \text{nm} = 6{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$
$e = 3\ \text{m}$
$k = 2$

Lösung:
Aus der Gleichung $\frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e}$ ergibt sich durch Umstellung nach s_k:

$$s_k = \frac{e \cdot k \cdot \lambda}{b}$$

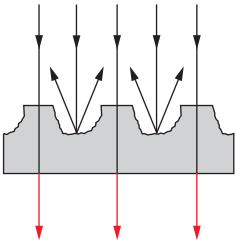
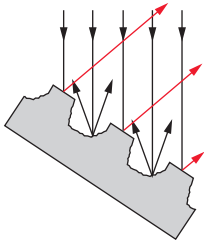
$$s_2 = \frac{3\ \text{m} \cdot 2 \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{m}}{10^{-4}\ \text{m}} \approx \underline{4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}$$

Ergebnis:
Der Abstand zwischen den Maxima 0. und 2. Ordnung beträgt 4 cm.

Interferenz durch Beugung am Doppelspalt lässt sich gut überblicken und auch mathematisch leicht beschreiben. Die Maxima auf einem Bildschirm sind aber relativ lichtschwach und nicht scharf ausgeprägt. Für experimentelle Untersuchungen verwendet man deshalb statt eines Doppelspaltes ein **Gitter** (s. unten).

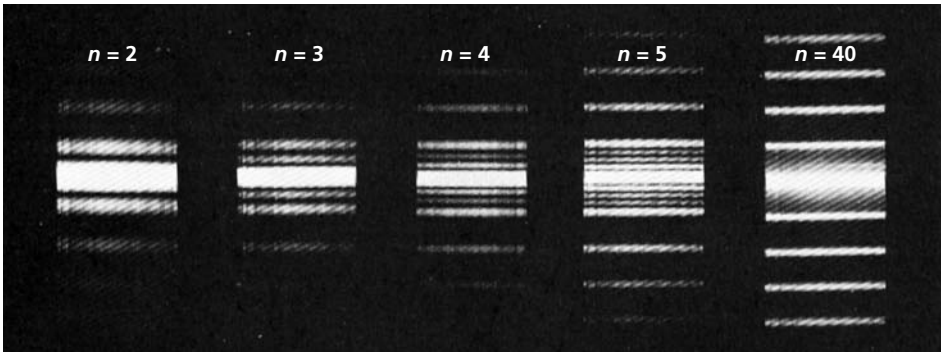
Interferenz am Gitter

Verwendet man statt eines Doppelspaltes viele Spalte mit jeweils gleichem Abstand, so erhält man ein optisches Gitter. Je nach Bauart unterscheidet man zwischen Transmissionsgittern und Reflexionsgittern, allgemein spricht man auch von Beugungsgittern. Ein einfaches Transmissionsgitter kann man sich auch herstellen, indem man parallele schwarze Linien auf ein Blatt Papier zeichnet und diese fotografiert.

Transmissionsgitter	**Reflexionsgitter**
	
Das hindurchtretende Licht interferiert. Gitterkonstante bis 3 µm.	Das reflektierte Licht interferiert. Gitterkonstante bis 1,25 µm.



Die ersten optischen **Gitter** entwickelte Joseph von Fraunhofer (1787–1826). Fraunhofer entdeckte auch dunkle Linien in Sonnenspektren, die man heute als **fraunhofersche Linien** bezeichnet.
Der Erste, der hochwertige Reflexionsgitter herstellte, war der Amerikaner Henry Augustus Rowland (1848–1901).



Der entscheidende Vorteil eines Gitters gegenüber einem Doppelspalt ($n = 2$) besteht darin, dass die Maxima bei Verwendung eines Gitters wesentlich schärfer ausgeprägt sind und damit genauere Messungen möglich machen (s. Bild oben).
Die Qualität eines Gitters wird entscheidend durch die **Gitterkonstante** b bestimmt. Das ist der Abstand der Mitten zweier benachbarter Spalte. Für die Lage der Maxima auf einem Schirm gelten die gleichen Überlegungen und Beziehungen wie beim Doppelspalt (↗ S. 412).

Man erhält die **Gitterkonstante** als Kehrwert der Anzahl der Spalte je Längeneinheit. Beträgt diese Anzahl z. B. 750/mm, so hat die Gitterkonstante den Wert:
$b = \frac{1}{750}$ mm
$= 1{,}33$ µm
Als Kurzzeichen für die Gitterkonstante wird auch der Buchstabe g verwendet.

Bei einem Gitter hängt die Lage der Interferenzstreifen von der Gitterkonstanten b und von der Wellenlänge ab.

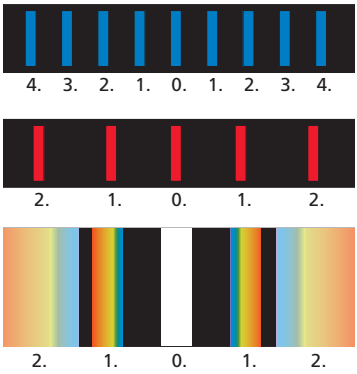
Maxima: $\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{b}$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$

Zwischen den Maxima entstehen breite dunkle Streifen.

Bei sonst gleichen Bedingungen ist der Abstand der Interferenzstreifen abhängig von der Farbe und damit von der Wellenlänge des Lichtes.

Die **Interferenz** am Gitter kann man auch mit dem **Zeigermodell** erklären.

Rotes Licht hat eine etwa doppelt so große Wellenlänge wie blaues Licht. Deshalb ist der Abstand der Interferenzstreifen bei Verwendung von rotem Licht größer als bei der Nutzung von blauem Licht. Arbeitet man mit weißem Licht, so entstehen außer beim Maximum 0. Ordnung farbige Streifen, die man auch als **Beugungsspektren** oder **Gitterspektren** bezeichnet.



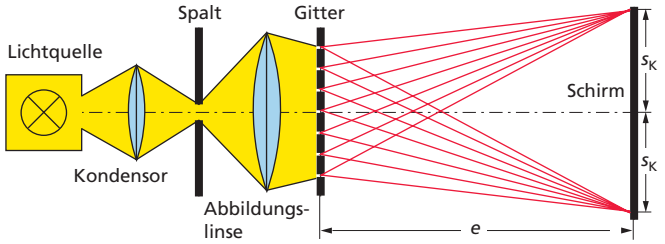
Die **Farben,** die man auf einer CD oder DVD sieht, sind solche Gitterspektren. Eine CD wirkt wie ein **Reflexionsgitter** mit einer Gitterkonstanten von 1,6 µm.

Der Zusammenhang zwischen Lichtwellenlänge und Abstand der Interferenzstreifen kann zur Bestimmung der Wellenlänge von Licht genutzt werden. Das spielt z. B. bei der Spektralanalyse (↗ S. 429) eine wichtige Rolle. In der unteren Abbildung ist ein solches Gitterspektrum von weißem Licht dargestellt. Dieses Spektrum ist vergleichbar mit dem, das man bei einem Prisma erhält (↗ S. 428).

Wie kann man experimentell die Wellenlänge von Spektrallinien bestimmen?

Genutzt werden kann dazu eine Experimentieranordnung, so wie sie nachfolgend dargestellt ist.

Wichtig ist bei einer solchen Experimentieranordnung ihre Optimierung. Dazu gehört eine gute Ausleuchtung des Spaltes und die scharfe Abbildung des Spaltes auf dem Schirm.



Mit dem Kondensor wird der Spalt ausgeleuchtet, mit der Abbildungslinse wird er scharf auf dem Schirm abgebildet. Dann wird das Transmissionsgitter hinter der Abbildungslinse angebracht. Aus der Gitterkonstanten, der Entfernung Gitter-Schirm e und dem Abstand der Maxima s_k kann man die Wellenlänge berechnen:

$$\lambda = \frac{s_k \cdot b}{e \cdot k} \qquad \text{mit } k = \pm 1 \text{ für das Maximum 1. Ordnung.}$$

Unter der Bedingung $s_k \ll e$ gilt die Beziehung:
$\frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e}$
(↗ S. 412). Daraus ergibt sich die nebenstehende Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge.

Für die Messung wird ein Gitter mit 650 Spalten je Zentimeter verwendet. Die Entfernung zwischen Gitter und Schirm beträgt 1,25 m, der Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung 96 mm.
Wie groß ist die Wellenlänge des verwendeten Lichtes? Um was für eine Lichtquelle könnte es sich handeln?

Analyse:
Zur Berechnung kann die oben genannte Gleichung genutzt werden. Die Gitterkonstante ergibt sich als Kehrwert der Spaltenanzahl je Längeneinheit. Der Abstand von zwei Maxima gleicher Ordnung ist 2 s_k.

Gesucht: λ
Gegeben: $b = \frac{1}{650}$ cm

$e = 125$ cm
$s_1 = 4{,}8$ cm

Es ist zweckmäßig, alle Längen in die gleiche Einheit umzurechnen.

Lösung:

$$\lambda = \frac{s_1 \cdot b}{e}$$

$$\lambda = \frac{4{,}8 \text{ cm} \cdot \text{cm}}{650 \cdot 125 \text{ cm}} = \underline{5{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}$$

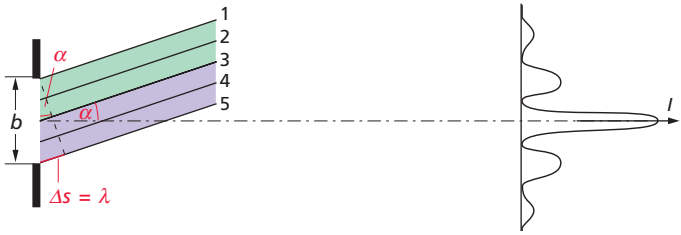
Ergebnis:
Das verwendete Licht hat eine Wellenlänge von 590 nm. Ein Vergleich mit Tabellenwerten ergibt: Es handelt sich um gelbes Licht. Die Lichtquelle könnte eine Natriumdampflampe sein.

Natriumdampflampen senden vorrangig Licht mit zwei charakteristischen gelben Linien (589 nm, 590 nm) aus.

Interferenz am Einzelspalt

Ein einzelner Spalt kann bei genauer Betrachtung nicht als Zentrum einer einzigen Elementarwelle angesehen werden. Vielmehr ist jeder Punkt des Spaltes Ausgangspunkt einer Elementarwelle, die sich ihrerseits überlagern. Zur genaueren Untersuchung der Verhältnisse unterteilen wir den Spalt in zwei Hälften.

Die Skizze links zeigt die Situation beim 1. Minimum. Rechts ist der Verlauf der Intensität des Lichtes (↗ S. 383) dargestellt, das man auf einem Schirm registrieren würde.



Beträgt der Gangunterschied Δs zwischen den beiden Randstrahlen gerade λ, dann kann man zu jedem Strahl aus dem Lichtbündel der einen Hälfte einen Strahl aus dem Bündel der anderen Hälfte finden, dessen Gangunterschied gerade $\frac{\lambda}{2}$ beträgt. Die Strahlen 1 und 3 oder 2 und 4 sind Beispiele dafür. Es kommt folglich zu einer Auslöschung aller Wellen. Für das erste Minimum gilt:

$$\sin\alpha = \pm\frac{\lambda}{b}$$

Die analogen Überlegungen gelten, wenn der Gangunterschied nicht λ, sondern 2λ, 3λ, ... beträgt. Eine Erklärung kann auch mit dem **Zeigermodell** (↗ S. 412, 420 f.) erfolgen.

Vergrößert sich der Gangunterschied allmählich, dann kommt es zu einer partiellen Auslöschung, das restliche Licht bildet die Maxima 1. Ordnung.

Bei der Beugung an einem Spalt entstehen helle und dunkle Streifen. Für die Minima gilt:

$\sin\alpha_k = \frac{k\cdot\lambda}{b}$ $\quad k = \pm1, \pm2, \ldots$ $\quad \lambda$ Wellenlänge, b Spaltbreite

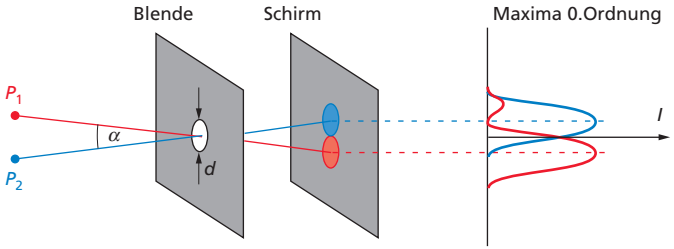
Zwischen den Minima liegen Nebenmaxima sehr geringer Intensität. Bei Verwendung einer kreisförmigen Öffnung entstehen neben dem Hauptmaximum 0. Ordnung (Beugungsscheibchen) dunkle und helle Ringe.
Die Bedingung für die Maxima lautet:
$\sin\alpha_k = \frac{(2k+1)\cdot\lambda}{2b}$
($k = \pm1, \pm2, \ldots$)

Das Auflösungsvermögen optischer Geräte

Jedes optische Gerät, auch das Auge, verfügt über Blenden oder Fassungen, an denen Beugung auftritt. Dadurch wird ein Gegenstandspunkt nicht als Punkt abgebildet, sondern als ein **Beugungsscheibchen.** Die Beugungsscheibchen von sehr eng benachbarten Punkten überdecken sich und können dann nicht mehr getrennt wahrgenommen werden.

Das Auflösungsvermögen ist ein Maß dafür, dass zwei Gegenstandspunkte gerade noch getrennt wahrgenommen werden können.

Das ist dann der Fall, wenn sich die Beugungsscheibchen der betreffenden Punkte gerade noch unterscheiden lassen (s. Skizze S. 417).



Auf dem Schirm sind die getrennt wahrnehmbaren Beugungsscheibchen gezeichnet, rechts die 0. Maxima der Intensitäten der Beugungsbilder.

Eine solche Unterscheidung ist dann möglich, wenn das 0. Maximum des Beugungsbildes des einen Punktes mindestens im 1. Minimum des Beugungsbildes des anderen Punktes liegt. Für einen Spalt gilt für das Minimum 1. Ordnung: $\sin\alpha = \frac{\lambda}{d}$. Für kreisförmige Öffnungen, so wie sie bei optischen Instrumenten und beim Auge auftreten, liefert die Theorie:

Für kleine Winkel α in Bogenmaß gilt:
$\sin\alpha \approx \alpha$

$$\sin\alpha \approx \alpha \approx 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Damit man zwei Punkte noch als getrennt wahrnehmen kann, muss bei kreisförmigen Öffnungen gelten:

$\alpha \geq 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}$

λ Wellenlänge
d Durchmesser der Öffnung

Das ist zugleich der **kleinste Sehwinkel,** unter dem man bei Auge und Fernrohr zwei Punkte noch als getrennt wahrnehmen kann. d ist dabei beim Auge der Durchmesser der Pupille (2 mm bis 8 mm), beim Fernrohr der Durchmesser des Objektivs. Bei einem Mikroskop beträgt der kleinste Punktabstand r, der noch aufgelöst werden kann:

Der kleinste Sehwinkel beim Auge liegt bei einer Bogenminute (1'). Bei astronomischen Fernrohren wählt man einen möglichst großen Objektivdurchmesser, um ein großes Auflösungsvermögen zu erreichen.

$$r \approx \frac{\lambda \cdot f}{d}$$

Dabei ist λ die Wellenlänge, f die Brennweite des Objektivs und d sein Durchmesser. Die Grenze des Auflösungsvermögens liegt bei etwa $\frac{\lambda}{2}$.

Interferenz an dünnen Schichten

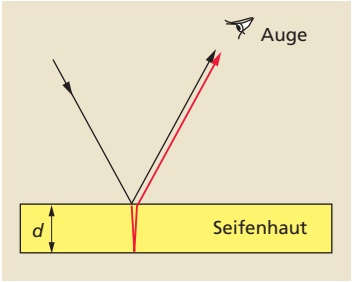
Die Flügel einer Libelle, eine Seifenblase oder eine dünne Ölschicht auf Wasser schillern in den unterschiedlichsten Farben. Diese Farben ändern sich mit dem Blickwinkel. Die Ursache dafür ist die Reflexion von Licht an der Vorder- und Rückseite einer dünnen Schicht und die anschließende Interferenz dieses an verschiedenen Stellen reflektierten Lichtes. Als Beispiel betrachten wir eine dünne Seifenhaut.



Auf vielen Geldscheinen und Geldkarten sind **Hologramme** aufgeprägt. Mithilfe der **Holografie** lassen sich dreidimensionale Bilder von Gegenständen erzeugen. Hinweise dazu sind auf der CD zu finden.



Bei sehr dünnen Schichten ($d \to 0$) beträgt die Phasenverschiebung aufgrund des Phasensprungs am optisch dichteren Stoff (↗ S. 419, Randspalte) $\frac{\lambda}{2}$. Es kommt zur Auslöschung. Die betreffende Stelle erscheint dunkel.



Ein Teil des auffallenden Lichtes wird an der Oberfläche reflektiert, wobei am optisch dichteren Stoff ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ auftritt. Ein anderer Teil tritt in die Schicht ein, wird an der Rückseite reflektiert und tritt dann wieder aus. Je nachdem, mit welcher Phasenlage die Wellen zusammentreffen, kommt es zur Verstärkung, Abschwächung oder Auslöschung.

An dünnen Schichten tritt bei Reflexion Verstärkung auf, wenn der Gangunterschied zwischen den an Vorder- und Rückseite reflektierten Wellen λ oder ein ganzzahliges Vielfaches von λ beträgt.

Der Faktor n (Brechzahl) ergibt sich daraus, dass die Wellenlänge in der Schicht nicht λ, sondern $\frac{\lambda}{n}$ beträgt. Auslöschung tritt auf, wenn der Gangunterschied $\frac{\lambda}{2}$ oder ein ungeradzahliges Vielfaches davon beträgt.

Bei senkrecht einfallendem Licht ist das dann der Fall, wenn gilt:

$$2\,d = \frac{2k+1}{n} \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

Dabei bedeuten d die Schichtdicke, n die Brechzahl der Schicht und λ die Wellenlänge.
Für die **Interferenzfarben** bei einer dünnen Schicht ergibt sich somit:
- Bei bestimmter Schichtdicke tritt maximale Verstärkung bzw. Auslöschung nur für eine bestimmte Wellenlänge (Farbe) auf.
- Ändert sich die Schichtdicke, so verändert sich auch die Farbe des verstärkten bzw. ausgelöschten Lichtes.
- Ändert sich der Winkel, unter dem man auf die Schicht blickt, so ändert sich ebenfalls die maximal verstärkte bzw. ausgelöschte Farbe, weil sich der Weg des Lichtes durch die Schicht verändert.

Entspiegelung von Oberflächen

Da das gelb-grüne Licht in der Reflexion nicht mehr vorhanden ist, erscheinen die Oberflächen solcher Linsen häufig bläulich oder rötlich.

Interferenz an dünnen Schichten wird bei Objektiven und Brillengläsern zur **Entspiegelung** der Oberflächen genutzt. Dazu wird auf die Linse eine dünne Schicht mit einer Brechzahl, die zwischen der von Luft und Glas liegt, aufgedampft. Die Schichtdicke beträgt $\frac{\lambda}{4}$ des gelbgrünen Lichtes, also des Lichtes im mittleren Spektralbereich. Fällt Licht auf die Linse, so wird ein Teil von ihm an Vorder- und Rückseite der $\frac{\lambda}{4}$-Schicht reflektiert. Am optisch dichteren Stoff tritt dabei jeweils ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ auf. Der Gangunterschied wird damit nur durch die Schichtdicke bestimmt und beträgt $2 \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$. Licht dieser Wellenlänge wird ausgelöscht. Auch Licht größerer und kleinerer Wellenlängen wird abgeschwächt. Möglich ist auch, mehrere Schichten aufzubringen, die reflektiertes Licht in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen schwächen.

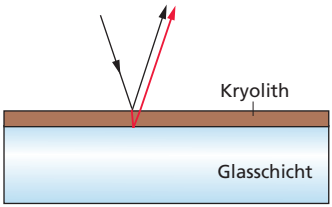
Da durch die aufgedampfte Schicht die Qualität der Linsen verbessert wird, spricht man auch von **Oberflächenvergütung.**

Die Entspiegelung bewirkt zweierlei:
- Es werden störende Reflexe verhindert oder zumindest gemindert.
- Es wird die Lichtdurchlässigkeit erhöht, denn die Lichtmenge, deren Reflexion durch Interferenz verhindert wurde, ist im durchgehenden Licht enthalten.

Auf eine Glasscheibe (n = 1,50) wird Kryolith aufgedampft. Das ist eine mineralische Verbindung aus Natrium, Aluminium und Fluor mit der chemischen Formel Na_3AlF_6, die eine Brechzahl von 1,30 hat.
Wie dick muss die Schicht gewählt werden, damit senkrecht einfallendes Licht der Wellenlänge 500 nm nicht reflektiert wird?

Entspiegelung kann durch Aufbringen eines Nano-Polymerfilms erfolgen.

Analyse:
Das Licht wird an der Oberfläche des Kryoliths und an der Glasschicht reflektiert. Da die Reflexion jeweils am optisch dichteren Stoff erfolgt, tritt zweimal ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ auf. Ein Gangunterschied wird somit nur durch die Dicke der Kryolithschicht hervorgerufen. Soll Auslöschung auftreten, so muss der Gangunterschied $\frac{\lambda_K}{2}$ sein, wobei λ_K die Wellenlänge im Kryolith ist.



Allgemein gilt: Trifft Licht aus einem optisch dünneren Stoff kommend auf einen optisch dichteren Stoff und wird es dort reflektiert, so tritt ein **Phasensprung** von π bzw. $\frac{\lambda}{2}$ auf.

Gesucht: d
Gegeben: $\lambda = 500$ nm
$n_K = 1{,}30$

Lösung:
Wenn ein Gangunterschied von $\frac{\lambda_K}{2}$ durch die Schicht hervorgerufen werden soll, muss gelten:

$$2\,d = \frac{\lambda_K}{2} = \frac{\lambda}{2 \cdot n}$$

Beträgt die **Wellenlänge von Licht** in Luft λ, so verringert sie sich in einem Stoff mit der **Brechzahl** n auf $\frac{\lambda}{n}$.

Damit erhält man für die Schichtdicke d:

$$d = \frac{\lambda}{4 \cdot n}$$

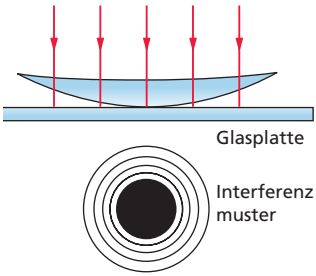
$$d = \frac{500\text{ nm}}{4 \cdot 1{,}30} = \underline{96\text{ nm}}$$

Ergebnis:
Damit Licht mit einer Wellenlänge von 500 nm nicht reflektiert wird, muss die Kryolithschicht eine Dicke von 96 nm haben.

Newtonsche Ringe



Legt man eine schwach gewölbte Konvexlinse auf eine Glasscheibe, so beobachtet man ein Interferenzmuster. Ursache dafür ist die dünne Luftschicht. Es überlagern sich die am Übergang Glas–Luft und an der Glasplatte reflektierten Wellen. Genutzt werden können die **newtonschen Ringe** zur Prüfung von Linsen sowie der Ebenheit von Oberflächen.



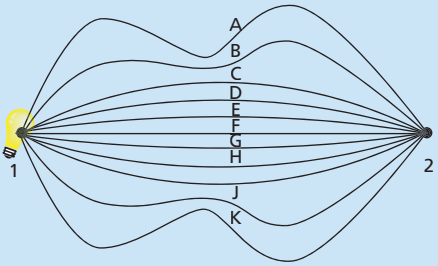
Die Bezeichnung für dieses Interferenzmuster rührt daher, weil ISAAC NEWTON (1643–1727) sie als Erster untersucht hat und bei idealen Oberflächen kreisförmige Ringe entstehen.

Eine alternative Beschreibungsmöglichkeit – das Zeigermodell

Neben den Modellen **Lichtstrahl** und **Lichtwelle** kann man in der Optik auch das **Zeigermodell** nutzen. Beim Zeigermodell wird von der Annahme ausgegangen, dass Licht aus Teilchen, den so genannten Photonen, besteht. Mit dem Zeigermodell können viele optische Erscheinungen erklärt werden.

Kennen wir den Ort eines Photons zum Zeitpunkt t_0, so können wir mithilfe des Zeigermodells keine Aussage über den genauen Aufenthaltsort zur Zeit $t_1 = t_0 + \Delta t$ machen, sondern lediglich die Wahrscheinlichkeit des Photonenübergangs von einem Ort zum andern angeben.

Zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit betrachtet man mehrere mögliche Wege, die das Photon nehmen kann.



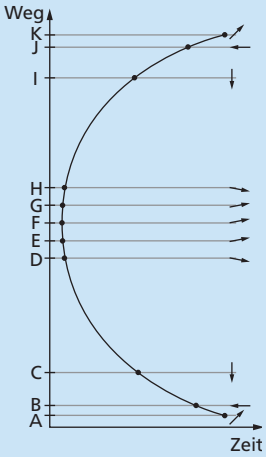
Prinzipiell ist jede Verbindungslinie vom Anfangs- zum Endpunkt zugelassen. Dem Anfangszustand (Photon befindet sich am Ort 1) wird ein Vektorpfeil beliebiger Länge und Richtung zugeteilt. Er beginnt sich beim Start des Photons vom Ort 1 zu drehen und stoppt beim Erreichen des Ortes 2. Die Richtung des gestoppten Zeigers ist somit charakteristisch für die Länge des vom Photon genommenen Weges. Auf diese Weise kann jedem Weg ein Vektorpfeil zugeordnet werden. Aufgrund der unterschiedlich langen Wege besitzen die Vektoren verschiedene Richtungen.

Das Quadrat der Länge eines Pfeils soll in unseren Betrachtungen stets der Wahrscheinlichkeit entsprechen, dass sich das Photon auf dem zum Vektor gehörenden Weg fortbewegt. Man spricht von der Wahrscheinlichkeitsamplitude oder vom Maß für die Wahrscheinlichkeit.

Jeden möglichen Weg, den das Lichtteilchen zum Erreichen des Zielortes zurücklegen kann, nehmen wir bei unseren Überlegungen als gleich wahrscheinlich an.

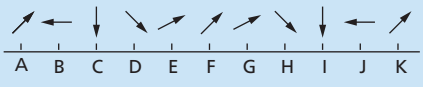
Zur Bestimmung der Gesamtwahrscheinlichkeit für den Übergang von Photonen von einem Ort zu einem anderen sind, wie bei einer üblichen Vektoraddition, die Pfeile aller möglichen Wege zu addieren. Das Quadrat des resultierenden Pfeils ergibt die gesuchte Wahrscheinlichkeit. Er kann auch als Intensität des Lichtes interpretiert werden.

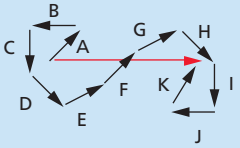
Als erstes optisches Phänomen betrachten wir die geradlinige Ausbreitung des Lichtes, die sich auch aus dem fermatschen Prinzip ergibt. Dieses Prinzip besagt, dass Licht zwischen zwei verschiedenen Punkten stets den zeitlich kürzesten Weg zurücklegt. Im Falle eines optisch homogenen Mediums (c = konstant) ist das die kürzeste Verbindung, also eine Gerade.



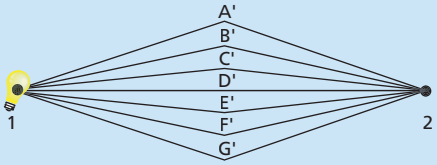
Im Zeigermodell muss der resultierende Pfeil des oben beschriebenen Photonenübergangs konstruiert werden. Zunächst stellen wir dazu in einem Diagramm die benötigte Zeit der Photonenwanderung in Abhängigkeit von den möglichen Wegen dar (Bild 2) und überlegen uns daraus, welche Richtung die zugehörigen Zeiger einnehmen. Dabei ist es natürlich nicht möglich, alle existierenden Verbindungslinien zu berücksichtigen. Das wären unendlich viele. Bereits die in Bild 1 dargestellten Möglichkeiten führen zum gewünschten Ergebnis.

Da jeder Weg als gleich wahrscheinlich angenommen wird, haben alle Vektoren die gleiche Länge.



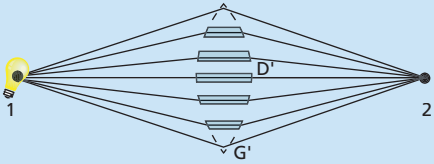


Die Pfeilrichtung für den Weg A können wir beliebig festlegen, die anderen schätzen wir unter Berücksichtigung der Wegstrecken ab.
Die Weg- und somit die Zeitunterschiede für A, B, C sind relativ groß, weshalb die Pfeile in ganz unterschiedliche Richtungen zeigen. Im Gegensatz dazu sind die Wegunterschiede der Möglichkeiten D, E, F, G, H verhältnismäßig gering. Deshalb weisen die entsprechenden Vektoren eine ähnliche Orientierung auf. Bei der Vektoraddition tragen sie daher ganz wesentlich zum resultierenden Pfeil bei, wogegen sich die Vektoren der Wege A, B, C sowie I, J, K gegenseitig aufheben; sie „laufen im Kreis" und haben dadurch nur einen unwesentlichen Einfluss auf den resultierenden Vektor. Das bedeutet: Ausschließlich der geradlinige Weg und ihm benachbarte Wege tragen zur Wahrscheinlichkeit der betrachteten Zustandsänderung bei. Licht breitet sich also nahezu geradlinig aus. Die Einschränkung „nahezu" ist erforderlich, da auch die unmittelbar zur geradlinigen Strecke benachbarten Wege einen wesentlichen Beitrag zur Resultierenden leisten.
Bringt man in die direkte Verbindung F ein kleines Hindernis, dann können sich manche Photonen um das Hindernis „herumschummeln", indem sie über einen benachbarten Weg am Hindernis vorbei zum Zielort gelangen. Dieser Vorgang ist nichts anderes als die Beugung von Licht, die auch mit dem Wellenmodell beschrieben werden kann.
Als zweites Beispiel für die Nutzung des Zeigermodells soll der Lichtweg an einer Sammellinse mithilfe dieses Modells erläutert werden.
Dazu denken wir uns eine Lichtquelle am Ort 1 und einen Photonendetektor am Ort 2.

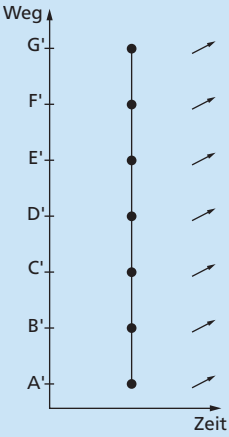


Der Einfachheit halber sind in unserer Betrachtung nur die Lichtwege zugelassen, die sich aus zwei Strecken gleicher Länge zusammensetzen.
Skizziert man das Weg-Zeit-Diagramm sowie den resultierenden Pfeil, so erhält man die gleichen Ergebnisse wie bei den Betrachtungen zur geradlinigen Lichtausbreitung. Zur Wahrscheinlichkeit des Photonenübergangs tragen also auch hier hauptsächlich der direkte und ihm benachbarten Wege bei.

Wie lässt sich der Einfluss der äußeren, längeren Strecken erhöhen, d. h., wie können wir erreichen, dass alle Wege die gleiche Zeit beanspruchen?
Das würde eine wesentlich größere Resultierende und somit höhere Wahrscheinlichkeit des Übergangs zum Ort 2 bedeuten. Am betreffenden Ort wäre dann die Intensität des Lichtes größer.
Zur Realisierung nutzen wir die Tatsache, dass die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium (z. B. in Glas) kleiner ist als im Vakuum und in der Regel auch kleiner als in Luft. Bringt man in den direkten Weg der Photonen ein Glas mit entsprechender Dicke, so braucht das Licht über D' genauso lange wie über G'.



Um die gleiche Laufzeit bei allen Wegen zu erzielen, ist jeweils die geeignete Glasdicke zu berechnen und in den betreffenden Weg einzusetzen. Da die Strecken nach außen hin zunehmen, muss immer weniger Glas eingebracht werden. Das Zusammensetzen der einzelnen Glasstücke ergibt eine Sammellinse. Das von einem Punkt ausgehende Licht wird wieder in einem Punkt gesammelt.
Das Weg-Zeit-Diagramm mit den eingebrachten Glasstückchen ergibt eine konstante Funktion, weshalb die einzelnen Pfeile alle die gleiche Richtung besitzen. Ihre Addition führt zu einer großen Resultierenden, d. h. die Wahrscheinlichkeit des Photonenübergangs von 1 nach 2 wird durch das Einbringen einer geeigneten Sammellinse deutlich erhöht.

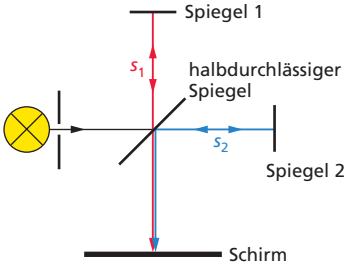


Ähnlich wie die geradlinige Lichtausbreitung kann auch die Reflexion und Brechung mit diesem Modell beschrieben werden. Das gilt auch für die Farben dünner Schichten und für Interferenzen am Einfach- bzw. Doppelspalt.

Interferometer

Bei dem physikhistorisch wichtigen Experiment von MICHELSON und MORLEY (↗ S. 528) zum Nachweis des Äthers wurde mit einem solchen Interferometer gearbeitet.





Interferometer sind Geräte, mit denen man Längenunterschiede sehr genau bestimmen kann. Man nutzt dabei die Wellenlänge des Lichtes als Einheit. Das Prinzip eines solchen Interferometers ist in der Skizze dargestellt. Das einfallende Licht wird durch den halbdurchlässigen Spiegel geteilt und legt dann die Wege s_1 und s_2 zurück. Das an den Spiegeln 1 und 2 reflektierte Licht gelangt zum Schirm, auf dem ein Interferenzmuster zu beobachten ist. Bewegt man nun z. B. Spiegel 1 um die Strecke $\frac{\lambda}{4}$, dann wird aus einem Maximum ein Minimum. Durch Abzählen der Maximum-Minimum-Durchgänge kann man die von Spiegel 1 zurückgelegte Strecke in Wellenlängeneinheiten angeben.

Je nach Aufbau kann das Interferenzmuster aus Strichen oder Kreisen bestehen.

In den Lichtweg s_2 eines Interferometers wird eine 6 cm lange, mit Luft gefüllte Kammer gebracht. Pumpt man die Luft aus der Kammer, so beobachtet man 96 Hell-Dunkel-Hell-Durchgänge.
Wie groß ist die Brechzahl von Luft, wenn Laserlicht mit einer Frequenz von 4,4775 · 10^{14} Hz verwendet wurde?

Es muss sehr genau gemessen und gerechnet werden, weil sich die **Lichtgeschwindigkeiten** in Luft und im Vakuum nur wenig voneinander unterscheiden.

Analyse:
Die Wellenlänge des Laserlichtes ist wegen der geringeren Lichtgeschwindigkeit in Luft kleiner als im Vakuum. Deshalb passen in die mit Luft gefüllt Kammer beim Hin- und Rücklauf 48 Wellenlängen mehr als in die evakuierte Kammer. Daraus lässt sich die Lichtgeschwindigkeit in Luft und dann die Brechzahl berechnen.

Gesucht: n_{Luft}
Gegeben: 48 Wellenlängen $\quad f = 4{,}4\,775 \cdot 10^{14}$ Hz
$c = 299\,792{,}458$ km · s^{-1} $\quad l = 6$ cm · 2

Genutzt wird der Zusammenhang:
$c = \lambda \cdot f$ bzw.
$\lambda = \frac{c}{f}$

Lösung:
In die evakuierte Kammer passen folgende x Wellenlängen:

$$x = \frac{l}{\lambda_{\text{Vakuum}}} = \frac{l \cdot f}{c_{\text{Vakuum}}} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 4{,}4\,775 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \cdot \text{s}}{2{,}99\,792\,458 \cdot 10^{8}\ \text{m}} = 179\,224$$

In der luftgefüllten Kammer sind es 48 mehr. Also gilt:

$$c_{\text{Luft}} = \frac{4{,}4\,775 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \cdot 6\ \text{cm} \cdot 2}{179\,272} = 299\,712\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

Daraus ergibt sich:

$$n_{\text{Luft}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Luft}}} = \frac{299\,792\,458\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}}{299\,712\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}} = \underline{1{,}000\,27}$$

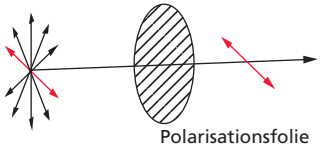
Ergebnis:
Die Brechzahl von Luft beträgt $n = 1{,}000\,27$.

5.5 Polarisation von Licht

Licht als Transversalwelle

Wenn man Licht im Wellenmodell beschreibt, dann stellen sich folgende Fragen:
– Ist Licht eine Longitudinalwelle oder eine Transversalwelle?
– Was schwingt bei Licht? Welche Größen ändern sich zeitlich periodisch?

Sendet man Licht durch spezielle Kunststofffolien, die so genannten **Polarisationsfolien,** dann zeigt sich: Sind die Polarisationsrichtungen der Folien senkrecht zueinander angeordnet, so kommt kein Licht hindurch.


Polarisationsfolie

Bei Polarisationsfolien sind Kohlenstoffketten wie Gitterstäbe parallel zueinander angeordnet. Genauso wirken auch **Polarisationsfilter,** die man z. B. in der Fotografie verwendet, oder Metalldrähte bei hertzschen Wellen (↗ S. 364).

2 Folien parallel zueinander	2 Folien senkrecht zueinander
	

Offensichtlich wird das in der Regel in unterschiedlichen Richtungen schwingende Licht durch eine Polarisationsfolie **linear polarisiert,** d. h. es schwingt dann nur noch in einer Ebene. Durch eine senkrecht zur ersten gestellte Polarisationsfolie kommt dann überhaupt kein Licht mehr hindurch. Da Polarisation nur bei Transversalwellen auftritt, kann man folgern:

Licht natürlicher **Lichtquellen** (Sonne, Feuer) sowie der meisten künstlichen Lichtquellen schwingt in den unterschiedlichsten Ebenen. **Laserlicht** ist dagegen aufgrund der speziellen Art seiner Erzeugung linear polarisiert.

> Licht ist polarisierbar, verhält sich also wie eine Transversalwelle.

Michael Faraday (1791–1867) schickte 1846 linear polarisiertes Licht durch einen Glasstab, den ein ausschaltbares Magnetfeld durchsetzte. Er stellte fest, dass bei eingeschaltetem Magnetfeld die Polarisationsrichtung des Lichtes gedreht wurde und schloss daraus, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Weitere Experimente stützten diese Auffassung.

Der beschriebene Effekt wird als **Faraday-Effekt** bezeichnet

> Licht kann als elektromagnetische Welle beschrieben werden. Damit ändern sich die Stärke des elektrischen und des magnetischen Feldes periodisch.



Bei zeichnerischen Darstellungen der Schwingungsrichtung stellt man die Richtung des elektrischen Feldvektors dar.

Damit gelten für Licht auch alle die Eigenschaften und Beziehungen, die ↗ S. 362 f. für elektromagnetische Wellen dargestellt sind.

Polarisation durch Reflexion

Fotografiert man glatte Flächen (Glasscheiben), so treten meist starke Spiegelungen auf (Bild links). Bei Verwendung eines Polarisationsfilters werden diese Reflexionen weitgehend unterdrückt (Bild rechts).





Reflektiertes Licht ist offensichtlich teilweise polarisiert. Der genaue Zusammenhang wird mit dem **brewsterschen Gesetz** erfasst.

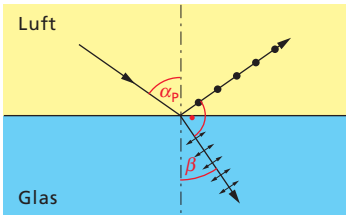
Dieses Gesetz fand der britische Physiker DAVID BREWSTER (1781–1868) um 1815. Der Winkel α_p wird auch als BREWSTER-Winkel bezeichnet.





Stehen reflektierter und gebrochener Strahl an der Grenzfläche zwischen zwei durchsichtigen Stoffen senkrecht aufeinander, dann ist das reflektierte Licht vollständig linear polarisiert. Es gilt:

$\tan \alpha_p = n$ $\quad$ n Brechzahl des 2. Stoffes



Das reflektierte Licht ist so polarisiert, dass es senkrecht zur Einfallsebene schwingt. Das ebenfalls polarisierte gebrochene Licht schwingt dagegen in der Einfallsebene. Ist die im Gesetz genannte Bedingung der Orthogonalität von reflektiertem und gebrochenem Strahl nicht erfüllt, so tritt teilweise Polarisation auf. Die oben genannte Gleichung ergibt sich folgendermaßen:

$$n = \frac{\sin \alpha_P}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha_P}{\sin(90° - \alpha_P)} = \frac{\sin \alpha_P}{\cos \alpha_P} = \tan \alpha_p$$

Es gilt:
$\sin(90° - \alpha) = \cos \alpha$
Außerdem ist:
$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$

Polarisation durch Brechung

Es gibt Kristalle, in denen die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Ausbreitungsrichtung und von der Schwingungsrichtung abhängt. Zu diesen Kristallen zählt **Kalkspat,** aber auch Quarz, Glimmer oder Turmalin.

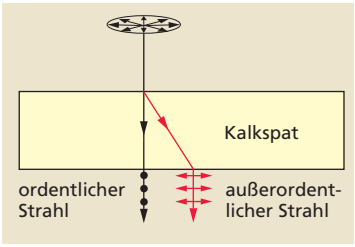


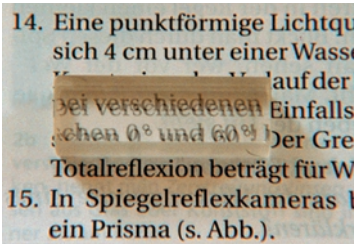


Die Doppelbrechung wurde von CHRISTIAAN HUYGENS (1629–1695) entdeckt.



Die Erscheinung, dass Licht je nach seiner Schwingungsebene in unterschiedlicher Weise gebrochen wird, bezeichnet man als **Doppelbrechung.**




14. Eine punktförmige Lichtqu
sich 4 cm unter einer Wass
auf der
bei verschiedenen Einfalls
chen 0° und 60° der Gre
Totalreflexion beträgt für W
15. In Spiegelreflexkameras
ein Prisma (s. Abb.).

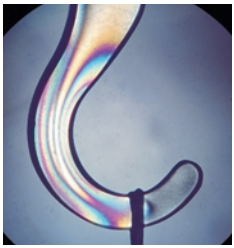
Legt man einen doppelbrechenden Kristall auf eine Buchseite, dann sieht man die Schrift doppelt (Foto rechts). Stoffe, die sich optisch nicht in allen Richtungen gleich verhalten, nennt man **optisch anisotrop.** Die anderen Stoffen heißen **optisch isotrop.**

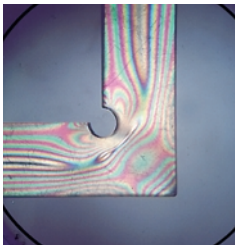
Eine Reihe von Stoffen, z. B. Glas und viele durchsichtige Kunststoffe, zeigen unter Normalbedingungen keine Doppelbrechung. Setzt man sie aber Zug- oder Druckkräften aus oder bestehen innere Spannungen, dann gibt es dadurch Verformungen, die zu einer unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Richtungen und damit zu Doppelbrechung führen.

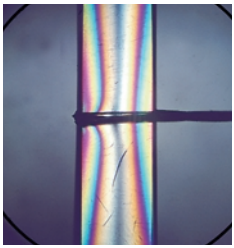
Doppelbrechung, die unter dem Einfluss von Verformungen (Zug- oder Druckkräfte, innere Spannungen) zustandekommt, nennt man **Spannungsdoppelbrechung.**

Der Bereich der Optik, der sich mit Spannungsdoppelbrechung beschäftigt, wird auch als **Spannungsoptik** bezeichnet.

Bringt man die betreffenden Stoffe zwischen gekreuzte Polarisationsfolien und beleuchtet sie mit weißem Licht, so ergeben sich durch Interferenz Farben, die von der Stärke der Verformung abhängen.

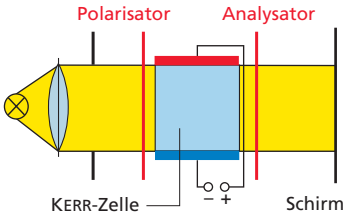






In der Technik nutzt man Spannungsdoppelbrechung dazu, um an Modellen von Haken, Brücken, Trägern usw. die Spannungen zu untersuchen, die bei Belastungen auftreten.

Doppelbrechung tritt bei einigen optisch isotropen Stoffen, z. B. bei Nitrobenzol, unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes auf. Dieser Effekt wird als **KERR-Effekt** bezeichnet. Das Licht wird durch einen Polarisator linear polarisiert, durchläuft den Stoff und trifft dann auf den zum Polarisator gekreuzten Analysator. Beides sind Polarisationsfilter. Es tritt demzufolge kein Licht hindurch. Legt man ein elektrisches Feld an, so tritt ein Teil des Lichtes durch den Analysator hindurch. Auf dem Schirm ist eine Aufhellung zu beobachten. KERR-Zellen kann man zur praktisch trägheitslosen elektrischen Helligkeitssteuerung eines Lichtbündels nutzen.

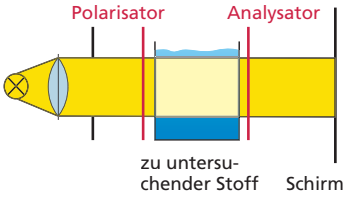


Benannt ist dieser elektrooptische Effekt nach dem schottischen Physiker JOHN KERR (1824–1907), der ihn 1875 entdeckte.

Optisch aktive Stoffe

Bestimmte Stoffe, z. B. Zuckerlösung oder Milchsäuren, drehen die Schwingungsebene des durch sie hindurchgehenden linear polarisierten Lichtes. Man nennt solche Stoff optisch aktiv. Nachweisen kann man den Effekt mithilfe der skizzierten Experimentieranordnung.

Polarisator und Analysator sind Polarisationsfilter bzw. Polarisationsfolien.



Die Anordnung wird zunächst ohne den zu untersuchenden Stoff so eingestellt, dass Polarisator und Analysator gekreuzt sind und damit durch den Analysator kein Licht hindurchtritt. Bringt man einen optisch aktive Stoff zwischen Polarisator und Analysator, so ist auf dem Schirm eine Aufhellung zu beobachten. Durch Drehung des Analysators kann man wieder Dunkelheit erreichen. Der Drehwinkel ist vom Stoff, von der Länge des Lichtweges durch den Stoff und von dessen Konzentration abhängig.

- Da sich der Drehwinkel leicht messen lässt, nutzt man das beschriebene Herangehen z. B. zur Messung der Konzentration von Zuckerlösungen.

Linksdrehend bzw. rechtsdrehend bezieht sich immer auf die Blickrichtung entgegengesetzt zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes, also in Richtung Lichtquelle.

Optisch aktive Stoffe können die Schwingungsebene des Lichtes nach links oder nach rechts drehen. Man spricht dann von linksdrehenden bzw. rechtsdrehenden Stoffen.

- Rohrzucker ist rechtsdrehend, Fruchtzucker dagegen linksdrehend. Besonders interessant verhalten sich Milchsäuren. Trotz völlig identischer chemischer Zusammensetzung gibt es linksdrehende und rechtsdrehende Milchsäuren. Der menschliche Organismus erzeugt nur rechtsdrehende Milchsäuren. Bakterien, mit denen z. B. Joghurt hergestellt wird, erzeugen je nach Art des Bakteriums links- oder rechtsdrehende Milchsäuren. Die Werbung für bestimmte Joghurt-Arten nutzt die Tatsache, dass rechtsdrehende Milchsäuren leichter verdaulich sind als linksdrehende.

Flüssigkristallanzeige (LCD)

LCD ist die Abkürzung für das englische **l**iquid **c**ristal **d**isplay.



Bei Handys, Taschenrechnern, Thermometern oder digitalen Zeitmessern nutzt man heute Flüssigkristallanzeigen. Flüssigkristall befindet sich in sieben getrennt schaltbaren Segmenten zwischen zwei abgeschlossenen Glasplatten, die mit gekreuzter Polarisationsfolie beklebt sind. Das einfallende Licht wird von einem Spiegel reflektiert. Ohne Spannung wird einfallendes Licht durch den Polarisator linear polarisiert, durch den Flüssigkristall 90 ° gedreht, durchläuft dann den Analysator, wird reflektiert und durchläuft die Anordnung in umgekehrter Richtung. Das Display erscheint hell; das Licht ist linear polarisiert. Wird an Segmente eine Spannung gelegt, dann dreht der Flüssigkristall die Schwingungsebene nicht mehr. Die entsprechenden Stellen erscheinen dunkel.

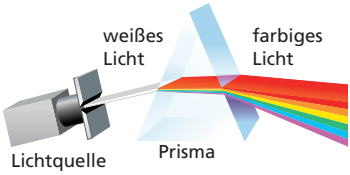
5.6 Licht und Farben

5.6.1 Spektren und Spektralanalyse

Newtonsche Versuche

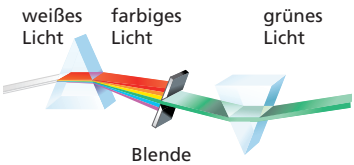
Isaac Newton (1643–1727) hat auch umfangreiche Untersuchungen zur Natur des Lichtes vorgenommen und dabei grundlegende Versuche zu Farben durchgeführt.

1. newtonscher Versuch: Fällt weißes Licht auf ein Prisma, so entsteht hinter dem Prisma ein Farbband (Spektrum), die entstehenden Farben heißen Spektralfarben. Ursache für die Auffächerung des Lichtes ist die Dispersion (↗ S. 388).

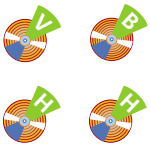


Die sechs **Spektralfarben** sind die Farben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violett.

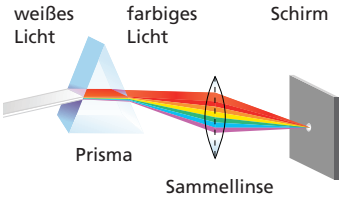
2. newtonscher Versuch: Blendet man eine Spektralfarbe aus und lässt sie wieder auf ein Prisma fallen, dann wird Licht einer Spektralfarbe nicht weiter zerlegt. Spektralfarben sind nicht aus anderen Farben zusammengesetzt. Es sind **Grundfarben.**



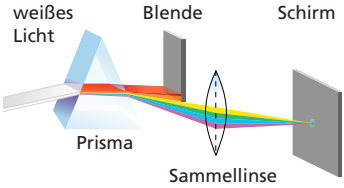
Auf der Grundlage seiner Untersuchungen entwarf I. Newton eine **Farbenlehre.** Eine völlig andere Auffassung über das Zustandekommen von Farben entwickelte Johann Wolfgang von Goethe (1749–1832) in seiner **Farbenlehre.**



3. newtonscher Versuch: Führt man das im ersten newtonschen Versuch entstehende farbige Licht durch eine Sammellinse wieder zusammen, dann entsteht weißes Licht. Die Summe aller Spektralfarben ergibt Weiß.



4. newtonscher Versuch: Blendet man einzelne Farben aus dem Spektrum aus und vereinigt das restliche Licht, so erhält man eine Mischfarbe. Solche Paare von ausgeblendeter Farbe und Mischfarbe des restlichen Spektrums nennt man **Komplementärfarben.**



Das Wort „komplementär" ist abgeleitet vom lateinischen complere = ergänzend. Die Bezeichnung wurde gewählt, weil sich die betreffenden Farben zu Weiß ergänzen. So sind z. B. Rot und Grün **Komplementärfarben** (↗ S. 429).

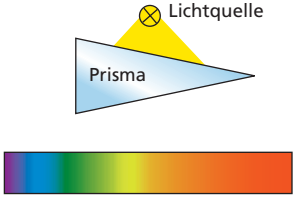
Die Zerlegung von weißem Licht in seine farbigen Anteile führt zu einem kontinuierlichen Spektrum, das die Spektralfarben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violett umfasst. Das Licht einer Spektralfarbe ist nicht weiter zerlegbar. Die Mischung aller Spektralfarben ergibt wieder weißes Licht.

Arten von Spektren

Spektren kann man nach der Art ihres Zustandekommens und nach ihrem Aussehen einteilen.

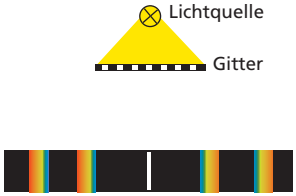
Bei Verwendung von **Gittern** ist eine höhere Auflösung erreichbar. Beim Prisma wird Blau, beim Gitter Rot am stärksten abgelenkt.

Prismenspektrum



Das Spektrum entsteht durch Brechung und Dispersion. Es wird deshalb auch als Dispersionsspektrum bezeichnet.

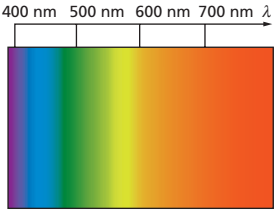
Gitterspektrum



Das Spektrum entsteht durch Beugung und Interferenz. Es wird deshalb auch als Beugungsspektrum bezeichnet.

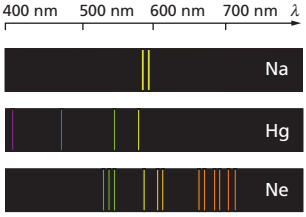
Kontinuierliche **Spektren** werden von glühenden festen Körpern sowie von Gasen unter hohem Druck ausgesendet. Linienspektren senden heiße Gase von geringerer Dichte aus. Ihr Zustandekommen lässt sich durch Vorgänge im **Atom** erklären (↗ S. 479 f.)

kontinuierliches Spektrum



Das Spektrum umfasst den gesamten sichtbaren Bereich oder Teile davon ohne Lücken.

Linienspektrum

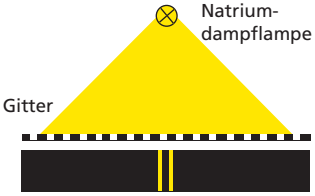


Das Spektrum besteht aus einzelnen, scharf begrenzten Linien, denen eindeutig eine bestimmte Wellenlänge zugeordnet werden kann.



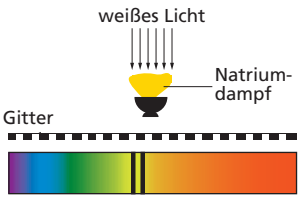
Ein Emissionsspektrum wird z. B. von der Sonne ausgesendet. Beim Durchlaufen der kühleren Gashülle der Sonne werden Teile des Spektrums absorbiert. Diese dunklen Absorptionslinien im Sonnenspektrum wurde 1814 von JOSEPH VON FRAUNHOFER (1787–1826) entdeckt und werden als **fraunhofersche Linien** bezeichnet.

Emissionsspektrum



Es wird das Licht zerlegt, das von einer Lichtquelle emittiert wird. Ein Emissionsspektrum kann ein kontinuierliches oder ein Linienspektrum sein.

Absorptionsspektrum



Es wird das Licht zerlegt, das von einer Lichtquelle kommt, vor der Zerlegung aber noch durch einen nicht selbst leuchtenden Stoff hindurchgeht.

Die Spektralanalyse

Jedes Gas erzeugt entsprechend seiner Glühtemperatur, seinem Druck, seiner Dichte und seiner chemischen Zusammensetzung ein charakteristisches Spektrum. Durch dessen Analyse kann man deshalb Rückschlüsse auf die Zusammensetzung von Stoffen ziehen, von denen das Licht ausgegangen ist oder die es durchlaufen hat. Das ist das Wesen der **Spektralanalyse.** Insbesondere ermöglicht die Spektralanalyse Aussagen über die physikalischen Bedingungen und chemischen Eigenschaften an der Oberfläche oder in der Atmosphäre von Himmelskörpern.

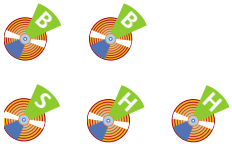


Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887) begründete zusammen mit Robert Wilhelm Bunsen (1811–1899) die Spektralanalyse mit der Arbeit „Chemische Analyse durch Spektralbeobachtungen".

- So wurde z. B. das Helium, benannt nach dem griechischen „helios" für Sonne, 1868 im Sonnenspektrum entdeckt und erst 1894 auf der Erde nachgewiesen.

Die Untersuchungen von Spektren erfolgt mithilfe von **Spektralapparaten.** Das Foto zeigt einen Prismenspektralapparat. Das zu untersuchende Licht wird zerlegt und die Spektrallinien ausgemessen. Anhand von Vergleichsspektren kann man ermitteln, welche Stoffe an der Entstehung des Spektrums beteiligt waren.





5.6.2 Mischung von Farben

In unserer Umgebung gibt es nicht nur Lichtquellen, die verschiedenfarbiges Licht aussenden. Auch Körper reflektieren meist nur Teile des Lichtes, das auf sie fällt. Es kommt damit ständig zu einer Mischung von verschiedenfarbigem Licht.

Die Farbe, die ein Körper hat, nennt man **Körperfarbe.** Ein Körper hat die Farbe, die sich aus der Mischung des von ihm reflektierten bzw. hindurchgelassenen Lichtes ergibt.



Komplementärfarben

Nach dem 4. newtonschen Versuch (↗ S. 427) sind Komplementärfarben solche Farben, die zusammen wieder Weiß ergeben. In der nebenstehenden Übersicht sind die jeweiligen Komplementärfarben in den Zeilen angeordnet. Mischt man z. B. Gelb und Violett oder Grün und Rot, so erhält man jeweils weißes Licht. Dabei ist zu beachten: Rot beispielsweise kann eine reine Spektralfarbe oder eine Mischfarbe aus anderen Spektralfarben sein.

Ausgeblendete Spektralfarbe	Mischfarbe des restlichen Spektrums
Rot	Grün
Orange	Blau
Gelb	Violett
Grün	Rot
Blau	Orange
Violett	Gelb

Auch das Rot, das wir wahrnehmen, kann physikalisch eine Spektralfarbe (Licht eines kleinen Wellenlängenbereiches) oder eine **Mischfarbe** (Licht sehr unterschiedlicher Wellenlängen) sein.

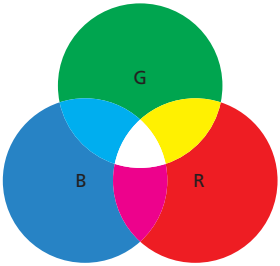
Die additive Farbmischung

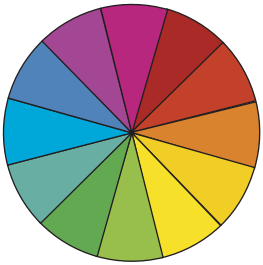
Mithilfe der drei **Grundfarben** und eines **Farbenkreises** (rechts) lassen sich die Gesetze der **additiven Farbmischung** formulieren. Als Mischfarben ergeben sich:

G + R = Gelb
B + G = Cyan
B + R = Magenta
B + R + G = Weiß

Die Farben werden auch als RGB-Farben bezeichnet.

Bei einer **additiven Farbmischung** wird das Licht verschiedener Farben auf dieselbe Stelle gelenkt und übereinander gelagert (addiert). Dies ist z. B. beim Farbsehen, beim Farbfernsehen oder bei der Überlagerung von verschiedenfarbigem Scheinwerferlicht der Fall.
Da man durch additive Mischung der Farben Blau, Grün und Rot alle anderen Farben erhalten kann, werden diese Farben als **Grundfarben der additiven Farbmischung** bezeichnet.





Farbmischungen kann man auch am Computer mithilfe eines Zeichenprogramms selbst ausprobieren.

Werden Farben durch Addition gemischt, so gilt:

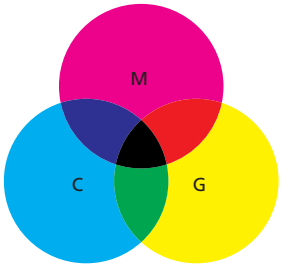
- Gegenüberliegende Farben des Farbenkreis ergeben beim Mischen Weiß (Komplementärfarben).
- Jede Farbe des Farbenkreises kann man durch Mischen der beiden benachbarten Farben erhalten.
- Alle Farben des Farbenkreises kann man durch Mischen der **Grundfarben** Rot, Grün und Blau erhalten.
- Durch Mischen aller drei Grundfarben erhält man Weiß.

Die subtraktive Farbmischung

Die **subtraktive Farbmischung** wird bei Farbdias und beim Malen genutzt. Für die subtraktive Farbmischung gilt:

G + M = Rot
C + G = Grün
C + M = Blau
C + M + G = Schwarz

Bei einer **subtraktiven Farbmischung** wird das Licht verschiedener Farben durch Farbfilter ausgeblendet oder durch Farbstoffe (Pigmente) absorbiert (subtrahiert). Das restliche Licht bildet eine Mischfarbe.
Grundfarben der subtraktiven Farbmischung sind Gelb, Magenta (Purpur) und Cyan (Blaugrün).



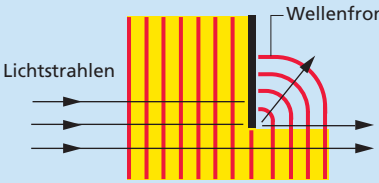
Werden Farben durch Subtraktion (Ausblenden) gemischt, so gilt:

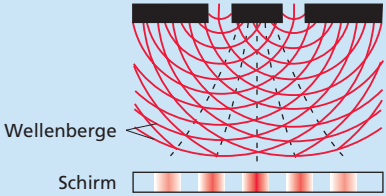
- Alle Farben des Farbenkreises kann man durch Mischen der **Grundfarben** Gelb, Purpur (Magenta) und Blaugrün (Cyan) erhalten.
- Durch Mischen aller Farben erhält man Schwarz.

Wellenoptik

Bei Licht treten solche wellentypischen Erscheinungen wie Beugung und Interferenz auf.

Beugung	**Interferenz**
Beugung ist die Ausbreitung des Lichts hinter schmalen Spalten, Kanten und kleinen Hindernissen auch in die Schattenräume hinein.	Interferenz ist die Überlagerung von Licht mit Bereichen der Verstärkung und der Auslöschung bzw. Abschwächung.

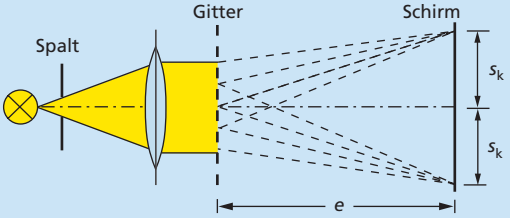




Für Licht gilt wie für andere elektromagnetische Wellen: $c = \lambda \cdot f$

Für die **Interferenz** am **Doppelspalt** und am **optischen Gitter** gilt: Interferenzmaxima (helle Streifen) treten unter folgender Bedingung auf:

$$\frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e} \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

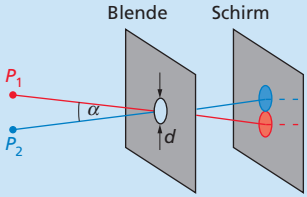


Am **Einzelspalt** gilt für Maxima:

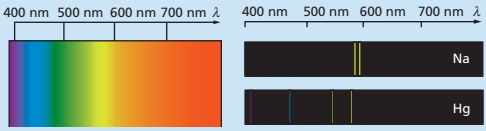
$$\frac{(2k+1)\lambda}{2b} = \frac{s_k}{e} \qquad (k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

Das Auflösungsvermögen optischer Geräte wird dadurch bestimmt, dass ein Gegenstandspunkt aufgrund der Beugung an Blenden und Fassungen als Beugungsscheibchen abgebildet wird. Diese lassen sich nur unterscheiden, wenn man sie noch getrennt wahrnehmen kann. Das ist für kreisförmige Öffnungen dann der Fall, wenn gilt:

$$\sin \alpha \approx \alpha \geq 1{,}22 \, \frac{\lambda}{d}$$



Sichtbares Licht umfasst einen Wellenlängenbereich von 390 nm bis 780 nm. Es wird von Lichtquellen als **kontinuierliches Spektrum** oder als **Linienspektrum** abgegeben. Wir nehmen es als Licht verschiedener Farbe wahr.



Spektren kann man auch mithilfe von Prismen (Dispersionsspektren) oder Gittern (Beugungsspektren) erzeugen.
Das Spektrum ist stoffspezifisch. Das ist die Grundlage der Spektralanalyse (↗ S. 429).

Aufgaben

Strahlenoptik

1. Beschreiben Sie eine Möglichkeit zur experimentellen Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit! Gehen Sie auf den Versuchsaufbau, die zu messenden Größen und die Versuchsauswertung ein!

2. Schaut man von der Seite in ein Aquarium, dann kann man an den Glaswänden zum Teil das Spiegelbild der Fische und des Inneren des Aquariums sehen. Der kleine Goldfisch James ist besonders eitel. Er schwimmt dauernd an der Wand entlang, als wollte er sich selbst beobachten. Kann er sein Spiegelbild im Glas sehen?

3. Die Brennweite einer Sammellinse kann in unterschiedlicher Weise ermittelt werden.
- **a)** Erläutern Sie zwei verschiedene Möglichkeiten der Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse!
- **b)** Wie könnte man die Brennweite einer Zerstreuungslinse ermitteln?

4. Die Abbildungsgleichung für dünne Linsen kann man bei konstanter Brennweite in der Form $b = f(g)$ schreiben.
- **a)** Geben Sie die Abbildungsgleichung in dieser Form an! Interpretieren Sie die Gleichung!
- **b)** Stellen Sie die Bildweite als Funktion der Gegenstandsweite für den Bereich $0 < g < 10\,f$ grafisch dar! Interpretieren Sie das Diagramm!

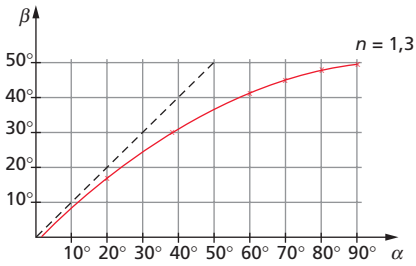
5. Ein 1,5 cm hoher Gegenstand befindet sich 1 cm bzw. 4,5 cm vor
- **a)** einer Sammellinse,
- **b)** einer Zerstreuungslinse,
- **c)** einem Hohlspiegel,
- **d)** einem Wölbspiegel.

Konstruieren Sie das jeweilige Bild und überprüfen Sie die sich ergebende Bildweite und Bildgröße durch Rechnung!

6. Veranschaulichen Sie den Strahlenverlauf und die Bildentstehung
- **a)** bei einem Diaprojektor,
- **b)** bei einem Fotoapparat,
- **c)** bei einem Tageslichtprojektor!

7. Stellen Sie in einem Diagramm den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Grenzwinkel der Totalreflexion und der Brechzahl für das Intervall $1 < n < 2$ dar! Interpretieren Sie das Diagramm!

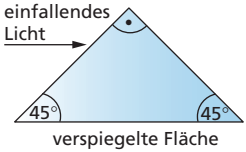
8. Im Diagramm ist der Zusammenhang zwischen dem Einfallswinkel und dem Brechungswinkel für den Übergang des Lichtes zwischen Luft und Wasser dargestellt.



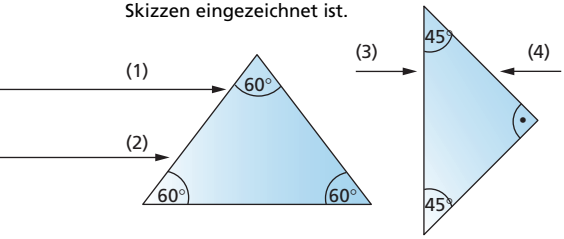
- **a)** Interpretieren Sie dieses Diagramm!
- **b)** Zeichnen Sie das entsprechende Diagramm für den Übergang Luft-Glas ($n = 1{,}5$) und Luft-Diamant ($n = 2{,}4$). Lesen Sie für beide Stoffkombinationen den Grenzwinkel für die Totalreflexion ab!
- **c)** Ist für eine Kombination von verschiedenen Stoffen der gestrichelt gezeichnete Zusammenhang möglich? Begründen Sie Ihre Aussage!

9. Bei einer Glasfaser für einen Lichtleiter beträgt die Brechzahl für den Glasfaserkern 1,60 und für den Mantel 1,55.
- **a)** Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für die beiden Glassorten und für den Übergang Kern-Mantel?
- **b)** Ermitteln Sie für die gegebenen Bedingungen den maximal möglichen Einstrahlwinkel!

10. Ein Glasprisma mit einer Brechzahl von 1,5 hat die in der Skizze dargestellte Form. Die Basisfläche ist verspiegelt. Licht fällt parallel zur Basis nahe beim rechten Winkel ein. Ermitteln Sie den weiteren Strahlenverlauf!

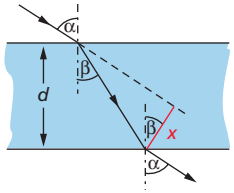


11. Lichtstrahlen treffen so auf ein gleichseitiges bzw. auf ein rechtwinkliges Prisma, wie es in den Skizzen eingezeichnet ist.



Skizzieren Sie jeweils den weiteren Strahlenverlauf bis zum Austritt aus dem Prisma! Kennzeichnen Sie in den Skizzen alle Winkel und berechnen Sie diese!

12. Licht trifft unter dem Einfallswinkel α auf eine planparallele Platte aus durchsichtigem Material!



Untersuchen Sie die Abhängigkeit des Abstandes x zwischen dem einfallenden und dem austretenden Lichtstrahl

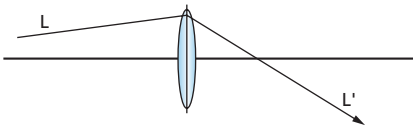
a) vom Einfallswinkel,

b) von der Brechzahl n der Platte,

c) von der Dicke d der Platte!

13. Sabrina hat kein Opernglas. Im Unterricht hat sie gelernt, dass ein Fernrohr und ein Mikroskop jeweils aus 2 Sammellinsen aufgebaut sind. Deshalb montiert sie ihr Mikroskop aus der Halterung und nimmt es mit in die Oper. Kann sie damit die Darsteller näher sehen?

14. Gegeben ist ein Strahlenverlauf durch eine Sammellinse (siehe Skizze).



Übernehmen Sie die Skizze und konstruieren Sie den Brennpunkt der Linse!

15. Kann man mit einer Brille ein Feuer anzünden? Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein? Wie muss man vorgehen?

16. Sie wollen einen Spiegel in Ihrem Zimmer anbringen, in dem Sie sich ganz sehen können, wenn Sie davor stehen. Wie groß (hoch und breit) muss der Spiegel mindestens sein? In welcher Höhe muss er angebracht werden? Wie weit müssen Sie vom Spiegel entfernt sein, damit Sie sich ganz sehen? Kann man vielleicht auch mit einem kleineren Spiegel auskommen? Führen Sie zuerst ein Experiment mit einem vorhandenen Spiegel aus. Wie ändert sich der Bildausschnitt, wenn Sie näher an den Spiegel gehen? Wie ändert sich der Ausschnitt von dem, was Sie von sich sehen? Formulieren Sie eine Vermutung und beweisen Sie sie mit dem Reflexionsgesetz.

17. Das Zoomobjektiv eines Fotoapparates hat eine maximale Brennweite von 300 mm. Die Entfernung wird so eingestellt, das ein 50 m entfernter Gegenstand scharf auf dem Film abgebildet wird. Bei einer Blendeneinstellung von 11 erscheinen die Bilder auch dann noch scharf, wenn das Bild 0,2 mm vor oder hinter der Filmebene entsteht.
Welches Entfernungsintervall wird dann auf dem Bild scharf sein?

18. Als Rückspiegel bei Pkw werden teils ebene Spiegel und teils Wölbspiegel verwendet.

a) Diskutieren Sie Vor- und Nachteile!

b) Bei welchem Spiegel kann die Geschwindigkeit eines sich nähernden schnelleren Fahrzeuges besser eingeschätzt werden? Begründen Sie!

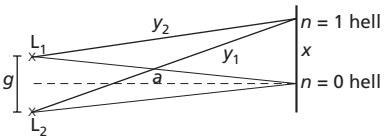
19. Die Brennweite eines Objektivs, das aus mehreren Linsen zusammengesetzt ist, soll bestimmt werden. Dazu kann man nach BESSEL folgendermaßen vorgehen: Von einem Gegenstand wird auf einem 100 cm vom Gegenstand entfernten Schirm mithilfe des Objektivs ein scharfes Bild erzeugt. Verschiebt man das Objektiv um 13 cm, so entsteht auf dem Schirm wiederum ein scharfes Bild. Berechnen Sie aus diesen Angaben die Brennweite des Objektivs! Welche andere Möglichkeit gäbe es, die Brennweite eines Objektivs zu bestimmen?

Wellenoptik

20. Betrachten Sie durch feines Gewebe (z. B. Regenschirm) oder feine Strukturen (z. B. Vogelfeder) eine weiter entfernte Lichtquelle (Straßenlampe, Kerze)! Beschreiben Sie Ihre Beobachtungen! Wie könnte man sie erklären?

21. Ein Doppelspalt wird mit parallelem weißem Licht bestrahlt. In einiger Entfernung hinter dem Doppelspalt befindet sich ein Schirm. Beschreiben Sie das zu erwartende Bild und erläutern Sie die physikalischen Ursachen dafür!

22. L_1 und L_2 sind zwei kohärente, monochromatische Lichtquellen. Auf einem Schirm beobachtet man helle und dunkle Streifen.



Berechnen Sie den Gangunterschied Δy zwischen den beiden Strahlen y_1 und y_2, die sich zum ersten Mal neben der Mitte verstärken, in Abhängigkeit von dem Abstand g der Lichtquellen, dem Abstand a des Schirms von den Lichtquellen und dem Abstand x der beiden Streifen!

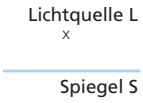
23. Ein Gitter mit unbekannter Gitterkonstanten wird mit parallelem monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 500\,\text{nm}$ beleuchtet. Das Maximum 1. Ordnung wird unter einem Winkel von 30° beobachtet. Wie groß ist die Gitterkonstante?

24. Ein Doppelspalt mit dem Abstand der Spaltmitten von $d = 0{,}40\,\text{mm}$ wird senkrecht mit monochromatischem und parallelem Licht bestrahlt. Auf einem im Abstand $a = 3{,}00\,\text{m}$ parallel zum Doppelspalt angebrachten Schirm beobachtet man das Beugungsbild.

a) Erläutern Sie mithilfe einer Zeichnung das Entstehen der Intensitätsminima und -maxima auf dem Schirm. Leiten Sie je eine Beziehung für die zugehörigen Beugungswinkel her! Auf dem Schirm beträgt der Abstand der Maxima 2. Ordnung 2,1 cm. Bestimmen Sie die Wellenlänge!

b) Anstatt mit monochromatischem Licht wird die Anordnung jetzt mit parallelem weißem Glühlicht beleuchtet ($390\,\text{nm} \leq \lambda \leq 780\,\text{nm}$). Erläutern Sie, weshalb man ein weißes Maximum 0. Ordnung und kontinuierliche Spektren in höheren Ordnungen beobachtet. Kann man das Spektrum 1. Ordnung und das Spektrum 2. Ordnung noch getrennt beobachten?

25. Im Punkt L befindet sich eine punktförmige Lichtquelle, von der eine kugelförmige Lichtwellenfront ausgeht. Diese wird am Spiegel S gespiegelt.



Zeichnen Sie eine Momentaufnahme, die auch die gespiegelte Wellenfront darstellt.
Zeigen Sie mithilfe des huygensschen Prinzips, dass die reflektierte Welle scheinbar von einer Lichtquelle hinter dem Spiegel ausgeht, die sich in der gespiegelten Position zur ursprünglichen Lichtquelle befindet!

26. Erklären Sie folgendes Phänomen: Zwei Strahlen aus demselben Laser treffen sich in der Mitte zu einem Maximum nullter Ordnung. Nun wird in den einen Strahl eine Glasplatte gebracht. Dadurch findet jetzt an dieser Stelle Auslöschung statt.

27. Auf ein optisches Gitter mit der Gitterkonstanten $b = 2\,\text{mm}$ fällt rotes Licht der Wellenlänge 760 nm. Wie viele Beugungsmaxima kann man prinzipiell nur beobachten?

28. Ein Gitter mit 200 Strichen pro Millimeter soll zur Messung der Lichtwellenlänge genutzt werden. Dazu lässt man das Licht auf einen Schirm der Breite 1 m im Abstand von 2 m so fallen, dass das Maximum 0. Ordnung in der Mitte des Schirms liegt. Welches ist die größte Wellenlänge, die man mit dem Gitter noch messen kann?

29. Ein Gitter mit einer Gitterkonstanten von 0,01 mm wird mit einfarbigem Licht beleuchtet. Auf einem 0,5 m entfernten Schirm haben die Maxima 1. Ordnung einen Abstand von 4,6 cm voneinander.

a) Geben Sie eine Gleichung für die Maxima an!

b) Berechnen Sie die Wellenlänge des genutzten Lichtes!

30. Durch einen Spalt fällt weißes Licht der Frequenz $3{,}75 \cdot 10^{14}\,\text{Hz} \leq f \leq 7{,}50 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$.

a) Bestimmen Sie die Ordnung des Spektrums, das sich zum ersten Mal mit dem Spektrum der nächsthöheren Ordnung überlappt!

b) Welche Farben liegen dann zum ersten Mal aufeinander?

c) Welche Farben sind dann sicher keine Mischfarben, sondern Spektralfarben?

d) Berechnen Sie die Spaltbreiten, bei denen man die berechnete Überlappung beobachten kann!

e) Können die Randfarben des oben angegebenen Lichts aufeinander fallen?

31. Das Licht der Quecksilberhochdrucklampe besteht im Wesentlichen aus drei Farben:
$\lambda_{blau} = 435\,\text{nm}$, $\lambda_{grün} = 546\,\text{nm}$, $\lambda_{gelb} = 578\,\text{nm}$.
Auf die Schmalseite eines 7,8 cm breiten Plexiglastrogs klebt man ein Reflexionsgitter mit der Gitterkonstanten 1750 nm, auf die gegenüberliegende Seite ein Pergamentpapier als Schirm. Der Trog wird so mit Wasser ($n = 1{,}33$) gefüllt, dass das vom Gitter zum Schirm laufende Licht teilweise über und teilweise unter Wasser verläuft.

a) Wie viele vollständige Linienspektren sieht man über und wie viele unter Wasser?

b) Berechnen Sie den Abstand der drei Farben des ersten Spektrums vom weißen Spaltbild über und unter Wasser. Welche zwei Farben (eine über und eine unter Wasser) haben den gleichen Abstand, stehen also übereinander?

c) Die Flüssigkeit wird durch einen Glasquader ($n = 1{,}5$) ersetzt. Jetzt liegen sogar Streifen gleicher Farbe übereinander. Für welche Ordnungszahlen ist dies möglich?

32. Eine Seifenhaut ($n = 1{,}3$) mit einer Dicke von 350 nm wird mit weißem Licht beleuchtet. Das Licht fällt senkrecht auf.

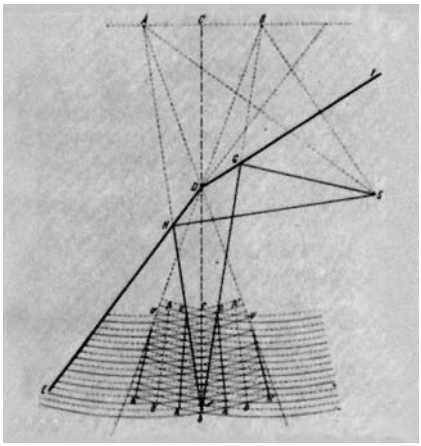
a) Beschreiben Sie die Vorgänge an der Grenzschicht Luft – Seifenhaut und Seifenhaut – Luft! Gehen Sie dabei auf Phasensprünge ein!

b) Welche Farbe hat das von der Seifenhaut reflektierte bzw. hindurchgehende Licht?

c) Wie verändern sich die Farben, wenn sich die Dicke der Seifenhaut verkleinert?

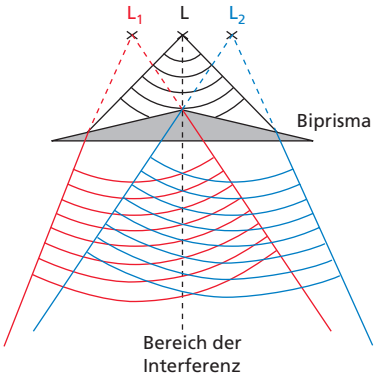
d) Was würde man bei sehr geringer Schichtdicke beobachten?

33. Interferenz von Licht kann auch durch Reflexion von Licht an Spiegeln zustande kommen. Das Bild zeigt eine eigenhändige Zeichnung von A. J. FRESNEL (1788–1827).



Erläutern Sie das Zustandekommen von Interferenzmustern an einem solchen Winkelspiegel!

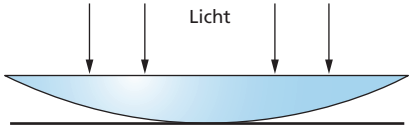
34. Interferenz durch Brechung realisierte A. J. FRESNEL auch mithilfe eines Biprismas.



Erläutern Sie an diesem Beispiel das Zustandekommen eines Interferenzmusters!

35. Zur Bestimmung der Lichtwellenlänge mithilfe eines Gitters benötigt man die Gitterkonstante des genutzten Gitters. Beschreiben Sie ausführlich eine Möglichkeit, wie man die Gitterkonstante eines gegebenen Gitters bestimmen kann!

36. Eine plankonvexe Linse wird auf eine Glasplatte gelegt und mit monochromatischem Licht bestrahlt, so wie das in der Skizze angegeben ist.



a) Sowohl im reflektierten Licht als auch im durchgehenden Licht sind helle und dunkle Ringe zu beobachten. Erklären Sie das Zustandekommen dieser so genannten newtonschen Ringe!

b) Bei einer Wellenlänge von 600 nm hat der vierte helle Ring einen Durchmesser von 9 mm. Wie groß ist der Krümmungsradius der Linse? Leiten Sie zunächst die entsprechende Gleichung her!

37. Verringert man die Reflexion von Licht an Linsen, so erhöht sich deren Lichtdurchlässigkeit.

a) Begründen Sie diese Aussage!

b) Wie groß ist die kleinste Dicke einer Entspiegelungschicht aus Magnesiumfluorid auf einer Linse, damit im reflektierten Licht Wellen der Wellenlänge 600 nm fehlen? Welche Aussage kann man bezüglich der Reflexion benachbarter Wellenlängen treffen?

c) Optiker empfehlen die Entspiegelung von Brillengläsern. Ist das eine sinnvolle Empfehlung? Was wird durch eine solche Entspiegelung erreicht?

38. Einfarbiges Licht mit einer Frequenz von $5{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz hat in einem bestimmten Stoff eine Wellenlänge von 311 nm.

a) Wie groß ist seine Frequenz in Luft?

b) Welche Wellenlänge und welche Farbe hat es in Luft?

39. Das von einem Körper abgestrahlte rote Licht hat eine Frequenz von $4{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.

a) Wie groß ist seine Wellenlänge in Luft?

b) Was geschieht mit Frequenz und Wellenlänge, wenn dieses Licht in Glas übertritt?

40. Die beiden Fotos rechts oben zeigen das Display einer Uhr mit LCD-Anzeige

a) mit Polarisationsfilter

b) mit Polarisationsfilter um 90° gedreht.

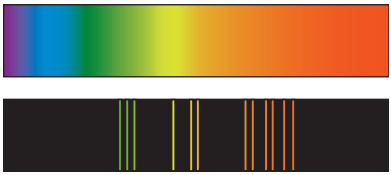


Wie sind die Unterschiede zu erklären?

41. Es gibt unterschiedliche Arten von Spektren, die man experimentell in unterschiedlicher Weise erzeugen kann.

a) Beschreiben Sie zwei Möglichkeiten der Erzeugung eines Spektrums von einer Lichtquelle!

b) Die Bilder zeigen unterschiedliche Arten von Spektren.



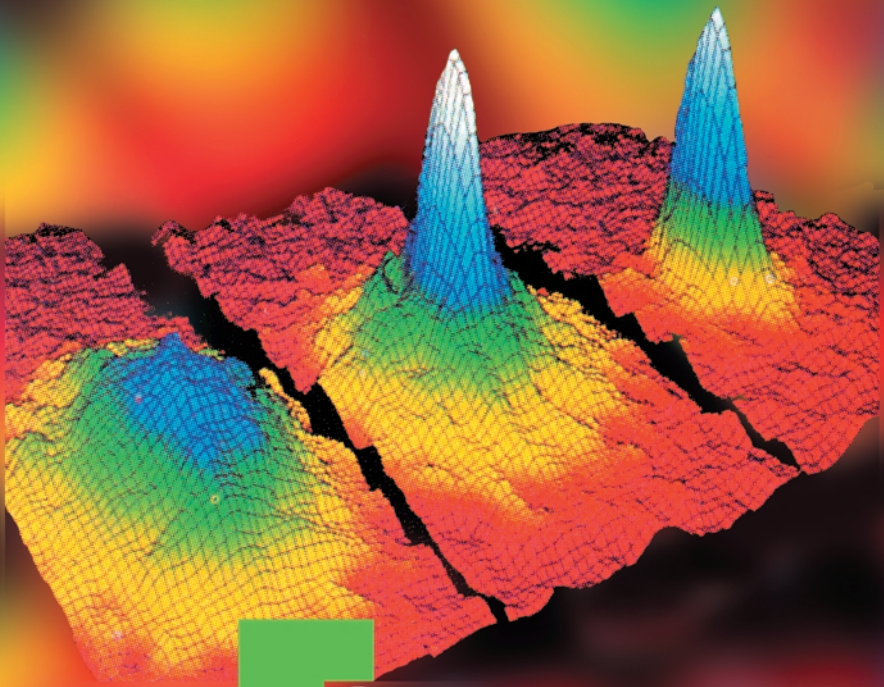
Kennzeichnen Sie diese Spektren und gehen Sie darauf ein, unter welchen Bedingungen das jeweilige Spektrum zustande kommt!

42. Beschreiben Sie, wie man mithilfe der Spektralanalyse ermitteln kann, welche Stoffe auf Sternen vorhanden sind!

43. JOSEPH VON FRAUNHOFER (1787–1826) entdeckte im Sonnenspektrum eine Vielzahl von dunklen Linien. Erklären Sie das Zustandekommen dieser fraunhoferschen Linien!

44. In weißem Licht erscheint ein Körper weiß und ein anderer rot. Wie erscheinen die beiden Körper in grünem Licht?

45. Es existiert der schöne Spruch: „Im Dunklen sind alle Katzen grau." Geben Sie dafür eine physikalische Begründung!



6 Quantenphysik

Die Quantenphysik ist als eine im 20. Jahrhundert entwickelte physikalische Theorie ein relativ junges Teilgebiet der so genannten modernen Physik. Die bis dahin als absolut wahr angesehene Aussage, dass die Natur keine Sprünge macht, erwies sich als falsch. Die Emission und Absorption von Licht, das quantenmechanische Atommodell, die Entstehung von Röntgenstrahlung, die Wirkungsweise eines Elektronenmikroskops oder die Nanotechnologie sind nur auf quantenphysikalischer Grundlage zu verstehen.

6.1 Quanteneffekte bei elektromagnetischer Strahlung

Der Begründer der **Quantentheorie** ist MAX PLANCK (1858–1947), der 1900 als Professor für theoretische Physik an der Berliner Universität wirkte.



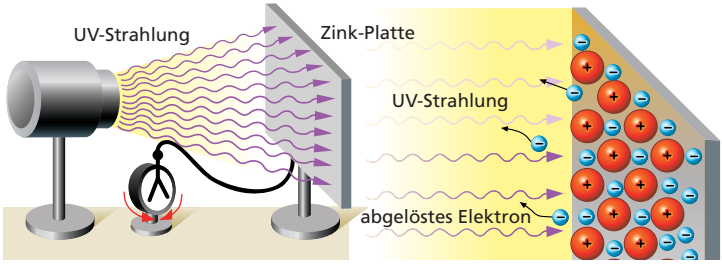
Die **Quantenphysik** oder **Quantentheorie** ist ein relativ junges Teilgebiet der Physik, das das Verhalten von Quantenobjekten (z. B. Photonen, Elektronen, Atomen) beschreibt. Damit ist die Deutung vieler Effekte möglich, die von der klassischen Physik nicht erklärt werden können oder die gar den klassischen Vorstellungen widersprechen. Die Bezeichnung „Quantenphysik" rührt daher, dass viele physikalische Objekte und Größen in der Mikrophysik nur portionsweise, also gequantelt, vorkommen. Als Geburtsstunde der Quantenphysik gilt der 18. Dezember 1900. Das ist der Tag, an dem der deutsche Physiker MAX PLANCK (1858–1947) auf einer Sitzung der Berliner Physikalischen Gesellschaft seine Strahlungsformel (↗ S. 243) theoretisch begründete und dabei die fundamentale Naturkonstante *h*, das plancksche Wirkungsquantum, in die Physik einführte.

6.1.1 Der äußere lichtelektrische Effekt

Der **äußere lichtelektrische Effekt,** auch **äußerer Fotoeffekt** genannt, war einer der ersten Effekte, der die Anwendbarkeit des Wellenmodells bei Licht infrage stellte. Er wurde bei der Bestrahlung von geschmirgelten Zinkplatten mit unterschiedlichem Licht entdeckt. Experimentelle Untersuchungen zeigen:

Entdeckt wurde der äußere lichtelektrische Effekt im Jahr 1888 durch WILHELM HALLWACHS (1859–1922). Er wird deshalb manchmal auch als HALLWACHS-Effekt bezeichnet.

– Bestrahlt man eine negativ geladene Zinkplatte mit ultraviolettem Licht (UV-Licht), dann wird die Platte entladen. Zu erklären ist das damit, dass durch die UV-Strahlung Elektronen aus der Zinkplatte herausgelöst werden und sich damit die negative Ladung der Platte verringert.



– Nutzt man statt UV-Licht sichtbares Licht, so wird die negativ geladene Zink-Platte nicht oder nur sehr wenig entladen, selbst wenn man die Lichtintensität sehr hoch wählt.
– Bestrahlt man eine positiv geladene Platte mit beliebigem Licht, so tritt kein Effekt auf.

Inneren lichtelektrischen Effekt nennt man dagegen die Erscheinung, dass durch den Einfluss von Strahlung Elektronen im Inneren eines Festkörpers ihre Bindung verlassen und dann als Leitungselektronen zur Verfügung stehen.

Die Erscheinung, dass bei Bestrahlung mit Licht aus der Oberfläche von Festkörpern Elektronen austreten können, wird als äußerer lichtelektrischer Effekt bezeichnet.

Genauere Untersuchungen zeigen:
- Zur Ablösung von Elektronen aus einem Festkörper ist eine bestimmte Arbeit erforderlich, die als **Austrittsarbeit** W_A oder auch als **Ablöseenergie** bezeichnet wird.
- Licht mit hoher Frequenz (kleiner Wellenlänge), also z. B. UV-Licht, gibt seine Energie in größeren Portionen (Quanten) ab als Licht niedrigerer Frequenz (größerer Wellenlänge), also z. B. sichtbares Licht.
- Ist die Energieportion des Lichtes größer als die Austrittsarbeit für ein Elektron, so ist die restliche Energie gleich der kinetischen Energie dieses herausgelösten Elektrons.

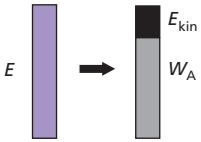
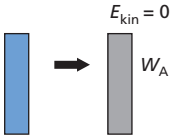
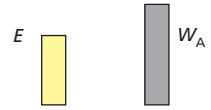
UV-Licht besitzt größere Energieportionen als sichtbares Licht und deshalb auch eine größere biologische Wirksamkeit. So wird z. B. durch übermäßige UV-Bestrahlung ein Sonnenbrand hervorgerufen. Durch sichtbares Licht passiert das nicht.



Für die Energiebilanz beim äußeren lichtelektrischen Effekt gilt:

$E = W_A + E_{kin}$

E Energie eines Lichtquants (↗ S. 442)
W_A Austrittsarbeit
E_{kin} kinetische Energie der Elektronen

Energieportion E des Lichtes ist größer als die Austrittsarbeit	Energieportion E des Lichtes ist gleich der Austrittsarbeit	Energieportion E des Lichtes ist kleiner als die Austrittsarbeit
UV-Licht (f_{UV} groß)	blaues Licht ($f_{blau} < f_{UV}$)	gelbes Licht ($f_{gelb} < f_{blau}$)
		
$E = W_A + E_{kin}$	$E = W_A$	$E < W_A$

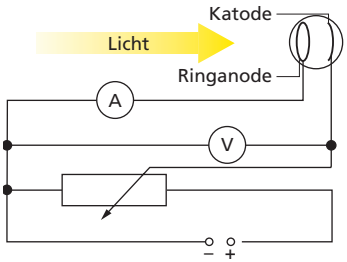
Ein Teil der Energie des Lichtes kann auch an die **Atome** des Festkörpers abgegeben werden. Wir betrachten hier den Fall, dass dieser Anteil null ist und damit die kinetische Energie der Elektronen den maximal möglichen Wert hat.



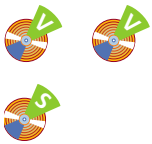
Die Austrittsarbeit ist eine materialabhängige Stoffkonstante, hängt also vom verwendeten Stoff ab.

Bestimmung des planckschen Wirkungsquantums

Mithilfe einer Vakuum-Fotozelle kann man quantitativ untersuchen, wie die kinetische Energie der Elektronen von der Frequenz des verwendeten Lichtes abhängt. Licht fällt auf eine Katode aus Alkalimetall. Die austretenden Elektronen besitzen eine bestimmte maximale kinetische Energie E_{kin}. Es fließt ein Strom. Vergrößert man die Gegenspannung zwischen Katode und Anode, so werden die Elektronen in dem Gegenfeld abgebremst. Wenn die kinetische Energie der Elektronen nicht mehr ausreicht, um das Gegenfeld zu überwinden, ist die Stromstärke null.



Alkalimetalle haben eine relativ geringe Austrittsarbeit, sodass schon bei sichtbarem Licht Elektronen aus der Katode austreten können.



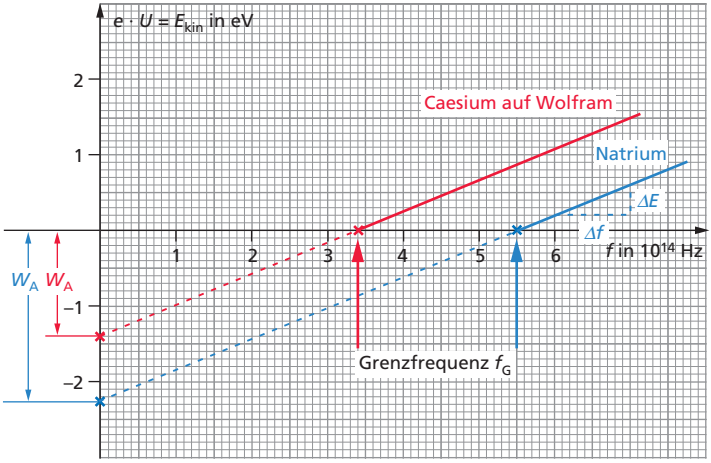
Für diesen Grenzfall gilt:

$$e \cdot U = E_{kin} = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$$

Die beschriebene Methode wird als **Gegenfeldmethode** bezeichnet.

Dabei ist U die Spannung zwischen Anode und Katode bei $I = 0$ und damit $e \cdot U$ gleich der Arbeit gegen das elektrische Feld. Bestrahlt man die Katode der Fotozelle mit Licht verschiedener Frequenz, dann erhält man einen Zusammenhang zwischen Energie und Frequenz, der als **EINSTEIN-Gerade** bezeichnet wird und der in der nachfolgenden grafischen Darstellung für die Alkalimetalle Natrium und Caesium dargestellt ist.

Es gilt:
$1\ eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Ws
Ein Elektron besitzt diese **Energie,** wenn es aus dem Ruhezustand eine Spannung von 1 V durchläuft.



Ein Produkt aus Energie und Zeit wird in der Physik häufig als **Wirkung** bezeichnet. Daher stammt die Bezeichnung „Wirkungsquantum" für die Konstante h.

Der Anstieg der Geraden ergibt sich als Quotient $\Delta E : \Delta f$. Er ist für alle Festkörper gleich und wird als **plancksches Wirkungsquantum** oder als **PLANCK-Konstante** bezeichnet.

> Das plancksche Wirkungsquantum h ist eine fundamentale Naturkonstante. Sie hat einen Wert von $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s.

Die Achsenabschnitte auf der Ordinatenachse sind die stoffabhängigen Austrittsarbeiten W_A. Damit lautet die Geradengleichung:

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

Diese Gleichung wurde zuerst von ALBERT EINSTEIN (1879–1955) im Jahr 1905 angegeben. Man nennt sie auch **einsteinsche Gleichung** für den Fotoeffekt.

Ein Vergleich mit der Energiebilanz $E_{kin} = E - W_A$ (↗ S. 439) zeigt: Die Energieportionen von Licht der Frequenz f betragen $E = h \cdot f$. Damit gilt:

> Die Energiebilanz beim äußeren lichtelektrischen Effekt lautet:
> $h \cdot f = W_A + E_{kin}$
>
> | | |
> |---|---|
> | h | plancksches Wirkungsquantum |
> | f | Frequenz des Lichtes |
> | W_A | Austrittsarbeit |
> | E_{kin} | kinetische Energie der Elektronen |

Der Schnittpunkt der Geraden mit der *f*-Achse ist diejenige Frequenz, die Licht mindestens haben muss, um Elektronen aus dem jeweiligen Metall herauszulösen. Sie wird als **Grenzfrequenz** bezeichnet.

Die Grenzfrequenz f_G ergibt sich aus der stoffabhängigen Austrittsarbeit:

$f_G = \frac{W_A}{h}$

W_A Austrittsarbeit
h plancksches Wirkungsquantum

Die **Grenzfrequenz** ist damit ebenfalls materialabhängig. Sie beträgt z. B. für Natrium $5{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz (grünes Licht) und für Caesium $4{,}7 \cdot 10^{14}$ Hz (rotes Licht).

Für spezielle Anwendungen nutzt man Stoffkombinationen mit besonders geringer Austrittsarbeit und damit auch kleiner Grenzfrequenz, z. B. Barium auf Wolframoxid ($f_G = 3{,}1 \cdot 10^{14}$ Hz) oder Caesium auf Wolfram ($f_G = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ Hz).

Ist es möglich, aus einer Wolframkatode durch Bestrahlung mit Licht einer Wellenlänge von 410 nm Elektronen herauszulösen?

Analyse:
Damit Elektronen aus Wolfram herausgelöst werden, muss das Licht mindestens die für diesen Stoff erforderliche Grenzfrequenz besitzen. Diese ergibt sich aus der oben genannten Gleichung, wobei der Wert für die Austrittsarbeit einem Tabellenwerk zu entnehmen ist. Die Frequenz des verwendeten Lichtes kann man aus Wellenlänge und Lichtgeschwindigkeit mit der Gleichung $c = f \cdot \lambda$ berechnen.

Gesucht: f_G, f
Gegeben: $\lambda = 410$ nm; $W_A = 4{,}54$ eV (Tabellenwert)
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 300\,000$ km · s^{-1}

Lösung:
Für die Grenzfrequenz von Wolfram erhält man:

$$f_G = \frac{W_A}{h}$$

$$f_G = \frac{4{,}54 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}$$

$$\underline{f_G = 1{,}1 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}}$$

Für die Einheiten gilt:
1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J
$\frac{1}{\text{s}} = 1$ Hz

Als Frequenz des verwendeten Lichtes ergibt sich:

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

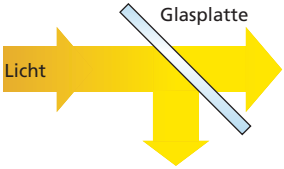
$$f = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m}}{410 \cdot 10^{-9}\ \text{m}}$$

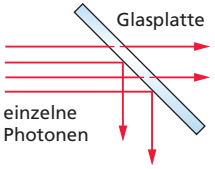
$$\underline{f = 7{,}3 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}}$$

Ergebnis:
Da die Frequenz des verwendeten Lichtes mit $7{,}3 \cdot 10^{14}$ Hz kleiner ist als die Grenzfrequenz für Wolfram ($11 \cdot 10^{14}$ Hz), werden aus der Wolframkatode durch dieses Licht keine Elektronen herausgelöst.

6.1.2 Energie, Masse und Impuls von Photonen

Wenn man Licht immer schwächer macht, zeigt sich, dass sich seine Energieportionen nicht weiter unterteilen lassen als in die Portionen $h \cdot f$. Lässt man Licht z. B. auf eine Glasplatte fallen, so wird ein Teil des Lichts durchgelassen, der Rest wird reflektiert. Lässt man sehr schwaches Licht auf die Glasplatte fallen, so wird stets eine ganze Portion durchgelassen oder eine ganze Portion reflektiert.





Derartige Versuche zeigen: Licht wird nicht nur in Portionen absorbiert. Es ist auch in Portionen unterwegs (↗ S. 439). Wir nennen diese Portionen **Lichtquanten** oder **Photonen.** Es gilt allgemein:

Licht besteht aus Photonen (Lichtquanten). Die Energie eines Photons beträgt:

$E = h \cdot f$

h planncksches Wirkungsquantum
f Frequenz

Für diese Äquivalenz gilt die berühmte, 1905 von ALBERT EINSTEIN (1879–1955) angegebene Beziehung $E = m \cdot c^2$.

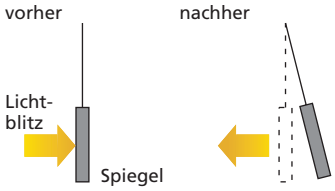
Nach der speziellen Relativitätstheorie sind Energie und Masse äquivalent (↗ S. 544). Kennt man die Energie eines Photons, so kann man auch die dazu äquivalente Masse angeben.

Die Masse eines Photons hängt von seiner Energie ab. Es gilt:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot f}{c^2} = \frac{h}{c \cdot \lambda}$$

f Frequenz
E Energie
λ Wellenlänge
c Lichtgeschwindigkeit
h planncksches Wirkungsquantum

Der Photonen-Impuls ist auch für den **„Sonnenwind"** verantwortlich. Dessen Wirkung zeigt sich z. B. in der Krümmung von Kometenschweifen und in der Verformung des Erdmagnetfeldes.



Photonen breiten sich stets mit Lichtgeschwindigkeit aus. Ihre Ruhemasse (↗ S. 543) ist null.
Dennoch haben Photonen einen Impuls, der sich experimentell nachweisen lässt.

Der Impuls eines Photons beträgt: $p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Ein Laser sendet Lichtblitze mit einer Wellenlänge von 630 nm und einer Energie von 100 J aus.
a) Wie viele Photonen enthält ein solcher Lichtblitz?
b) Wie groß ist der Impuls eines Photons?

Laserlicht ist Licht einer Wellenlänge bzw. Frequenz (↗ S. 489).

Analyse:
Die Anzahl der Photonen ergibt sich aus der Energie eines Photons und der Energie des Lichtblitzes. Der Impuls eines Photons kann mit der auf S. 442 genannten Gleichung berechnet werden.

Gesucht: Anzahl n der Photonen, p
Gegeben: $\lambda = 630\ \text{nm}$
$E_B = 100\ \text{J}$
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$
$c = 300000\ \text{km} \cdot \text{s}$

Lösung:
a) Ein Photon hat die Energie $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$. Damit erhält man für die Anzahl n der Photonen:

$$n = \frac{E_B}{E} = \frac{E_B \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

$$n = \frac{100\ \text{J} \cdot 630 \cdot 10^{-9}\ \text{m} \cdot \text{s}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \text{m}} = \underline{3{,}2 \cdot 10^{20}}$$

Für die Einheiten gilt:
$1\ \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{m}} = 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}}$
$= 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

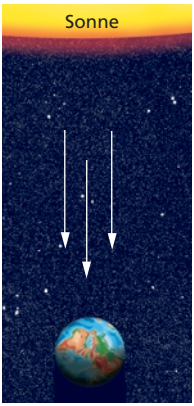
b) Der Impuls eines Photons ergibt sich zu:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{630 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = \underline{1{,}1 \cdot 10^{-27}\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}$$

Ergebnis:
Ein Lichtblitz mit einer Energie von 100 J enthält bei Licht mit einer Wellenlänge von 630 nm (rotes Licht) etwa $3{,}2 \cdot 10^{20}$ Photonen. Das einzelne Photon hat dabei einen Impuls von ca. $1{,}1 \cdot 10^{-27}\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$.

Bei einer **Reflexion** oder einer **Absorption** erzeugen Photonen wegen ihres Impulses einen Druck, der als **Strahlungsdruck** bezeichnet wird. Das Licht, das von einer Lichtquelle ausgeht, kann man sich damit als einen Strom einer riesigen Anzahl von Photonen vorstellen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit von der Lichtquelle weg bewegen.



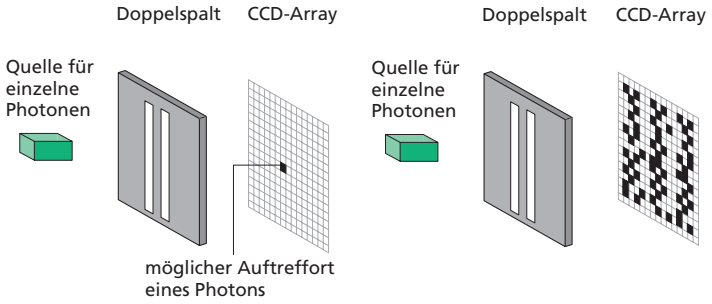
Die Sonne gibt in jeder Sekunde eine Energie von etwa $3{,}8 \cdot 10^{26}$ J ab. Diese Energie ist auf eine große Anzahl von Photonen unterschiedlicher Wellenlängen verteilt. Geht man von einer mittleren Wellenlänge von 600 Nanometern aus, dann wären das in jeder Sekunde etwa $1{,}1 \cdot 10^{45}$ Photonen, die in den Raum abgestrahlt werden. Ein Teil davon gelangt bis zur Erdoberfläche.
Bei einer 100-W-Glühlampe sind es bei der gleichen Wellenlänge von 600 Nanometern immer noch etwa $3 \cdot 10^{20}$ Photonen je Sekunde, die abgestrahlt werden.

Interferenz einzelner Photonen

Erst ab etwa 5 Photonen reagiert eine Lichtsinneszelle mit einem Signal an das Gehirn.

Experimente am Doppelspalt, so wie sie ↗S. 411 f. beschrieben sind, kann man auch mit einzelnen Photonen durchführen. Ein einzelnes Photon ist mit den Augen nicht wahrnehmbar. Einzelne Photonen können allerdings in Halbleitern Elektron-Loch-Paare hervorrufen (↗S. 328 f.). Durch Verstärkung kann daraus ein messbarer Stromimpuls erzeugt werden. Baut man viele solcher Halbleiterelemente zusammen, so erhält man ein Feld von **Photonendetektoren.** Man nennt ein solches Feld **CCD-Array.** Die Skizzen zeigen die prinzipielle Versuchsanordnung.

CCD-Arrays werden z. B. auch in Nachtsichtgeräten oder zur Aufnahme sehr lichtschwacher Objekte in der Astronomie verwendet. Die Abkürzung CCD ergibt sich aus der englischen Bezeichnung **C**harge-**C**ompled-**D**evice (ladungsgekoppeltes Halbleiterbauelement).



Experimente ergeben folgende Resultate:
- Jedes Photon wird stets nur an einer Stelle nachgewiesen.
- Es gibt Stellen, an denen besonders viele Photonen nachgewiesen werden. Dies sind genau die Maxima-Stellen des Doppelspaltversuchs mit normaler Lichtintensität (↗S. 411 f.).

Registriert man viele Photonen hinter einem Doppelspalt, so stellt man ein typisches Interferenzmuster fest. Photonen zeigen Welleneigenschaften.

6.1.3 Röntgenstrahlung

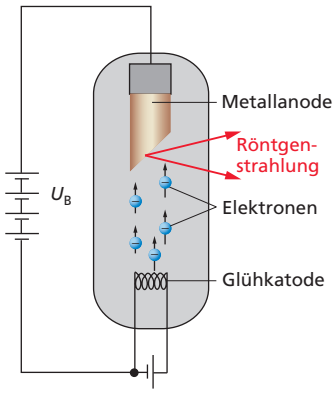
Entstehung von Röntgenstrahlung

Entdeckt wurde diese Strahlung im Jahr 1895 durch den deutschen Physiker Wilhelm Conrad Röntgen (1845–1923), der 1901 dafür den ersten Nobelpreis für Physik erhielt.

Wenn elektrische Ladungen beschleunigt oder abgebremst werden, entsteht elektromagnetische Strahlung (↗S. 356). Je größer die Beschleunigung ist, umso größer ist die Frequenz der entstehenden Strahlung. Lässt man Elektronen mit großer kinetischer Energie (mehrere keV) auf eine Metalloberfläche, die Anode, auftreffen, so werden sie abrupt abgebremst. Es entsteht kurzwellige elektromagnetische Strahlung, die **Röntgenstrahlung.**

Wenn Elektronen stark abgebremst werden, entsteht die kurzwellige Röntgenstrahlung.

Die Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Röntgenröhre, mit der Röntgenstrahlung erzeugt wird. Die von einer Glühkatode emittierten Elektronen werden im elektrischen Feld zwischen Katode und Anode beschleunigt und beim Auftreffen auf die Anode stark abgebremst. Es entsteht Röntgenstrahlung **(Bremsstrahlung)**.
Röntgenstrahlung kann ähnlich wie radioaktive Strahlung mit einem Zählrohr (↗ S. 498) nachgewiesen werden. Am „Knacken" des Zählrohrs kann man erkennen:



Röntgen selbst bezeichnete die von ihm entdeckte Strahlung als X-Strahlung. Im englischsprachigen Raum spricht man auch heute von X-rays.



Auch die Materie im Weltraum besteht aus geladenen Teilchen. Sie werden häufig von Neutronensternen oder von schwarzen Löchern stark beschleunigt. Die dabei entstehende Strahlung wird mit **Röntgensatelliten** (ROSAT, Chandra, XMM) nachgewiesen. Allein der 1990 gestartete Satellit ROSAT registrierte ca. 120 000 Röntgenquellen im Weltraum.

Die Röntgenstrahlung gibt ihre Energie wie Licht in Quanten ab.

In Röntgenröhren werden die Elektronen meist mit elektrischen Spannungen im kV-Bereich beschleunigt. Die Frequenz der entstehenden Röntgenstrahlung erstreckt sich über einen weiten Bereich. Es gibt jedoch eine obere Grenze, die **Grenzfrequenz** f_G. Sie ist umso größer, je größer die Beschleunigungsspannung U_B ist. Um dies zu verstehen, wird der Entstehungsprozess als umgekehrter Fotoeffekt gedeutet: Die bei einem Abbremsvorgang frei werdende Energie erwärmt z. T. die Anode, z. T. wird sie von Photonen davongetragen. Im Extremfall wird die gesamte kinetische Energie des Elektrons auf ein einziges Röntgen-Photon übertragen. Die maximale Photonenenergie beträgt dann also $e \cdot U_B$. Daraus können die Grenzfrequenz f_G und die Grenzwellenlänge λ_G berechnet werden.

Für die maximale Energie der Photonen einer Röntgenröhre gilt:
$E_{max} = e \cdot U_B = h \cdot f_G = h \cdot \frac{c}{\lambda_G}$

e	Elementarladung	f_G	Grenzfrequenz
U_B	Beschleunigungsspannung	c	Lichtgeschwindigkeit
h	plancksches Wirkungsquantum	λ_G	Grenzwellenlänge

Wie groß ist die maximale Frequenz der Strahlung einer Röntgenröhre, die mit 20,0 kV betrieben wird? Berechnen Sie auch die zugehörige Wellenlänge!

Analyse:
Die maximale Frequenz (Grenzfrequenz) ergibt sich, wenn man annimmt, dass die gesamte kinetische Energie eines Elektrons, die es infolge der Beschleunigung im elektrischen Feld zwischen Katode und Anode hat, beim Abbremsen vollständig auf ein Photon der Röntgenstrahlung übertragen wird.

Bei Spannungen im kV-Bereich kann die anfängliche kinetische Energie der Elektronen vernachlässigt werden.

Gesucht: f_G, λ_G
Gegeben: U_B = 20,0 kV
e = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C
h = $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s

Lösung:
Aus $e \cdot U_g = h \cdot f_G$ ergibt sich für die Grenzfrequenz f_G:

$$f_G = \frac{e \cdot U_B}{h}$$

$$f_G = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{4}\ \text{V}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 4{,}8 \cdot 10^{18}\ \text{Hz}$$

Die Grenzwellenlänge ergibt sich aus $c = \lambda \cdot f$ zu:

$$\lambda_G = \frac{c}{f_G}$$

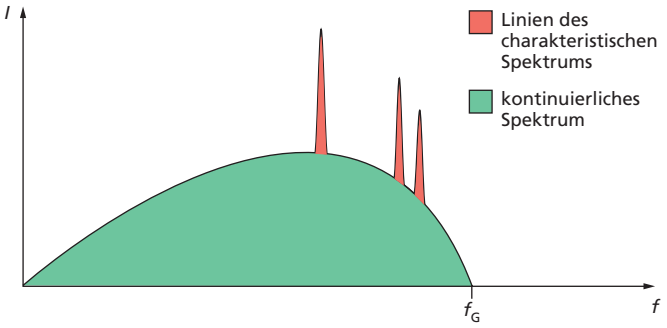
$$\lambda_G = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m}}{4{,}8 \cdot 10^{18}\ \text{J} \cdot \text{s}} = 6{,}3 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 63\ \text{pm}$$

1 Picometer = 1 pm = 10^{-12} m

Ergebnis:
Bei einer Beschleunigung von 20 kV beträgt die maximale Frequenz der abgestrahlten Röntgenstrahlung $4{,}8 \cdot 10^{18}$ Hz. Das entspricht einer Wellenlänge von 63 pm.

Trägt man die Intensität I der Röntgenstrahlung über der Frequenz f auf, so erhält man das **Spektrum der Röntgenstrahlung.**

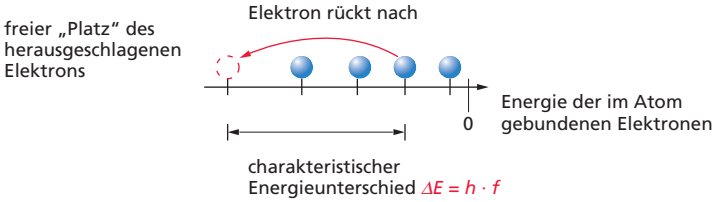
Das Spektrum der Röntgenstrahlung umfasst einen Frequenzbereich von $3 \cdot 10^{16}$ Hz bis $5 \cdot 10^{21}$ Hz. Das entspricht einem Wellenlängenbereich von 10^{-8} m bis $6 \cdot 10^{-14}$ m (↗ S. 368).



Die Röntgenstrahlung in der Anode entsteht nur teilweise direkt durch die Abbremsung der Elektronen. Diesen Anteil im Spektrum nennt man kontinuierliches Spektrum oder **Bremsspektrum.** Im Experiment beobachtet man zusätzlich ein Linienspektrum, das so genannte **charakteristische Spektrum.**

Das Spektrum einer Röntgenröhre besteht aus einem Bremsspektrum und einem charakteristischem Spektrum.

Das **kontinuierliche Bremsspektrum** kommt zustande, weil die auf die Anode auftreffenden Elektronen beim Eindringen in die Atomhülle abgebremst werden und einen Teil ihrer Energie in Form elektromagnetischer Strahlung (Röntgenquanten) unterschiedlicher Frequenz abgeben.
Die Entstehung des **charakteristischen Spektrums** ist folgendermaßen zu erklären: Aufgrund der großen kinetischen Energie der auftreffenden Elektronen dringen diese bis in die Nähe des Atomkerns vor und heben kernnahe, fest gebundene Elektronen auf ein höheres Energieniveau. Auf den hinterlassenen freien „Platz" können schwach gebundene Elektronen nachrücken. Dabei wird Energie frei, die in Form von Röntgenquanten abgegeben wird und die für das jeweilige Anodenmaterial charakteristisch ist.

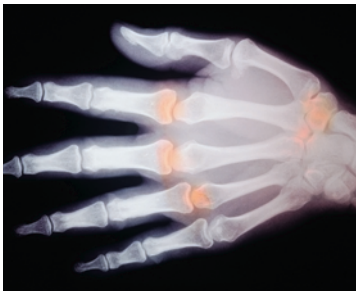


Die energetischen Verhältnisse der Elektronen in der Atomhülle lassen sich in einem Energieniveauschema darstellen (↗ S. 480).

Röntgenstrahlung hat einige spezielle Eigenschaften, die für ihre Anwendung von Bedeutung sind:
- Röntgenstrahlung besitzt eine so große Energie, dass Zellen geschädigt und Stoffe ionisiert werden können.
- Röntgenstrahlung durchdringt viele Stoffe und wird durch verschiedene Stoffe unterschiedlich absorbiert.
- Röntgenstrahlung schwärzt Filme.
- Röntgenstrahlung kann gebeugt werden und interferieren.

Da **Röntgenstrahlen** Zellen schädigen können, sind beim Umgang mit ihnen die Festlegungen des **Strahlenschutzes** strikt einzuhalten.

Aus diesen Eigenschaften ergeben sich charakteristische Anwendungsmöglichkeiten. In der **Röntgendiagnostik** wird der Körperteil, der untersucht werden soll, zwischen Röntgenröhre und Film gebracht. Da z. B. Knochen Röntgenstrahlung weniger gut hindurchlassen als das umliegende Gewebe, erhält man auf dem Film ein Abbild des Körperinneren. Organe wie Magen oder Darm können durch Verwendung von Röntgenkontrastmitteln dargestellt werden. Die **Röntgentherapie** wird u.a. dazu angewendet, um Tumorzellen abzutöten. Dabei nutzt man die höhere Strahlungsempfindlichkeit von krankem Gewebe.



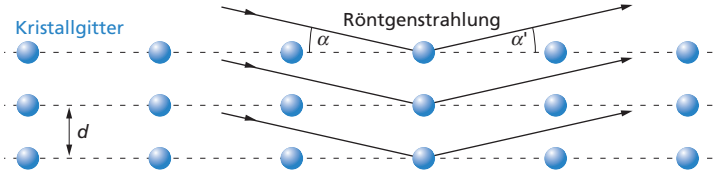
In der **Röntgendiagnostik** wird mit Beschleunigungsspannungen von 50 kV bis 150 kV und möglichst kurzen Belichtungszeiten gearbeitet. In der **Röntgentherapie** wendet man auch energiereiche (harte) Röntgenstrahlung (200 kV bis 300 kV) an.

Bei der **Werkstoffprüfung** können mithilfe von Röntgenstrahlung Schweißnähte untersucht oder Werkstücke auf Einschlüsse geprüft werden. Mithilfe der **Röntgenstrukturanalyse** (↗ S. 449) ist es möglich, die kristalline Struktur von Stoffen zu untersuchen und zu erfassen.

Interferenz von Röntgenstrahlung

Da die Wellenlänge der **Röntgenstrahlung** in der Größenordnung von Picometern (10^{-12} m) liegt, können zu ihrer Interferenz keine gewöhnlichen Doppelspalte oder Gitter verwenden. Die Spaltabstände wären viel zu groß. 1912 hatte MAX VON LAUE (1879–1960) die Idee, als „Gitter" Kristalle zu verwenden. Den experimentellen Nachweis von Röntgenstrahlinterferenzen führten seine Assistenten WALTHER FRIEDRICH (1883–1968) und PAUL KNIPPING (1883–1935). MAX VON LAUE erhielt 1914 den Nobelpreis für Physik.

Röntgenstrahlung ist elektromagnetische Strahlung und zeigt Interferenzeffekte (↗ S. 411 ff.). In Kristallen sind die Ionen in regelmäßigen Abständen d von mehreren 100 pm angeordnet (s. Skizze). Die Röntgenstrahlung wird an den einzelnen **Kristallebenen** (Gitterebenen, Netzebenen) reflektiert und überlagert sich.



Eine Verstärkung von Röntgenstrahlung tritt nur dann auf, wenn zwei Bedingungen erfüllt sind:
- Der Winkel α', in dem die Röntgenstrahlung nachgewiesen wird, muss so groß sein wie der Winkel α, mit dem die Röntgenstrahlung auf den Kristall auftrifft.
- Es muss eine 1913 von WILLIAM LAWRENCE BRAGG (1890–1971) aufgestellte Beziehung gelten, die als **BRAGG-Gleichung** bezeichnet wird.

Maxima bei Interferenz von Röntgenstrahlung an Kristallgittern sind unter folgender Bedingung zu registrieren:

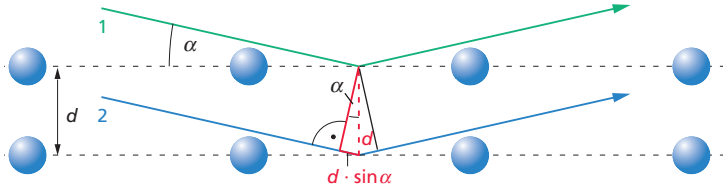
$k \cdot \lambda = 2\,d \cdot \sin \alpha_k$

k	1, 2, 3, …
λ	Wellenlänge
d	Abstand der Gitterebenen
α_k	Reflexionswinkel (BRAGG-Winkel)

WILLIAM LAWRENCE BRAGG (1890–1971) erhielt 1915 zusammen mit seinem Vater WILLIAM HENRY BRAGG (1862–1942) für die Verdienste um die Erforschung von Kristallstrukturen mittels Röntgenstrahlen den Nobelpreis für Physik.



Diese Beziehung kann genutzt werden, um die Wellenlänge von Röntgenstrahlung zu ermitteln oder um die kristalline Struktur von Stoffen zu untersuchen. Die BRAGG-Gleichung ergibt sich aus einfachen geometrischen Überlegungen.



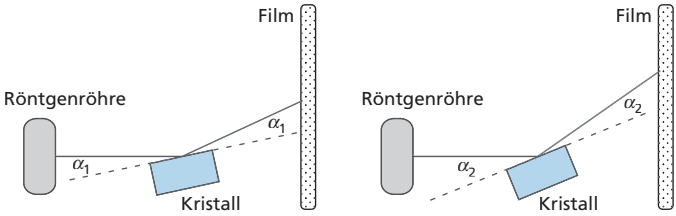
Bei Verstärkung muss der Gangunterschied von benachbarten Strahlen λ oder ein ganzzahliges Vielfaches von λ sein. Bei Reflexion an den Gitterebenen unter einem Winkel α beträgt der Gangunterschied zwischen den Strahlen 1 und 2 (s. Skizze): $\Delta s = 2\,d \cdot \sin \alpha$.
Mit $\Delta s = k \cdot \lambda$ (k = 1, 2, 3, ...) erhält man die oben genannten BRAGG-Gleichung.

Röntgenstrukturanalyse

Die **Röntgenstrukturanalyse** ist ein Verfahren zur Bestimmung der Anordnung von Atomen oder Ionen in Kristallen unter Verwendung von Röntgenstrahlung. Dazu kann man unterschiedliche Verfahren anwenden.

In der Biologie hat man mit der Röntgenstrukturanalyse große Erfolge erzielt. Es wurde z. B. damit die Doppelhelix-Struktur der DNA aufgeklärt.

Beim **Drehkristallverfahren** wird ein Kristall einer monochromatischen Röntgenstrahlung ausgesetzt. Auf einem dahinter liegenden Detektor werden die Interferenzmuster registriert. Bei Verwendung von Film würde an Stellen maximaler Verstärkung eine Schwärzung erfolgen.



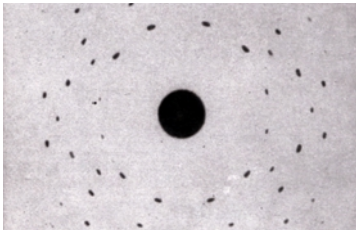
Für die Maxima gilt die BRAGG-Gleichung (↗ S. 448).

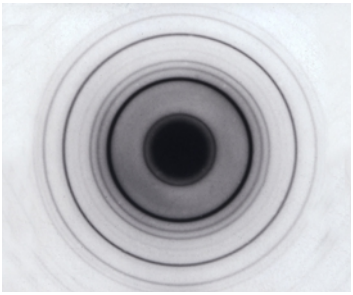
Würde der Kristall bei jeder Maximum-Stelle um eine zur Verbindungslinie Röntgenröhre-Film parallele Achse gedreht, so erhielte man auf dem Film Maxima in Form konzentrischer Kreise.

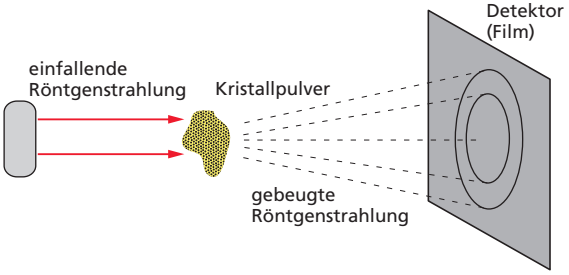
Beim **DEBYE-SCHERRER-Verfahren** wird ebenfalls mit monochromatischer Röntgenstrahlung gearbeitet. Statt eines einzelnen Kristalls nutzt man ein Kristallpulver, in dem sich eine Vielzahl von Kristallen mit unterschiedlichen räumlichen Orientierungen befinden. Damit ist stets für einige die BRAGG-Gleichung erfüllt. Auf einem Film entstehen dann ebenfalls Ringe. Die Skizze unten zeigt dieses Verfahren.

Benannt ist dieses Verfahren nach dem niederländischen Physiker PETER DEBYE (1884–1966) und dem schweizer Physiker PAUL SCHERRER (1890–1969), die dieses Verfahren 1915 entwickelten.

Beim **LAUE-Verfahren** wird ein Kristall mit Röntgenstrahlung unterschiedlicher Wellenlänge (so genanntem weißen Röntgenlicht) bestrahlt. Dadurch bekommt man auf einem Film Schwärzungspunkte (Maxima) an verschiedenen Stellen. Ein solches Bild wird als **LAUE-Diagramm** bezeichnet.



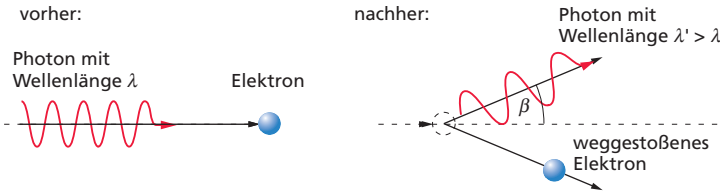




Der COMPTON-Effekt

Entdeckt wurde dieser Effekt 1922 von dem US-amerikanischen Physiker ARTHUR HOLLY COMPTON (1892–1962). Er erhielt für diese wissenschaftliche Leistung 1927 den Nobelpreis für Physik.

Grafit enthält Elektronen mit vernachlässigbarer Austrittsarbeit. Man sagt: Die Elektronen sind frei oder lose gebunden. Wenn man Röntgenphotonen an freien Elektronen streut, so haben die Photonen nach der Streuung eine kleinere Frequenz und eine größere Wellenlänge als zuvor. Die Photonen haben Energie und Impuls an die Elektronen abgegeben. Im Experiment zeigt sich: Je größer die Richtungsänderung β des Photons ist, umso mehr nimmt seine Wellenlänge zu, also seine Energie und sein Impuls ab. Man kann sich die Streuung als elastischen Stoß vorstellen:



Um die Änderung der Wellenlänge auszurechnen, wendet man Energie- und Impulserhaltungssatz auf das System Photon + Elektron an. Man erhält folgendes Ergebnis:

Die Konstante $\frac{h}{m_e \cdot c}$ bezeichnet man auch als COMPTON-**Wellenlänge** λ_c. Sie hat einen Wert von:

$\lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ m

Damit kann man für die Gleichung auch schreiben:

$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\beta)$

Für die Wellenlängenzunahme $\Delta\lambda$ des Röntgenphotons in Abhängigkeit von seiner Richtungsänderung β gilt:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\beta)$$

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s
$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg
$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ein Photon habe eine Wellenlänge, die gerade genau so groß ist wie die COMPTON-Wellenlänge. Es trifft auf Elektronen. Dabei beträgt die Richtungsänderung des Photons gerade 90 °.
Welche Wellenlänge und welche Energie hat das gestreute Photon?

Analyse:
Die Wellenlänge ergibt sich aus der links genannten Beziehung. Die Energie des Photons kann man aus Frequenz, Lichtgeschwindigkeit und planckschem Wirkungsquantum berechnen.

Gesucht: λ', E
Gegeben: $\lambda = \lambda_c = 2{,}426 \cdot 10^{-12}$ m
$\beta = 90\,°$

Lösung:
Für die Wellenlängenänderung gilt $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\beta)$ und damit:

$\lambda' = \lambda_c(1 - \cos\beta) + \lambda$
$\lambda' = \lambda_c(1 - \cos 90\,°) + \lambda_c = 2\,\lambda_c = 4{,}852 \cdot 10^{-12}$ m

Für die Energie erhält man dann:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$E = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m}}{4{,}852 \cdot 10^{-12}\ \text{m} \cdot \text{s}} = \underline{4{,}1 \cdot 10^{-14}\ \text{J}}$$

Ergebnis:
Das gestreute Photon hat eine Wellenlänge von $2\,\lambda_c = 4{,}852 \cdot 10^{-12}$ m und eine Energie von $E = 4{,}1 \cdot 10^{-14}$ J.

Die Quantennatur elektromagnetischer Strahlung

Licht und Röntgenstrahlung zeigen ähnliche Eigenschaften:

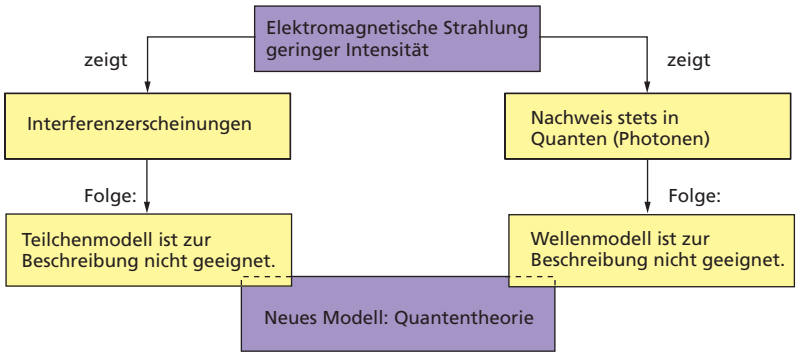
Eigenschaften	sichtbares Licht/ UV-Licht	Röntgenstrahlung
Hinweise auf Quanten (Photonen)	lichtelektrischer Effekt, Strahlteiler (↗ S. 442)	Grenzfrequenz, COMPTON-Effekt
Interferenzerscheinungen	Beugung an Gittern und dünnen Schichten	Beugung an Kristallen

Sowohl das sichtbare Licht als auch Röntgenstrahlung sind Teile des elektromagnetischen Spektrums (↗ S. 368). Man kann die Erkenntnisse, die an Licht und an Röntgenstrahlen gewonnen wurden, auf das gesamte elektromagnetische Spektrum verallgemeinern.

Elektromagnetische Strahlung besteht aus Photonen, die die Energie $h \cdot f$ tragen. Sie sind keine Teilchen, da sie Interferenzeffekte zeigen.

Der tatsächliche Weg zur Quantentheorie und deren Entwicklung war sehr viel komplizierter und widersprüchlicher, als hier dargestellt werden kann.

Wenn die Strahlung sehr viele Photonen enthält, kann sie mit dem Wellenmodell beschrieben werden. Für eine korrekte Beschreibung aller Effekte sind Elemente aus dem Teilchenmodell und Elemente aus dem Wellenmodell zu kombinieren: Man erhält die **Quantentheorie** (↗ Abschnitt 6.2).

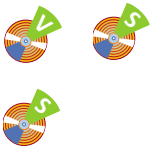


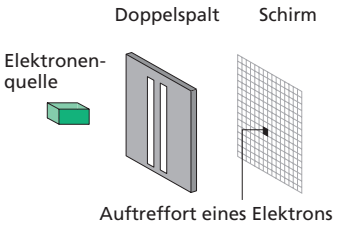
6.2 Interferenz von Quantenobjekten

Oft ist es zweckmäßig, Elektronen als Teilchen zu betrachten: Sie fließen wie Kügelchen im elektrischen Leiter, man kann sie zählen (MILLIKAN-Versuch), wir sehen ihre Bahn im Fadenstrahlrohr (↗ S. 285). Zur Beschreibung von Interferenz-Experimenten mit Elektronen ist das Teilchenmodell jedoch nicht geeignet.

Elektronen im Doppelspalt-Experiment

Dieses Experiment wurde erstmalig 1960 von CLAUS JÖNSSON durchgeführt und 1961 veröffentlicht. Ausschnitte aus der Originalarbeit sind auf der CD zu finden.





Eine Elektronenquelle sendet Elektronen mit einheitlicher Geschwindigkeit auf einen Doppelspalt. Die durchgelassenen Elektronen treffen auf einem Schirm auf. Dort wird ihr Auftreffort mit einem Feld von empfindlichen Detektoren registriert.
Wie man für sehr kleine Teilchen erwartet, wird jedes hindurchgelassene Elektron in genau einem Detektor nachgewiesen. Abgesehen davon verhalten sich die Elektronen aber ungewohnt.

Nicht-Determiniertheit

In der klassischen Physik können wir für ein Objekt in einem beliebigen Experiment vorhersagen, wie es sich verhalten wird, wenn wir nur den Anfangszustand des Objekts genau kennen. Man sagt: Das Verhalten der klassischen Objekte ist determiniert (↗ S. 13).

Wenn wir eine Kugel auf einen Doppelspalt schießen, dann können wir vorhersagen, wie die Kugel auf ihrer Bahn beeinflusst wird, durch welchen Spalt sie fliegt und wo sie schließlich auf einem Schirm auftrifft.

Zufallsergebnisse in einem Feld würde man auch mit einer Lottomaschine erhalten, die jeweils eine Kugel zieht und anschließend automatisch auf dem Lottoschein das Kästchen ankreuzt.

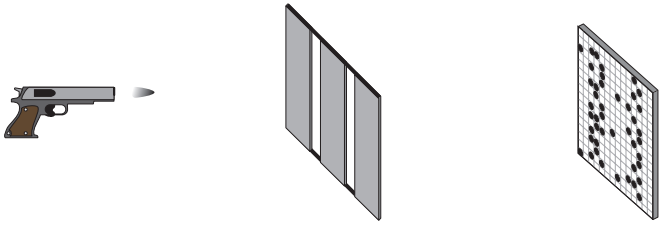
1	2	3	4	5	6	7
8	X	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

Dagegen ist das Verhalten der Elektronen nicht determiniert. Selbst wenn man alle Elektronen so gut wie möglich identisch präpariert, variieren ihre Auftrefforte stark und zufällig. Der Auftreffort für ein einzelnes Elektron kann nicht vorhergesagt werden. Ein Grund dafür ist, dass man den Anfangszustand der Elektronen nicht genau präparieren kann. Tatsächlich gibt es solche genau bestimmten Anfangszustände für Elektronen gar nicht.
Dieses Verhalten hat man auch bei Experimenten mit Neutronen, Protonen, Atomen und Molekülen festgestellt. Auch Photonen gehören zu den **Quantenobjekten** (↗ S. 451).

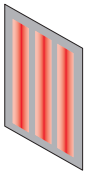
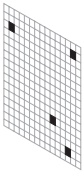
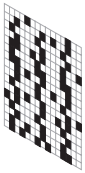
Elektronen, Neutronen, Protonen, Atome und Moleküle nennen wir Quantenobjekte. Das Verhalten einzelner Quantenobjekte kann in der Regel nicht vorhergesagt werden.

Interferenz von Quantenobjekten

Man könnte versuchen, die Unbestimmtheit der Quantenobjekte zu simulieren: Ein Schussapparat feuert Kugeln mit leicht veränderlicher Richtung ab. Wenn man damit häufig durch einen Doppelspalt (z. B. durch einen Bretterzaun mit zwei Lücken) schießt, erwartet man, dass sich die Aufschläge auf dem Schirm auf zwei Streifen häufen (s. Skizze).



Dagegen zeigt sich bei Elektronen nach vielen Wiederholungen eine Verteilung wie bei Interferenzversuchen mit Licht am Doppelspalt.

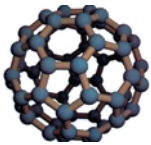
Interferenz mit Licht am Doppelspalt	mit wenigen Elektronen	mit 100 einzelnen Elektronen
		

Dieses Verhalten kann man nicht beschreiben, wenn man sich Elektronen als Teilchen vorstellt. Man könnte argumentieren, das Muster käme dadurch zustande, dass sich die Elektronen auf ihrem Weg gegenseitig beeinflussen. Es tritt jedoch auch auf, wenn man nach jeder Emission eines Elektrons ein paar Sekunden wartet, sodass sich jeweils nur ein Elektron in der Anordnung befindet. Man sagt deshalb auch: Das Elektron interferiert „mit sich selbst". Derartige Interferenzmuster hat man auch in Experimenten mit anderen Quantenobjekten gefunden.

Bei Quantenobjekten kann Interferenz auftreten. Solche Interferenzen sind im Teilchenmodell nicht beschreibbar.

Bei wenigen Elektronen können Auftreffverteilungen entstehen, die keine Ähnlichkeit mit dem Interferenzmuster der Optik haben. Je mehr Quantenobjekte aber ein Interferenzexperiment durchlaufen, umso zuverlässiger tritt das Interferenzmuster auf. Dies bedeutet: Für das einzelne Quantenobjekt kann man keine Vorhersage machen, sehr wohl aber eine Wahrscheinlichkeitsaussage für eine große Anzahl von ihnen.

Selbst mit **Fullerenen,** das sind Kohlenstoffmoleküle mit Fußballstruktur, hat man Interferenz beobachtet. Informationen dazu sind auf der CD zu finden.

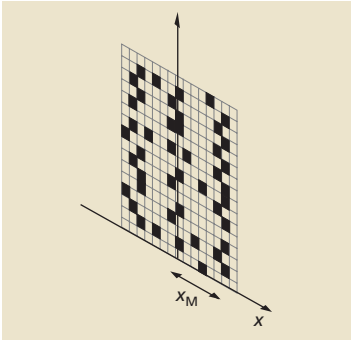


Auch für die auf S. 452 beschriebene Lottomaschine, die jeweils nur ein Kreuzchen macht, können wir Wahrscheinlichkeitsaussagen machen:
Nach einer großen Anzahl von Wiederholungen erwartet man, dass die Kreuze relativ gleichmäßig verteilt sind.

Anders als in der klassischen Physik kann man in der Quantenphysik im Allgemeinen nur Wahrscheinlichkeitsaussagen treffen.

So lässt sich für ein Elektron im Doppelspalt-Experiment der Auftreffort nicht vorhersagen. Bei vielen Elektronen registriert man eine Verteilung, die bis auf statistische Schwankungen der Intensitätsverteilung beim Doppelspalt mit Licht entspricht.

Die DE-BROGLIE-Wellenlänge von Quantenobjekten



Bezeichnet man mit x den Abstand des Auftreffortes von der Mittelachse des Schirms, so gibt es Abstände x_M, für die man besonders viele Elektronen erwartet. Wir nennen diese Stellen wie in der Optik Maxima. In der Optik kann man aus der Lage der Maxima die Wellenlänge des verwendeten Lichts berechnen (↗ S. 415 f.). Analog dazu lässt sich auch für Quantenobjekte aus den Abständen x_M eine Wellenlänge ausrechnen. Man nennt sie **DE-BROGLIE-Wellenlänge.** Mit ihr können Voraussagen für alle Arten von Interferenzexperimenten mit Quantenobjekten gemacht werden. Allerdings darf man das Wort „Wellenlänge" nicht zu wörtlich nehmen: Die Materie selbst schwingt nicht, der Formalismus enthält lediglich eine Gleichung, die wie eine Wellengleichung aussieht.

Der französische Physiker LOUIS DE BROGLIE (1892–1987) forderte 1923 in seiner Doktorarbeit: *Wenn Licht mit Elementen des* ***Teilchenmodells*** *beschrieben werden muss, dann sollte auch Materie mit Elementen der Wellentheorie zu beschreiben sein.*
Er gab in dieser Arbeit eine Gleichung für die Wellenlänge von Quantenobjekten an. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von **Materiewellen.**

Für die DE-BROGLIE-Wellenlänge von Quantenobjekten gilt:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

h	plancksches Wirkungsquantum
p	Impuls des Quantenobjektes
m	Masse des Quantenobjektes
v	Geschwindigkeit des Quantenobjektes

Elektronen werden durch eine Spannung von U = 2,0 kV beschleunigt.
Welche Wellenlänge ist diesen Elektronen zuzuordnen? Vergleichen Sie diese mit der Wellenlänge von grünem Licht (500 nm)!

Analyse:
Die Geschwindigkeit der Elektronen kann mit einem energetischen Ansatz ermittelt werden. Es gilt: $e \cdot U = \frac{1}{2}\ m \cdot v^2$
Bei bekannter Geschwindigkeit kann man die Gleichung für die DE-BROGLIE-Wellenlänge anwenden.

Gesucht: λ
Gegeben: $U = 2{,}0\ \text{kV} = 2000\ \text{V}$
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$
$m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$
$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$

Lösung:
Aus $e \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ergibt sich $v = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}}$. Damit erhält man für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2e \cdot U \cdot m}}$$

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 2000\,\text{V} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}}$$

$$\lambda = 2{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

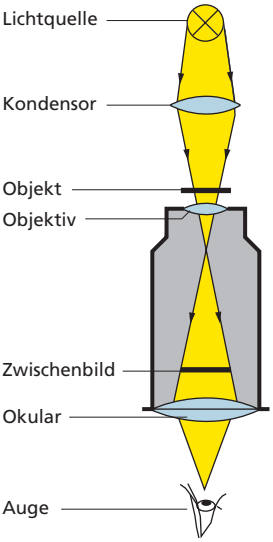
Für die Einheiten gilt:

$$\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{\text{C} \cdot \text{V} \cdot \text{kg}}} = \frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\sqrt{\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{kg}}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\sqrt{\frac{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}} = \text{m}$$

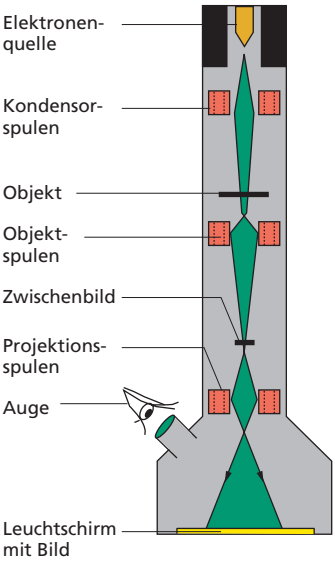
Ergebnis:
Bei einer Beschleunigungsspannung von 2,0 kV kann man Elektronen eine Wellenlänge von $2{,}7 \cdot 10^{-11}$ m zuordnen. Die Wellenlänge von grünem Licht ist etwa 20 000-mal größer.

Die kleine Wellenlänge solcher Elektronen gestattet es, sehr kleine Strukturen aufzulösen, da das Auflösungsvermögen der Geräte von der Wellenlänge abhängig ist (↗ S. 416 f.). Das wird bei **Elektronenmikroskopen** genutzt.

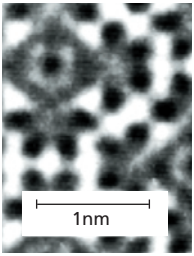
Lichtmikroskop



Elektronenmikroskop



Mithilfe von **Elektronenmikroskopen** können noch Strukturen im Nanometerbereich (bis etwa 0,1 nm) aufgelöst werden. Damit ist man bis zum atomaren Bereich vorgedrungen.



Zum Vergleich: Wenn eine Welle in den Bereich eines Bootshafens kommt, fängt nicht nur *ein* Schiff zu schaukeln an.

Aus der Darstellung zur Interferenz von Quantenobjekten könnte man folgern, dass man sich Quantenobjekte als Wellen vorstellen kann. Dagegen spricht: Wenn z. B. ein Elektron eine Welle wäre, dann müssten bei der Ortsbestimmung am Schirm wie bei einer Wasserwelle eine ganze Schar von Detektoren gleichzeitig ausgelöst werden. Es spricht jedoch immer nur ein Detektor an. Deshalb gilt allgemein für Quantenobjekte:

Man kann sich Quantenobjekte weder als Welle noch als Teilchen vorstellen. Es gibt zwar Situationen, in denen das Teilchenmodell oder das Wellenmodell eine gute Näherung darstellt. Aber eigentlich hat ein Quantenobjekt stets gleichzeitig

- etwas Welliges (was seine Ausbreitung bestimmt),
- etwas Körniges (was sich bei der Ortsmessung zeigt),
- etwas Stochastisches (was nur Wahrscheinlichkeitsaussagen erlaubt).

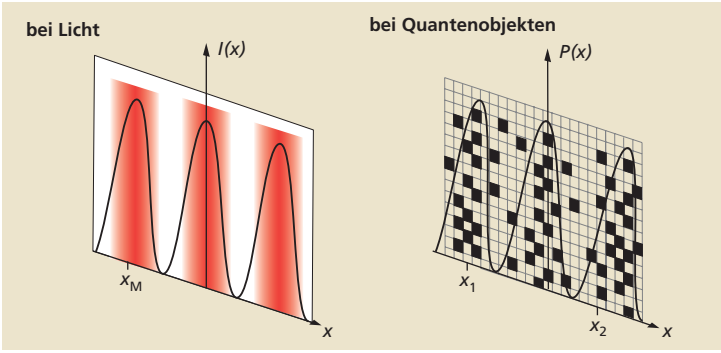
Quantitative Beschreibung der Wahrscheinlichkeit *P(x)*

Mit ihren quantitativen Voraussagen ist die **Quantentheorie** die erfolgreichste physikalische Theorie des 20. Jahrhunderts. So konnten damit Voraussagen gemacht werden, die auf neun Stellen mit den experimentellen Ergebnissen übereinstimmen.

Obwohl man sich Quantenobjekte insbesondere in Interferenzexperimenten nicht vorstellen kann, ist es möglich, quantitative (Wahrscheinlichkeits)-Voraussagen zu machen, die es erlauben, Molekül- und Stoffeigenschaften (in Chemie, Biologie und Medizin) zu erklären und Geräte auf Halbleiterbasis (Computer, Handys usw.), Laser (CD-Spieler, Medizin), Kernspintomografen und vieles andere mehr zu bauen.

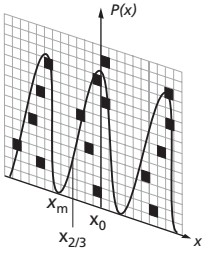
Um in der Quantentheorie quantitative Voraussagen zu machen, muss man in der Regel Phasenunterschiede berücksichtigen. Dazu eignet sich besonders das **Zeigermodell** (↗ S. 412, 420 f.). Dies wird hier am Beispiel des Doppelspalt-Experiments mit Elektronen demonstriert: x ist wieder der Abstand eines Detektionsortes von der Mittelachse des Schirms. Dann kann man für jeden Abstand x eine **Wahrscheinlichkeit** $P(x)$ angeben, mit der ein Elektron in diesem Abstand x ankommt. Ist z. B. $P(x)$ für ein x_1 doppelt so groß wie für ein x_2, dann ist die Detektionswahrscheinlichkeit bei x_1 im Mittel doppelt so groß wie bei x_2. Die Funktion $P(x)$ hat den gleichen Verlauf wie die Intensitätsfunktion $I(x)$ in der Optik.

Für Maximumstellen x_M ist $P(x)$ besonders groß. Entfernt man sich von der Maximumstelle, so nimmt die Funktion $P(x)$ zunächst ab, bis sie bei einer Minimumstelle 0 ist. Dann nimmt sie wieder zu.

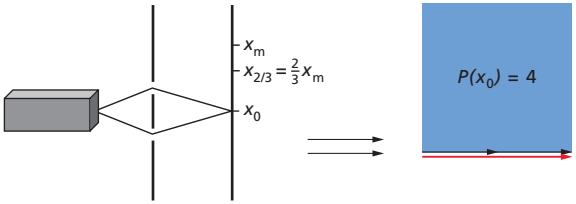
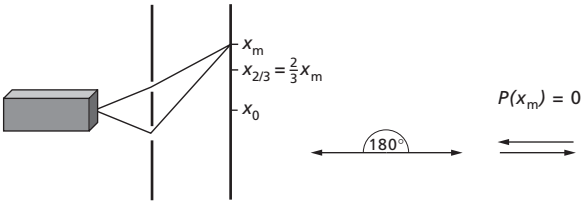
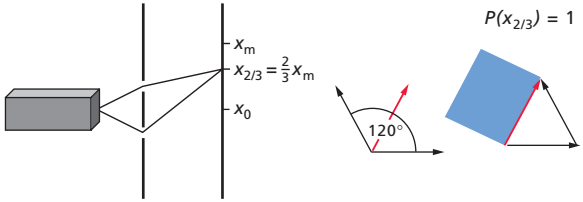


In der Optik erhält man die Intensität *I(x)* für einen bestimmten Abstand *x*, indem man die Zeiger für die verschiedenen Elementarwellen mit den richtigen Phasenunterschieden addiert (↗ S. 412). Das Quadrat des Summenzeigers ist dann ein Maß für die Intensität *I(x)*. Genauso muss man vorgehen, wenn man Vorhersagen für Interferenzexperimente in der Quantenphysik machen will. Allerdings ist das Quadrat des Summenzeigers nun als **Maß für die Wahrscheinlichkeit** *P(x)* zu interpretieren.

Wir betrachten als Beispiel eine Stelle $x_{2/3}$, die sich auf zwei Drittel der Strecke zwischen dem Maximum x_0 und dem Minimum x_m befindet. Die Wahrscheinlichkeit, an der Stelle $x_{2/3}$ ein Elektron zu detektieren, ist sicher beträchtlich kleiner als an der Stelle x_0. Gesucht ist eine präzise Voraussage für das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten $P(x_{2/3})/P(x_0)$. Die Lösung ist in der folgenden Tabelle ausgeführt:



Man sagt „Maß für die Wahrscheinlichkeit", weil *P(x)* eigentlich so normiert werden muss, dass die Gesamtwahrscheinlichkeit für eine Detektion auf dem Schirm 1 ergibt.

x_0 ist die Stelle, an der sich ein Maximum befindet. Der Phasenunterschied beträgt dort also 0°. Die Zeiger addieren sich zum roten Summenpfeil mit maximaler Länge 2. Für $P(x_0)$ erhalten wir also 4.	
x_m ist die Stelle des 1. Minimums; hier liegt also ein Phasenunterschied von 180° vor. Folglich ist die Pfeilsumme 0 und damit auch die Wahrscheinlichkeit $P(x_m) = 0$.	
$x_{2/3} = \frac{2}{3}\ x_m$ Der Phasenunterschied an der Stelle $x_{2/3}$ beträgt demnach $\frac{2}{3} \cdot 180° = 120°$. Der Summenzeiger hat die Länge 1, für $P(x_{2/3})$ erhält man $P(x_{2/3}) = 1$. Also ist $P(x_{2/3}) : P(x_0) = 1 : 4$.	
Die Wahrscheinlichkeit ein Elektron am Ort $x_{2/3} = \frac{2}{3}\ x_m$ zu detektieren, ist 4-mal kleiner als an der Maximumsstelle x_0.	

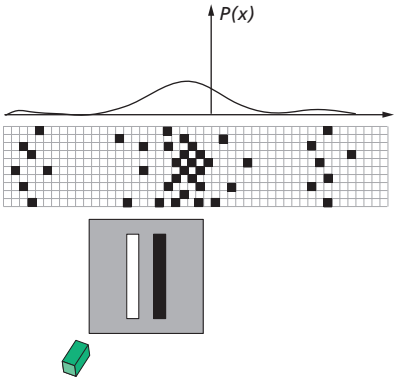
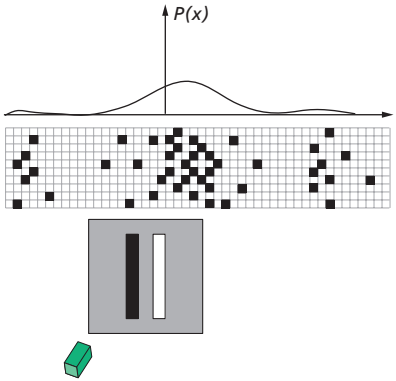
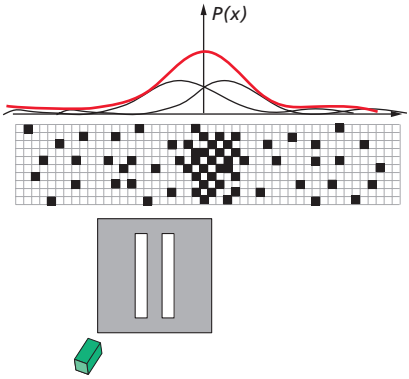
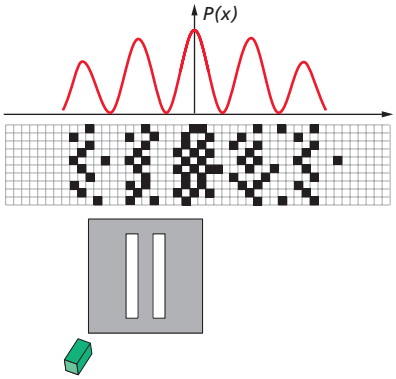
6.3 Komplementarität und Unbestimmtheit

Die **Unbestimmtheit von Quantenobjekten** wird von vielen Physikern als der zentrale Wesenszug der Quantenphysik angesehen. Sie zeigt sich in praktisch allen Quantenexperimenten, also auch im Doppelspalt-Experiment. In den so genannten **Unbestimmtheitsrelationen** wird die Unbestimmtheit quantitativ gefasst.

6.3.1 Komplementarität bei Doppelspalt-Experimenten

Objektive Unbestimmtheit

Wenn man beim Doppelspalt-Experiment, z. B. mit Elektronen, einen Spalt schließt, ergibt sich nach vielen Wiederholungen die entsprechende Einzelspaltverteilung, so wie sie auch in der Optik registriert wird (↗ S. 416).

Verteilung bei offenem linken Spalt	Verteilung bei offenem rechten Spalt
	
erwartete Verteilung beim Doppelspalt	**beobachtete Verteilung beim Doppelspalt**
	

Wenn man beide Spalte öffnet, erwartet man: Das Quantenobjekt geht entweder durch den einen oder durch den anderen Spalt. Es sollte also auch zu einer der beiden Einzelspaltverteilungen beitragen. Man müsste folglich bei zwei geöffneten Spalten eine Verteilung bekommen, die der Summe der beiden Einzelspaltmuster entspricht. Stattdessen erhält man im Experiment das Doppelspalt-Interferenzmuster, wie es auch aus der Optik bekannt ist (↗ S. 411). Die Konsequenz, die man daraus zieht, ist:

Die Vorstellung, die Quantenobjekte gehen beim Doppelspaltversuch durch den einen oder den anderen Spalt, ist falsch. Durch welchen Spalt das Quantenobjekt beim Doppelspaltversuch geht, ist objektiv unbestimmt.

Es gibt andere Interpretationen der **Quantenphysik**, die eine andere Konsequenz aus dem Versuchsergebnis ziehen.



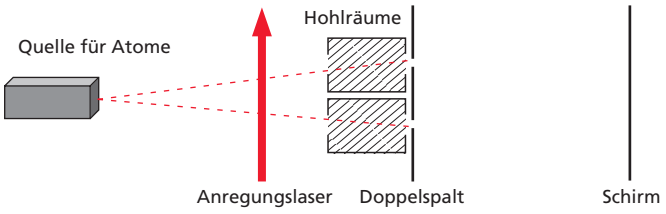
Der Begriff „objektiv" bedeutet, dass es hier um mehr geht als um subjektive Unkenntnis. Subjektive Unkenntnis wäre: Man weiß zwar nicht, durch welchen Spalt das Quantenobjekt jeweils geht, das Quantenobjekt geht aber jeweils durch einen der Spalte. Diese Vorstellung ist falsch. Wenn jedes Quantenobjekt jeweils durch einen der Spalte gehen würde, sollte es zur Summe der Einzelspaltmuster beitragen. Dass man nicht weiß, durch welchen Spalt es geht, würde daran nichts ändern. Auch die Vorstellung, dass sich das Quantenobjekt teilt und je ein Teil durch je einen Spalt geht, kann widerlegt werden: Man kann rechnerisch zeigen, dass man dann ein anderes Interferenzmuster erhalten müsste.

Jede anschauliche Vorstellung darüber, wie ein Quantenobjekt von der Quelle zum Detektor kommt, führt zu Widersprüchen.

Vorstellung	Widerspruch
Quantenobjekt geht durch genau einen der Spalte	Man sollte die Summe der Einzelspaltverteilungen erhalten.
Quantenobjekt teilt sich und geht durch beide Spalte	Man sollte ein anderes Interferenzmuster erhalten.

Ortsmessung an den Spalten

Man kann durch Messungen feststellen, durch welchen Spalt ein Quantenobjekt im Doppelspalt-Experiment geht. So kann man z. B. Atome verwenden, die mit einem Laser angeregt wurden, sodass sie unmittelbar danach ein Photon emittieren. Diese Photonen kann man in Hohlräumen nachweisen.



Das hier betrachtete Experiment ist ein **Gedankenexperiment**. Die tatsächlich durchgeführten Experimente sind komplizierter. Sie wurden mit Photonen oder Atomen in **Interferometern** durchgeführt. Hinweise dazu sind auf der CD zu finden.



Im Experiment zeigt sich, dass stets nur einer der beiden Hohlräume ein Signal gibt. Daraus kann man schließen, dass bei diesem Experiment das Atom stets durch genau einen der beiden Spalte geht. Dies zeigt einen allgemeinen Wesenszug der Quantenphysik:

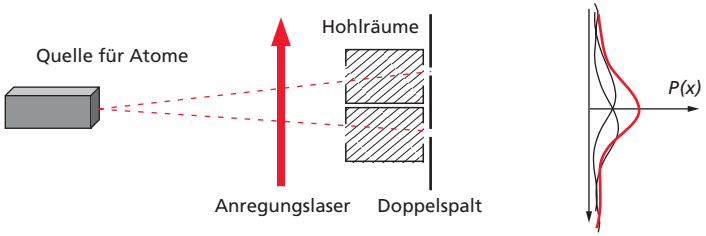
> Auch Messungen an unbestimmten Zuständen führen stets zu eindeutigen Messergebnissen.

Ein weiteres Beispiel dafür ist: Ein Elektron in einem Atom befindet sich in einem bestimmten Bereich um den Atomkern, sein Ort ist aber nicht genau bestimmt. Dennoch trifft man bei einer Ortsmessung das Elektron nicht verschmiert an, sondern stets an genau einem Punkt.

Das Komplementaritätsprinzip

Komplementarität ist ein von NIELS BOHR (1885–1962) in die Quantenphysik eingeführter Begriff.

Bei einer Messung am Spalt erhält man stets eindeutige Messergebnisse. Aus diesen kann man schließen, durch welchen Spalt das Quantenobjekt gegangen ist. Dies heißt aber nicht, dass auch ohne Messung das Atom durch einen der beiden Spalte geht. Sonst würde man das Doppelspalt-Interferenzmuster nicht erhalten, sondern die Summe der Einzelspaltverteilungen. Mit Messung geht das Atom hingegen durch einen der beiden Spalte. Folglich beobachtet man in diesem Falle nach vielen Wiederholungen die Summe der Einzelspaltverteilungen.



Dies kann nicht damit erklärt werden, dass der Rückstoß des emittierten Photons das Atom „aus der Bahn" wirft. Erstens hat das Atom keine Bahn (↗ S. 465) und zweitens ist der Impuls des Photons viel zu klein. Vielmehr zeigt sich hier:

> In der Quantenphysik wird ein Experiment durch eine Messung vollständig verändert.

In der klassischen Physik ist das anders. Dort kann der Einfluss einer Messung im Prinzip beliebig klein gemacht werden. Dann hängt das Versuchsergebnis nicht mehr davon ab, ob gemessen wird oder nicht.
In der Quantenphysik muss man dagegen bei einem Experiment stets alle beabsichtigten oder unbeabsichtigten Messungen berücksichtigen. Es muss immer das ganze Experiment berücksichtigt werden. Man nennt dies das Prinzip der **„Ganzheitlichkeit".**

Abhängig davon, ob man eine Messung an den Spalten macht oder nicht, erhält man also völlig unterschiedliche Versuchsergebnisse:

ohne Messung, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht	mit Messung, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht
Doppelspalt-Interferenzmuster	Kein Doppelspalt-Interferenzmuster
Durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht, ist unbestimmt.	Das Quantenobjekt geht durch genau einen der beiden Spalte.



Dieses **Komplementaritätsprinzip** ist ein grundlegendes Prinzip der Quantenphysik. Weitere Beispiele dafür sind auf der CD zu finden.

Das ist ein Beispiel für das **Komplementaritätsprinzip,** das für den betrachteten Sachverhalt folgendermaßen formuliert werden kann:

> Die Beobachtung eines Interferenzmusters und „Welcher-Spalt-Information" schließen sich aus.

Die quantitative Beschreibung der Komplementarität

Wenn bei einem Quantenexperiment ein Interferenzmuster beobachtet wird, gibt es stets mehrere klassisch denkbare Möglichkeiten, wie ein Versuchsergebnis eintreten kann. Wenn das Versuchsergebnis beim Doppelspaltexperiment z. B. der Nachweis des Quantenobjekts an einer bestimmten Stelle x ist, dann hat das Quantenobjekt zwei klassisch denkbare Möglichkeiten, bei x anzukommen. Man kann sich vorstellen, dass es durch den linken Spalt oder durch den rechten Spalt geht. Tatsächlich ist jedoch unbestimmt, durch welchen Spalt es geht. Führt man nun eine Messung an den Spalten durch, so erhält man nicht das Interferenzmuster, sondern die Summe der Einzelspaltverteilungen.
Um mithilfe der Zeiger die richtige Voraussage für $P(x)$ zu bekommen, müssen wieder die Zeiger zu den klassisch denkbaren Möglichkeiten gebildet werden. Beim Doppelspalt ist dies ein Zeiger für die Möglichkeit „linker Spalt" und einer für die Möglichkeit „rechter Spalt" (↗ S. 457). Für die Addition gilt die Regel: Zeiger dürfen nicht vektoriell addiert werden, wenn sie zu Möglichkeiten gehören, welche durch eine Messung unterscheidbar sind. Wenn die Möglichkeiten dagegen nicht durch eine Messung unterscheidbar sind, müssen die zugehörigen Zeiger vektoriell addiert werden. Das Zeigermodell (↗ S. 412) muss also so abgewandelt werden:

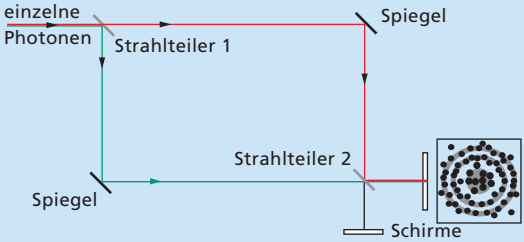
So werden beim Doppelspaltexperiment ohne Ortsmessung am Spalt die Zeiger vektoriell addiert. Wenn dagegen am Doppelspalt eine Ortsmessung an den Spalten durchgeführt wird, sind die Möglichkeiten unterscheidbar. Deshalb müssen die Zeiger getrennt quadriert und anschließend addiert werden. Wenn man mehr als zwei klassisch denkbare Möglichkeiten hat, müssen Gruppen von untereinander nicht unterscheidbaren Möglichkeiten gebildet werden. Innerhalb dieser Gruppen werden die Zeiger vektoriell addiert. Anschließend werden die Zeigersummen quadriert und diese Quadrate summiert.

> Man muss jeweils diejenigen Zeiger vektoriell miteinander addieren, die zu Möglichkeiten gehören, welche nicht durch Messungen unterscheidbar sind. Die Zeigersummen werden quadriert, die Summe der Quadrate ergibt $P(x)$.

Beim Doppelspaltexperiment mit Ortsmessung an den Spalten erhält man nach dem abgewandelten Zeigermodell für alle x die Summe zweier Einheitsquadrate, also $P(x) = 2$, d. h. die richtige Verteilung bei kleiner Spaltbreite.

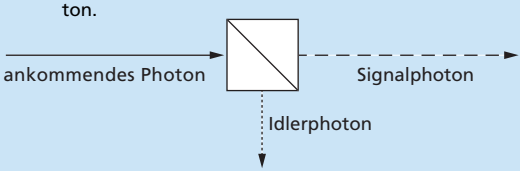
Komplementarität am Interferometer: Ein Experiment von 1991

Wenn man einzelne Photonen in eine Interferometer-Anordnung bringt, so tragen sie zu einem ringförmigen Interferenzmuster bei.

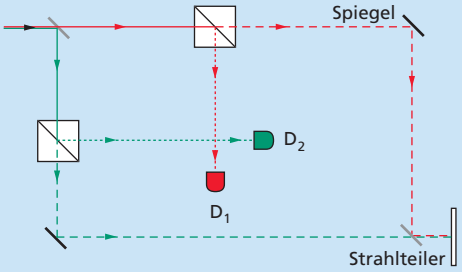


Es überrascht nicht, dass es ein Interferenzmuster gibt, denn für jedes Photon gibt es zwei klassisch denkbare Möglichkeiten (rot und grün in dem Bild), wie es zu einer bestimmten Stelle auf dem Schirm gelangen kann. Wenn das Photon auf dem Schirm auftrifft, gibt es in dieser Anordnung keine Möglichkeit, aus dem Experiment eine „Welcher-Weg-Information" herauszulesen.

In den neunziger Jahren ist es gelungen, eine solche „Welcher-Weg-Information" im Experiment zu hinterlassen. Dazu benutzt man Kristalle, die ein Photon gewissermaßen in zwei Anteile spalten können, in das so genannte Signal-Photon und das Idler-Photon.



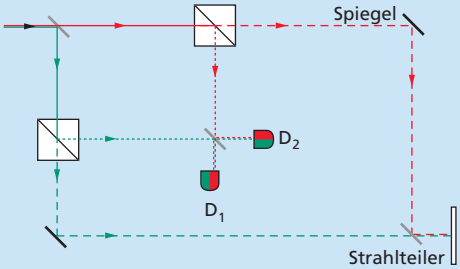
Wenn man in jeden „Weg" des Interferometers einen solchen Kristall bringt, dann hat ein auf dem Schirm ankommendes Signalphoton wieder zwei klassisch denkbare Möglichkeiten. Es kann vom oberen Kristall (rote Linie) oder vom linken Kristall (grüne Linie) kommen.



Das Idlerphoton wird mit den Detektoren D_1 und D_2 nachgewiesen. Da Messungen auch an unbestimmten Zuständen immer zu eindeutigen Messergebnissen führen (↗ S. 460), gibt stets entweder D_1 oder D_2 ein Signal (z. B. durch Aufleuchten eines Lämpchens). Wenn das Lämpchen an D_1 leuchtet, dann gehört dies zu der rot markierten klassisch denkbaren Möglichkeit, wenn es an D_2 leuchtet, zu der grün markierten. Wenn das Signalphoton also auf dem Schirm aufkommt, steckt im Experiment, nämlich in den Detektoren D_1 und D_2, eine „Welcher-Weg-Information". Tatsächlich tragen die Signalphotonen in diesem Experiment nicht mehr zu einem Interferenzmuster bei.

Entscheidend für die Komplementarität ist, ob die „Welcher-Weg-Information" zu dem Zeitpunkt ausgelesen werden kann, wenn das Signalphoton auf dem Schirm aufkommt.

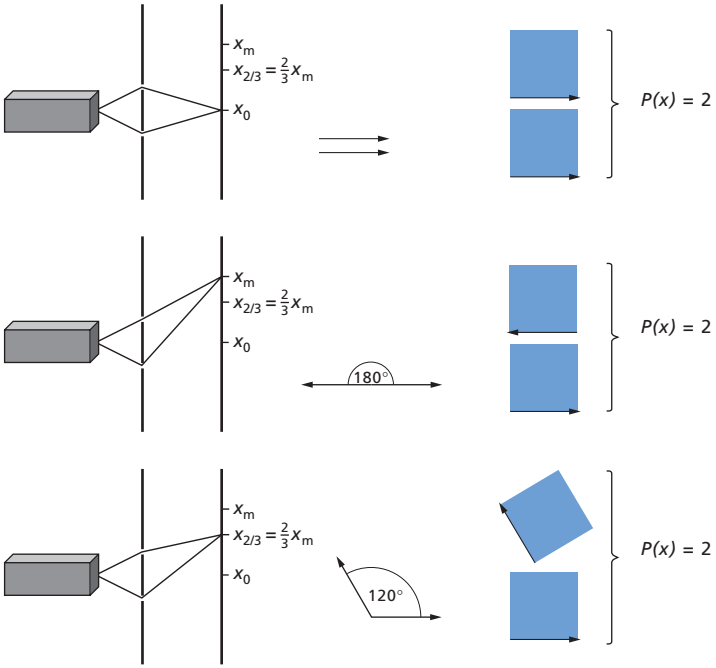
So gelang es einer Forschergruppe um L. Mandel 1991 mit einem weiteren Strahlteiler, die zwischenzeitlich bestehende Information wieder auszulöschen, bevor das Signalphoton auf dem Schirm nachgewiesen wird.



Wenn in der dargestellten Anordnung am Detektor D_1 das Lämpchen aufleuchtet, kann eine Zuordnung zur roten oder grünen klassisch denkbaren Möglichkeit nicht mehr erfolgen. Es zeigt sich im Experiment, dass das Interferenzmuster dann tatsächlich wieder beobachtet werden kann. In der gezeigten Anordnung könnte man zwischendurch diese Information auch bekommen. Man müsste nur D_1 und D_2 zwischen den jeweiligen Kristall und dem mittleren Strahlteiler aufstellen. Aber zum Zeitpunkt der Detektion des Signalphotons auf dem Schirm ist die Information nicht mehr erhältlich. Sie ist gewissermaßen ausradiert. Man nennt solche Experimente auch **Quantenradierer-Experimente.**

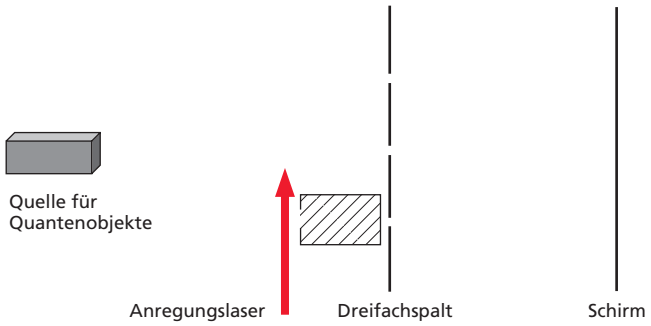
Tatsächlich ist eine Einzelspaltfunktion bei sehr kleiner Spaltbreite in einem weiten Bereich näherungsweise konstant. Um die Einzelspalteffekte bei größerer Spaltbreite zu berücksichtigen, müssen eigentlich ganze Ketten von Zeigern gebildet werden.

Genauere Informationen dazu sind auf der CD zu finden.

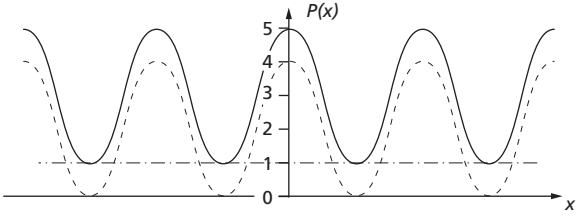


Man schießt Quantenobjekte mit einheitlicher DE-BROGLIE-Wellenlänge auf einen Dreifachspalt (s. Skizze unten). Dabei wird an einem der äußeren Spalte gemessen, ob ein Quantenobjekt durch diesen Spalt geht.

Welche Verteilung der Quantenobjekte erhält man nach vielen Wiederholungen auf dem Beobachtungsschirm?



Die oberen beiden Spalte sind nicht unterscheidbar, deren Zeiger können addiert werden. Das Quadrat dieser Summe ergibt einen Anteil wie das *P(x)* vom Doppelspalt. Der unterste Spalt ist von den beiden anderen unterscheidbar. Der zugehörige Zeiger wird getrennt quadriert. Man erhält einen konstanten Anteil. Die Summe dieser beiden Anteile ergibt eine periodische *P(x)*-Funktion.



6.3.2 Unbestimmtheit von Ort und Impuls

Heisenbergs Unbestimmtheitsrelation

Werner Heisenberg (1901–1976) war einer der bedeutendsten theoretischen Physiker des 20. Jahrhunderts. Die berühmte Unbestimmtheitsrelation, auch **Unschärferelation** genannt, stellte er 1927 auf.

Wenn ein Quantenobjekt durch einen Doppelspalt geht (ohne Messung am Spalt), dann ist objektiv unbestimmt, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht. Diese Unbestimmtheit tritt bei vielen messbaren Größen in der Quantenphysik auf. Es gilt beispielsweise:

> Je bestimmter der Ort eines Quantenobjekts ist, umso unbestimmter ist sein Impuls und umgekehrt.

Was die **Unbestimmtheit** ist, hat man genau definiert:



> Die Unbestimmtheit einer Größe *G* in einem Zustand zeigt sich, wenn man viele Quantenobjekte in diesen Zustand bringt. Wenn die Größe *G* bestimmt ist, bekommt man immer das gleiche Messergebnis. Je größer die Streuung ΔG der Messergebnisse ist, umso unbestimmter ist der Zustand bezüglich *G*.

Mit dieser Definition hat Werner Heisenberg aus der Quantentheorie die berühmte **Unbestimmtheitsrelation** hergeleitet. Für die Größen Ort *x* und Impuls *p* lautet sie:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \qquad h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$$

Die Streuung für den Ort wird auch mit dem Begriff **räumliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit** beschrieben.

Der Ort eines Elektrons in einem Atom ist nicht genau bestimmt. Bei einer Ortsmessung wird das Elektron stets in der Nähe des Kerns angetroffen. Wenn man die Messung mehrfach macht, stellt man fest: Die Werte für den Ort *x* streuen. Die Streuung liegt in der Größenordnung des bohrschen Radius (↗ S. 479): $\Delta x \approx r_B = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\,\text{m}$.

Wenn man die Geschwindigkeit von Elektronen im Atom misst, werden die Messergebnisse auch streuen.

Wie groß ist die Unbestimmtheit in der Geschwindigkeit, die ein Elektron im Atom mindestens hat?
Die Ortsunschärfe liegt in der Größenordnung des bohrschen Radius $\Delta x = 0{,}0529$ nm. Für den Impuls des Elektrons gilt: $p = m \cdot v$. Die Masse des Elektrons zeigt keine Unbestimmtheit. Deshalb kann man für den Impuls schreiben: $\Delta p = m \cdot \Delta v$

Mit HEISENBERGS Unbestimmtheitsrelation folgt:

$$\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x \cdot m \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi}$$

Die Umstellung nach v ergibt:

$$\Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta x}$$

$$\Delta v \geq \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} \approx 1000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Für die Einheiten gilt:
$\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}}$
$= \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10^{-3}\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Bei Messungen der Geschwindigkeit von Elektronen würde man also im Schnitt Abweichungen von ca. 1000 km/s erhalten.

Die unterschiedlichen Messergebnisse liegen nicht daran, dass die Elektronen bereits vorher unterschiedliche Geschwindigkeiten haben. Die Geschwindigkeit ist vorher objektiv unbestimmt, genauso wie beim Doppelspalt objektiv unbestimmt ist, durch welchen Spalt das Quantenobjekt geht.
Ein Objekt hat genau dann eine Bahn, wenn zu jedem Zeitpunkt sein Ort bestimmt ist. Daraus kann man auch die Geschwindigkeit und den Impuls des Objekts zu jedem Zeitpunkt ausrechnen.
Wenn Ort und Impuls der Quantenobjekte objektiv unbestimmt sind, kann man auch nicht mehr davon sprechen, dass sie sich auf Bahnen bewegen. Somit gilt:

> Quantenobjekte bewegen sich nicht auf Bahnen.

Insbesondere bewegen sich die Elektronen im Atom nicht auf Kreis- oder anderen Bahnen, auch wenn das bei manchen Modellen angenommen wird (↗ S. 477 f.). Die Frage, wo sich die Elektronen dann im Atom aufhalten, kann nicht beantwortet werden. Auch hier versagt unsere Vorstellung.

Interferenzmuster bei makroskopischen Objekten

Interferenzmuster deuten auf die Unbestimmtheit in Spaltexperimenten hin. Sie werden auch bei großen Molekülen, z. B. den Fullerenen, beobachtet. Dagegen wird bei makroskopischen Objekten kein Interferenzmuster beobachtet. Beim Schießen auf eine Torwand mit zwei Öffnungen erhält man mit Sicherheit kein Interferenzmuster hinter der Torwand.

Ein Grund dafür ist:
Die DE-BROGLIE-Wellenlängen von makroskopischen Objekten sind außerordentlich klein. Der Abstand zwischen den Spalten kann aber nicht kleiner gewählt werden, als der Atomabstand in Kristallen (↗ S. 448). Derart kleine Wellenlängen führen dazu, dass die Abstände zwischen den Maxima so klein werden, dass sie nicht beobachtbar sind.

Ein anderer Grund ist, dass die Wechselwirkung mit der Umgebung ein **Interferenzmuster** verhindert (↗ S. 460).
Je größer ein Objekt ist, desto schlechter kann es von seiner Umgebung isoliert

a) Wie groß sind die DE-BROGLIE-Wellenlängen eines Balls (Masse 1 kg) und eines Staubkorns der Masse 1 µg, beide mit der Geschwindigkeit 10 m/s?
b) Welcher Abstand zweier Maxima im Doppelspaltmuster ergibt sich jeweils theoretisch, wenn der Spaltabstand 1 nm und der Abstand Spalt-Schirm 10 m betragen?

Analyse:
Die DE-BROGLIE-Wellenlänge kann mit der betreffenden Beziehung (↗ S. 454) berechnet werden, da Masse und Geschwindigkeit bekannt sind. Für den Abstand x zweier Interferenzmaxima gilt beim Doppelspalt wie in der Optik (↗ S. 412):

Der Abstand zweier Interferenzmaxima ist in der Optik (↗ S. 412) s_k. In der Quantenphysik wird der Abstand (Ort) mit x bezeichnet, so wie das auch in der Mechanik (↗ S. 58) üblich ist.

$$x = e \cdot \frac{\lambda}{b} \quad (1)$$

Dabei ist e der Abstand Spalt-Schirm, λ die Wellenlänge und b der Spaltabstand.

Gesucht: λ, x
Gegeben: $m_1 = 1\ \text{kg}$ $\quad m_2 = 1\ \mu\text{g}$
$v_1 = v_2 = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
$b = 1\ \text{nm}$
$e = 10{,}0\ \text{m}$

Lösung:
a) Für die DE-BROGLIE-Wellenlänge gilt:

Bei diesen Größenordnungen sind grobe Rundungen sinnvoll.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Damit erhält man:

$$\lambda_1 = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \approx \underline{10^{-34}\ \text{m}} \qquad \lambda_2 = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1\,\mu\text{g} \cdot 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \approx \underline{10^{-28}\ \text{m}}$$

Der Grund für die kleinen Wellenlängen ist, dass das **plancksche Wirkungsquantum** so klein ist. Nur für Objekte, deren Masse deutlich kleiner als 10^{-20} kg ist, existieren Spaltsysteme, die ein auflösbares Interferenzmuster erzeugen.

b) Für den Abstand zweier Maxima gilt die oben genannte Gleichung (1). Damit erhält man mit der grob abgeschätzten Wellenlänge:

$$x_1 = 10\ \text{m} \cdot \frac{10^{-34}\ \text{m}}{10^{-9}\ \text{m}} \approx \underline{10^{-24}\ \text{m}} \qquad x_2 = 10\ \text{m} \cdot \frac{10^{-28}\ \text{m}}{10^{-9}\ \text{m}} \approx \underline{10^{-18}\ \text{m}}$$

Ergebnis:-
Die DE-BROGLIE-Wellenlängen würden für den Ball etwa 10^{-34} m und für das Staubkorn etwa 10^{-28} m betragen. Bei Interferenz am Doppelspalt unter den gegebenen Bedingungen würde der Abstand der Interferenzmaxima 10^{-24} m bzw. 10^{-18} m betragen. Solch feine Strukturen können mit keiner Messapparatur aufgelöst werden.

Unbestimmtheit bei makroskopischen Objekten

Makroskopische Objekte bewegen sich auf Bahnen. Für sie ist offensichtlich zu jedem Zeitpunkt Ort und Impuls gleichzeitig bestimmt. Dies steht nicht im Widerspruch zur Unbestimmtheitsrelation.

Den Ort eines Balls (m = 1 kg) kann man im besten Fall auf eine Genauigkeit von einem Atomdurchmesser bestimmen. Wenn man also für $\Delta x = 10^{-10}$ m annimmt, kann man die Unbestimmtheit in der Geschwindigkeit berechnen:

$$\Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta x}$$

$$\Delta v \geq \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{4\pi \cdot 1\ \text{kg} \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 5{,}3 \cdot 10^{-25}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Für die Einheiten gilt:

$$\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Eine derartig kleine Unbestimmtheit in der Geschwindigkeit ist mit keinem Messgerät nachzuweisen. Nur für Objekte, deren Masse deutlich kleiner als 10^{-20} kg ist, wird die Unbestimmtheit nachweisbar. Wie bei der Interferenz von makroskopischen Objekten ist es das plancksche Wirkungsquantum h, das dafür sorgt, dass Quanteneffekte unbeobachtbar klein werden.

> Für makroskopische Objekte sind in der Regel keine Quanteneffekte beobachtbar.

Ausnahmen sind z. B. supraleitende Ringe, BOSE-EINSTEIN-kondensierte Gase oder Mikromagnete.

Schrödingers Katze

„Eine Katze wird eine Stunde lang in eine Stahlkammer gesperrt, zusammen mit folgender Höllenmaschine... : In einem Zählrohr befindet sich eine winzige Menge radioaktive Substanz, so wenig, dass im Lauf einer Stunde vielleicht einer der Atomkerne zerfällt, ebenso wahrscheinlich aber auch keiner. Geschieht es, so spricht das Zählrohr an und betätigt über ein Relais ein Hämmerchen, das ein Kölbchen mit Blausäure zertrümmert. Hat man dieses System eine Stunde lang sich selbst überlassen, so wird man sagen, dass die Katze noch lebt, wenn inzwischen kein Atom zerfallen ist. Der erste Atomzerfall würde sie vergiftet haben."

ERWIN SCHRÖDINGER (1887–1961) hat sich dieses Gedankenexperiment ausgedacht, um anschaulich einen seinem Wesen nach unanschaulichen Sachverhalt zu verdeutlichen.

Das Paradoxe an der Situation ist der Widerspruch zwischen quantenphysikalischer Vorhersage und der Alltagserfahrung: Wenn man beim Doppelspaltversuch keine Messung macht, geht das Quantenobjekt weder links noch rechts durch. Analog gilt für die radioaktive Substanz: Solange man keine Messung macht, befinden sich die Atomkerne in einem Zustand „Weder zerfallen, noch nicht zerfallen". Diese Unbestimmtheit bei den Atomkernen wird über die „Höllenmaschine" mit dem Zustand der Katze gekoppelt. Nach der Quantenphysik müsste sich die Katze in einem unbestimmten Zustand „weder tot noch lebendig" befinden. Einen solchen Zustand will man aber für ein makroskopisches Objekt, noch dazu für ein Tier, nicht akzeptieren.

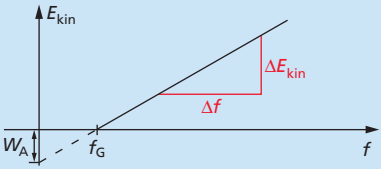
Wie man mit Rechnungen zeigen kann, wirken diese Wechselwirkungen im Endeffekt wie Messungen, indem sie die Interferenz unterdrücken.

Aufgelöst werden kann das Paradoxon, wenn man die Wechselwirkung der Katze mit der Umgebung einbezieht: Die Katze hat Wechselwirkung mit ihrer Umgebung. Sie gibt z. B. Wärmestrahlung ab.

Quantenphysik

Ein Effekt, der nur quantenphysikalisch erklärt werden kann, ist der **äußere lichtelektrische Effekt.** Die Energiebilanz für diesen Effekt lautet:

$$h \cdot f = W_A + E_{kin}$$



In Verbindung mit dem Diagramm (EINSTEIN-Gerade) ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$f_G = \frac{W_A}{h} \qquad h = \frac{\Delta E_{kin}}{f}$$

Photonen oder **Lichtquanten** sind Quantenobjekte mit Energie, Masse und Impuls.

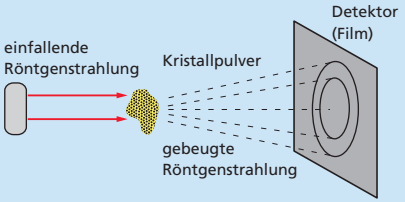
Energie eines Photons	Masse eines Photons	Impuls eines Photons
$E = h \cdot f$	$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h \cdot f}{c^2} = \frac{h}{\lambda \cdot c}$	$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Auch **Röntgenstrahlung** gibt ihre Energie wie Licht in Quanten ab. Für die maximale Energie von Photonen einer Röntgenröhre mit der Beschleunigungsspannung U_B gilt:

$$E_{max} = e \cdot U_B$$

Bei der Bestrahlung von Kristallen mit Röntgenstrahlung tritt Interferenz auf. Die Bedingung für die Maxima lautet:

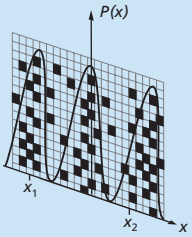
$$k \cdot \lambda = 2d \cdot \sin \alpha_K$$



Genutzt wird das bei der **Röntgenstrukturanalyse.**

Bei Quantenobjekten (z. B. Elektronen, Protonen, Fullerenen) kann Interferenz auftreten. Es kann ihnen eine Wellenlänge zugeordnet werden, die als **DE-BROGLIE-Wellenlänge** bezeichnet wird:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$



Für Quantenobjekte gilt:

- Quantenobjekte bewegen sich nicht auf Bahnen.
- Je bestimmter der Ort x eines Quantenobjektes ist, umso unbestimmter ist sein Impuls p. Die **heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation** lautet:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

- Quantenobjekte sind weder Wellen noch Teilchen. Sie haben vielmehr stets gleichzeitig etwas Welliges, etwas Körniges und etwas Stochastisches. Trotzdem gibt es Situationen, in denen als gute Näherung das Teilchenmodell oder das Wellenmodell angewendet werden kann.

Aufgaben

Quanteneffekte bei elektromagnetischer Strahlung

1. Licht kann mit dem Strahlenmodell, dem Wellenmodell oder einem Teilchenmodell beschrieben werden.
- **a)** Welche Aufgaben hat allgemein ein Modell?
- **b)** Nennen und erläutern Sie Phänomene, die jeweils mit einem der Modelle beschrieben werden können!
- **c)** Es gibt Phänomene, die mit zwei Modellen beschrieben werden können. Erläutern Sie ein Beispiel!
- **d)** Wieso versagt das Wellenmodell beim Fotoeffekt? Gehen Sie darauf ein, welches experimentelle Ergebnis man im Wellenbild nicht erklären kann!
- **e)** Wenn man einen Doppelspalt mit einzelnen Photonen beschießt, sollte man meinen, dass das Teilchenmodell die richtige Beschreibung liefert. Argumentieren Sie, warum das Teilchenmodell trotzdem ungeeignet ist!

2. Ein Mensch kann mit dem Auge grünes Licht dann wahrnehmen, wenn auf die Netzhaut eine Lichtleistung von mindestens $1{,}7 \cdot 10^{-18}$ W trifft. Grünes Licht hat eine Wellenlänge von 550 nm. Wie viele Photonen müssen unter diesen Bedingungen mindestens auf die Netzhaut fallen?

3. Eine Fotokatode wird mit monochromatischem Licht bestrahlt. Dadurch werden Elektronen emittiert.
- **a)** Es wird Licht gleicher Frequenz, aber höherer Intensität verwendet. Was wird dadurch bewirkt?
- **b)** Es wird Licht höherer Frequenz, aber gleicher Intensität verwendet. Welche Effekte sind damit verbunden?

4. Licht mit einer Wellenlänge von 400 nm löst aus einem Metall Elektronen mit einer Maximalenergie von 1,8 eV heraus.
- **a)** Berechnen Sie die Austrittsarbeit für das Metall sowie die Grenzfrequenz!
- **b)** Begründen Sie, wieso sich das Auftreten einer Grenzfrequenz physikalisch nicht deuten lässt, wenn man vom Wellencharakter des Lichtes ausgeht!

5. Die fundamentale Naturkonstante planckssches Wirkungsquantum h kann mithilfe des äußeren lichtelektrischen Effekts bestimmt werden.
- **a)** Was versteht man unter dem äußeren lichtelektrischen Effekt, was unter dem inneren lichtelektrischen Effekt? Wie kann man den äußeren lichtelektrischen Effekt experimentell nachweisen? Beschreiben Sie ein Experiment!
- **b)** Beschreiben Sie eine Experimentieranordnung zur Bestimmung des planckschen Wirkungsquantums sowie das experimentelle Vorgehen! Leiten Sie eine Gleichung ab, mit der das plancksche Wirkungsquantum berechnet werden kann!

6. Bestrahlt man die Katode einer Vakuumfotozelle mit Licht verschiedener Wellenlängen, so werden die in der Tabelle angegebenen Gegenspannungen gemessen, bei denen jeweils gerade kein Fotostrom mehr fließt.

λ in nm	400	450	500	550	600
U_G in V	1,25	0,90	0,62	0,40	0,17

- **a)** Stellen Sie den Zusammenhang zwischen der Frequenz des einfallenden Lichtes und der Bewegungsenergie der schnellsten Fotoelektronen grafisch dar! Interpretieren Sie das Diagramm!
- **b)** Ermitteln Sie aus dem Diagramm das plancksche Wirkungsquantum, die Grenzfrequenz und die für das Katodenmaterial charakteristische Austrittsarbeit!
- **c)** Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der Fotoelektronen!

7. Licht der Wellenlänge 300 nm trifft auf eine Caesiumschicht, die eine Fläche von 1 cm^2 und eine Austrittsarbeit von 2 eV hat. Die Stärke der Bestrahlung beträgt 2 $W \cdot m^{-2}$.
- **a)** Berechnen Sie die Energie eines Lichtquants!
- **b)** Wie viele Photonen treffen jede Sekunde auf die bestrahlte Fläche?
- **c)** Welche maximale kinetische Energie besitzt ein durch Fotoeffekt aus dem Caesium herausgelöstes Elektron?

8. Bei einem Fotoeffekt-Experiment fällt weißes Licht durch ein Farbfilter (Aufschrift: 444 nm) auf eine Caesium-Schicht mit einer Austrittsarbeit von $1{,}9 \cdot 10^{-19}$ J und löst dort Elektronen ab.
- **a)** Welche Geschwindigkeit haben die abgelösten Elektronen?
- **b)** Wie könnte man ihre Geschwindigkeit experimentell ermitteln? Skizzieren und beschreiben Sie ein geeignetes Experiment!

9. Durch eine Natriumdampflampe wird gelbes Licht der Wellenlänge 589 nm (gelbe Natriumlinien) mit einer Leistung von 75 mW ausgesendet.
- **a)** Welche Energie haben die betreffenden Photonen?
- **b)** Wie viele Photonen werden in jeder Sekunde emittiert?
- **c)** In welcher Entfernung reagiert eine Fotozelle noch auf die Strahlung, wenn ihre Empfindlichkeit $5 \cdot 10^{-12}$ W · cm^{-2} beträgt?

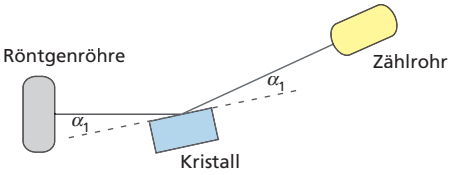
10. Auf ein Metallplättchen der Masse 0,5 g wird ein Laserimpuls der Energie 1 kJ geschossen.
Das Plättchen schwingt um eine gewissen Winkel nach oben. Daraus wird ermittelt, dass das Plättchen mit 1m/*s* angestoßen wurde.
- **a)** Wie groß ist der übertragene Impuls p_L?
- **b)** Wie groß ist die Energie eines Photons, wenn das Laserlicht die Wellenlänge 500 nm hat?
- **c)** Wie viele Photonen enthielt der Laserimpuls?
- **d)** Wenn der Gesamtimpuls des Laserimpulses p_L ist, welchen Impuls hat dann ein Photon dieses Laserpulses. Verwenden Sie die Ergebnisse von a) und c)!

11. Ein Raumschiff werde mit einem Laserblitz der Energie *E* beschossen, die ein großes Kraftwerk (Leistung 6 GW = 6 000 000 000 Watt) in einer Sekunde bereitstellt.
Mit welchem Impuls wird das Raumschiff getroffen? Mit welcher Geschwindigkeit *v* müsste ein Pkw (*m* = 1000 kg) auf das Raumschiff aufprallen, um den gleichen Impuls zu übertragen.

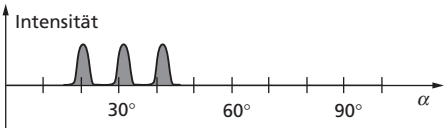
12. Eine Röntgenröhre wird mit einer Spannung von 80 kV betrieben.
- **a)** Leiten Sie eine Gleichung zur Berechnung der kürzesten Wellenlänge ab, die bei Vernachlässigung der Austrittsarbeit entsteht!
- **b)** Berechnen Sie diese Wellenlänge und die zugehörige Frequenz für die gegebene Beschleunigungsspannung!

13. Für Röntgenlicht kann man keine Doppel- oder Mehrfachspalte herstellen, da die Wellenlänge von Röntgenlicht zu klein ist. Allerdings bilden die Atomebenen eines Kristalls ein natürliches „Gitter", an welchem Beugung beobachtet werden kann.
- **a)** In welcher Größenordnung muss die Wellenlänge von Röntgenlicht liegen? Begründen Sie!
- **b)** Mit welcher Spannung müssen die Elektronen in einer Röntgenröhre beschleunigt werden, um beim Bremsvorgang Photonen dieser Wellenlänge abzustrahlen?

14. Ein Kristall wird mithilfe des Drehkristallverfahrens (↗ S. 449) untersucht.



Dazu streut man Röntgenstrahlung der Wellenlänge $8{,}0 \cdot 10^{-11}$ m an dem Kristall und variiert den Streuwinkel α zwischen 0° und 90°. Wenn man dabei die Intensität der gestreuten Strahlung über dem Streuwinkel α aufträgt, so erhält man folgendes Diagramm:

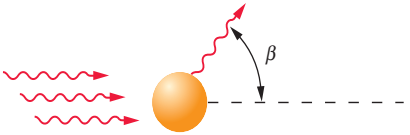


Schätzen Sie mithilfe des Diagramms die Netzebenenabstände ab, die zu den gezeichneten Maxima gehören!

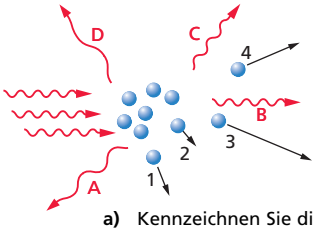
15. Praktisch ruhende Elektronen werden in einem elektrischen Feld auf eine Geschwindigkeit von $v = 2{,}65 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$ beschleunigt.
- **a)** Welche elektrische Spannung müssen diese Elektronen dabei durchlaufen?
- **b)** Angenommen, man wollte Elektronen dieser Geschwindigkeit in einem Fotoeffekt-Experiment erzeugen. Welche Wellenlänge

müsste die einfallende elektromagnetische Strahlung haben? Welche Rolle würde die Austrittsarbeit des Metalls spielen?

16. Der COMPTON-Effekt kann mit einer klassischen Modellvorstellung beschrieben werden:
Auch wenn Quantenobjekte keine Bahn haben, kann man sich die Elektronen im Grafit und die Röntgenquanten wie Kugeln beim Billard vorzustellen.



Jedes Röntgenquant trägt die Energie $h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ und den Impuls $p = \frac{h}{\lambda}$.
Die Elektronen stellen wir uns als praktisch ruhende Teilchen vor. Die Röntgenquanten treffen auf die Elektronen und stoßen sie weg (gerade Pfeile), während die Röntgenquanten ihre Richtung ändern (geschwungene Pfeile).



a) Kennzeichnen Sie die Paare (Elektron; Röntgenquant), die jeweils zusammengehören.
b) Ergänzen Sie: „Je zentraler das Röntgenquant auf das Elektron trifft, desto...
Gehen Sie dabei darauf ein, wie viel Energie und Impuls vom Röntgenquant auf das Elektron übergeht und wie sich das auf die Wellenlänge des Röntgenquants auswirkt!
c) Nur eine der folgenden Formeln kann den Zusammenhang quantitativ richtig beschreiben:
$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\beta)$ $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(\sin\beta + 1)$
Welche Formel ist das? Begründen Sie!

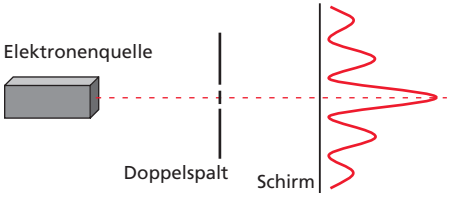
17. Beim COMPTON-Effekt wird die einfallende Strahlung (λ = 71,3 pm) um 90° abgelenkt. Berechnen Sie die zu erwartende Wellenlängenänderung, die Energie und den Impuls der abgelenkten Strahlung! Ermitteln Sie auch die Geschwindigkeit und den Streuwinkel des wegfliegenden Elektrons, das als zunächst ruhend angenommen wird!

Interferenz von Quantenobjekten

18. Inwiefern verhält sich ein Elektron in einem Doppelspaltexperiment anders als ein klassisches Teilchen?

19. Protonen werden durch eine Spannung von 200 kV beschleunigt.
a) Wie groß ist dann ihre kinetische Energie?
b) Welche Wellenlänge kann diesen Protonen zugeordnet werden? Vergleichen Sie diese mit der Wellenlänge von grünem Licht (500 nm)!

20. Ein monochromatischer Elektronenstrahl wird auf einen Doppelspalt gelenkt. Hinter dem Doppelspalt registriert man eine bestimmte Verteilung.



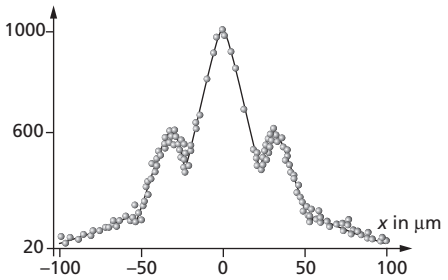
a) Welche Schlussfolgerungen kann man aus diesem Experiment ziehen?
b) Die den Elektronen zugeordnete Wellenlänge beträgt $4{,}3 \cdot 10^{-12}$ m. Wie groß ist die kinetische Energie der Elektronen?
c) Stellen Sie für Spannung bis 10 kV die Abhängigkeit der Wellenlänge, die man Elektronen zuordnen kann, von dieser Beschleunigungsspannung grafisch dar!
Interpretieren Sie das Diagramm!

21. Vorher ruhende Elektronen werden mit der Spannung 1,5 kV beschleunigt.
a) Welche Bewegungsenergie und welche Geschwindigkeit haben sie danach?
b) Welche DE BROGLIE-Wellenlänge haben diese Elektronen?
c) Diese Elektronen werden von einem Gitter mit 528 Spalten/mm gebeugt und treffen auf einen Leuchtschirm. Unter welchem Winkel erwartet man das 1. Beugungsmaximum? Welchen Abstand haben die hellen Stellen, wenn der Leuchtschirm 10 m vom Gitter entfernt ist?

22. In einem Artikel in den „Physikalischen Blättern" Jahrgang 2000/56 von Prof. M. ARNDT und Prof. A. ZEILINGER von der Universität Wien heißt es (Text leicht verändert):

„In einem Experiment in unserer Gruppe in Wien haben wir vor kurzem Interferenzen von de-Broglie-Wellen der Fullerene C_{60} bei Beugung an einem materiellen Gitter beobachtet. Dabei traten die Moleküle aus einem Ofen, der auf einer Temperatur von rund 900 K gehalten wurde, und zwar mit einer breiten Geschwindigkeitsverteilung mit einem Maximum bei 200 m/s.

Gebeugt wurden die Fullerene durch ein Gitter in einer Entfernung von etwa 1,2 m hinter dem Ofen. Das Gitter bestand aus einer freitragenden SiN_x-Struktur mit 50 nm breiten Spalten und einer Periode [= Gitterkonstante] von 100 nm. Der Detektor war 1,25 m hinter dem Gitter angebracht und hatte eine Ortsauflösung von etwa 5 µm. [Der Detektor konnte parallel zum Gitter verschoben werden und registrierte einzelne Fullerenmoleküle.] Ein experimentelles Beugungsbild ist in dem Diagramm wiedergegeben. [Aufgetragen ist die Zahl der Detektionen eines einzelnen Fullerens in Abhängigkeit von der Detektorposition]."



a) Berechnen Sie mithilfe der Daten, die in Text und Diagramm gegeben sind, so genau wie möglich die DE-BROGLIE-Wellenlänge und die Masse der verwendeten Fulleren-Moleküle!

b) Zeigen Sie, dass mit der gegebenen Anordnung die Maxima 2. Ordnung nicht beobachtet werden konnten!

c) Inwiefern weicht die Kurve von der theoretisch nach dem Wellenmodell erwarteten Intensitätskurve eines Gitters ab und wie kann man die beobachtete Abweichung durch die Geschwindigkeitsverteilung der Fullerene erklären?

Komplementarität und Unbestimmtheit

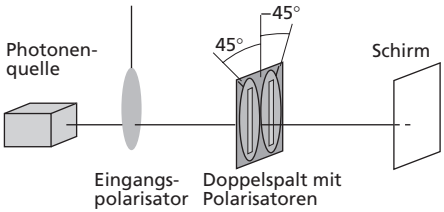
23. Die heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation lautet: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$.

a) Interpretieren Sie diesen Ausdruck!

b) In der heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation möge das Gleichheitszeichen gelten. Stellen Sie für diesen Fall Δx in Abhängigkeit von Δp grafisch dar! Wählen Sie dazu sinnvolle Achseneinteilungen! Interpretieren Sie!

c) Die Geschwindigkeit eines 500 g schweren Balles lässt sich bestenfalls bis auf ±1 mm · s^{-1} genau bestimmen. Welche Größenordnung ergibt sich daraus für die Ortsunschärfe des Balles? Diskutieren Sie das Ergebnis!

24. Mit einzelnen senkrecht polarisierten Photonen wird ein Doppelspaltexperiment durchgeführt. Vor jedem Spalt befindet sich je ein Polarisationsfilter. Deren Vorzugsrichtungen stehen senkrecht aufeinander.



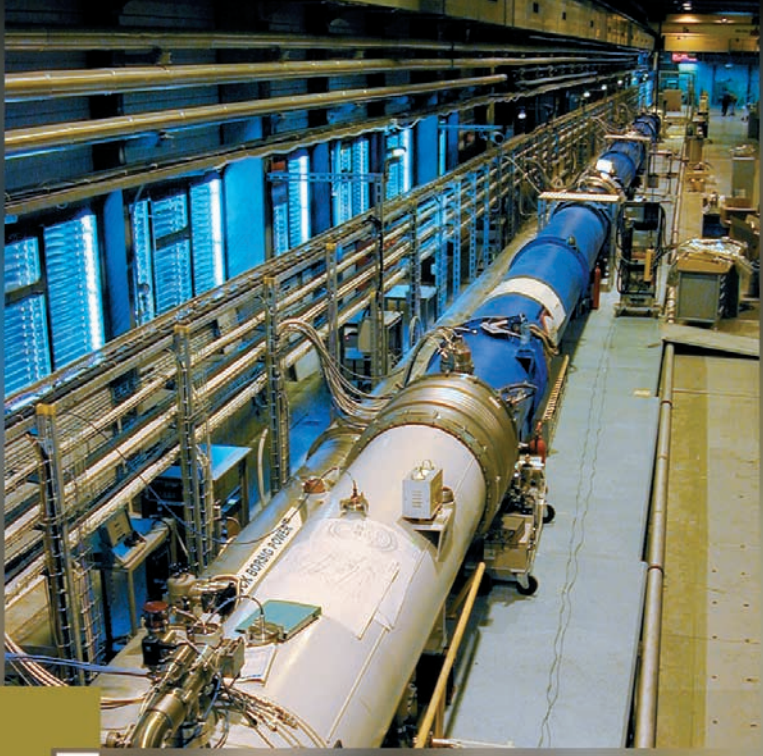
Begründen Sie mit dem Komplementaritätsprinzip, warum die Photonen nicht zu einem Doppelspalt-Interferenzmuster beitragen!

25. Wassermoleküle werden auf einen Dreifachspalt geschossen und dahinter auf einem Schirm aufgefangen.

a) Warum müssen die Wassermoleküle alle etwa die gleiche Geschwindigkeit haben, damit nach vielen Wiederholungen des Versuchs ein deutliches Interferenzmuster entsteht?

b) Ermitteln Sie durch Zeigeraddition die zugehörige Verteilung $P(x)$. Zeichnen Sie drei Beispielzeigerdiagramme!

c) Nun wird am mittleren Spalt ein Detektor aufgestellt, der ein Signal gibt, wenn ein Wassermolekül hindurchgeht. Wie müssen nun die Zeiger verarbeitet werden? Welche Funktion $P(x)$ erhält man?



7 Atom- und Kernphysik

Erkenntnisse der Atom- und Kernphysik haben ab der Mitte des 20. Jahrhunderts das Leben von Millionen Menschen entscheidend beeinflusst. Mit der Explosion der ersten Atombomben 1945 und der Entwicklung von Wasserstoffbomben wurde deutlich, dass sich die Menschheit mit Kernwaffen selbst auslöschen kann, Kernenergie aber auch zum Nutzen des Menschen anwendbar ist. Die Kernfusion, die sich im Inneren von Sternen vollzieht, könnte zu einer unerschöpflichen Energiequelle für den Menschen werden. Ein wichtiger Bereich der Atomphysik ist auch die Erforschung der elementaren Bestandteile, aus denen unserer Welt aufgebaut ist.

7.1 Physik der Atomhülle

7.1.1 Grundexperimente der Atomphysik

Anzahl, Größe und Masse von Atomen

Vorstellungen über den **Aufbau der Stoffe** aus kleinsten Teilchen gab es bereits in der Antike. Ein Vertreter dieser Auffassung war der griechische Philosoph DEMOKRIT (5 Jh. v. Chr.). Fundierte Vorstellungen über Atome (abgeleitet vom griechischen atomos = das Unteilbare) entwickelten sich erst ab Beginn des 20. Jahrhunderts. Für die Entstehung der Atomphysik spielten einige Grundexperimente und Beobachtungen eine herausragende Rolle.

Anknüpfend an antike Vorstellungen entwickelte der englische Naturforscher JOHN DALTON (1766–1844) eine Atomhypothese (↗ S. 198) zur Erklärung der Gesetze für chemische Reaktionen. Eine Präzisierung dieser Vorstellungen aus physikalischer Sicht erfolgte in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts in der kinetischen Theorie der Wärme (↗ S. 198 f.). Dabei ging es zunächst um die grundlegende Frage, ob es Atome wirklich gibt oder ob sie nur eine hilfreiche Modellvorstellung sind. Diese Frage wurde erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts geklärt.
Die Anzahl von Atomen in einer bestimmten Stoffmenge bzw. Masse ergibt sich aus Überlegungen zur Teilchenanzahl (↗ S. 52).

Die Anzahl von Atomen je Mol beträgt $6{,}022 \cdot 10^{23}$. In einem Gramm eines Stoffes sind ca. 10^{22} Atome enthalten.

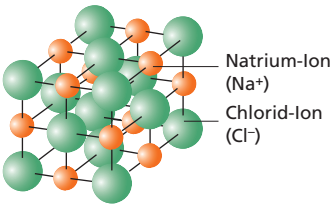
Die Masse von Atomen kann mithilfe eines Massenspektrografen (↗ S. 289) experimentell ermittelt werden.

Die Masse von Atomen liegt zwischen 10^{-27} kg und 10^{-24} kg.

Ein Wasserstoffatom hat eine Masse von etwa einer atomaren Masseeinheit (1 *u*, ↗ S. 53):
$1\ u = 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ g

Der Radius von Atomen kann in unterschiedlicher Weise abgeschätzt werden.

Ein NaCl-Kristall (Kochsalz) besteht aus gleich vielen Natrium- und Chlorid-Ionen (s. Skizze).
Wie groß ist der Durchmesser eines Natrium- bzw. Chloratoms in einem Kochsalzkristall?



Man geht davon aus, dass die **Atome** dicht gepackt sind.

Analyse:
Als Modell für die Kristallstruktur verwenden wir den dargestellten Würfel, der aus vielen Elementarwürfeln (4 Na- und 4 Cl-Atome) besteht. Kann man die Kantenlänge d eines solchen Elementarwürfels berechnen, so erhält man eine Abschätzung für den Durchmesser eines Atoms. Ein Mol NaCl besteht aus $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ NaCl-Teilchen und damit aus $2N_A$ Natrium- und Chloratomen.
Ein Elementarwürfel der Kantenlänge d besitzt das Volumen d^3. Für das Volumen eines Mols NaCl kann man deshalb schreiben

$$V = 2N_A \cdot d^3$$

Ein Mol NaCl besitzt die molare Masse M und damit unter Nutzung der Definition der Dichte $\rho = \frac{M}{V}$ das Volumen $V = \frac{M}{\rho}$. Aus den beiden Gleichungen für das Volumen lässt sich d abschätzen.

Gesucht: d (Atomdurchmesser)
Gegeben: $M = 58{,}45\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$
$\rho = 2{,}16\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$
$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Lösung:

$$2\,N_A \cdot d^3 = \frac{M}{\rho}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho \cdot 2N_A}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{58{,}45\ \text{g} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{mol}}{\text{mol} \cdot 2{,}16\ \text{g} \cdot 2 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}}}$$

$$d = 2{,}82 \cdot 10^{-8}\ \text{cm} = 2{,}82 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

Ergebnis:
Der Durchmesser von Na- und Cl-Atomen liegt in einer Größenordnung von 10^{-10} m.

In **Gasen** kann man den Atomradius z. B. aus der **mittleren freien Weglänge** der Teilchen ermitteln. In **Flüssigkeiten** lässt sich der Atomradius aus der **brownschen Bewegung** ableiten oder mithilfe des **Ölfleckversuches** bestimmen.

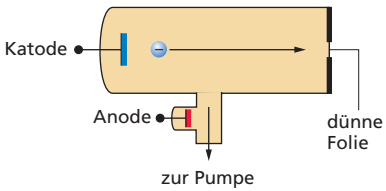
Dieses Ergebnis lässt sich, wie Untersuchungen an anderen Stoffen zeigen, verallgemeinern.

Der Radius von Atomen liegt in der Größenordnung von 10^{-10} m.

Streuversuche

Ende des 19. Jahrhunderts konstruierte der deutsche Physiker PHILIPP LENARD (1862–1947) eine spezielle Vakuumröhre, mit deren Hilfe er den Durchgang von schnell bewegten Elektronen durch dünne Metallfolien nachweisen konnte.

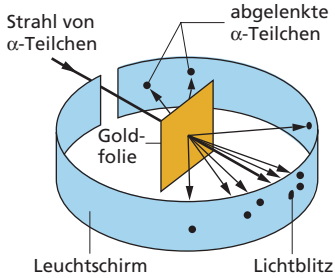
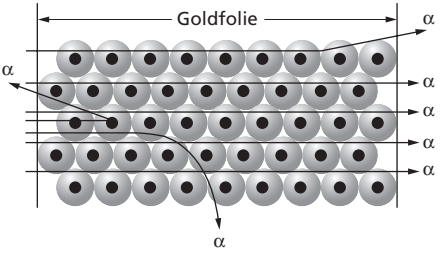
In der lenardschen Röhre wird die Luft durch Auspumpen entfernt. Durch die Spannung zwischen Anode und Katode werden die aus der Katode austretenden Elektronen stark beschleunigt. Sie bewegen sich infolge ihrer Trägheit näherungsweise geradlinig in Richtung Folie. Dabei zeigt sich: Die nur etwa 1 µm dicke Aluminiumfolie wird von den schnellen Elektronen durchdrungen. Daraus folgerte LENARD, dass man sich Atome nicht als massive Kugeln vorstellen darf.

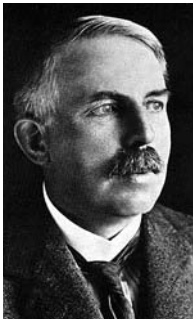


Der britische Physiker ERNEST RUTHERFORD (1871–1937) griff den Gedanken des lenardschen Experiments auf. Er nutzte bei seinem Vorhaben aber nicht schnelle Elektronen, sondern arbeitete mit α-Teilchen (↗ S. 496). Ein α-Teilchen ist rund 7000-mal schwerer als ein Elektron und zweifach positiv geladen. Obwohl RUTHERFORDS „Geschosse" viel größer als die von LENARD waren, durchdrangen auch sie die dünnen Folien weitgehend ungehindert. Nur wenige von ihnen wurden aus ihrer Flugbahn abgelenkt oder reflektiert (s. Skizze ↗ S. 476 oben).

PHILIPP LENARD (1862–1947) erhielt 1905 für seine Arbeiten über Katodenstrahlen (schnell bewegte Elektronen) den Nobelpreis für Physik. Er war einerseits ein hervorragender Physiker, andererseits aus antisemitischen Gründen ein scharfer Gegner von A. EINSTEIN.



Versuchsaufbau von RUTHERFORD	Deutung der Ergebnisse
	



ERNEST RUTHERFORD (1871–1937) erhielt 1908 den Nobelpreis für Chemie für seine Untersuchungen über den Zerfall der Elemente und die Chemie der radioaktiven Stoffe.

Aus RUTHERFORDS Versuchen ergaben sich einige Schlussfolgerungen für den Bau der Atome:

- Die weitaus meisten α-Teilchen passierten die Atome ungehindert. Das massereiche und geladene Objekt im Atom ist daher sehr klein, sein Radius, der **Kernradius,** etwa 100 000-mal geringer als der **Atomradius.**
- Da die relativ massereichen α-Teilchen in einigen Fällen reflektiert werden, muss ein undurchdringbares Objekt im Atom vorhanden sein. Aus den Stoßgesetzen folgt, dass dieses Objekt viel Masse in sich vereint.
- RUTHERFORD entwickelte eine Gleichung, um die Streuung der α-Teilchen zu berechnen. Aus ihr geht hervor, dass das streuende Objekt im Atom positiv geladen ist.

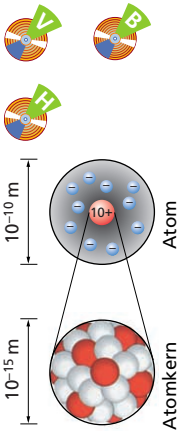
Im Atom existiert ein sehr kleines Objekt, das positiv geladen ist und praktisch die gesamte Atommasse in sich vereint. Man bezeichnet es als **Atomkern.**

Spektroskopische Versuche

Nach der Erfindung der Spektralanalyse durch G. R. KIRCHHOFF (1824–1887) und R. W. BUNSEN (1811–1899) um 1860 (↗ S. 429) bemerkte man bei spektralanalytischen Untersuchungen, dass es möglich ist, verschiedene Spektrallinien eines Elements so anzuordnen, dass man so genannte **Serienformeln** angeben kann. Eine Serienformel ermöglicht die näherungsweise Berechnung der Frequenzen von Spektrallinien. Für das Wasserstoffatom lautet die Gleichung:

$$f = R_y\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

R_y ist eine konstante Größe mit dem Wert $R_y = 3{,}290 \cdot 10^{15}$ Hz. Man nennt sie **RYDBERG-Frequenz**. Bei n und m handelt es sich um natürliche Zahlen ($n, m = 1,2,3...$ mit $m > n$).
Hält man beispielsweise $n = 2$ fest und variiert m, so ergibt sich die nach dem schweizer Physiker JOHANN BALMER (1825–1898) benannte Formel für die Frequenzen der im sichtbaren Spektralbereich liegenden Wasserstofflinien. Diese Formel gab BALMER bereits 1885 bekannt.



Die BALMER-Serienformel für das Wasserstoffatom lautet demzufolge:

$$f = R_y \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right) \qquad \text{mit } m = 3, 4, 5, \ldots$$

Neben der BALMER-Serie gibt es die LYMAN-Serie ($n = 1$), die PASCHEN-Serie ($n = 3$), die BRACKETT-Serie ($n = 4$) und die PFUND-Serie ($n = 5$).

Alle Serien des Wasserstoffspektrums sind nach den Physikern benannt, die die betreffenden Serien erforschten.



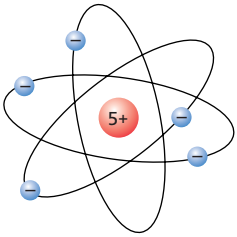
7.1.2 Atommodelle

Atomphysikalische Forschungen haben ab etwa dem Jahre 1900 zur Formulierung verschiedener **Atommodelle** geführt hat. Nachfolgend werden einige dieser Atommodelle dargestellt. Für ihr Verständnis ist unbedingt das Wesen jedes **physikalischen Modells** zu beachten: Es stimmt nur in einigen Eigenschaften mit dem Original überein, in anderen nicht (↗ S. 21) Manche Atommodelle ermöglichen erstaunlicherweise sogar exakte Berechnungen und Vorhersagen, obwohl sie in einigen Aspekten mit Sicherheit nicht der Realität entsprechen.

Die **Entwicklung der Vorstellungen vom Atom** war ein überaus komplizierter und widersprüchlicher Prozess, an dem viele Physiker mitwirkten.



Das rutherfordsche Atommodell



Das von dem britischen Physiker ERNEST RUTHERFORD (1871–1937) im Jahr 1911 entwickelte Atommodell wird auch als **Planetenmodell** bezeichnet. Um einen positiv geladenen Kern kreisen Elektronen auf elliptischen Bahnen. Die positiven Ladungen des Kerns und die negativen Ladungen der Elektronen kompensieren sich. Das Atom ist nach außen neutral. Fast die gesamte Masse ist im Atomkern konzentriert. Die Gesamtheit der Elektronen bildet die Atomhülle. Mit dieser Annahme von Elektronenbahnen ist aber ein Problem verbunden: Elektronen auf kreisförmigen oder elliptischen Bahnen unterliegen der **Radialbeschleunigung**. Beschleunigte Ladungen senden elektromagnetische Strahlung aus (↗ S. 365). Die Elektronen müssten daher Energie verlieren und in den Atomkern stürzen. In der Natur geschieht dies nicht – die meisten Atome sind stabil.

Die **Vorteile** des rutherfordschen Atommodells sind:
- Es ermöglicht die Erklärung der Resultate der Streuversuche (↗ S. 476).
- Es beschreibt richtig die Masse- und Ladungsverteilung im Atom.

Nachteile des Modells sind:
- Mit ihm kann die Entstehung der Spektrallinien nicht gedeutet werden.
- Es kann die Stabilität der Atome nicht erklären.

Das bohrsche Atommodell



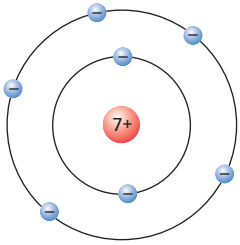
Der dänische Physiker NIELS BOHR (1885–1962) erkannte die Schwächen des rutherfordschen Modells und stellte im Jahre 1913 ein weiterentwickeltes Atommodell vor, bei dem er das Kern-Hülle-Modell mit Quantenvorstellungen verband. Die von ihm formulierten Annahmen werden als **bohrsche Postulate** bezeichnet.



Der dänische Physiker NIELS BOHR (1885–1962) war einer der bedeutendsten Atomphysiker des 20. Jahrhunderts und leistete auch wichtige Beiträge zur Entwicklung der **Quantenphysik.** Er wirkte in Kopenhagen und in den USA. 1922 erhielt er für seine Verdienste um die Erforschung der Atome und der von ihnen ausgehenden Strahlung den Nobelpreis für Physik.



Nach dem bohrschen Modell springt bei der **Emission eines Photons** ein Elektron von einer Bahn mit höherer Energie (kernfernere Bahn) in eine solche mit geringerer Energie (kernnähere Bahn). Bei der **Absorption eines Photons** erfolgt die Bewegung des Elektrons in umgekehrter Richtung (s. Skizzen ↗ S. 479 oben).



BOHR ging davon aus, dass sich die Elektronen auf bestimmten kreisförmigen Bahnen um den positiv geladenen Kern bewegen. Auf diesen Bahnen können sich Elektronen aufhalten, ohne Strahlung abzugeben. Die Stabilität der Atome wird nach BOHR durch eine (willkürliche) Forderung garantiert:

1. Es existieren stabile Bahnen, auf denen die Elektronen kreisen, ohne Photonen abzugeben.

Die Frage, welche Bahnen überhaupt möglich sind und welche nicht, beantwortet BOHR durch Einbeziehung des planckschen Wirkungsquantums (↗ S. 440) in seine Überlegungen und formuliert als weiteres Postulat:

2. Der Bahndrehimpuls L eines Elektrons ist ein ganzzahliges Vielfache von $\frac{h}{2\pi}$. Es gilt:

$$L = m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$

m	Masse des Elektrons
v	Geschwindigkeit des Elektrons
r	Bahnradius
h	plancksches Wirkungsquantum
n	Nummer der Bahn (n = 1, 2, 3, ...)

Mit den ganzen Zahlen n werden die im Atom erlaubten Bahnen gekennzeichnet. n bezeichnet man als **Hauptquantenzahl.**
Die beiden genannten Postulate regeln die innere Struktur der Atomhülle. Auf welche Weise das Atom Photonen abgeben oder aufnehmen kann, ist in zwei weiteren Postulaten festgeschrieben.

3. Die Emission oder Absorption von Photonen erfolgt genau dann, wenn ein Elektron von einer erlaubten Bahn auf eine andere erlaubte Bahn wechselt.

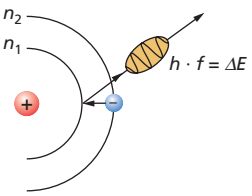
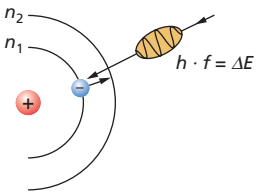
Der energetische Aspekt eines Elektronenübergangs von einer Bahn zu einer anderen wird in einem letzten Postulat geregelt.

4. Jeder erlaubten Elektronenbahn entspricht eine bestimmte Energie E der Elektronen. Wechselt ein Elektron die Bahn, so ist die Energie des emittierten bzw. absorbierten Photons gleich der Energiedifferenz dieser Bahnen. Es gilt:

$$\Delta E = h \cdot f$$



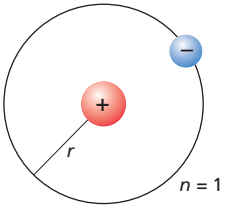
h	plancksches Wirkungsquantum
f	Frequenz der Strahlung

Emission eines Photons	Absorption eines Photons
	

Die quantenhafte Emission bzw. Absorption entspricht den Quantenvorstellungen, die sich in dieser Zeit entwickelt haben (↗ S. 438 ff.).

Die von N. BOHR formulierten Postulate erscheinen recht willkürlich. Ihre Berechtigung erhalten sie dadurch, dass sie für das Wasserstoffatom die Frequenzen der Spektrallinien richtig vorhersagen.
Die Hauptkritik am bohrschen Atommodell betrifft die Annahme von **Elektronenbahnen** um den Atomkern (↗ S. 478). Wie bereits beim Doppelspaltexperiment mit Elektronen dargestellt ist (↗ S. 452), bewegen sich diese **Quantenobjekte** sicher nicht auf irgendwelchen Bahnen, also auch nicht auf exakt definierten Kreisbahnen.
Mithilfe des bohrschen Atommodells kann man aber beispielsweise den Radius eines Wasserstoffatoms oder die Frequenzen im Linienspektrum des Wasserstoffatoms berechnen.

Wie groß ist der Radius eines Wasserstoffatoms?
Wir gehen davon aus, dass sich das eine Elektron im Grundzustand ($n = 1$) befindet. Die Radialkraft, die das Elektron auf seiner Kreisbahn hält, ist dann gleich der coulombschen Kraft zwischen Atomkern und Elektron:



$$m \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad (1)$$

Nach dem 2. bohrschen Postulat (↗ S. 478) gilt für v:

$$v = \frac{h}{2\pi \cdot m \cdot r} \qquad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein und formt die Gleichung nach dem Radius r um, so erhält man:

$$r = \frac{h^2 \cdot \varepsilon_0}{\pi \cdot m \cdot e^2}$$

Setzt man die betreffenden Naturkonstanten ein, so ergibt sich ein Wert von $r = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ m. Dieser Radius wird als **bohrscher Radius** bezeichnet.

Der Zahlenwert des bohrschen Radius stimmt in befriedigender Weise mit anderen Atomradiusbestimmungen überein. Der genaue Wert des **bohrschen Radius** beträgt:
$r_B = 0{,}529\,177 \cdot 10^{-10}$ m

Nach BOHR ist die Frequenz eines Photons und damit auch die einer bestimmten Spektrallinie durch die Differenz zweier Bahnenergien bestimmt. Diese Energie setzt sich aus seiner potenziellen Energie im elektrischen Feld des Atomkerns und der kinetischen Energie zusammen.

Aus diesen Überlegungen erhielt BOHR für die Energiedifferenz zwischen zwei Bahnen n und m:

$$\Delta E = \frac{e^4 \cdot m}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Mit $\Delta E = h \cdot f$ erhält man für die Frequenz f des Photons:

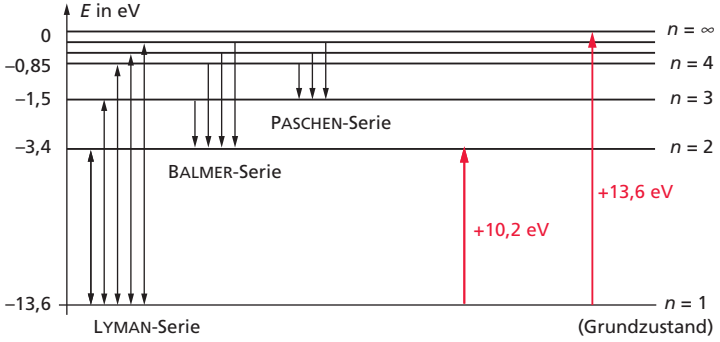
$$f = \frac{e^4 \cdot m}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = R_y\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Der Faktor $\frac{e^4 \cdot m}{8\varepsilon_0^2 \cdot h^3}$ ist die **RYDBERG-Frequenz** R_y die einen Wert von $3{,}289\,842 \cdot 10^{15}$ Hz hat.

Diese Gleichung entspricht der ↗ S. 476 genannten, experimentell ermittelten Serienformel für das Wasserstoffatom.

Darstellung der Energien in einem Energieniveauschema

Auch wenn viele Aspekte des bohrschen Atommodells mit den Erkenntnissen der Quantenphysik unvereinbar sind, beinhaltet es doch Eigenschaften, die der Realität entsprechen. Insbesondere die bei BOHR als „Bahnenergien" bezeichneten und durch die Hauptquantenzahlen charakterisierbaren Energiestufen existieren in der Atomhülle tatsächlich. Da der Bahnbegriff für Quantenobjekte nicht anwendbar ist, werden sie in der modernen Physik als **diskrete Energieniveaus** bezeichnet. Diese Energieniveaus lassen sich in ein **Energieniveauschema** eintragen, so wie es nachfolgend für Wasserstoff dargestellt ist.



Für die Umrechnung der Energieeinheiten gilt:
1 eV = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J
1 J = 1 Ws

Aus einem solchen Energieniveauschema lässt sich ablesen:

– Die Energie eines Photons, das emittiert oder absorbiert wird, ist gleich der Differenz der Energieniveaus.

Wird ein Photon absorbiert und dadurch ein Elektron aus dem Grundzustand ($n = 1$) auf das Niveau $n = 2$ gehoben, so entspricht das einem Energiezuwachs von +10,2 eV.

– Ein Atom wird ionisiert, wenn es ein Hüllenelektron an die Umgebung verliert. Die notwendige **Ionisierungsenergie** lässt sich ablesen.

Die Ionisierung entspricht dem Übergang nach $n = \infty$ mit $r \to \infty$.

Für ein Wasserstoffatom im Grundzustand ($n = 1$) beträgt die Ionisierungsenergie +13,6 eV.

Liegen außer einigen Linien der BALMER-Serie noch weitere Spektrallinien des Wasserstoffs im Bereich des sichtbaren Lichtes?

Analyse:
Das sichtbare Licht liegt zwischen den Wellenlängen 780 nm (rot) und 390 nm (violett). Die niederfrequenteste Spektrallinie der LYMAN-Serie stammt aus dem Übergang vom 2. in das 1. Niveau (↗ S. 480). Damit gilt für die Frequenz *f*:

$$f_L = R_y \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} R_y$$

Mit $\lambda = \frac{c}{f}$ erhält man für die größte Wellenlänge innerhalb der LYMAN-Serie:

$$\lambda_L = \frac{4c}{3R_y}$$

Entsprechend erhält man für die größte Frequenz und damit die kleinste Wellenlänge der PASCHEN-Serie:

$$f_P = R_y \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty}\right) \qquad \lambda_P = \frac{9c}{R_y}$$

Gesucht: λ_L, λ_P
Gegeben: $c = 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
$R_y = 3{,}290 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

Die im sichtbaren Bereich liegenden Spektrallinien des Wasserstoffs (BALMER-Serie) werden als H_α, H_β, H_γ und H_δ bezeichnet und haben in dieser Reihenfolge die Wellenlängen:
656,28 nm (H_α)
486,13 nm (H_β)
434,05 nm (H_γ)
410,17 nm (H_δ)

Lösung:
Für die Spektrallinie der LYMAN-Serie erhält man:

$$\lambda_L = \frac{4 \cdot 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}}{3{,}290 \cdot 10^{15} \text{s}} = 122 \text{ nm}$$

Analog erhält man für die Spektrallinie der PASCHEN-Serie:

$$\lambda_P = \frac{9 \cdot 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}}{3{,}290 \cdot 10^{15} \text{s}} = 821 \text{ nm}$$

Für die Einheiten gilt:
$1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$
$1 \text{ km} = 10^{12} \text{ nm}$

Ergebnis:
Die größte Wellenlänge der LYMAN-Serie liegt im ultravioletten Bereich, die kleinste Wellenlänge der PASCHEN-Serie im infraroten Bereich. Nur einige Linien der BALMER-Serie befinden sich im sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums.

Die **Vorteile** des bohrschen Atommodells sind:
- Es ermöglicht die Abschätzung des Atomradius.
- Es erlaubt die Berechnung der Spektrallinien des Wasserstoffatoms.
- Es führt erste Erkenntnisse der Quantenphysik (Emission und Absorption von Licht in Quanten) in die Atomtheorie ein.

Die **Nachteile** des bohrschen Atommodells sind:
- Es geht im Widerspruch zur Quantenphysik von der Existenz definierten Elektronenbahnen aus.
- Die bohrschen Postulate erscheinen als willkürliche Annahmen.
- BOHRs Modell erlaubt für Wasserstoff richtige Vorhersagen, versagt aber bei anderen Atomen.

Das quantenmechanische Atommodell

Das quantenmechanische **Atommodell** ist ein mathematisches Modell. Alle bildhaften Darstellungen sind problematisch und führen nicht selten zu falschen Vorstellungen.

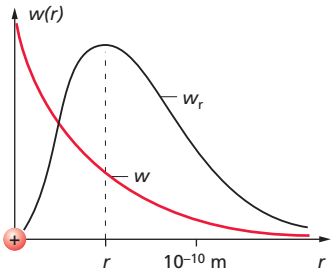
Das Problem, einerseits die diskreten Energieniveaus der Atome zu berechnen und andererseits auf die Vorstellung von Elektronenbahnen zu verzichten, wird durch das quantenmechanische Atommodell gelöst. Die physikalische Grundgleichung dieses Modells ist die nach dem deutschen Physiker ERWIN SCHRÖDINGER (1887–1961) benannte SCHRÖDINGER-Gleichung. Mithilfe dieser fundamentalen Gleichung der Quantenphysik kann man Wahrscheinlichkeiten berechnen, ein Elektron in einem gewissen Abstand vom Atomkern anzutreffen.

Die Normierungsbedingung ist eine Folge der statistischen Interpretation des Verhaltens von Quantenobjekten. Sie geht auf MAX BORN (1882–1970) zurück, der das Absolutquadrat der **Wellenfunktion** als Wahrscheinlichkeitsdichte für das Auffinden eines Teilchens zur Zeit t am Ort r deutete.

Die so berechneten Wahrscheinlichkeiten müssen einer **Normierungsbedingung** genügen. Diese besagt, dass sich ein Elektron mit der Wahrscheinlichkeit $w = 1$ irgendwo in der Atomhülle befindet. Löst man die SCHRÖDINGER-Gleichung für das Wasserstoffatom auf, so lassen sich nur solche Lösungen normieren, die der Energie von Elektronen des Wertes

$$E_n = -\frac{h \cdot R_y}{n^2}$$

entsprechen. Das sind aber genau die diskreten Energieniveaus, die z. B. auf S. 480 angegeben sind.



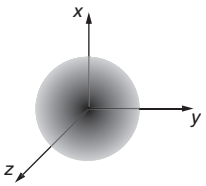
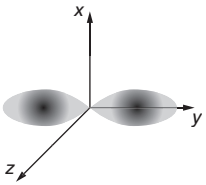
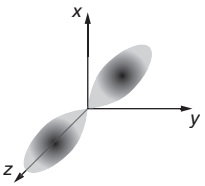
Das nebenstehende Diagramm zeigt den rot markierten Verlauf der Wahrscheinlichkeitsfunktion w für das Wasserstoffelektron im Grundzustand. Dem Diagramm ist zu entnehmen: Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron in einem kleinen Teilvolumen im Abstand r vom Atomkern anzutreffen, nimmt mit wachsender Distanz zum Kern stark ab. Will man die Wahrscheinlichkeit w_r (schwarze Kurve) ermitteln, dass sich das Elektron in einer Kugelschale mit dem Abstand r zum Kern aufhält, dann muss man w mit dem Schalenvolumen multiplizieren. Dicht am Atomkern befindliche Kugelschalen haben ein kleines Volumen, w ist jedoch sehr groß. Weiter entfernte Kugelschalen besitzen zwar ein größeres Volumen, w ist aber kleiner. Diese Überlegung legt nahe: Es existiert für das Wasserstoffatom ein Maximalwert für w_r, der gleich dem bohrschen Radius (↗ S. 479) ist.

Man bezeichnet das quantenmechanische Atommodell daher auch als **Orbitalmodell.**

Die räumlichen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Elektronen in der Atomhülle werden als **Orbitale** bezeichnet. Wie genaue Rechnungen zeigen, können bis auf den Grundzustand zu einer bestimmten **Hauptquantenzahl** n mehrere, voneinander verschiedene räumliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen existieren. Diese verschiedenen Orbitale klassifiziert man durch **Nebenquantenzahlen** l und m. Darüber hinaus kann ein Elektron unabhängig von seiner Wahrscheinlichkeitsverteilung im Raum noch selbst zwei Energiezustände annehmen, die durch die **Spinquantenzahl** s charakterisiert werden.

Quantenzahl	Bedeutung	mögliche Werte
Hauptquantenzahl n	gibt die Nummer der Schale an und kennzeichnet das Energieniveau in der Hülle	$n = 1, 2, 3, \ldots$
Bahndrehimpulsquantenzahl l	kennzeichnet die verschiedenen Orbitale	$l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$ *(s, p, d, f)*
Magnetquantenzahl m	kennzeichnet Orbitale nach der Orientierung im Raum	$m = -l, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, +l$
Spinquantenzahl s	beschreibt die Richtung der Eigenrotation des Elektrons	$s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

Orbitale können auch anschaulich dargestellt werden. Die grau markierten Bereiche geben den Raum an, in dem die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons 90 % beträgt.

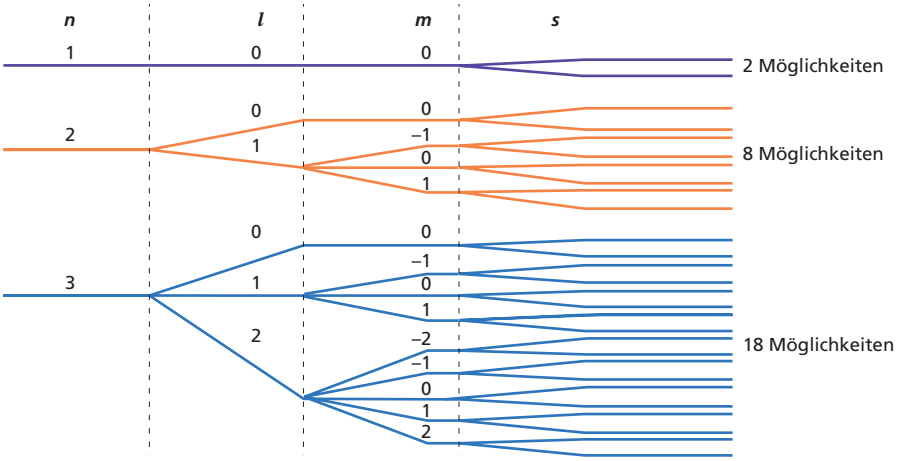
1s-Orbital	$2p_y$-Orbital	$2p_z$-Orbital
		

Das 1s-Orbital beschreibt den Grundzustand des Elektrons im Wasserstoffatom.

Die Existenz eines **Elektronenspins** bestätigt ein Versuch, der den Namen **Stern-Gerlach-Versuch** trägt.

Das Pauli-Prinzip und das Schalenmodell

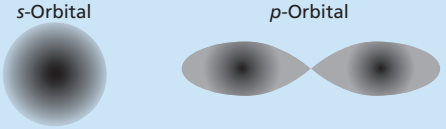
Die nachstehende Abbildung zeigt, welche Quantenzahlen sich jeweils einer Hauptquantenzahl zuordnen lassen.



SCHRÖDINGER-Gleichung und Psi-Funktion

Nach dem bohrschen Atommodell kreisen die Elektronen auf bestimmten Bahnen mit festen Energieniveaus um den Atomkern. Dies beschreibt zwar die Spektren des Wasserstoffatoms, gründet jedoch auf einer mit der Quantenphysik unvereinbaren klassischen Bahnvorstellung.

Die Quantenphysik macht dagegen keine Aussage darüber, was die Elektronen im Atom machen, sie macht nur Aussagen über mögliche Messergebnisse. So kann die Wahrscheinlichkeit vorausgesagt werden, ein Elektron bei einer Ortsmessung an einer bestimmten Stelle im Atom nachzuweisen. Stellt man diese Lokalisationswahrscheinlichkeiten durch unterschiedliche Grautöne im Raum dar, so erhält man die bekannten Orbitalbilder.



Um diese Lokalisationswahrscheinlichkeiten und die Energieniveaus der Atome zu beschreiben, löst man die SCHRÖDINGER-Gleichung für das entsprechende Atom. Diese Gleichung wurde 1926 von dem österreichischen Physiker ERWIN SCHRÖDINGER (1887–1961) erfunden. Sie wird bis heute benutzt, um jegliche Art von nichtrelativistischen Quantenproblemen zu lösen. Ihr liegt keine klassische Vorstellung zugrunde, man muss sie lediglich der gegebenen physikalischen Situation anpassen, lösen und anschließend die Lösungen richtig interpretieren. Beim Wasserstoffpotenzial gilt für E_L:

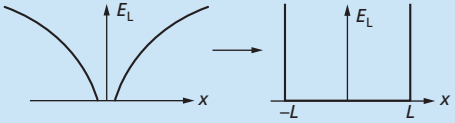
$$E_L = \frac{-q^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r} \quad \text{(COULOMB-Potenzial)}$$

Für eine Dimension lautet die SCHRÖDINGER-Gleichung:

$$\psi''(x) = K(-\psi(x)) \cdot (E - E_L(x)) \text{ mit } K = \frac{8\pi^2 \cdot m}{h^2}$$

E ist dabei eine Konstante mit der Einheit Joule, $E_L(x)$ ist die Lageenergie, die ein klassisches Teilchen in Abhängigkeit von x hätte. Für das Wasserstoffatom sucht man stetige Funktionen $\psi(x, y, z)$, welche die dreidimensionale SCHRÖDINGER-Gleichung mit dem COULOMB-Potenzial lösen. Dies gelingt nur für ganz spezielle Werte von E. Es stellt sich heraus, dass diese Werte E_n genau die Energieniveaus sind, die man braucht, um die Wasserstoffspektren zu beschreiben, also die gleichen, die im bohrschen Atommodell einfach festgelegt wurden. Zu jedem solchen Energiewert E_n erhält man eine Lösung $\psi_n(x, y, z)$, welche die SCHRÖDINGER-Gleichung löst. Das Betragsquadrat $|\psi_n(x, y, z)|^2$ der Funktionen ist gerade die Lokalisationswahrscheinlichkeit für das Elektron auf dem jeweiligen Energieniveau E_n. Man erhält durch Lösung der SCHRÖDINGER-Gleichung also sowohl die Energieniveaus als auch die Orbitale.

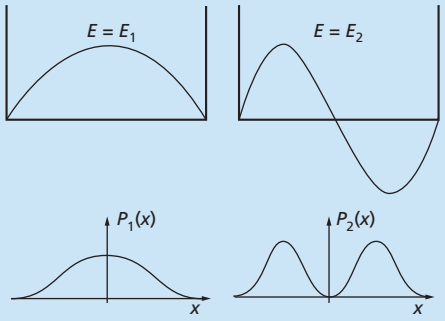
Die SCHRÖDINGER-Gleichung für das COULOMB-Potenzial ist mathematisch ziemlich schwierig. Eine besonders grobe Näherung, die jedoch im Prinzip zeigt, wie die SCHRÖDINGER-Gleichung gelöst wird, gelingt mit dem sogenannten Kastenpotenzial. Das COULOMB-Potenzial wird hierbei durch einen Kasten mit unendlich hohen Wänden angenähert.



Für das Kastenpotenzial ist $E_L(x)$ unendlich hoch bis auf einen bestimmten Bereich $-L < x < L$. In diesem Bereich setzt man $E_L(x) = 0$. Damit lautet die SCHRÖDINGER-Gleichung:

$$\psi''(x) = K(-\psi(x)) \cdot E$$

Diese hat die Form einer Schwingungsdifferenzialgleichung. Ihre Lösungen sind Sinus- bzw. Kosinusfunktionen. Je größer die Energie E ist, umso kleiner ist die Periode dieser Funktionen.



In den Bereichen $x < -L$ und $x > L$ wird das Elektron nie lokalisiert, folglich muss hier $\psi(x)$ gleich null sein. Da die Funktion stetig sein soll, muss $\psi(x)$ auch für $x = -L$ und für $x = L$ gleich null sein. Zwei mögliche Lösungen sind oben abgebildet. Darunter befindet sich jeweils die Lokalisationswahrscheinlichkeit $|\psi(x)_n|^2$.

Allgemein gilt für den Zusammenhang zwischen der Hauptquantenzahl und den anderen drei Quantenzahlen:

> Einer vorgegebenen Hauptquantenzahl n kann man $2n^2$ verschiedene Kombinationen der anderen Quantenzahlen zuordnen.

Die mathematischen Überlegungen zu den möglichen Kombinationen von Quantenzahlen wurden von dem österreichischen Physiker WOLFGANG PAULI (1900–1958) zu einem Grundprinzip des atomaren Aufbaus erweitert. PAULI hatte erkannt, dass in einem Atom nicht zwei Elektronen gleichzeitig in allen Quantenzahlen übereinstimmen können. Das nach ihm benannte **PAULI-Prinzip** lautet:

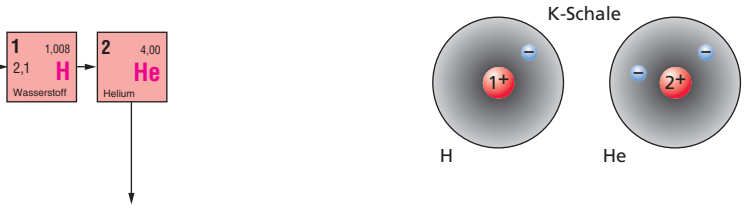
> In einem Atom können niemals zwei Elektronen vier identische Quantenzahlen besitzen.

Für das 1924/25 formulierte Ausschließungsprinzip erhielt WOLFGANG PAULI 1945 den **Nobelpreis** für Physik.

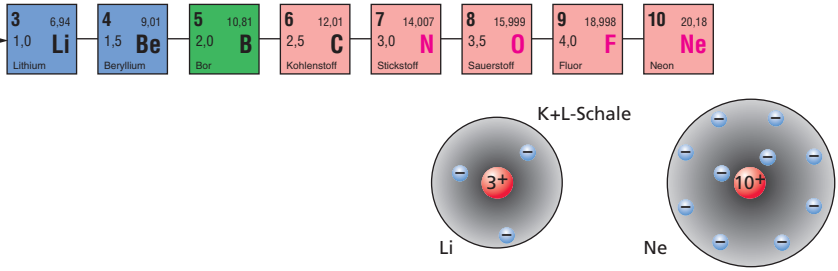


Das PAULI-Prinzip ermöglicht eine Modellvorstellung zum Bau der Atomhülle, die als **Schalenmodell** bezeichnet wird. Haben in einem Atom alle Elektronen mit einer bestimmten Hauptquantenzahl n alle möglichen anderen Quantenzahlen l, m und s angenommen, dann bilden sie eine abgeschlossene Konfiguration, die als voll besetzte Schale bezeichnet wird. Damit lässt sich die Struktur des **Periodensystems der Elemente** (PSE) verstehen.

In der 1. Periode befinden sich Wasserstoff und Helium mit einem bzw. zwei Hüllenelektronen. Beim Helium endet bereits der **Aufbau der K-Schale,** denn nach dem PAULI-Prinzip ist es einem weiteren Elektron ausdrücklich verboten, sich in dieser Schale einzufinden (↗ S. 483).

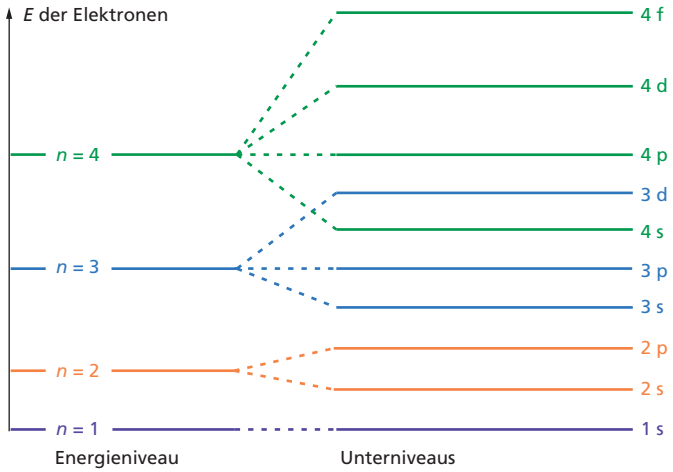


In der 2. Periode beginnt mit dem Lithium das **Auffüllen der L-Schale.** Nacheinander werden die acht erlaubten Elektronen aufgenommen und bis zum Neon in die Atomhülle eingebaut.



Die Schalen für $n = 1$, 2, 3, 4 und 5 werden als K-, L-, M, - N- und O-Schale bezeichnet.

Wie Berechnungen zur Energie der Elektronen in der Atomhülle zeigen, nehmen entweder voll besetzte Schalen oder Anordnungen mit 8 Elektronen in der äußeren Schale besonders stabile Energiezustände an. Die Energieniveaus der einzelnen Elektronen lassen sich aufgrund feinerer Unterschiede in die Unterniveaus *s, p, d* und *f* aufteilen, sodass sich das folgende Energieniveauschema ergibt.



7.1.3 Die Energieniveaus der Atomhülle im physikalischen Experiment

Dieses grundlegende Experiment wurde erstmals 1913 von den beiden deutschen Physikern JAMES FRANCK (1882–1964) und GUSTAV HERTZ (1887–1975) durchgeführt. Auszüge aus der Originalarbeit sind auf der CD unter **„FRANCK-HERTZ-Versuch im Original"** zu finden.





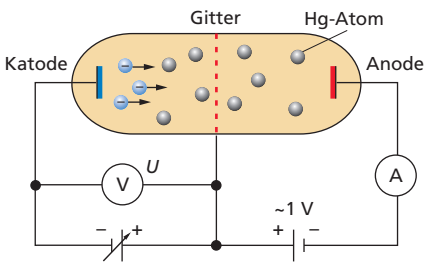
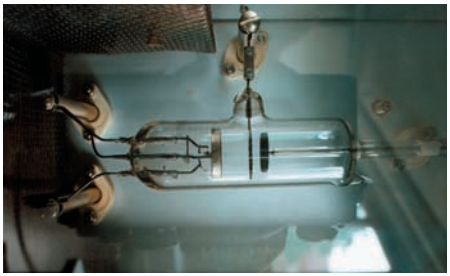




Die Existenz diskreter Energieniveaus in der Atomhülle wird unmittelbar durch den **FRANCK-HERTZ-Versuch** bestätigt. Die Grundidee des Versuches besteht darin, Atome nicht durch Bestrahlung, sondern durch Stoßprozesse anzuregen. Als Stoßpartner dienen Quecksilberatome, auf welche beschleunigte Elektronen treffen. Im Experiment wird untersucht, unter welchen Bedingungen die Elektronen Quecksilberatome durch Stöße anregen.

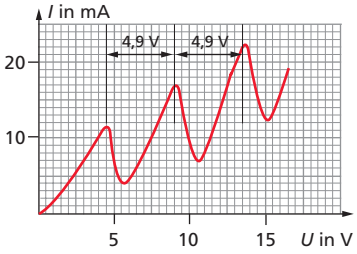
Versuchsaufbau

Kernstück des Experimentes ist eine evakuierte und mit einer geringen Menge Quecksilbergas gefüllte Röhre, die man FRANCK-HERTZ-Röhre nennt. Sie besitzt folgende Funktionsweise: Von einer Glühkatode werden Elektronen emittiert und durch eine regulierbare Spannung zwischen Katode und Gitter beschleunigt. Durch Regulieren der Beschleunigungsspannung, die an einem Voltmeter abgelesen werden kann, lässt sich die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie der Elektronen verändern.
Nach Passieren des Gitters durchlaufen die Elektronen ein Gegenfeld. Nur solche Elektronen, die ein gewisses Mindestmaß an Bewegungsenergie besitzen, gelangen bis zur Anode. In welchem Umfang Elektronen zur Anode gelangen, wird anhand des Stromes ermittelt, der zwischen Katode und Anode fließt.

Bau und Schaltung einer FRANCK-HERTZ-Röhre	FRANCK-HERTZ-Röhre im Original
	

Versuchsdurchführung

Bevor man beginnt, die Messwerte aufzunehmen, muss die gesamte FRANCK-HERTZ-Röhre erwärmt werden. Dadurch geht das Quecksilber in den gasförmigen Zustand über. Nach dem Einschalten der Katodenheizung reguliert man die Beschleunigungsspannung langsam herauf. Zunächst erhöht sich der Stromfluss durch die Röhre. Bei einer bestimmten Spannung sinkt die Stromstärke schlagartig ab. Nun erreichen nur noch wenige Elektronen die Anode. Erhöht man die Beschleunigungsspannung weiter, so steigt die Stromstärke wieder an und sinkt nach Erreichen eines erneuten Maximums wieder ab. Der Verlauf der Stromstärke in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung ist im Diagramm dargestellt. Dabei zeigt sich: Die Maxima im Stromfluss stellen sich immer dann ein, wenn die Beschleunigungsspannung um 4,9 V erhöht wird.



Deutung des Versuches

Auf ihrem Weg zur Anode stoßen die Elektronen mit Quecksilberatomen zusammen. Bei niedriger Beschleunigungsspannung erfolgen diese Stöße elastisch. Die Elektronen geben dabei keine kinetische Energie an die Atome ab und sind deshalb in der Lage, das Gegenfeld vor der Anode zu überwinden.
Erreicht die kinetische Energie der Elektronen einen bestimmten Wert, dann kommt es zu unelastischen Stößen zwischen Elektronen und Atomen. Die Quecksilberatome nehmen dabei Energie von den Elektronen auf. Diese sind dann nicht mehr in der Lage, das Gegenfeld zu überwinden – dementsprechend sinkt die Stromstärke.
Wird die Beschleunigungsspannung weiter erhöht, vergrößert sich die Energie der Elektronen wieder, der Strom steigt erneut an. Bei einer stetigen Steigerung der Spannung erreichen die Elektronen auch wieder diejenige Energie, bei der unelastische Stöße erfolgen.

Für die Entdeckung der Gesetze, die beim Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Atom herrschen, erhielten JAMES FRANCK (1882–1964) und GUSTAV HERTZ (1887–1975) im Jahr 1925 den Nobelpreis für Physik.

Bei Quecksilber unterscheiden sich die Maxima jeweils um die Spannung 4,9 V.

Auf diese Weise können die Elektronen auf ihrem Weg zur Anode gleich zwei- oder mehrmals ihre Energie an Quecksilberatome abgeben. So erklärt sich das Auftreten mehrerer Maxima bzw. Minima in der Stromstärke-Spannungs-Kurve.
Geht man von diskreten Energieniveaus in der Hülle des Quecksilberatoms aus, dann zeigt dieser Versuch: Nur wenn die kinetische Energie eines Elektrons der Differenz zweier atomarer Energieniveaus entspricht, kann sie durch das Quecksilberatom aufgenommen werden. Die Atome sind nicht in der Lage, beliebige Energien auszutauschen.

Durch den FRANCK-HERTZ-Versuch wird die Existenz diskreter Energieniveaus in den Atomen bestätigt.

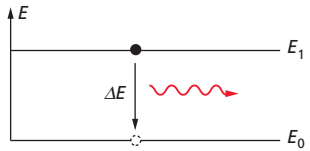
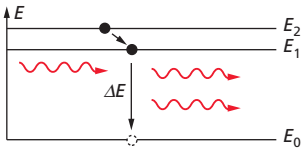
7.1.4 Spontane und induzierte Emission

Spontane Emission erfolgt bei allen herkömmlichen Lichtquellen, z. B. bei der **Sonne, Glühlampen, Leuchtstofflampen** oder **Halogenlampen.**

Werden die Elektronen eines Atoms durch Energiezufuhr angeregt, so gehen sie unter Aufnahme von Energie in einen energetisch höheren Zustand über. Solche angeregten Atome kehren aber schon nach etwa 10^{-8} s in einen energetisch niedrigeren Zustand, meist den Grundzustand, zurück. Dieser Vorgang, bei dem Strahlung ausgesendet wird, erfolgt spontan, ohne irgendwelche äußeren Einflüsse. Er wird deshalb als **spontane Emission** bezeichnet.
Es gibt auch Atome mit angeregten Zuständen, die über längere Zeit bestehen können. Nach Anregung auf ein Energieniveau E_2 (s. Skizze unten) fallen die Elektronen auf ein metastabiles Energieniveau E_1, in dem sie zunächst verbleiben. Trifft auf ein solches angeregtes Atom ein Photon, das von einem gleichartig angeregten Atom stammt, so geht auch das angeregte Atom mit großer Wahrscheinlichkeit wieder in den Grundzustand über. Da diese Emission durch Anregung von außen erfolgt, wird sie als **induzierte Emission** bezeichnet.

Die induzierte Emission wird bei **Lasern** genutzt.
Der erste funktionsfähige Prototyp eines Lasers wurde 1960 konstruiert und erprobt.

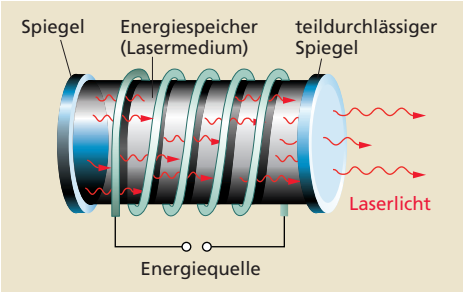


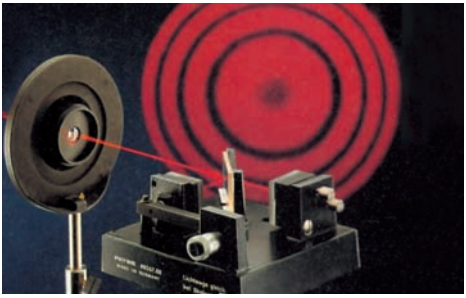
spontane Emission	induzierte Emission
	
Angeregter Zustand besteht nur ca. 10^{-8} s. Die Emission erfolgt ohne äußere Einwirkung.	Angeregter Zustand besteht mehr als 10^{-2} s. Die Emission wird durch Photonen stimuliert.

Bei Atomen kann spontane oder induzierte Emission auftreten.

Das Kunstwort **Laser** ist abgeleitet vom englischen **l**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation.

Die wichtigste Anwendung der induzierten Emission sind **Laser.** Den prinzipiellen Aufbau zeigt die Skizze S. 489 oben. Durch eine Energiequelle wird das Lasermedium in einen angeregten Zustand versetzt.





Geeignete Photonen rufen die induzierte Emission im Lasermedium hervor. Durch die beiden Spiegel laufen die Photonen hin und her und verstärken die induzierte Emission. Durch den halbdurchlässigen Spiegel verlässt ständig ein Teil der Photonen als Laserstrahlung die Anordnung. **Laserstrahlung** (Laserlicht) unterscheidet sich in einigen Eigenschaften vom natürlichen Licht:

- Laserlicht ist nahezu paralleles Licht.
- Laserlicht kann eine hohe Leistungsdichte von bis zu einigen Megawatt je cm^2 haben.
- Laserlicht ist monochromatisch, hat also eine ganz bestimmte Frequenz, die vom Lasermedium abhängig ist.
- Laserlicht ist vollständig linear polarisiert (↗ S. 424).
- Laserlicht hat eine hohe Kohärenz (↗ S. 411).

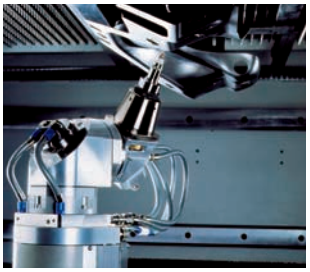
Die Eigenschaften der Laserstrahlung werden weitgehend von dem **Lasermedium** bestimmt. Es gibt **Festkörperlaser,** Flüssigkeitslaser **(Farbstofflaser)** und **Gaslaser.** Nach Dauer der Laserstrahlung kann man zwischen **kontinuierlichen Lasern** und **Impulslasern** unterscheiden.

Breit angewendet werden Laser seit Beginn der 90er Jahre des 20. Jahrhundert.

Bei CD-Playern (↗ S. 490), DVD-Laufwerken oder Strichcodelesern erfolgt die Abtastung mit Laserstrahlung. In der **Medizin** werden Laser in der Augenheilkunde (Foto links), in der Chirurgie und in der Zahnmedizin genutzt. Bei der **Materialbearbeitung** (Foto Mitte) kann Laserlicht zum Schweißen, Schneiden oder Bohren angewendet werden. Es lassen sich damit auch feinste Strukturen erzeugen. Gut eignet sich Laserlicht auch für Längen- oder Entfernungsmessungen. So wurde z. B. mithilfe eines Spiegels auf dem Mond (Foto rechts) mit Laserlicht die Entfernung Erde-Mond sehr genau bestimmt.

An der Entwicklung des **Lasers** waren die Amerikaner CHARLES T. TOWNES (geb. 1915), NIKOLAI G. BASSOW (1922–2001) und ALEXANDER M. PROCHOROW (1916–2002) maßgeblich beteiligt. Diese drei Wissenschaftler erhielten dafür 1964 den Nobelpreis für Physik. Weitere Nobelpreise für Arbeiten im Bereich der Laserphysik wurden 1981 und 1997 verliehen (↗ CD).





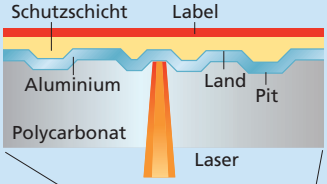


Der CD-Player – Laserphysik im Alltag

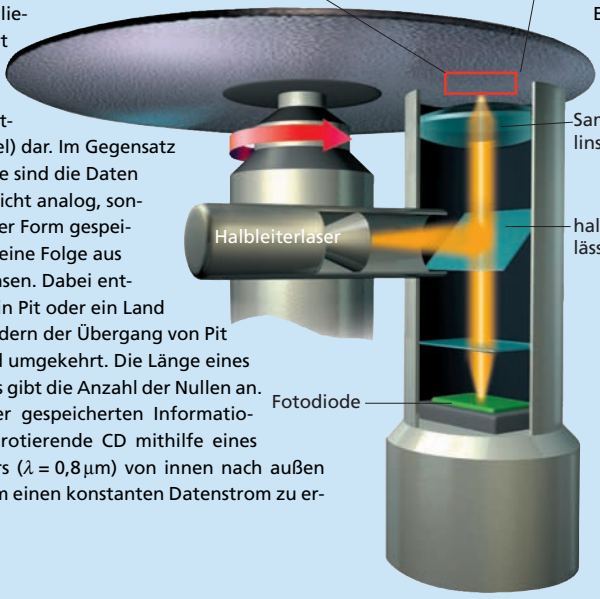
Seit der Entwicklung der ersten Laser durch den Amerikaner CHARLES T. TOWNES sowie den Russen NIKOLAI G. BASSOW und ALEXANDER M. PROCHOROW im Jahr 1958 hat sich die Laserphysik zu einer eigenständigen Disziplin der modernen Physik entwickelt. Aus dem alltäglichen Leben sind zahlreiche Anwendungen des Lasers kaum mehr wegzudenken, so z. B. aus dem Bereich der Materialverarbeitung, der Messtechnik oder auch der Chirurgie. Das verbreitetste Beispiel ist sicherlich das CD- oder DVD-Laufwerk bzw. der CD-Player, dessen Funktionsweise im Folgenden erläutert werden soll.

Eine handelsübliche CD (Compact Disc) ist 1,2 mm dick und hat einen Durchmesser von 12 cm. Ähnlich wie bei einer Schallplatte, werden die Daten durch das Einprägen mikroskopisch kleiner Vertiefungen (Pits) gespeichert. Die Pits sind 0,12 µm tief, 0,6 µm breit und haben eine Länge von 0,8–3,1 µm. Spiralförmig von innen nach außen angeordnet können bis zu 2 Milliarden solcher Vertiefungen auf einer CD eingeprägt werden, was einer Spieldauer von ca. 74 Minuten entspricht. Bei einer DVD sind diese Muster noch wesentlich feiner, das Speichervermögen damit erheblich größer.

Die zwischen den Pits liegenden Flächen nennt man Lands. Eingeprägt wird das Pit-Land-Muster auf eine Polycarbonatscheibe, die zum Schutz mit einer dünnen reflektierenden Aluminiumschicht überzogen und abschließend versiegelt wird. Eine letzte Schicht stellt das Etikettenschild (Label) dar. Im Gegensatz zur Schallplatte sind die Daten auf einer CD nicht analog, sondern in digitaler Form gespeichert, d. h. als eine Folge aus Nullen und Einsen. Dabei entspricht nicht ein Pit oder ein Land einer Eins, sondern der Übergang von Pit nach Land und umgekehrt. Die Länge eines Pits bzw. Lands gibt die Anzahl der Nullen an. Zum Lesen der gespeicherten Informationen wird die rotierende CD mithilfe eines Halbleiterlasers ($\lambda = 0{,}8\,\mu m$) von innen nach außen abgetastet. Um einen konstanten Datenstrom zu erhalten, muss die Bahngeschwindigkeit der Pits konstant gehalten werden. Für eine Audio-CD beträgt sie 1,3 m/s. Infolgedessen variiert die Drehzahl zwischen 200 (für Außenabtastung) und 500 (für Innenabtastung) Umdrehungen pro Minute. Der Laserstrahl trifft nach Umlenkung an einem halbdurchlässigen Spiegel auf eine Sammellinse, wird von ihr auf die CD fokussiert und nach anschließender Reflexion an der Aluminiumschicht von einer Fotodiode registriert. Die Intensität des reflektierten Signals ist abhängig von der CD-Oberfläche. Trifft der Laser auf ein Land, dann wird ein so genanntes hight-Signal (hohe Intensität) registriert. Trifft der Laser dagegen auf ein Pit, so nimmt die Helligkeit des reflektierten Lichts ab. Der Grund für diesen Intensitätsverlust ist Folgender: Beim Auftreffen des Lasers auf die Pit-Land-Struktur entspricht dessen Fokusdurchmesser etwa der doppelten Pitbreite, weshalb die Zurückstreuung des Lichts an zwei Ebenen erfolgt. Infolge der optischen Wegdifferenz beträgt der Gangunterschied der so reflektierten Strahlen etwa $\lambda/2$, was zu destruktiver Interferenz und somit zu einem low-Signal führt.



Trifft der Laser auf ein Land, so wird er ohne Interferenzerscheinung reflektiert und als high-Signal wahrgenommen. Bei dem Übergang eines low- in ein high-Signal (oder umgekehrt) registriert die Elektronik des CD-Players eine Eins. Bleibt das Signal konstant, so erzeugt sie Nullen.

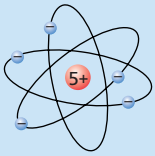
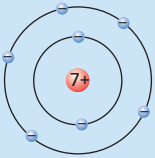
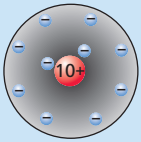


Abschließend erfolgt mithilfe eines so genannten Digital-Analog-Wandlers (kurz: DA-Wandler) eine Übersetzung der digitalen in analoge Daten in Form eines elektrischen Stroms, der von einem Lautsprecher in Schall umgewandelt werden kann.

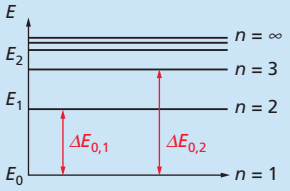
Physik der Atomhülle

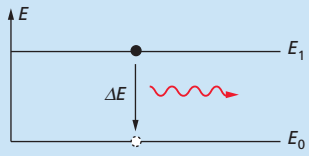
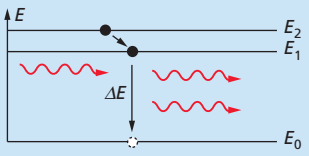
Anzahl, Größe und Masse von Atomen ergeben sich aus experimentellen Untersuchungen und theoretischen Überlegungen:
- Die Anzahl von Atomen je Mol beträgt $6{,}022 \cdot 10^{23}$.
- Die Masse von Atomen liegt zwischen 10^{-27} kg und 10^{-24} kg.
- Der Radius von Atomen liegt in einer Größenordnung von 10^{-10} m.

Im Laufe der Entwicklung der Physik wurden unterschiedliche Atommodelle entwickelt.

rutherfordsches Atommodell	**bohrsches Atommodell**	**quantenmechanisches Atommodell**
		
Elektronen kreisen auf elliptischen Bahnen um den Atomkern (Planetenmodell).	Es existieren stabile Bahnen, auf denen sich Elektronen strahlungsfrei befinden.	Die Elektronen halten sich mit bestimmter Wahrscheinlichkeit in einem Raumbereich auf.
Es beschreibt richtig die Masse- und Ladungsverhältnisse im Atom.	Es ermöglicht die Abschätzung des Atomradius und die Berechnung des Wasserstoffspektrums und führt Erkenntnisse der Quantenphysik in die Atomphysik ein.	Es ermöglicht die Beschreibung des Atoms in Übereinstimmung mit den Erkenntnissen der Quantentheorie.
Es kann die Stabilität von Atomen und die Entstehung von Spektrallinien nicht erklären.	Es geht im Widerspruch zur Quantenphysik von Bahnen aus und führt nur bei Wasserstoff zu richtigen Ergebnissen.	Es ist ein mathematisches Modell und nur sehr bedingt anschaulich zu deuten.

Die Energieniveaus der Atomhülle lassen sich in einem **Energieniveauschema** darstellen:
- **Absorption** ist verbunden mit dem Übergang von Elektronen auf ein höheres Energieniveau.
- **Emission** ist verbunden mit dem Übergang von Elektronen auf ein niedrigeres Energieniveau.
- **Ionisierung** des Atoms erfolgt, wenn ein Hüllenelektron an die Umgebung abgegeben wird.



spontane Emission	**induzierte Emission**
	

7.2 Physik des Atomkerns

7.2.1 Atomkerne, Radioaktivität und radioaktive Strahlung

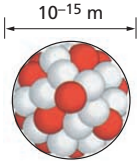
Atomkerne und ihre Bausteine

Der Durchmesser des **Atomkerns** beträgt etwa 1/100 000 des Atomdurchmessers.

Jedes Atom besteht aus **Atomhülle** und **Atomkern.** Atomkerne sind dadurch gekennzeichnet, dass
- sie nur einen geringen Raum im Atom einnehmen,
- in ihnen fast die gesamte Masse des Atoms konzentriert ist,
- sich in ihnen die gesamte positive Ladung des Atoms befindet.

Das **Neutron** wurde 1932 von dem englischen Physiker JAMES CHADWICK (1891–1974) entdeckt, seine Existenz wurde bereits 1921 von ERNEST RUTHERFORD vorhergesagt.

Kernbausteine **(Nukleonen)** sind die positiv geladenen **Protonen** und die elektrisch neutralen **Neutronen,** die sehr dicht gepackt sind, sodass Kernmaterie eine außerordentlich große Dichte besitzt. Sie ist für alle Atomkerne annähernd gleich groß. Ihr Wert ist nebenstehend angegeben.



$\rho \approx 1{,}8 \cdot 10^{14}\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$

Die Massen von **Proton** und **Neutron** sind annähernd gleich und etwa 1 800-mal so groß wie die Masse eines **Elektrons.** Demzufolge ist auch die Masse des Atomkerns näherungsweise gleich der Masse des **Atoms.** Im **Periodensystem** sind die Atommassen meist als Vielfache der atomaren Masseeinheit (↗ S. 53) angegeben.

Ein Proton p trägt die Elementarladung $+1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C und hat eine Masse von $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg.

Die Anzahl der Protonen im Atomkern wird als **Kernladungszahl** Z bezeichnet. Sie ist gleich seiner **Ordnungszahl** im Periodensystem.

So hat z. B. Uran die Ordnungszahl 92. Das bedeutet: Im Atomkern eines Uranatoms befinden sich $Z = 92$ Protonen.

Ein Neutron n ist elektrisch neutral und hat eine Masse von $m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg.

Die Masse des Atomkerns ergibt sich dann näherungsweise als Summe der Massen aller seiner Protonen Z und seiner Neutronen N:

$$m_K \approx Z \cdot m_P + N \cdot m_n$$

Sie kann mithilfe von **Massenspektrografen** (↗ S. 289) ermittelt werden. Dazu verdampft man eine Stoffprobe, ionisiert und beschleunigt sie. Durch Blenden wird ein sehr feiner Teilchenstrahl erzeugt, der z. B. in ein Magnetfeld gelangt. Aus der Stärke der Ablenkung kann man auf die Masse der Teilchen schließen.

Die Anzahl aller Protonen und Neutronen in einem Atomkern wird als **Massenzahl** oder **Nukleonenzahl** bezeichnet.

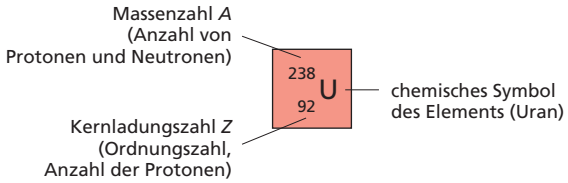
Der Quotient aus der Masse m_A eines Atoms und der atomaren Masseeinheit u wird als relative Atommasse bezeichnet. Es gilt:

$$A_r = \frac{m_A}{u}$$

Die Massenzahl A eines Atomkerns ist gleich der Summe aus der Protonenzahl Z und der Anzahl der Neutronen N:

$$A = Z + N$$

Zur Kennzeichnung von Atomkernen und Elementarteilchen nutzt man in der Kernphysik meist eine **Symbolschreibweise,** die es auch ermöglicht, Reaktionsgleichungen ähnlich denen chemischer Gleichungen zu formulieren.



Üblich ist auch die Schreibweise Uran-238 oder U-238. Die Ordnungszahl kann dem **Periodensystem** entnommen werden.

Uran hat 92 Protonen und damit das elektrisch neutrale Uranatom auch 92 Elektronen in der Atomhülle.
Die Anzahl der Neutronen N beträgt 238 – 92 = 146.

Für die Grundbausteine des Atoms (Elektronen, Protonen, Neutronen) ergibt sich folgende Symbolschreibweise:

Elektron	$^{0}_{-1}e$	Masse vernachlässigbar, einfach negativ geladen
Proton	$^{1}_{1}p$	Massenzahl 1, einfach positiv geladen
Neutron	$^{1}_{0}n$	Massenzahl 1, nicht geladen

Nuklide und Isotope

Jeder Atomkern eines Elements verfügt über eine bestimmte Anzahl von Protonen und Neutronen.

Ein durch Massenzahl und Kernladungszahl eindeutig charakterisierter Atomkern wird als **Nuklid** bezeichnet.

Die Anzahl der heute bekanten **Nuklide** beträgt ca. 2 700. Die meisten davon sind künstlich erzeugt worden. Von den 2700 Nukliden sind etwa 300 stabil, die übrigen 2 400 sind radioaktiv und damit instabil.

$^{23}_{11}$Na ist ein Nuklid des Natriums mit 11 Protonen, 11 Elektronen im neutralen Atom und 23 – 11 = 12 Neutronen.

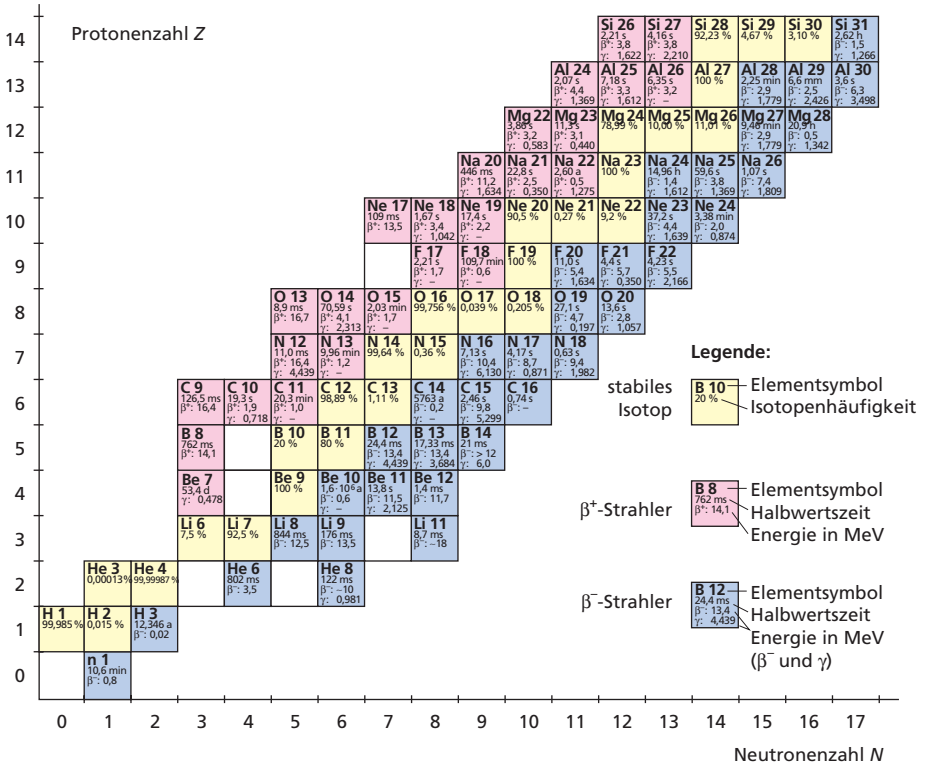
Die in der Natur vorkommenden und künstlich erzeugten Nuklide werden in Form einer **Nuklidkarte** dargestellt (↗ S. 494 oben und S. 560).
Die Atomkerne **eines** Elements haben alle die gleiche Anzahl von Protonen (gleiche Ordnungszahl), können aber eine unterschiedliche Anzahl von Neutronen und damit eine verschiedene Massenzahl besitzen.

Atomkerne mit gleicher Protonenzahl, aber unterschiedlicher Anzahl von Neutronen werden als **Isotope** bezeichnet.

Isotope sind damit Nuklide mit einer speziellen Eigenschaft (gleiche Protonenzahl).

Die meisten natürlichen Elemente bestehen aus Gemischen von Isotopen. So existieren z. B. bei Wasserstoff und Uran je drei natürlich vorkommende Isotope, bei Xenon sind mindestens 24 Isotope bekannt.

Ausschnitt aus einer Nuklidkarte



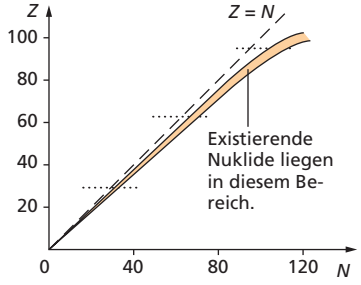
Eine ausführliche Nuklidkarte ist im Anhang zu finden.

Zwischen der Kernladungszahl Z und der Neutronenzahl N von Nukliden gibt es einen charakteristischen Zusammenhang, den die grafische Darstellung unten zeigt.

Die Anzahl der Neutronen wächst stärker als die Kernladungszahl.

Weil die meisten Elemente aus einem Isotopengemisch bestehen, ist deren Massenzahl im **Periodensystem** meist keine ganze Zahl. **Isotopentrennung** kann z. B. mithilfe von **Massenspektrografen** (↗ S. 289), Diffusionsanlagen oder Gaszentrifugen erfolgen.

Elemente mit großer Kernladungszahl haben somit im Kern wesentlich mehr Neutronen als Protonen. Isotope liegen in der grafischen Darstellung jeweils auf einer horizontalen Linie.



Während z. B. ein Natriumatom 11 Protonen und 12 Neutronen besitzt, sind es bei einem Uranatom (U-238) 92 Protonen und 146 Neutronen.

Kernumwandlungen und Radioaktivität

Atomkerne können spontan zerfallen, durch Beschuss mit Teilchen aufgespalten werden oder unter bestimmten Bedingungen auch miteinander verschmelzen. In allen diesen Fällen verändern sich die ursprünglichen Atomkerne. Sie wandeln sich in neue Kerne um.

Die neu entstehenden Kerne sind teilweise stabil, teilweise zerfallen sie ihrerseits wieder. Es gibt regelrechte Zerfallsreihen (↗ S. 503).

Unter einer **Kernumwandlung** oder **Kernreaktion** versteht man die Umwandlung von Atomkernen in neue Kerne.

Bei einer Kernumwandlung wird i. A. Strahlung abgegeben, die als **radioaktive Strahlung** oder **Kernstrahlung** bezeichnet wird. Entdeckt wurde diese neue Art von Strahlung 1896 durch den französischen Physiker HENRI BECQUEREL (1852–1908). Er stellte fest, dass eine Fotoplatte geschwärzt wurde, wenn sich uranhaltige Mineralien in der Nähe befanden (s. Foto).





HENRI BECQUEREL (1852–1908) erhielt 1903 zusammen mit MARIE CURIE (1867–1934) und PIERRE CURIE (1859–1906) für die Verdienste um die Entdeckung und Erforschung der **Radioaktivität** den Nobelpreis für Physik. M. und P. CURIE fanden 1898 die radioaktiven Elemente Radium und Polonium. Auf M. CURIE (s. Bild) geht auch der Begriff „Radioaktivität" zurück.

Unter **Radioaktivität** versteht man die Erscheinung, dass sich Atomkerne unter Abgabe radioaktiver Strahlung verändern.

Solche Atomkerne werden als **radioaktive Nuklide** oder **Radionuklide** bezeichnet. Dabei ist zwischen natürlicher und künstlicher Radioaktivität zu unterscheiden.

natürliche Radioaktivität	**künstliche Radioaktivität**
In der Natur vorkommende Radionuklide wandeln sich spontan unter Aussendung von radioaktiver Strahlung um.	Künstlich erzeugte Radionuklide wandeln sich spontan unter Aussendung von radioaktiver Strahlung um.
Radium-226 zerfällt unter Aussendung eines doppelt positiv geladenen Heliumkerns (α-Teilchen) in Radon-222. $^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha$	Wird Cobalt-59 mit Neutronen beschossen, so entsteht das Radionuklid Cobalt-60, das sich unter Abgabe eines Elektrons in Nickel umwandelt. $^{1}_{0}\mathrm{n} + {}^{59}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$



Spezielle Arten von Kernumwandlungen sind die **Kernspaltung** (↗ S. 509) und die **Kernfusion** (↗ S. 511 ff.).

Arten und Eigenschaften radioaktiver Strahlung

Bei allen Kernumwandlungen tritt **radioaktive Strahlung** auf. Es gibt α-Strahlung, β-Strahlung und γ-Strahlung. Eine Übersicht über diese drei Arten ist unten gegeben.
Radioaktive Strahlung hat eine Reihe von Eigenschaften, die für ihre Wirkungen, ihren Nachweis und ihre Anwendungen von Bedeutung sind.

Die **Energie** der verschiedenen Arten von Strahlung kann sehr unterschiedlich sein. Sie hängt stark von der jeweiligen Strahlungsquelle ab.

Radioaktive Strahlung besitzt Energie.

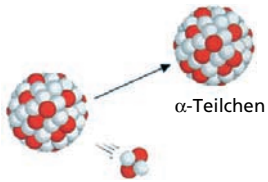
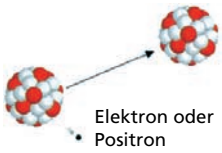
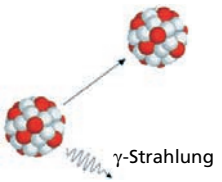
Dadurch können Gase ionisiert, Filme geschwärzt und biologische Zellen verändert werden.
α-Strahlung besitzt bestimmte, diskrete Energien in einer Größenordnung von 1 MeV bis 10 MeV. **β-Strahlung** hat stets ein kontinuierliches Energiespektrum mit einer maximalen Energie, die meist im Bereich von 1 MeV liegt. **γ-Strahlung** besitzt bestimmte, diskrete Energien in der Größenordnung von ebenfalls 1 MeV.

Das Verhältnis des Durchdringungsvermögen von α-, β- und γ-Strahlung beträgt etwa 1:100:10 000.

Radioaktive Strahlung kann Stoffe durchdringen.

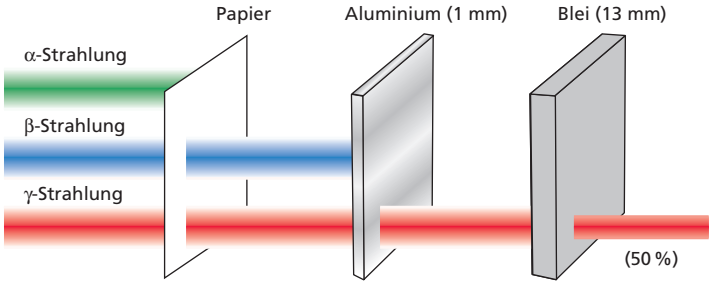
Das **Durchdringungsvermögen radioaktiver Strahlung** ist abhängig
- von der Art der Strahlung,
- von der Energie der Strahlung,
- von der Art des durchstrahlten Stoffes,
- von der Dicke des durchstrahlten Stoffes.

Das Durchdringungsvermögen von α-Strahlung ist am kleinsten, das von γ-Strahlung am größten.

α-Strahlung	β-Strahlung	γ-Strahlung
		
Die Strahlung besteht aus doppelt positiv geladenen Heliumkernen (α-Teilchen).	Die Strahlung besteht aus negativ geladenen Elektronen (β^--Strahlung) oder positiv geladenen Positronen (β^+-Strahlung).	Die Strahlung ist eine sehr energiereiche elektromagnetische Strahlung kleiner Wellenlänge (Photonen).
$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\alpha$	$^{214}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{214}_{83}\mathrm{Bi} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ $^{30}_{15}\mathrm{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{+1}\mathrm{e}$	$^{208}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{208}_{82}\mathrm{Pb} + \gamma$

Radioaktive Strahlung wird durch Stoffe teilweise absorbiert.

Das Absorptionsvermögen eines Stoffes für radioaktive Strahlung hängt von den gleichen Faktoren wie das Durchdringungsvermögen (↗ S. 496) ab.

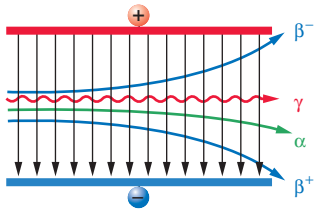
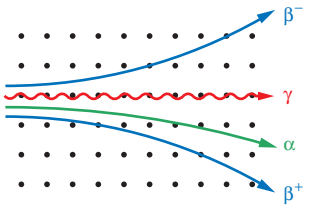


In Luft beträgt die Reichweite von α-Strahlung im Durchschnitt 4 cm bis 6 cm, die von β-Strahlung mehrere Meter. γ-Strahlung wird kaum abgeschwächt. Besonders geeignet zur Abschirmung radioaktiver Strahlung ist Blei. Die Dicke eines Stoffes, durch die Strahlung um 50 % geschwächt wird, nennt man **Halbwertsdicke.**

Radioaktive Strahlung breitet sich von einer Strahlungsquelle geradlinig aus.

α- und β-Strahlung werden aber durch elektrische und magnetische Felder abgelenkt, γ-Strahlung dagegen nicht. Die Richtung der Ablenkung ergibt sich aus der Linke-Hand-Regel (↗ S. 284).

Ablenkung radioaktiver Strahlung

im elektrischen Feld	im magnetischen Feld
	

γ-Strahlen sind elektromagnetische Wellen kleiner Wellenlänge. **Elektromagnetische Wellen** (↗ S. 360 ff.) werden durch elektrische und magnetische Felder nicht abgelenkt.

Nachweismethoden für radioaktive Strahlung

Radioaktive Strahlung ist nicht fühlbar oder sichtbar. Nachgewiesen wird sie immer nur indirekt anhand ihrer Wirkungen. Dafür gibt es eine Reihe von Möglichkeiten.

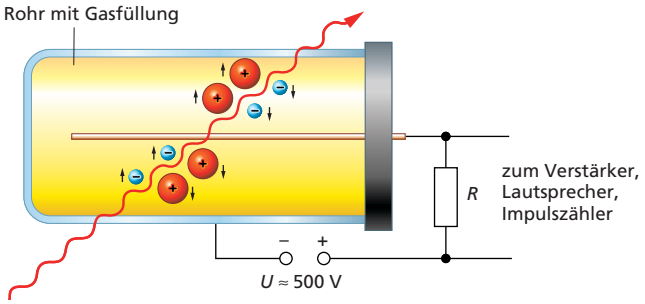
Beim **Filmdosimeter** wird die Eigenschaft radioaktiver Strahlung genutzt, Filme zu schwärzen. Die Dosimeterplakette enthält einen lichtdicht eingepackten Film, der monatlich kontrolliert wird. Fenster aus Kupfer bzw. Blei unterschiedlicher Dicke ermöglichen es, die monatliche Strahlenbelastung abzuschätzen.

Solche **Dosimeter** werden vor allem von Personen genutzt, die beruflich mit **radioaktiver Strahlung** bzw. mit **Röntgenstrahlung** zu tun haben.

Dieses Nachweisgerät wurde 1928 von den deutschen Physikern HANS GEIGER (1882–1945) und WALTHER MÜLLER (1905–1979) entwickelt und ist nach ihnen benannt.



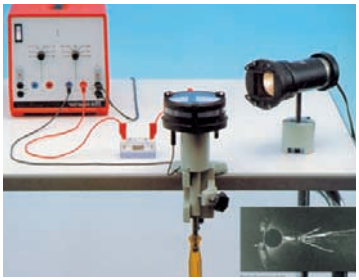
Das **GEIGER-MÜLLER-Zählrohr** eignet sich besonders zur Untersuchung von β- und γ-Strahlung. Es besteht aus einem mit Gas geringer Dichte gefüllten Metall- oder Glasrohr, in dessen Mitte sich ein langer Draht als Anode befindet. Die Katode wird von der Metallhülse des Zählrohres oder bei Glasrohren von einem spiralförmig gewickelten Draht gebildet.

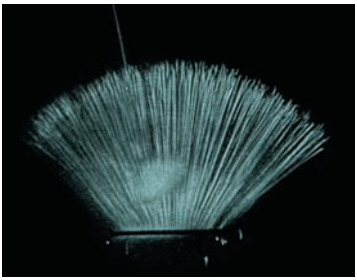


Zwischen Anode und Katode liegt eine Spannung von einigen 100 V. Dringt radioaktive Strahlung durch die Zylinderwand, so löst sie im Füllgas Ionisierungsvorgänge aus. Die frei gesetzten Elektronen werden zur Anode beschleunigt und ionisieren auf ihrem Weg dorthin weitere Atome des Füllgases. Treffen sie auf die Anode, so wird ein kurzer Stromimpuls ausgelöst, den man verstärken und registrieren kann.

Der Nachweis von α-Strahlung kann mit einem **Glockenzählrohr** erfolgen, dessen Aufbau dem des GEIGER-MÜLLER-Zählrohres ähnelt, das aber zusätzlich ein dünnes Folienfenster besitzt, durch das α-Strahlung ins Innere des Zählrohres gelangt. Bei Messungen mit Zählrohren ist zu beachten, dass aufgrund der natürlichen Radioaktivität stets ein **Nulleffekt** vorhanden ist. Die Bahnen radioaktiver Strahlung können mit einer **Nebelkammer** sichtbar gemacht werden.

Die erste Nebelkammer wurde von dem englischen Physiker C. P. R. WILSON (1869–1959) gebaut. Deshalb ist auch die Bezeichnung **„wilsonsche Nebelkammer"** gebräuchlich. Die Länge der Nebelspur ist ein Maß für die Energie der Strahlung.

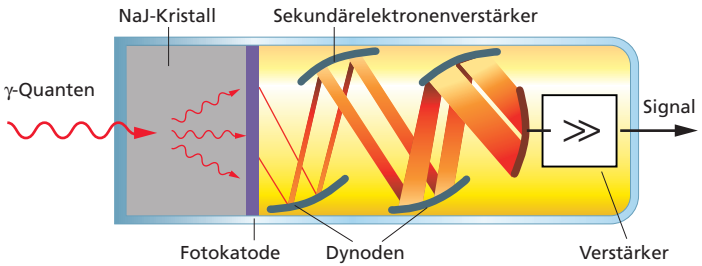




Weitere Möglichkeiten des Nachweises radioaktiver Strahlung sind **Blasenkammern, Ionisationskammern** oder **Spinthariskope.**

Ihre Wirkungsweise beruht auf einer Erscheinung, die man häufig am Himmel beobachten kann: Hinter Flugzeugen bilden sich Kondensstreifen. Sie zeigen die Bahn des Flugzeuges, wobei das Flugzeug selbst manchmal gar nicht zu erkennen ist. Ähnlich ist das bei einer Nebelkammer: In ihrem Inneren befindet sich Ethanoldampf. Längs der Bahnen radioaktiver Strahlung bilden sich Ionen, an die sich Dampfmoleküle anlagern und kleine Tröpfchen bilden, die bei seitlicher Beleuchtung als Spuren sichtbar werden.

Szintillationszähler eignen sich vor allem zum Nachweis von γ-Strahlung. Die Skizze zeigt den Aufbau eines solchen Zählers.



Szintillationszähler sind sehr empfindlich und eignen sich auch zum Nachweis einzelner γ-Quanten.

γ-Quanten lösen im Kristall Elektronen aus dem Gitter, die ihrerseits Photonen im sichtbaren Spektralbereich hervorrufen. Diese gelangen zu einer Fotokatode und schlagen Elektronen aus deren Oberfläche. Der dadurch ausgelöste Stromstoß wird in einem **Sekundärelektronenverstärker** um den Faktor 10^{10} verstärkt. Die Höhe des erzeugten Stromstoßes dient als Maß für die Energie der registrierten γ-Quanten.

Damit kann man feststellen, wie viele Photonen mit welcher Energie am Messgerät ankommen und neben der Häufigkeit auch die energetische Verteilung ermitteln. Durch eine solche Messung erhält man ein **γ-Spektrum.**

Größen zur Erfassung radioaktiver Strahlung

Radioaktive Stoffe und die damit verbundene Strahlung können mit den Größen **Aktivität, Energiedosis** und **Äquivalentdosis** gekennzeichnet werden.

Aktivität *A*	**Energiedosis *D***	**Äquivalentdosis D_q**
Die Aktivität eines Körpers gibt an, wie viele Kerne ΔN in einer bestimmten Zeit Δt zerfallen und dabei radioaktive Strahlung abgeben.	Die Energiedosis gibt an, wie viel Energie E eine bestimmte Masse m eines bestrahlten Stoffes aufnimmt.	Die Äquivalentdosis ist ein Maß für die biologische Wirkung radioaktiver Strahlung.
$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$	$D = \frac{E}{m}$	$D_q = D \cdot q$
Die Einheit der Aktivität ist ein Becquerel (1 Bq): $1\ \text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$	Die Einheit der Energiedosis ist ein Gray (1 Gy): $1\ \text{Gy} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$	Die Einheit der Äquivalentdosis ist ein Sievert (1 Sv). $1\ \text{Sv} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
Benannt ist die Einheit nach dem französischen Physiker HENRI BECQUEREL (1852–1908).	Benannt ist die Einheit nach dem englischen Physiker LOUIS HAROLD GRAY (1905–1965).	Benannt ist die Einheit nach dem schwedischen Strahlenforscher ROLF SIEVERT (1898–1966).
1 g Radium hat eine Aktivität von $3{,}7 \cdot 10^{10}$ Bq. Das bedeutet: In jeder Sekunde zerfallen 37 Mrd. Kerne.	Eine Energiedosis von ca. 6 Gy führt als Ganzkörperbestrahlung zum Tod eines Menschen.	Der Qualitätsfaktor q hängt von der Art der Strahlung ab: α-Strahlung: $q = 20$ β-Strahlung: $q = 1$ γ-Strahlung: $q = 1$

Strahlenbelastung und Strahlenschutz

Der **natürlichen Strahlenbelastung** sind alle Lebewesen seit Jahrtausenden ausgesetzt. Sie ist Teil unserer natürlichen Umwelt.
Der Grenzwert für Menschen, die beruflich radioaktiver Strahlung ausgesetzt sind, liegt bei 50 mSv/Jahr. Ab 250 mSv/Jahr können Schäden auftreten, eine kurzzeitige Strahlenbelastung von über 5 000 mSv ist tödlich.

Aufgrund der natürlichen Radioaktivität sowie durch technische Geräte und Anlagen sind wir alle ständig einer **Strahlenbelastung** ausgesetzt. Die nachfolgende Übersicht zeigt die mittleren Strahlenbelastung in der Bundesrepublik Deutschland.

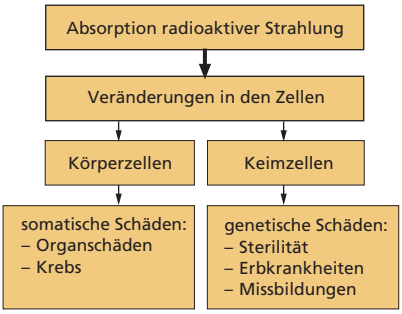
Art der Strahlung	Äquivalentdosis
von der Umgebung (Erde) ausgehende Strahlung	0,4 mSv/Jahr
kosmische Strahlung	0,3 mSv/Jahr
Strahlung durch die aufgenommene Nahrung/Luft	1,7 mSv/Jahr
Medizinische Untersuchungen einschließlich Röntgenuntersuchungen	1,5 mSv/Jahr
Strahlung durch Kernkraftwerke, Kernwaffenversuche	0,01 mSv/Jahr
Strahlung durch Bildschirm des Fernsehapparates und des Computers	0,02 mSv/Jahr
Gesamtbelastung	≈ 4 mSv/Jahr

Die **durchschnittliche Strahlenbelastung** beträgt in Deutschland im Mittel 4 mSv/Jahr. Sie kann aber von Ort zu Ort sehr unterschiedlich sein. So beträgt z. B. die von der Umgebung ausgehende Strahlung (terrestrische Strahlung) in Norddeutschland (Mecklenburg-Vorpommern, Brandenburg, Schleswig-Holstein, Niedersachsen) ca. 0,15 mSv/Jahr, erreicht im Erzgebirge ca. 1 mSv/Jahr und im Bayerischen Wald 1,5 mSv/Jahr.
Radioaktive Strahlung kann Veränderungen an Zellen hervorrufen und bei hoher Dosierung zu Strahlenschäden bis hin zum Tode führen.
Bei organischem Gewebe, vor allem bei hoch entwickelten Säugetieren und beim Menschen, können zwei Arten von **Strahlenschäden** auftreten.

Dieses Piktogramm kennzeichnet eine Strahlungsquelle.



Somatische Schäden wirken sich auf den Gesundheitszustand des betreffenden Lebewesens (Menschen) aus.
Genetische Schäden wirken sich erst bei den Nachkommen aus.
Mögliche Schäden sind in der Übersicht rechts dargestellt.
Besonders gefährlich ist eine kurzzeitige hohe Strahlenbelastung. Über Schäden durch geringe Strahlenbelastung über einen längeren Zeitraum hinweg liegen keine eindeutigen Erkenntnisse vor.



Ob Strahlenschäden eintreten oder nicht, ist vor allem abhängig von

– der Art der Strahlung, der Energiedosis und der Dauer der Einwirkung,
– der Empfindlichkeit der bestrahlten Organe. Besonders empfindlich sind Knochenmark, Lymphknoten und Keimzellen.

Als Grundsatz für den Umgang mit Strahlenquellen gilt:

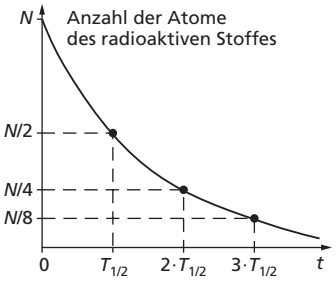
> Die Strahlung, der man sich aussetzt, sollte so gering wie möglich sein.

Eine erhöhte **Strahlenbelastung** tritt bei Langstreckenflügen und beim Aufenthalt im Gebirge auf.

Die wichtigsten Maßnahmen zum Schutz vor Strahlung sind:
- Zu Quellen radioaktiver Strahlung ist ein möglichst großer Abstand zu halten.
- Strahlungsquellen sind möglichst vollständig abzuschirmen, z. B. mit Blei.
- Mit radioaktiven Quellen sollte nur kurzzeitig experimentiert werden.
- Radioaktive Substanzen dürfen nicht in den Körper gelangen. Beim Umgang mit solchen Substanzen sind Essen und Trinken verboten.

Gesetze des radioaktiven Zerfalls

Ist zu einem Zeitpunkt eine Anzahl N von Atomen eines radioaktiven Stoffes vorhanden, so wandelt sich in einer bestimmten Zeit die Hälfte der Atomkerne um.
In der gleichen Zeit zerfällt dann die Hälfte der Hälfte usw.
Diese Zeit wird als **Halbwertszeit** bezeichnet. Jedes radioaktive Nuklid hat eine charakteristische Halbwertszeit.



Um die Strahlenbelastung gering zu halten, nutzt man für medizinische Anwendungen **Nuklide** mit kurzer Halbwertszeit, z. B. Iod-123 mit einer **Halbwertszeit** von 12,3 h oder Technetium-99 mit einer Halbwertszeit von 6 h.

> Die **Halbwertszeit** gibt an, in welcher Zeit jeweils die Hälfte der vorhandenen instabilen Atomkerne zerfällt.
>
> Formelzeichen: $T_{1/2}$
> Einheit: 1 Sekunde (1 s)

Die Halbwertszeit verschiedener radioaktiver Stoffe schwankt zwischen Bruchteilen von Sekunden und Milliarden Jahren.
Für die zeitliche Abnahme der Anzahl der Ausgangsatome kann man ein Gesetz angeben, das als **Zerfallsgesetz** bezeichnet wird.

> Sind in einer Probe anfänglich N_0 radioaktive Atome vorhanden, dann befinden sich nach einer bestimmten Zeit t nur noch N Atome dieser Sorte in der Probe. Die übrigen sind umgewandelt. Es gilt:
>
> $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
>
> N Anzahl der nicht zerfallenen Atomkerne einer Sorte
> N_0 Anzahl der ursprünglich vorhandenden Atomkerne einer Sorte
> λ Zerfallskonstante
> t Zeit

Für $t = T_{1/2}$ ist $N_0 = \frac{1}{2} N$.
Damit ergibt sich:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \text{bzw.}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



Leiten Sie aus der Definition der Aktivität und dem Zerfallsgesetz ein Gesetz für die zeitliche Abnahme der Aktivität eines radioaktiven Stoffes her!

Lösung:

Da die Teilchenzahl proportional zur Masse ist ($N \sim m$), gilt auch für die Masse ein analoges Gesetz:

$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Die Definition der Aktivität lautet: $A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$. Für $\Delta t \to 0$ kann man auch schreiben $A = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$. Setzt man für N das Zerfallsgesetz (↗ S. 501) ein, so erhält man durch Differenzieren:

$$A(t) = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (1)$$

Für die Zeit $t = 0$ ergibt sich $A(0) = -\lambda \cdot N_0 = A_0$. Eingesetzt in Gleichung (1) ergibt:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (2)$$

Ergebnis:

Gleichung (2) ist das gesuchte Gesetz. Für die zeitliche Abnahme der Aktivität gilt ein zum Zerfallsgesetz analoges Gesetz.

Eine Probe des Gold-Nuklids Au-198 hat eine Aktivität von $1{,}6 \cdot 10^5$ Bq. Nach einem Tag beträgt sie nur noch $1{,}2 \cdot 10^5$ Bq.
Wie groß sind Zerfallskonstante und Halbwertszeit für dieses Nuklid?

Analyse:

Da die zeitliche Abnahme der Aktivität gegeben ist, kann die oben abgeleitete Gleichung (2) zur Lösung genutzt werden.

Gesucht: λ, $T_{1/2}$
Gegeben: $A_0 = 1{,}6 \cdot 10^5$ Bq
$A = 1{,}2 \cdot 10^5$ Bq
$t = 24$ h

Lösung:

Es gilt:

$-\ln \frac{A}{A_0} = \ln \frac{A_0}{A}$

Aus $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ oder $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$ erhält man durch Logarithmieren:

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda \cdot t \quad \text{oder} \quad \ln \frac{A_0}{A} = \lambda \cdot t$$

Die Umstellung der Gleichung nach der Zerfallskonstanten λ ergibt:

$$\lambda = \frac{1}{t} \cdot \ln \frac{A_0}{A} = \frac{1}{24\,\mathrm{h}} \cdot \ln \frac{1{,}6 \cdot 10^5\,\mathrm{Bq}}{1{,}2 \cdot 10^5\,\mathrm{Bq}} = 0{,}012\ \frac{1}{\mathrm{h}}$$

Für den Zusammenhang zwischen der Zerfallskonstanten und der Halbwertszeit gilt die Beziehung (↗ S. 501):

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Mit dem oben berechneten Wert für λ erhält man:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot \mathrm{h}}{0{,}012} \approx 58\ \mathrm{h}$$

Ergebnis:

Die Zerfallskonstante des Gold-Nuklids Au-198 beträgt 0,012 $\frac{1}{\mathrm{h}}$, die Halbwertszeit etwa 58 Stunden.

Künstliche Kernumwandlungen

Künstliche Kernumwandlungen lassen sich durch Beschuss von Atomen mit anderen Teilchen geeigneter Energie hervorrufen. Nachfolgend sind einige **historisch bedeutsame Kernumwandlungen** angegeben.
Im Jahr 1919 beschoss ERNEST RUTHERFORD Stickstoffatome mit α-Strahlung und erhielt Sauerstoff:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\alpha \longrightarrow ^{17}_{8}\mathrm{O} + ^{1}_{1}\mathrm{p}$$

ERNEST RUTHERFORD (1871–1937) realisierte damit die erste künstliche **Kernumwandlung.**



1932 entdeckte JAMES CHADWICK (1891–1974), ein Schüler RUTHERFORDS, das **Neutron.** Dem lag folgende Kernumwandlung zugrunde:

$$^{9}_{4}\mathrm{Be} + ^{4}_{2}\alpha \longrightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

1934 entdeckten IRENE JOLIOT-CURIE (1897–1956) und ihr Mann FREDERIC JOLIOT-CURIE (1900–1958) die **künstliche Radioaktivität.** Durch Bestrahlung von Aluminium mit α-Teilchen erzeugten sie Phosphor, das seinerseits in Silicium und ein bis dahin unbekanntes Teilchen, das **Positron,** zerfiel:

$$^{27}_{13}\mathrm{Al} + ^{4}_{2}\alpha \longrightarrow ^{30}_{15}\mathrm{P} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \qquad ^{30}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow ^{30}_{14}\mathrm{Si} + ^{0}_{1}\mathrm{e}$$

Die Emission von Positronen ist für künstliche Kernumwandlungen charakteristisch. Sie erfolgt nicht innerhalb der natürlichen Zerfallsreihen.

ENRICO FERMI (1901–1954) gelang nicht nur die Herstellung von Gold durch Bestrahlung von Platin mit Neutronen, sondern er erzeugte auch das erste Element mit einer Ordnungszahl von über 92, ein **Transuran:**

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{239}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow ^{239}_{93}\mathrm{Np} + ^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Bei der Entdeckung der Kernspaltung (S. 509) wurde Uran-235 mit Neutronen beschossen. Eine von vielen Zerfallsmöglichkeiten ist:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{236}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow ^{144}_{56}\mathrm{Ba} + ^{89}_{36}\mathrm{Kr} + 3 \cdot ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Heute werden für die Auslösung künstlicher Kernumwandlungen häufig **Teilchenbeschleuniger** genutzt.

Durch künstliche Kernumwandlungen können neue Nuklide erzeugt und Transurane gewonnen werden.

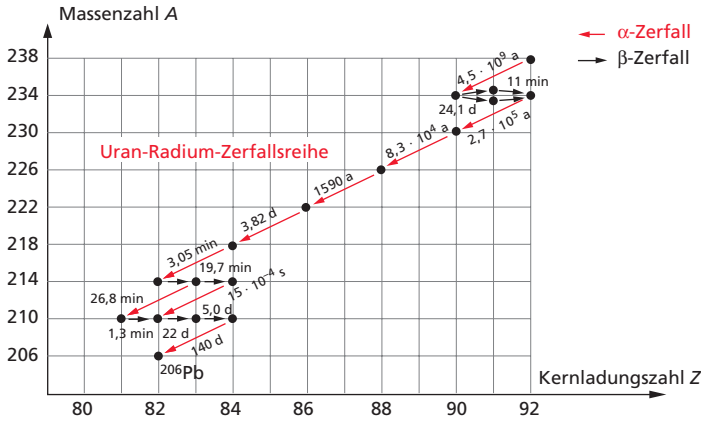
Natürliche Zerfallsreihen

Bei in der Natur vorkommenden Radionukliden sind die entstehenden Folgekerne häufig wieder radioaktiv, sodass ganze **Zerfallsreihen** existieren, die jeweils bei einem stabilen Kern enden.

Zerfallsreihe	Ausgangsnuklid	Endnuklid	Halbwertszeit der Zerfallsreihe
Thorium-Reihe	Th-232	Pb-208	$1{,}40 \cdot 10^{10}$ a
Uran-Radium-Reihe	U-238	Pb-206	$4{,}51 \cdot 10^{9}$ a
Uran-Actinium-Reihe	U-235	Pb-207	$7{,}13 \cdot 10^{8}$ a
Neptunium-Reihe	Pu-241	Bi-209	$2{,}14 \cdot 10^{6}$ a

Die Neptunium-Reihe spielt heute auf der Erde aufgrund ihrer relativ kurzen Halbwertszeit keine Rolle mehr.

Als Beispiel für eine natürliche **Zerfallsreihe** ist rechts die Uran-Radium-Reihe dargestellt. Angegeben sind die jeweiligen Halbwertszeiten. Massenzahl, Kernladungszahl und jeweiliges Element sind an den Achsen ablesbar.



Altersbestimmung mit Radionukliden

Die von dem amerikanischen Physiker WILLARD FRANK LIBBY (1908–1980) entwickelte Methode wird auch als **Radiokohlenstoffmethode** oder **Radiokarbonmethode** bezeichnet. LIBBY erhielt dafür 1960 den Nobelpreis für Chemie.
Weitere Methoden der **Altersbestimmung** sind die Tritiummethode und die Bleimethode. Auch solche Nuklide wie Kalium-40 und Rubidium-87 werden zur Altersbestimmung genutzt.

Das Alter von Gesteinen, archäologischen Funden und anderen Objekten lässt sich auf der Grundlage der in ihnen enthaltenen Radionuklide, deren Zerfallsprodukten oder der Isotopenzusammensetzung ermitteln. Die bekannteste Methode radioaktiver Zeitmessung ist die **C-14-Methode.**

Mit der C-14-Methode kann man das Alter organischer Überreste bestimmen. Die Grundlagen für diese Methode bestehen in Folgendem:

- Der radioaktive Kohlenstoff-14 entsteht in der Luft durch Kernumwandlung von Stickstoff infolge des ständigen „Beschusses" mit Neutronen der Höhenstrahlung.
  Man kann davon ausgehen, dass dieser Prozess seit Jahrtausenden vor sich geht und der Anteil an C-14-Isotopen in der Atmosphäre weitgehend gleich war und ist.
- Alle Pflanzen nehmen bei der Assimilation das radioaktive C-14 und das nicht radioaktive C-12 auf. Pflanzen werden von Tieren gefressen. Menschen essen Pflanzen und Tiere. In allen Lebewesen gibt es dadurch ein festes Verhältnis von C-14 und C-12.
- Mit dem Tod eines Lebewesens oder einer Pflanze hört die Aufnahme von Kohlenstoff auf. Der Anteil von C-14 am Kohlenstoff des toten Materials nimmt mit einer Halbwertszeit von 5 730 Jahren ab. Aus dem Mengenverhältnis von C-14 und C-12 kann auf das Alter eines Fundes geschlossen werden.

Ein berühmter Fund ist die Gletscherleiche „Ötzi" (Foto), deren Alter man in unterschiedlicher Weise zu ermitteln versuchte.

Beim Fund einer Mumie beträgt der C-14-Anteil nur noch die Hälfte des heutigen Anteils. Daraus kann man folgern: Es muss einmal die Halbwertszeit vergangen sein, also:

$1 \cdot 5730$ Jahre = 5730 Jahre.

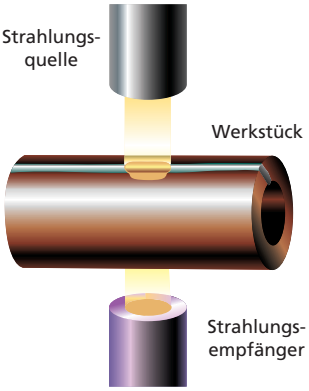


Anwendungen von Radionukliden in Wissenschaft und Technik

Bei allen Anwendungen radioaktiver Strahlung ist zu beachten, dass diese Strahlung Lebewesen schädigen kann und deshalb stets die notwendigen Sicherheitsvorkehrungen getroffen werden müssen.

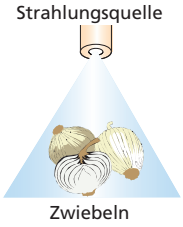
Radionuklide finden heute vielfältige Anwendungen, wobei sich die meisten dieser Anwendungen in drei prinzipielle Verfahren einordnen lassen: das **Durchstrahlungsverfahren,** das **Bestrahlungsverfahren** und das **Markierungsverfahren.**
Das Prinzip des **Durchstrahlungsverfahrens** besteht darin, dass Werkstücke (Stahlwände, Folien, Schweißnähte) durchstrahlt werden und die hindurchgelassene Strahlenintensität gemessen wird.





Sind Einschlüsse in einem Werkstück vorhanden oder verändert sich die Dicke von Folien, so verändert sich die absorbierte Strahlung und damit die beim Strahlungsempfänger ankommende Strahlung.
Das Durchstrahlungsverfahren wird z. B. genutzt
- zu **Dickenmessungen** (Folien- und Papierherstellung, s. Foto oben),
- zu **Füllstandsmessungen** (Bestimmung des Füllstandes von Behältern),
- zur Überprüfung der Qualität von Schweißnähten und massiven Werkstücken.

Beim **Bestrahlungsverfahren** werden Stoffe radioaktiver Strahlung ausgesetzt. Sie ruft in den Stoffen chemische, biologische oder physikalische Änderungen hervor. So wird z. B. durch radioaktive Strahlung die Keimung von Kartoffeln oder Zwiebeln verhindert und damit deren Lagerfähigkeit erheblich verbessert. In der **Tumorbehandlung** wird das Bestrahlungsverfahren angewendet, um Krebszellen abzutöten. Die Reißfestigkeit dünner Folien wird durch Bestrahlung deutlich erhöht.

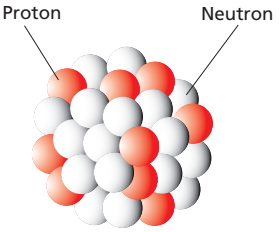


Beim **Markierungsverfahren** werden Radionuklide genutzt, um den Weg von Stoffen im menschlichen Körper, bei Pflanzen und Tieren, in Rohrleitungen oder im Erdboden zu verfolgen. Zur Untersuchung der **Schilddrüse** wird radioaktives Iod injiziert. Iod reichert sich besonders stark in der Schilddrüse an. Die Stärke der registrierten radioaktiven Strahlung lässt Rückschlüsse auf die Iodkonzentration in der Schilddrüse und auf mögliche krankhafte Veränderungen zu. Das Verfahren wird als **Szintigrafie** bezeichnet. In der Technik können mithilfe des Verfahrens Dichtheitsprüfungen und Strömungsmessungen durchgeführt werden.

7.2.2 Kernmodelle

Das Tröpfchenmodell

Kernmaterie hat eine sehr große Dichte von etwa $1{,}8 \cdot 10^{17}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (↗ S. 492), die weitgehend unabhängig von der Atomsorte ist. Sie verhält sich wie ein inkompressibler Stoff.



In Analogie zu den ebenfalls inkompressiblen Wassertropfen kann man einen Atomkern als Gebilde beschreiben, das aus winzigen Tröpfchen zusammengesetzt ist und ein Tröpfchen bildet. Dieses Modell des Atomkerns wird deshalb **Tröpfchenmodell** genannt. Der Atomkern besteht nach diesem Modell aus Protonen und Neutronen, die dicht gepackt sind und sich insgesamt ähnlich wie ein Wassertropfen verhalten. Mithilfe des Tröpfchenmodells lassen sich einige Eigenschaften von Atomkernen gut beschreiben und erklären:

Die **Kernkraft** wirkt zwischen Proton und Neutron ebenso wie zwischen zwei Protonen oder zwei Neutronen.

- Ein Atomkern ist in der Regel ein stabiles Gebilde, obwohl zwischen den positiv geladenen Protonen abstoßende coulombsche Kräfte wirken. Ursache für den Zusammenhalt der Nukleonen ist die **Kernkraft.** Diese anziehende Kraft wirkt zwischen jeweils zwei Nukleonen, hat eine geringe Reichweite von etwa $2 \cdot 10^{-15}$ m und ist erheblich stärker als die abstoßende coulombsche Kraft.
- Aufgrund der Packungsdichte der Nukleonen wächst der Radius des Atomkerns mit der Nukleonenzahl (Massenzahl) A. In guter Näherung gilt für den **Kernradius:**

$$r = 1{,}3 \cdot 10^{-15}\ \text{m} \cdot A^{\frac{1}{3}}$$

Er liegt damit in einer Größenordnung von 10^{-15} m.

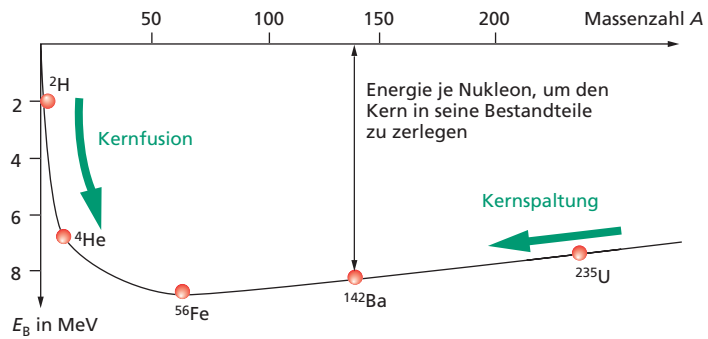
Die **Kernmasse** m ergibt sich aus der Anzahl der Protonen und Neutronen, multipliziert mit deren Masse, wobei gilt:
$m_\text{p} \approx m_\text{n} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Eine **Dichte** von $1{,}8 \cdot 10^{17}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ bedeutet: 1 cm³ dieser Kernmaterie hätte eine Masse von 180 000 000 Tonnen.

- Die **Dichte der Kernmaterie** kann aus Masse und Volumen ermittelt werden

$$\rho = \frac{m}{V} \approx \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot A}{\frac{4}{3}\pi (1{,}3 \cdot 10^{-15}\ \text{m})^3 \cdot A} \approx 1{,}8 \cdot 10^{17}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Sie ist für alle Atomkerne annähernd gleich groß und hat einen Wert von etwa $1{,}8 \cdot 10^{17}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} = 1{,}8 \cdot 10^{14}\ \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

- Die **Bindungsenergie des Atomkerns** ist ähnlich wie bei einem Wassertropfen von der Anzahl der Protonen und Neutronen abhängig. Bei niedriger Kernladungszahl (Wasserstoff, Helium) sind wenige Nukleonen im Atomkern, somit die Bindungsenergie je Nukleon in Analogie zum Wassertropfen gering. Bei hoher Kernladungszahl befinden sich viele Nukleonen im Atomkern. Wegen der elektrostatischen Abstoßung der Protonen ist die Bindungsenergie je Nukleon ebenfalls nicht groß. Zwischen diesen beiden Extremen existieren Kernladungszahlen, bei denen ein Maximalwert der Bindungsenergie je Nukleon erreicht wird. Dieser Maximalwert liegt im Bereich der Elemente Eisen, Nickel und Cobalt (↗ S. 507).



Trägt man die **Bindungsenergie** E_B je Nukleon gegen die Nukleonenzahl (Massenzahl) A auf, so erhält man das nebenstehende Diagramm. Beim Bilden eines **Atomkerns** wird die Bindungsenergie abgegeben. Man ordnet ihr deshalb meist ein negatives Vorzeichen zu.

Die Bindungsenergie des Atomkerns ist unmittelbar mit dessen Masse und der der Nukleonen verknüpft. Die Masse m eines Atomkerns ist stets kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile. Diese Massendifferenz wird als **Massendefekt** bezeichnet.

Für den Massendefekt Δm eines Atomkerns gilt:

$$\Delta m = m - (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) < 0$$

m	Masse des Atomkerns	m_p	Masse eines Protons
Z	Anzahl der Protonen	m_n	Masse eines Neutrons
N	Anzahl der Neutronen		

Z ist zugleich die Ordnungszahl im **Periodensystem** der Elemente (PSE), N ergibt sich als Differenz aus Massenzahl A und Z:

$$N = A - Z$$

Diesem Massendefekt entspricht nach der einsteinschen Beziehung zwischen Masse und Energie (↗ S. 544) eine Energie von

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Das ist genau die Bindungsenergie des Atomkerns.

Aus dem Kurvenverlauf des oben dargestellten Diagramms ergeben sich bedeutsame Folgerungen:

- Durch Zusammenfügen von leichten Atomkernen oder Kernteilchen wird Energie freigesetzt. Diesen Prozess, der im Inneren von Sternen oder bei der Explosion einer Wasserstoffbombe vor sich geht, nennt man **Kernfusion** (↗ S. 511 ff.).
- Ebenso kann man durch Aufspalten schwerer Atomkerne oder durch Abtrennen von Kernteilchen Energie freisetzen. Das geschieht bei natürlichen radioaktiven Zerfällen und bei der **Kernspaltung** (↗ S. 509).

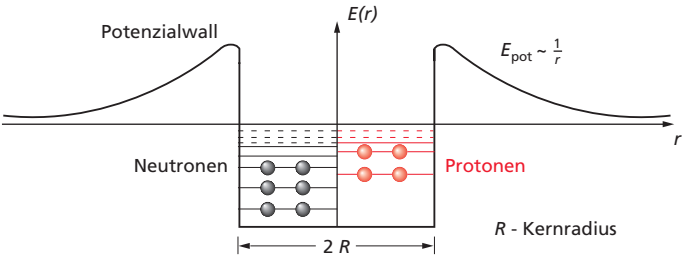
Das Potenzialtopfmodell

Um den Zusammenhalt der Nukleonen im Atomkern zu erklären, muss man von einer starken anziehenden Kraft ausgehen, deren Reichweite nur etwa $2 \cdot 10^{-15}$ m beträgt. Es handelt sich dabei um die ↗ S. 506 genannte Kernkraft. Das energetische Potenzial dieser Kernkraft zeigt in seinem Ortsverlauf ein kasten- oder topfförmiges Aussehen (s. Skizzen ↗ S. 508). Man bezeichnet deshalb das betreffende Modell des Atomkerns als **Potenzialtopfmodell.**

Das Kernkraftpotenzial überlagert sich mit dem COULOMB-Potenzial. Damit verändert sich der Verlauf der potenziellen Energie $E(r)$. Es entsteht ein **Potenzialwall.**

Für Protonen und Neutronen gilt jeweils das **Pauli-Prinzip** (↗ S. 485). Bei stabilen Kernen ist der **Potenzialtopf** für Protonen und Neutronen etwa bis zur gleichen Höhe gefüllt. Auf einem Energieniveau können jeweils zwei Protonen bzw. zwei Neutronen existieren.

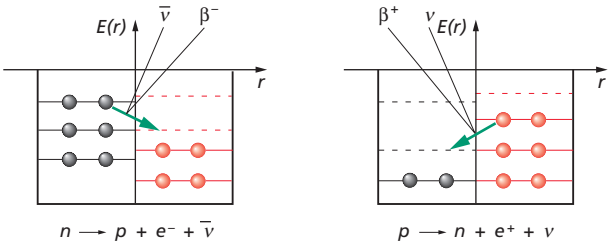
Dabei ist zu beachten, dass Nukleonen in einem Potenzialtopf nur bestimmte Energiezustände einnehmen und darüber hinaus zwischen Protonen und Neutronen zu differenzieren ist, da zwischen den Protonen zusätzlich zur Kernkraft die abstoßende coulombsche Kraft wirkt.



Mithilfe des **Potenzialtopfmodells** kann man folgende Sachverhalte beschreiben bzw. erklären:

– Bilden freie Nukleonen einen Atomkern, so gibt jedes Nukleon einen Teil seiner Energie, nämlich die Bindungsenergie, ab. Es hat damit im Atomkern eine negative potenzielle Energie.
– Das Modell ermöglicht die Erklärung des Zustandekommens von α-, β- und γ-Strahlung.

Als Beispiel ist der β-Zerfall dargestellt. Der Potenzialwall (s. Skizze oben) spielt für diese Vorgänge keine Rolle.
Das mit ν bzw. $\bar{\nu}$ bezeichnete Teilchen ist ein **Neutrino** bzw. sein Antiteilchen, das **Antineutrino.**



Bei Kernen mit Neutronenüberschuss (Skizze links) kann sich ein Neutron unter Energieabgabe in ein Proton umwandeln. Zugleich werden ein Elektron und ein Antineutrino ausgesendet. Die Energie des Kerns verringert sich. Er ist jetzt anders zusammengesetzt.
Analog ist das bei Kernen größerer Protonenzahl (Skizze rechts). Aus einem Proton entsteht unter Aussendung eines **Positrons** und eines Neutrinos ein Neutron.

Die Entstehung von γ-Strahlung im **Atomkern** ist vergleichbar mit der Abgabe von Licht in der Atomhülle. Für die Energie von γ-Quanten gilt wie für Photonen:

$E = h \cdot f$

Bei einem γ-Strahler gehen Nukleonen unter Abgabe von Energie in einen niedrigeren Energiezustand über.
Mit dem Modell ist erklärbar, dass Neutronen leichter in den Atomkern eindringen können als z. B. positiv geladene Teilchen. Letztere können den Potenzialwall (s. Skizze oben) meist nicht überwinden. Sie werden abgelenkt. Allerdings ist es möglich, dass geladene Teilchen den Potenzialwall mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit durchdringen. Dieser als **Tunneleffekt** bekannte Prozess erklärt den α-Zerfall und ermöglicht den Einfang von Teilchen in den Atomkern.

7.2.3 Kernenergie

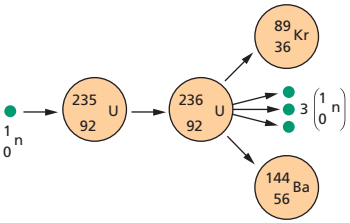
Kernspaltung

Unter Kernspaltung versteht man die Zerlegung schwerer Atomkerne in leichtere Atomkerne. Dabei wird Energie freigesetzt.

Die **Kernspaltung** wurde 1938/39 durch OTTO HAHN (1879–1968), FRITZ STRASSMANN (1902–1980) und LISE MEITNER (1878–1968) entdeckt.



Wird z.B. Uran-235 mit Neutronen beschossen, so bildet sich Uran-236. Dieses U-236 zerfällt spontan in Bruchteilen einer Sekunde in Krypton und Barium. Zugleich werden bei jeder Kernspaltung drei Neutronen frei, die ihrerseits den Prozess der Kernspaltung fortsetzen können, wenn genügend U-235 vorhanden ist.



Wie viel Energie wird bei der Spaltung eines Urankerns freigesetzt?

Analyse:
Die freigesetzte Energie ergibt sich aus dem Massendefekt (↗ S. 507) unter Einbeziehung der Gleichung $E = m \cdot c^2$. Die notwendigen Massen können einem Tabellenwerk entnommen werden. Die Reaktionsgleichung ist oben bildhaft dargestellt.

Uran kann auch in andere **Nuklide** zerfallen. Bekannt sind über 200 Zerfallsprodukte des Urans.

Gesucht: E
Gegeben: Masse von Neutronen und Atommassen (Tabellenwerk)

Lösung:
Für die Ausgangsmasse erhält man:

$$\left.\begin{aligned} m_{\text{U-235}} &= 235{,}043\,923\ u \\ m_{\text{n}} &= 1{,}008\,665\ u \end{aligned}\right\} \quad 236{,}052\,588\ u$$

Atommassen werden meist als Vielfache der atomaren Masseeinheit u angegeben:
$u = 1{,}660\,540 \cdot 10^{-27}$ kg

Für die Spaltprodukte betragen die Massen:

$$\left.\begin{aligned} m_{\text{Kr-89}} &= 88{,}917\,633\ u \\ m_{\text{Ba-144}} &= \\ 3\ m_{\text{n}} &= 3{,}025\,995\ u \end{aligned}\right\} \quad 143{,}922\,941\ u \qquad 235{,}866\,569\ u$$

Die Differenz der Massen beträgt damit:

$$\Delta m = -0{,}186\,019\ u$$

Damit erhält man für die Energie:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$
$$E = -0{,}186\,019 \cdot 1{,}660\,540 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot (2{,}997\,925 \cdot 10^{8}\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2$$
$$E = -2{,}776 \cdot 10^{-11}\ \text{J} \approx -173\ \text{MeV}$$

Für die Umrechnung der Energieeinheiten gilt:
$1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = 1\ \text{J}$
$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

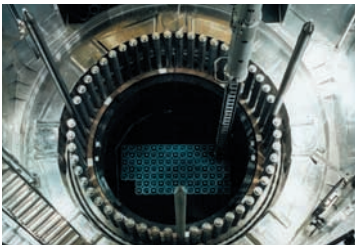


Ergebnis:
Bei der Spaltung eines Urankerns wird eine Energie von etwa 170 MeV freigesetzt.

Das erste **Kernkraftwerk** der Welt wurde 1954 in Obninsk bei Moskau in Betrieb genommen.
In Deutschland waren 2003 insgesamt 19 Kernkraftwerke in Betrieb, die ca. 1/3 des Elektroenergiebedarfs erzeugten.

Genutzt wird die Kernspaltung vor allem in **Kernkraftwerken** zur Erzeugung von Elektroenergie.



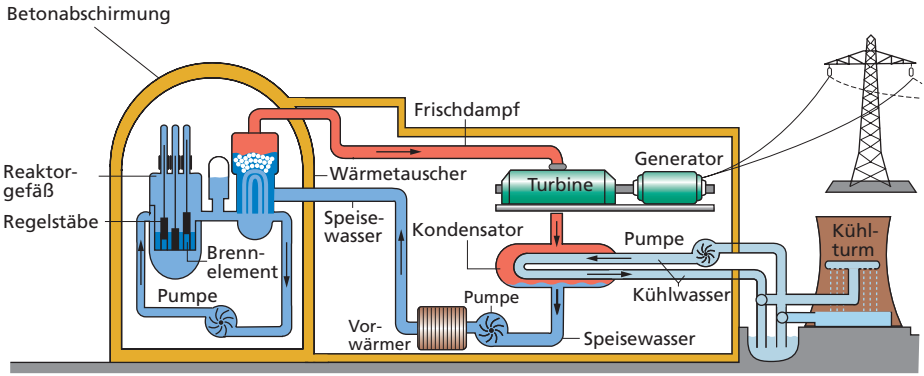




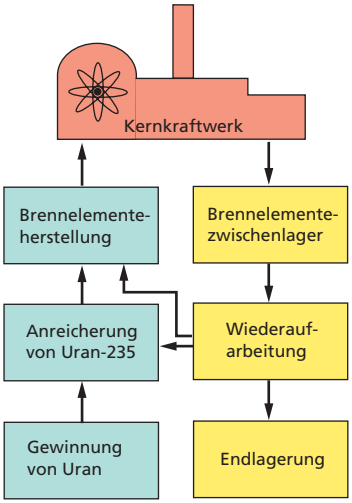
Das Kernstück eines Kernkraftwerkes ist der Kernreaktor (Bild oben rechts), in dem eine **gesteuerte Kettenreaktion** stattfindet. Um sie zu realisieren, müssen eine Reihe von Bedingungen vorhanden sein:

– Erforderlich ist eine ausreichende Menge an spaltbarem Material. Die mindestens notwendige Masse wird als **kritische Masse** bezeichnet. Das spaltbare Material, meist angereichertes Uran mit 3,5 % U-235 und 96,5 % U-238, befindet sich in Kugel- oder Tablettenform in Brennstoffstäben (Bild rechts).
– Es müssen Neutronen existieren, die die für die Kernspaltung notwendige Geschwindigkeit haben. Das sind relativ langsame, so genannte **thermische Neutronen.** Dazu werden die bei der Kernspaltung freigesetzten schnellen Neutronen durch **Moderatoren** (Wasser, Grafit) abgebremst.
– Die Neutronenzahl und damit die Kettenreaktion muss gesteuert werden. Dazu nutzt man **Regelstäbe** aus Bor oder Cadmium. Diese Stoffe absorbieren Neutronen. Durch Hinein- oder Herausfahren der Regelstäbe wird die Neutronenzahl annähern konstant gehalten.

Die Skizze unten zeigt stark vereinfacht den Aufbau eines Kernkraftwerkes mit **Druckwasserreaktor.**
Beim Betrieb jedes Kernkraftwerkes fällt radioaktiver Abfall an. Das ist strahlendes Material mit teilweise hoher Radioaktivität. Für den Umgang mit solchem radioaktiven Abfall gibt es verschiedene Möglichkeiten.



– Ein Teil des Abfalls muss über viele Jahrzehnte hinweg sicher in einem Endlager aufbewahrt werden. Eine solche Endlagerung erfolgt in der Regel in Schächten, z. B. in ehemaligen Salzbergwerken.
– Abgebrannte Brennstäbe können wieder aufbereitet werden. Solche Aufbereitungsanlagen existieren z. B. in La Hague (Frankreich) und in Sellafield (Großbritannien).



Zwischen- bzw. Endlager befinden sich in Deutschland z. B. in ehemaligen Bergwerken in Gorleben (Niedersachsen) und in Morsleben (Sachsen-Anhalt).

Dabei entstehen allerdings auch radioaktive Abfälle, die über Jahrzehnte hinweg sicher gelagert werden müssen. Das ungelöste Problem der sicheren Endlagerung von radioaktivem Abfall ist neben den Gefahren beim Betrieb von Kernkraftwerken ein gewichtiges Argument für einen Ausstieg aus der Kernenergie.

Ein **GAU** (**g**rößter **a**nzunehmender **U**nfall) ereignete sich 1986 im ukrainischen Kernkraftwerk Tschernobyl. Der letzte Reaktor dieses Kraftwerkes wurde im Dezember 2000 abgeschaltet.

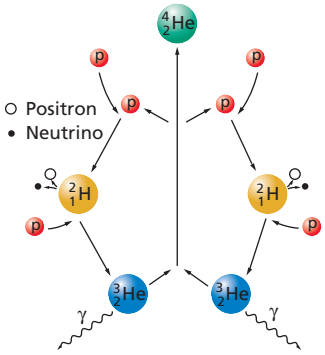
Kernfusion

Unter Kernfusion versteht man die Verschmelzung leichter Atomkerne zu schwereren. Dabei wird Energie freigesetzt.

Kernfusionen vollziehen sich ständig im Inneren der Sonne und anderer Sterne. Nachfolgend sind vereinfacht die Prozesse dargestellt, die im Inneren der Sonne vor sich gehen. Der Vorgang wird als **Heliumsynthese** oder als **Proton-Proton-Zyklus** bezeichnet. Die Sonne setzt ihre Energie durch Fusion von Wasserstoffkernen frei. Von verschiedenen Reaktionsmöglichkeiten kommt für die Sonne nur die **Proton-Proton-Reaktion** in Betracht.

Gearbeitet wird seit geraumer Zeit auch an **Fusionsreaktoren.**

Dabei verschmelzen zunächst zwei Protonen zu einem **Deuteriumkern.** Im nächsten Schritt lagert sich ein weiteres Proton an einen Deuteriumkern an, wodurch ein **Helium-3-Kern** entsteht. Schließlich verschmelzen zwei Helium-3-Kerne zu einem **Helium-4-Kern.** Insgesamt müssen die ersten zwei Teilschritte jeweils doppelt erfolgen.



$$^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{2}_{1}H + e^{+} + \nu_e + 1{,}19\,MeV$$

$$^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma + 5{,}49\,MeV$$

$$^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H + 12{,}85\,MeV$$

Bei diesem Fusionsprozess wird eine Energie von etwa 27 MeV freigesetzt.

Kernfusion

Bei der Fusion von leichten Kernen werden große Energiemengen frei. Die S. 511 beschriebene Fusion von Wasserstoff zu Helium ist der Prozess, der sich im Inneren der Sonne und anderer Hauptreihensterne vollzieht. Dabei verschmelzen im Inneren der Sonne in jeder Sekunde 567 Mio. Tonnen Wasserstoff zu 562,7 Mio. Tonnen Helium. Der Massendefekt der Sonne beträgt demzufolge in jeder Sekunde 4,3 Mio. Tonnen.

Das entspricht nach der einsteinschen Masse-Energie-Äquivalenz ($E = \Delta m \cdot c^2$) einer Energie von $3{,}85 \cdot 10^{26}$ J, die in jeder Sekunde an den umgebenden Weltraum abgegeben wird. Davon erreicht eine Strahlungsleistung von etwa 10^{17} W die Erde und ermöglichte hier die Entstehung und Entwicklung des Lebens.

Die Heliumsynthese ist nicht die einzige Möglichkeit der Energiefreisetzung durch Kernfusion. Sind bei massereichen Sternen (Masse größer als 12 Sonnenmassen) die Wasserstoffvorräte im Inneren erschöpft, so setzt im Zentrum die Fusion von Helium ein. Die Wasserstofffusion setzt sich in der Schale des Sterns fort. Gehen die Heliumvorräte im Zentrum zur Neige, so kommt es durch Kontraktion zu weiterer Temperaturerhöhung und im Kern zur Fusion von Elementen mit noch höherer Ordnungszahl bis hin zum Eisen. Dieser Gesamtvorgang wird in der Astronomie als **Schalenbrennen** bezeichnet.

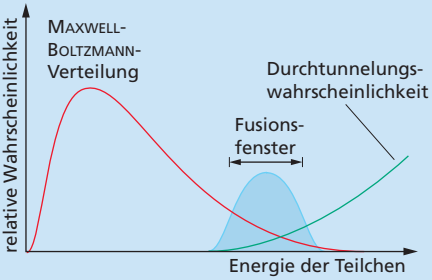
Seit langem wird auch die Frage untersucht, ob Kernfusion nicht eine Möglichkeit wäre, die Energieprobleme der Menschheit zu lösen. Forschungen dazu werden seit etwa 50 Jahren durchgeführt.

Moderne Teilchenbeschleuniger scheinen ein geeignetes Hilfsmittel zu sein, um Kernfusionen zu bewerkstelligen: Man schießt ein atomares Projektil mit einer derart großen Geschwindigkeit auf einen weiteren Atomkern, dass beide, sofern sie die elektrische Abstoßung der positiven Kernladungen überwinden, in den Wirkungsbereich der Kernkräfte gelangen und sich miteinander verbinden. Einzelne Atome kann man in Beschleunigern tatsächlich unter Aufwendung enormer Energiemengen auf diese Weise verschmelzen.

Damit bei einer Kernfusion aber mehr Energie frei wird, als man zuvor an Beschleunigungsenergie aufzubringen hat, müssen pro Zeiteinheit sehr viele Teilchen miteinander reagieren. Dazu eignet sich jedoch kein Teilchenbeschleuniger, sondern nur ein Prozess, in den eine möglichst große Menge an extrem heißer und deshalb auch gasförmiger und ionisierter Materie eingebunden wird – ein Plasma. Sehr heiß muss das Plasma deshalb sein, weil dann nach den Gesetzen der kinetischen Gastheorie auch hohe Teilchengeschwindigkeiten bzw. Teilchenenergien auftreten, die für eine Kernverschmelzung ausreichend sind. Die notwendigen Temperaturen liegen im Bereich von Millionen Kelvin – die thermisch ausgelöste Kernfusion nennt man thermonukleare Reaktion.

Aber selbst bei einer Temperatur von 20 Millionen Kelvin ist die mittlere kinetische Energie der Atomkerne so gering, dass ihre COULOMB-Abstoßung nicht überwunden wird. Dennoch erfolgt bei dieser Temperatur die Wasserstoffverschmelzung – andernfalls würde die Sonne nicht leuchten, die im Inneren etwa so heiß ist.

Das Zustandekommen der Fusion hat drei Ursachen: Erstens besitzen die Gasteilchen eine maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung (↗ S. 202), es gibt also auch immer einige Atome, die bedeutend höhere Energien als die mittlere Energie aufweisen. Zweitens können bei entsprechend hoher Materiedichte sehr häufig Zusammenstöße zwischen Atomen erfolgen, sodass auch bei einer geringen Reaktionswahrscheinlichkeit noch genügend viele Fusionen erfolgen. Drittens müssen die Kernteilchen den COULOMB-Wall des Zielkerns nicht überwinden, sondern können diesen mit einer geringen Wahrscheinlichkeit aufgrund quantenmechanischer Gesetze auch durchtunneln.

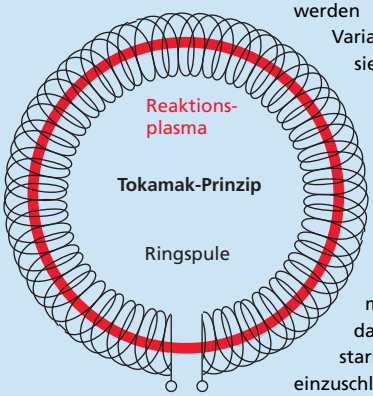


Im Bild sind drei Wahrscheinlichkeitsverteilungen über der Teilchenenergie eingetragen. Die rote Kurve ist die MAXWELL-Verteilung, die grüne Kurve ist die von GEORGE GAMOV (1904–1968) berechnete Kurve der Durchtunnelungswahrscheinlichkeit.

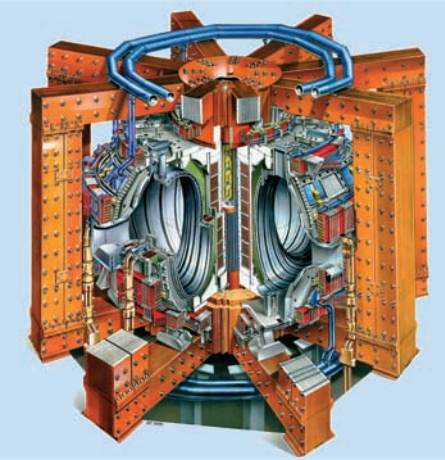
Wie man auch anschaulich erwartet, nimmt diese Wahrscheinlichkeit mit steigenden Teilchenenergien zu. Nur dort, wo sich beide Kurven überlappen, besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit für die Fusion, das so genannte Fusionsfenster.

Die hohen Plasmatemperaturen sind das größte Problem einer gesteuerten Kernfusion. In dem heißen Gas bauen sich gewaltige Drücke auf, die es auseinander pressen. Tief im Inneren der Sonne wird das Plasma durch die darüber befindlichen Materieschichten zusammengehalten. Bei der Fusionsbombe (Wasserstoffbombe) nutzt man als Zünder eine „gewöhnliche" Atombombe, die von einem starken Mantel aus Deuteriumverbindungen ($^{2}_{1}H$) umgeben ist. Dadurch wird das Reaktionsgemisch nur eine kurze, aber dennoch ausreichende Zeit zusammengehalten. Die anschließende Ausdehnung der heißen Gase – die Explosion – ist von den Militärs ja „erwünscht".

Ein kontrollierter und kontinuierlich ablaufender Kernfusionsprozess, der übrigens keinerlei thermonukleare Explosionsgefahr birgt, konnte bislang nicht realisiert werden. Kurzzeitige Reaktionen hat man aber schon zustande gebracht. Gegenwärtig werden zwei technische Varianten zur Realisierung der gesteuerten Fusion favorisiert.



In den weitaus meisten Fusionsexperimenten, die bislang erfolgt sind, hat man versucht, das Plasma durch starke Magnetfelder einzuschließen. Dies ist möglich, weil sich geladene Teilchen entlang der magnetischen Feldlinien bewegen. Das dabei am häufigsten genutzte Verfahren beruht auf dem so genannten **Tokamak-Prinzip,** abgeleitet vom russischen „**t**oroidalnaya **k**amera sz **m**agnitnimi **k**atuschkami": In einem Spulentorus befindet sich das ringförmig verteilte Plasma, das durch spezielle Methoden aufgeheizt wird. Wichtige Fusionsexperimentieranlagen dieser Art sind das in weltweiter Kooperation geplante ITER und der europäische JET (**J**oint **E**uropean **T**orus) in Culham bei Oxford (England). Das Bild oben zeigt ein Modell dieser Anlage.

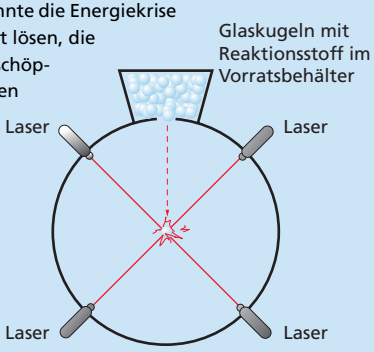


Bei der **Laserfusion** arbeitet man mit periodisch wiederkehrenden sehr kurzen Laserimpulsen. Kleine Hohlkugeln aus Glas umschließen das Fusionsmaterial. Durch gleichzeitigen Beschuss mit mehreren Hochleistungslasern erfolgt die Zündung. Im auseinanderstrebenden Gas kann die Fusion kurzzeitig erfolgen. Aus einem Vorratsbehälter wird anschließend eine weitere Kugel für den nächsten Laserimpuls zugeführt (s. Bild unten).

Aus Berechnungen des Fusionsfensters hat man einige aussichtsreiche Reaktionen für eine gesteuerte Kernfusion ermittelt. Zu diesen Reaktionen gehört die Verschmelzung von Deuterium zu Tritium:

$$^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \longrightarrow {}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}H + 4{,}17\,MeV$$

Im natürlichen Wasserstoff ist Deuterium nur zu rund 0,015 % enthalten. Trotz dieses geringen prozentualen Anteils steht es in den Weltmeeren praktisch unbegrenzt zur Verfügung. Die gesteuerte Kernfusion könnte die Energiekrise der Menschheit lösen, die sich bei der Erschöpfung der fossilen Brennstoffvorräte einstellen wird. Das Problem der Radioaktivität wäre aber nicht gelöst. Tritium ist radioaktiv.



7.2.4 Elementarteilchen

Die Existenz einer Reihe von **Elementarteilchen** wurde aufgrund theoretischer Überlegungen vorhergesagt und oft erst Jahre später experimentell nachgewiesen. Zu solchen Elementarteilchen gehören das **Neutron,** das **Positron** oder das **Pion.**

Bis zum Jahr 1932 waren den Physikern vier Teilchen bekannt, aus denen die uns umgebende Materie aufgebaut schien. Es handelte sich dabei um das **Elektron,** das **Proton,** das **Neutron** und das **Photon.**

> Die Grundbausteine der Materie werden als **Elementarteilchen** bezeichnet.

Es stellte sich aber bald heraus, dass es wesentlich mehr Arten von Elementarteilchen gibt.

- 1932 entdeckte C. D. ANDERSON (1905–1991) in der kosmischen Strahlung das **Positron,** das die gleiche Masse wie ein Elektron, aber die entgegengesetzte Ladung hat. Damit war das erste **Antiteilchen** gefunden.
- 1937 fanden C. D. ANDERSON und S. NEDDERMEYER ebenfalls in der kosmischen Strahlung ein Teilchen, das heute als **Myon** bezeichnet wird. Es kommt positiv und negativ geladen vor, ist 207-mal so schwer wie ein Elektron und hat eine durchschnittliche Lebensdauer von 2,2 μs.
- 1946 entdeckten G. ROCHESTER und C. BUTLER verschiedene positive, neutrale und negative Teilchen, die man als **Kaonen** und **Hyperonen** bezeichnet.
- 1947 fand C. POWELL das **Pion**, das positiv, negativ und neutral vorkommt.

In den nachfolgenden Jahren wurden weitere Teilchen entdeckt. Darüber hinaus fand man, dass zu fast jedem Teilchen ein Antiteilchen existiert.

> Es gibt eine Vielzahl von Elementarteilchen mit unterschiedlichen Eigenschaften und Lebensdauern. Zu fast allen Teilchen existiert ein Antiteilchen.

In der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts wurde begonnen, die Eigenschaften vieler **Elementarteilchen** systematisch zu untersuchen. Bedeutende Forschungseinrichtung dieser Art sind das CERN in Genf, das DESY in Hamburg oder das FERMILAB in den USA. Aktuelle Informationen über diese Einrichtungen erhält man im Internet.

Physiker sprechen deshalb von einem **„Teilchenzoo"**, in den man versuchte, durch Systematisierungen eine Struktur hineinzubringen. Unterschieden wird zwischen den beiden Teilchenfamilien der **Leptonen** und der **Hadronen,** die wiederum in **Mesonen** und **Baryonen** unterteilt werden. Die Nukleonen werden teilweise gesondert erfasst. In der Tabelle unten sind nur wenige Beispiele genannt. Bereits 1960 waren z. B. mehr als 200 Hadronen bekannt. Die erste erfolgreiche Klassifizierung gelang 1961 M. GELL-MANN (*1929) und Y. NE`EMAN (*1925).

Teilchenfamilien		Beispiele
Leptonen		Elektron e^- Positron e^+ Myon μ^+
Hadronen	Mesonen	Pi-Meson π^+ K-Meson K^0
	Baryonen	Proton p Neutron n Sigma-Hyperon Σ^+ Xi-Hyperon Ξ^0

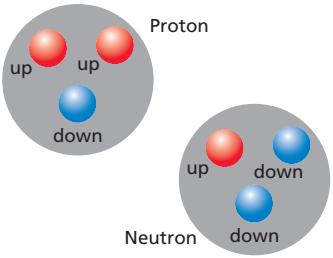
Quarks	u	d	c	s	t	b
Bezeichnung	up	down	charmed	strange	top	bottom
Ladung	$+\frac{2}{3}\ e$	$-\frac{1}{3}\ e$	$+\frac{2}{3}\ e$	$-\frac{1}{3}\ e$	$+\frac{2}{3}\ e$	$-\frac{1}{3}\ e$

Weitere Untersuchungen führten 1964 M. GELL-MANN und G. ZWEIG zu der Annahme, dass es Teilchen mit einem Drittel der Elementarladung geben müsse, die als **Quarks** bezeichnet wurden (siehe Übersicht oben). Alle Mesonen und Baryonen (Hadronen) sind aus den 6 Quarks und deren Antiteilchen aufgebaut.

Auch bei Quarks kann man nicht ausschließen, dass sie aus noch elementareren Bestandteilen aufgebaut sind.

Alle Hadronen sind zusammengesetzte Teilchen. Die Mesonen bestehen aus einem Quark und einem Antiquark, die Baryonen aus drei Quarks oder drei Antiquarks.

Die Kernbausteine Proton und Neutron, die man den Baryonen zurechnet, bestehen aus je drei Quarks in der in den Skizzen unten dargestellten Zusammensetzung.



Alle Erkenntnisse über den Aufbau und die Zusammensetzung der elementaren Bestandteile der Materie sind in einem Modell zusammengefasst, das als **Standardmodell** bezeichnet wird. Nach diesem um 1975 entwickelten Standardmodell gibt es nur zwei Arten von Teilchen – die Leptonen und die Quarks – sowie die zwischen ihnen wirkenden Kräfte. Diese Teilchen, die keine messbare innere Struktur haben, treten in genau drei so genannten Familien auf: Jede Familie besteht aus zwei Quarks, zwei Leptonen (Elektron, Neutrino) sowie deren Antiteilchen.

Die Theorie für das Verhalten geladener Teilchen und ihrer Wechselwirkungen ist mathematisch anspruchsvoll. Sie wird als **Quantenelektrodynamik** (QED) bezeichnet. Diese Theorie wurde 1928 von P. A. M. DIRAC (1902–1984) begründet und im Laufe der Jahre immer weiter ausgearbeitet. Wesentlichen Anteil daran hatte u. a. der 1965 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnete R. P. FEYNMAN (1918–1988).

Alle normale Materie besteht aus den Teilchen der Familie niedrigster Energie.

Nachfolgend sind diese Urteilchen der drei Familien angegeben.

Materie	Leptonen	Quarks
normale Materie	Elektron Elektron-Neutrino	up down
Materie im höheren Energiezustand	Myon Myon-Neutrino	charmed strange
	Tau Tau-Neutrino	top bottom

Das Standardmodell

Zu einem vollständigeren Verständnis der elementaren Bausteine unserer Welt gelangt man nur dann, wenn man neben den verschiedenen Teilchen auch die zwischen ihnen wirkenden Kräfte untersucht und die Frage beantwortet, wodurch diese Kräfte entstehen. Im Rahmen einer Teilchenphysik ist es nur konsequent, auch diese Kräfte auf das Wirken von Teilchen zurückzuführen. Wechselwirkungen zwischen Teilchen werden nach dieser Ansicht durch sogenannte Austausch- oder Vermittlerteilchen hervorgerufen. Das Prinzip, nach dem **Austauschteilchen** andere Teilchen aneinander binden, kann man sich modellhaft als Ballspiel vorstellen. Solange sich die Spieler den Ball zuspielen, können sie sich nicht allzu weit voneinander entfernen, aber auch nicht zu dicht beieinander stehen.

Insgesamt sind den Physikern vier fundamentale Kräfte bekannt – die Gravitationskraft, die elektromagnetische Kraft, die schwache Kraft und die starke Kraft. Bild 1 zeigt die jeweiligen Besonderheiten.

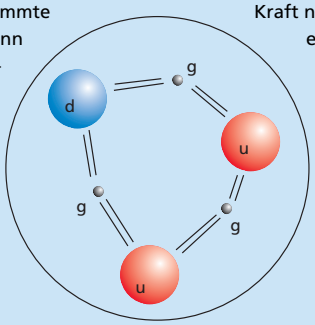
Kraft	wirkt auf	Reichweite
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit $1/r^2$ ab
starke Kraft	Quarks, also auch auf Kernteilchen	10^{-15} m
schwache Kraft	alle Teilchen	10^{-17} m
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit $1/r^2$ ab

Für jede dieser vier Kräfte müsste es spezifische Austauschteilchen geben. Allerdings konnte man bisher ausgerechnet für die am längsten bekannte Kraft, die Gravitationskraft, kein solches Teilchen finden. Auch mathematisch gelang es nicht, die Gravitationskraft mit dem Konzept der Austauschteilchen zu verstehen. Die anderen Kräfte jedoch kann man sehr gut mithilfe von Austauschteilchen erklären.

Der Grundgedanke ist dabei, dass eine bestimmte Kraft zwischen zwei Teilchen nur wirkt, wenn diese Teilchen eine ganz bestimmte Eigenschaft besitzen. Erst dann können die entsprechenden Vermittlerteilchen wirksam werden. Das einheitliche Modell, welches dieses Prinzip der elektromagnetischen, der schwachen und der starken Wechselwirkung einbezieht, wird als **Standardmodell** bezeichnet.

Die **elektromagnetische Kraft** wirkt zwischen allen elektrisch geladenen Teilchen, sie ist in der Makrophysik als COULOMB-Kraft zwischen gleichnamigen und ungleichnamigen Ladungen zu beobachten. Im Bereich der Mikrophysik ist diese Kraft für den Zusammenhalt von Atomkern und Atomhülle verantwortlich. Vermittlerteilchen für diese Kraft sind die Photonen.

Die **schwache Kraft** wirkt auf Teilchen, die eine als „schwache Ladung" bezeichnete Eigenschaft besitzen, so wie das bei Quarks und Leptonen der Fall ist. Wegen ihrer geringen Reichweite von 10^{-17} m ist ihre Wirkung klein. Deutlich wird ihre Auswirkung nur bei Prozessen, die nicht mithilfe der elektromagnetischen oder der starken Kraft möglich sind. Die Vermittlerteilchen der schwachen Kraft sind drei so genannte Vektorbosonen, die man experimentell nachweisen konnte: das W^+-Boson, sein Antiteilchen W^- und das Z-Boson Z^0. Alle Prozesse, bei denen die elektrisch neutralen Neutrinos beteiligt sind (Zerfall von Neutronen, Kernfusion), werden durch die schwache Kraft beschrieben. Sie besitzt eine extrem geringe Reichweite und tritt daher nur bei der unmittelbaren Wechselwirkung von Teilchen in Erscheinung. Elektromagnetische und schwache Wechselwirkung lassen sich heute durch eine einheitliche Theorie beschreiben. Die **starke Kraft** wirkt auf eine Eigenschaft der Teilchen, die man „Farbe" oder **„Farbladung"** nennt. Quarks tragen eine Farbe, wobei die drei Variationen „Rot", „Grün" und „Blau" möglich sind. Die starke Kraft bewirkt den Zusammenhalt der aus Quarks aufgebauten Elementarteilchen. Ein wesentliches Ergebnis der Forschungen ist, dass die Baryonen (beispielsweise die Kernteilchen), also auch das Proton, nur aus solchen Farbkombinationen bestehen, die in der Farbaddition eine neutrale Farbe ergeben. Ein Baryon setzt sich demzufolge aus je einem Quark mit roter, blauer und grüner Farbladung zusammen, die Farbaddition ergibt „Weiß". Die Vermittlerteilchen der starken Kraft nennt man Gluonen (glue, engl.: der Leim). Die Gluonen „leimen" die Hadronen zusammen. Die Theorie der starken Wechselwirkung ist die **Quantenchromodynamik.** Bild 2 zeigt das Beispiel eines Protons.



Beim Austausch der Gluonen innerhalb der Baryonen verbleibt ein kleiner Anteil an nicht abgesättigter Kraft, der mit kurzer Reichweite über die Baryonen hinaus wirkt. Dies ist die **Kernkraft.** Der Atomkern wird also lediglich durch einen geringfügigen Restanteil der schwachen Kraft gebunden. Die schwache Kraft ist für den Zusammenhalt der Hadronen verantwortlich. Sie formt die massereichen Teilchen und damit einen wesentlichen Grundbestandteil unserer Welt.

Auch die **Gravitationskraft** wirkt zwischen allen Elementarteilchen. Ihre Reichweite ist wie bei der elektromagnetischen Kraft groß, allerdings ist ihre relative Stärke so klein (ungefähr Faktor 10^{-40}), dass sie bei den Elementarteilchen keine Rolle spielt. Je größer ein Körper ist, um so ausgeglichener ist in der Regel seine elektrische Ladung. Während sich die entsprechenden Kräfte dadurch meist ausgleichen, ist die Gravitation kumulativ, d. h. sie wird umso größer, je mehr Masse beteiligt ist.

Die meisten Körper im Alltag sind elektrisch neutral. Ihre Masse ist so klein, dass die gegenseitige Anziehung nicht bemerkt wird. Allein die Gravitation mit der Erde wird wahrgenommen. In der Astronomie ist die Gravitationskraft die wichtigste Kraft, da der Ladung der meisten astronomischen Körper vernachlässigbar ist.

Wechselwirkung	**wirkt auf die Eigenschaft**	**Austauschteilchen**	**Beispiel**
elektromagnetische Kraft	elektrische Ladung	Photonen	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Farbladung	Gluonen	Zusammenhalt eines Protons
schwache Kraft	schwache Ladung	Bosonen	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	Masse	?	Zusammenhalt des Planetensystems

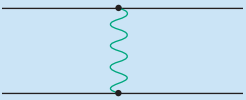
Die Theorien, mit denen diese Kräfte heutzutage beschrieben werden, enthalten Elemente aus der Quantenphysik und der Relativitätstheorie. Sie heißen **Quantenfeldtheorien.**

Sie werden – wie jede physikalische Theorie – so konstruiert, dass die experimentellen Ergebnisse möglichst gut reproduziert werden. Bei kleinen Teilchenenergien unterscheiden sich die Vorhersagen der verschiedenen Theorien nur wenig. Deshalb braucht man Messergebnisse von den großen Beschleunigern, wie dem CERN in Genf, dem DESY in Hamburg oder dem FERMILAB in den USA.

In Quantenfeldtheorien werden die Kräfte durch den Austausch von Quantenobjekten beschrieben. Diese Austauschteilchen verletzen die relativistische Energie-Masse-Beziehung. Gemäß der Quantentheorie dürfen sie deshalb nicht lange existieren. Man unterscheidet sie von den realen Quantenobjekten und nennt sie oft „virtuelle Teilchen".

So beschreibt man die elektromagnetische Kraft durch den Austausch von virtuellen Photonen.

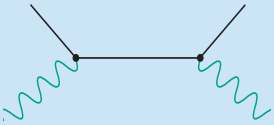
In der Elementarteilchenphysik werden solche Wechselwirkungen durch so genannte **FEYNMAN-Diagramme** veranschaulicht. Das Bild zeigt ein Diagramm, das die Wechselwirkung zwischen zwei geladenen Elementarteilchen (z. B. Elektronen oder Quarks) darstellt:



Die durchgezogenen Linien stehen z. B. für die zwei Elektronen, die geschwungene Linie steht für das ausgetauschte virtuelle Photon. Die schwarzen Punkte stehen für die Wechselwirkungspunkte.

Linien, die auf der linken Seite der Diagramme enden, stehen für die Teilchen im Anfangszustand (z. B. zwei Elektronen), die auf der rechten Seite für die im Endzustand (immer noch zwei Elektronen).

Mithilfe der Quantenfeldtheorien gelingt es, Vorhersagen für die Wahrscheinlichkeit von Teilchenzerfällen und Streuprozessen zu machen. Dazu muss ein Satz von Regeln beachtet werden, von denen einige auch „FEYNMAN-Regeln" genannt werden. So kann z. B. der COMPTON-EFFEKT (↗ S. 450) beschrieben werden.



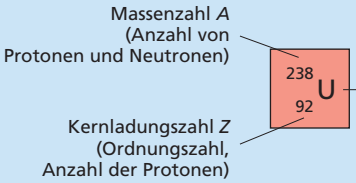
Das nebenstehende Bild zeigt ein einfaches Diagramm, welches man klassisch so interpretieren kann: Das ankommende Elektron absorbiert das Photon und wird zu einem virtuellen Elektron, das wenig später wieder ein Photon emittiert und als reales Elektron weiterfliegt.

Physik des Atomkerns

Atomkerne
- nehmen nur einen geringen Raum im Atom ein,
- besitzen fast die gesamte Masse des Atoms und eine große Dichte,
- enthalten die gesamte positive Ladung des Atoms.

Kernbausteine (Nukleonen) sind die Protonen und die Neutronen.

Protonen	**Neutronen**
$m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg $\quad Q = +1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg ungeladen
Massenzahl $A = Z + N$	Masse $m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n$



Nuklide sind Atomkerne, die eindeutig durch Massenzahl und Kernladungszahl charakterisiert sind. **Isotope** sind die Nuklide jeweils eines Elements (gleiche Kernladungszahl).

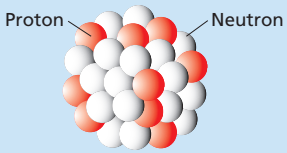
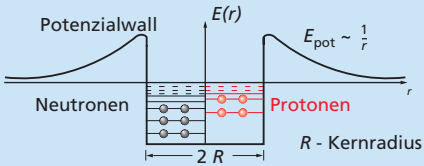
Atomkerne können sich umwandeln, wobei zumeist radioaktive Strahlung auftritt. **Kernumwandlungen** können spontan vor sich gehen (natürliche Radioaktivität) oder künstlich hervorgerufen werden (künstliche Radioaktivität).

α-Strahlung	**β-Strahlung**	**γ-Strahlung**
doppelt positiv geladene Heliumkerne: ${}^{4}_{2}\alpha$	Elektronen oder Positronen ${}^{0}_{-1}e$ ${}^{0}_{+1}e$	energiereiche elektromagnetische Strahlung kleiner Wellenlänge

Für den radioaktiven Zerfall gilt das Zerfallsgesetz:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Modelle für den Atomkern sind das **Tröpfchenmodell** und das **Potenzialtopfmodell** .

Tröpfchenmodell	**Potenzialtopfmodell**
	
Es ermöglicht die Beschreibung von Eigenschaften des Atomkerns (Dichte, Radius, Bindungsenergie) und von Kernumwandlungen.	Es ermöglicht die Deutung der Bindungsenergie sowie die Erklärung des Zustandekommens von α-, β- und γ-Strahlung.

Aufgaben

Physik der Atomhülle

1. Historisch bedeutsame Atommodelle sind das rutherfordsche und das bohrsche Atommodell.

a) Charakterisieren Sie das rutherfordsche Atommodell! Wo liegen die Möglichkeiten und die Grenzen dieses Modells?

b) Beschreiben Sie das bohrsche Atommodell! Erklären Sie mithilfe dieses Modells die Emission und Absorption von Photonen! Erläutern Sie die Grenzen dieses Modells!

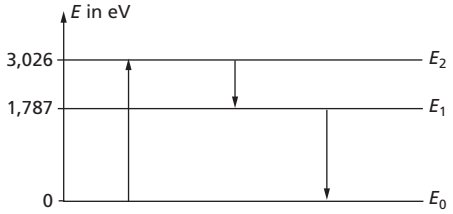
2. Leuchtender Wasserstoff sendet ein Linienspektrum aus.

a) Erläutern Sie die atomaren Vorgänge, die zur Entstehung dieses Linienspektrums führen!

b) Berechnen Sie die Frequenzen und die zugehörigen Wellenlängen für die BALMER-Serie!

c) Wie groß ist die Energie, die zur Ionisation eines Wasserstoffatoms benötigt wird?

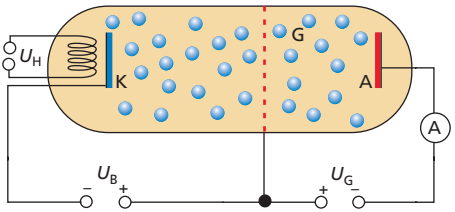
3. Die Skizze zeigt ein vereinfachtes Energieniveauschema für Rubin, das als Energiespeicher in einem Laser verwendet wird.



Berechnen Sie die Wellenlänge des Lichtes, das von diesem Laser ausgesendet wird! Welche Farbe hat das Licht?

4. Der Zusammenhalt eines Atoms wird durch Kräfte zwischen negativ geladenen Elektronen und positiv geladenem Kern gewährleistet. Neben Kräften zwischen Ladungen (elektromagnetische Kraft) treten auch Gravitationskräfte auf. Vergleichen Sie für ein Wasserstoffatom im Grundzustand den Betrag der elektromagnetischen Kraft zwischen Elektron und Kern mit dem der Gravitationskraft! Was kann man daraus folgern?

5. Die Skizze zeigt eine mit Quecksilber gefüllte FRANCK-HERTZ-Röhre.

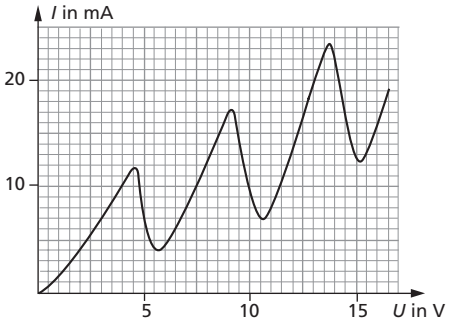


a) Es wird zunächst nur die Heizspannung eingeschaltet. Es fließt ein geringer Strom. Wie ist das zu erklären?

b) Bei einer Gegenspannung von 0,51 V zwischen Anode und Gitter geht die Stromstärke auf null zurück. Welche Folgerung ergibt sich daraus für die Energie und die Geschwindigkeit der von der Katode emittierten Elektronen?

c) Nun wird die Beschleunigungsspannung U_B bei ansonsten unveränderten Bedingungen allmählich auf 3,0 V erhöht. Welche begründete Aussage kann man über die Stromstärke treffen?

d) Bei weiterer Erhöhung der Beschleunigungsspannung ergibt sich eine Verringerung der Stromstärke, dann wieder ein Anstieg (siehe Skizze unten).



Erklären Sie den Kurvenverlauf!

e) Beim Zusammenstoß eines Elektrons mit einem Quecksilberatom geht eine Energie von 4,9 eV auf dieses über! Was passiert mit dieser Energie? Wie könnte man experimentell nachweisen, dass genau diese Energie auf das Quecksilberatom übertragen wurde?

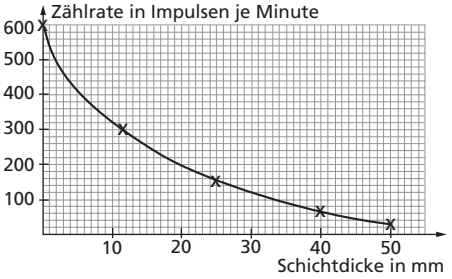
Physik des Atomkerns

6. Mit einem Zählrohr wird die Intensität der radioaktiven Strahlung einer Quelle in Abhängigkeit vom Abstand von ihr gemessen. Dabei wurden folgende Messwerte aufgenommen:

Impulse je Minute	245	86	32	25	23
Abstand in cm	5	10	15	20	25

a) Welcher Zusammenhang ist zwischen der Zählrate und dem Abstand zu erwarten?
b) Zeichnen und interpretieren Sie das Diagramm! Welche Folgerungen ergeben sich daraus für den Strahlenschutz?
c) Auch wenn die Quelle radioaktiver Strahlung sehr weit entfernt ist, werden am Zählrohr Impulse registriert! Wie ist das zu erklären?

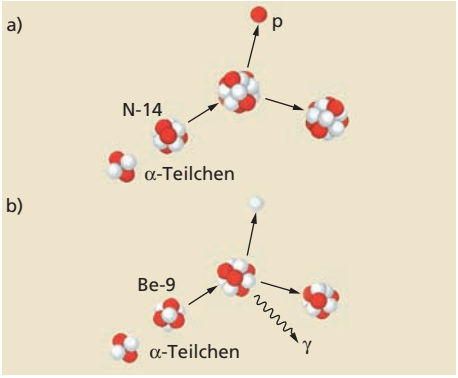
7. Zur Abschirmung radioaktiver Strahlung eignet sich Blei besonders gut. Im Diagramm ist dargestellt, wie Gammastrahlung durch Blei unterschiedlicher Dicke abgeschirmt wird.



Interpretieren Sie das Diagramm und bestimmen Sie die Halbwertsdicke, also die Schichtdicke, bei der die Hälfte der auftreffenden Strahlung absorbiert wird!

8. Uran-235 wird durch Beschuss mit Neutronen in Uran-236 umgewandelt. Es existiert nur Bruchteile von Sekunden und zerfällt dann in verschiedene mittelschwere Kerne. Nachfolgend ist jeweils ein Folgekern und die Anzahl der freiwerdenden Neutronen angegeben.
Stellen Sie jeweils die vollständigen Reaktionsgleichungen auf:
a) Lanthan-147 und 2 Neutronen,
b) Selen-85 und 3 Neutronen!

9. Die erste künstliche Kernumwandlung wurde 1919 von E. RUTHERFORD in einer mit Stickstoff gefüllten Nebelkammer beobachtet (Bild a).
Dem Engländer J. CHADWICK gelang 1932 durch Beschuss von Beryllium mit α-Teichen der experimentelle Nachweis von Neutronen (Bild b). Geben Sie für beide Kernumwandlungen die Reaktionsgleichungen an!



10. Das Radium-Nuklid Ra-226 hat eine Halbwertszeit von 1600 Jahren.
a) Bestimmen Sie, wie viele Kerne pro Sekunde bei einem Gramm Radium zerfallen!
b) Errechnen Sie die Masse des Radium-Nuklids, die bei 1 g Anfangsmasse nach 100 Jahren noch aktiv, also noch nicht zerfallen ist!
c) Nach welcher Zeit hat die Aktivität einer bestimmten Menge von Ra-226 auf 10 % abgenommen?

11. Für den radioaktiven Zerfall von Stoffen gilt das Zerfallsgesetz $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. Eine für jeden Stoff charakteristische Größe ist dabei die Halbwertszeit $T_{1/2}$.
a) Geben Sie an, was man unter der Halbwertszeit $T_{1/2}$ versteht! Beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie man die Halbwertszeit eines Nuklids bestimmen kann!
b) Weisen Sie nach, dass man das oben genannte Zerfallsgesetz auch in der Form $N = N_0 \cdot 2^{-t/T_{1/2}}$ schreiben kann!
c) Ein im medizinischen Bereich genutztes Nuklid ist Iod-123 mit einer Halbwertszeit von 12,3 h. Wie viele Atome sind in einem Gramm Iod-123 enthalten? Stellen Sie die Zerfallskurve grafisch dar!

d) Wie groß ist für dieses Iod-Nuklid die Zerfallskonstante λ?

e) Wie viele Zerfälle finden in einer Sekunde in einem Gramm Iod-123 statt?

f) Nach welcher Zeit sind bei diesem Nuklid 10 % der ursprünglich vorhandenen Kerne noch nicht zerfallen? Wie groß ist dann die Aktivität des Stoffes?

12. Holmium-183 hat eine Halbwertszeit von 7 Tagen, Phosphor-32 dagegen von 14 Tagen.

a) Wie verhalten sich die Aktivitäten beider Nuklide zueinander, wenn die gleiche Anzahl von nicht zerfallenen Atomkernen vorhanden sind?

b) In welchen Verhältnis müsste die Anzahl der Atomkerne beider Nuklide stehen, wenn die Aktivitäten gleich sein sollen?

13. Die Aktivität eines Strahlerstiftes mit Cobalt-60 (Halbwertszeit 5,26 Jahre) wurde 1986 zu 370 kBq bestimmt.

a) Schätzen Sie ab, ob die Aktivität im Jahre 2004 unter die Freigrenze von 50 kBq abgesunken ist!

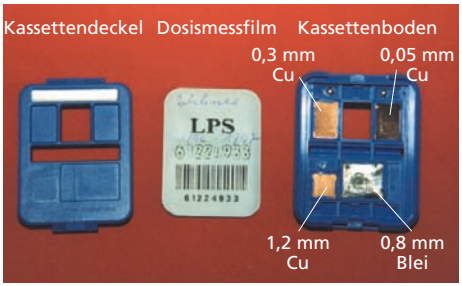
b) Berechnen Sie die Zeit, in der die Aktivität des Cobalt-60-Strahlers von 370 kBq auf unter 50 kBq absinkt!

14. Die Strahlenbelastung durch einen vom Menschen mit der Nahrung aufgenommenen radioaktiven Stoff hängt davon ab, wie schnell dessen Aktivität abklingt und wie schnell der Stoff aus dem Körper wieder ausgeschieden wird. Damit ergeben die physikalische Halbwertszeit T_P und die biologische Halbwertszeit T_B für die mit dem Stoffwechsel verbundene Ausscheidung eine effektive Halbwertszeit T_{eff} für das Abklingen der Aktivität im menschlichen Körper.

a) Wie groß wäre die effektive Halbwertszeit für einen radioaktiven Stoff, dessen physikalische und biologische Halbwertszeit gleich sind und jeweils 4 Tage betragen?

b) Wie groß wäre die effektive Halbwertszeit von Strontium-90 mit einer physikalischen Halbwertszeit von 28 Jahren und einer biologischen Halbwertszeit von 49 Jahren?

15. Die Strahlenbelastung von Personen, die beruflich mit Strahlung zu tun haben, wird mit Dosimeterplaketten kontrolliert (Bild oben rechts).



Beschreiben Sie den Aufbau und erklären Sie die Wirkungsweise einer solchen Dosimeterplakette!

16. Die Strahlenschutzverordnung fordert, die Strahlenbelastung des Menschen so gering wie möglich zu halten. Für die Äquivalentdosis H an einem Ort, auch Ortsdosisleistung genannt, gilt bei einen nahezu punktförmigen γ-Strahler:

$$H = \Gamma_H \cdot \frac{A}{r^2} \cdot \frac{1}{k} \cdot t$$

Dabei bedeuten Γ_H eine von der Energie der Gammastrahlung abhängige Dosisleistungskonstante, A die Aktivität der Strahlungsquelle, r der Abstand von ihr, k ein die Abschirmung kennzeichnender Faktor ($k > 1$) und t die Zeit. Leiten Sie aus dieser Beziehung mindestens vier Grundregeln für den Schutz des Menschen vor radioaktiver Strahlung ab!

17. Eine Möglichkeit der Bestimmung des Alters organischer Stoffe ist die C-14-Methode. Dabei spielt das Kohlenstoffnuklid C-14 eine wichtige Rolle.

a) C-14 entsteht in der Atmosphäre aus dem Stickstoff der Luft durch Beschuss mit Neutronen, die Teil der Höhenstrahlung sind. Geben Sie die Reaktionsgleichung an!

b) Bei einer Mumie wurde festgestellt, dass der C-14-Anteil nur noch 25 % des heutigen beträgt. Auf welches Alter der Mumie kann man daraus schließen? Die Halbwertszeit des Kohlenstoffnuklids beträgt 5 760 Jahre.

c) Bei organischen Substanzen aus einem Grab misst man unter Abzug des Nulleffekts noch 7,3 Zerfälle je Minute, bezogen auf eine Substanzmenge von 1 g. Die aktuelle Aktivität (zur Zeit $t = 0$) beträgt 12,9 1/min. Wie alt sind die organischen Substanzen?

18. Deuterium ist ein Wasserstoffisotop mit einem Proton im Kern, in Symbolschreibweise $^{2}_{1}\mathrm{H}$ oder $^{2}_{1}\mathrm{D}$.

a) Berechnen Sie die Kernbindungsenergie für Deuterium. Ein Deuterium-Kern hat eine Masse von 2,013 553 2 *u*.

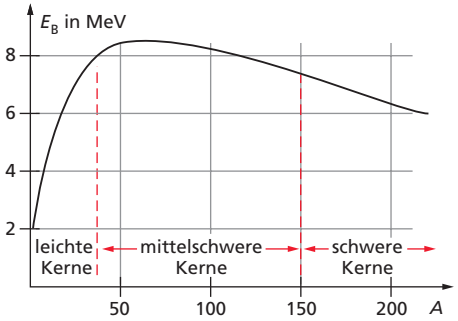
b) Wie groß ist die Energie, die bei Bildung eines Deuteriumkerns über die Fusion von zwei Wasserstoffkernen frei wird?

19. Die Bindungsenergien betragen für die Kerne von U-238 1801,6 MeV, für Th-234 1777,6 MeV und für He-4 28,3 MeV.

a) Wie groß ist die Energie, die beim α-Zerfall von U-238 frei wird?

b) Diese Energie verteilt sich auf den emittierten He-Kern und den Kern von Thorium. Bestimmen Sie mithilfe des Energie- und Impulserhaltungssatzes den Anteil dieser Energie, der auf das α-Teilchen entfällt!

20. Trägt man die Bindungsenergie E_B je Nukleon gegen die Massenzahl A auf, so erhält man eine charakteristische Kurve.



a) Interpretieren Sie das Diagramm! Erläutern Sie anhand des Diagramms die beiden grundsätzlichen Möglichkeiten der Energiefreisetzung!

b) Berechnen Sie aus den relativen Atommassen den Massendefekt und die Bindungsenergie je Nukleon für Cobalt-60. Dessen relative Atommasse beträgt 59,933 81, die eines Protons 1,007 83 und die eines Neutrons 1,008 67!

c) Uran kann in vielfältiger Weise zerfallen. Für eine der vielen Möglichkeiten lautet die Reaktionsgleichung:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow ^{140}_{58}\mathrm{Ce} + ^{94}_{40}\mathrm{Zr} + 2\,^{1}_{0}\mathrm{n} + 6\,^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

Für die relativen Atommassen der beteiligten Nuklide gilt:

Nuklid	relative Atommasse
Uran-235	235,043 92
n	1,008 67
Cer-140	139,905 39
Zirconium-94	93,906 31

Wie groß ist die bei dieser Kernspaltung frei werdende Energie? Die entstehende Betastrahlung kann vernachlässigt werden!

21. α-Teilchen sind doppelt positiv geladene Heliumkerne ($^{4}_{2}\mathrm{He}$). Die Masse eines solchen Heliumkerns beträgt 4,001 506 1 *u*. Berechnen Sie für ein α-Teilchen den Massendefekt und die Kernbindungsenergie!

22. Beim Beschuss stabiler Atomkerne mit Teilchen großer kinetischer Energie können Kernreaktionen stattfinden. So tritt z. B. beim Beschuss von Lithium mit beschleunigten Protonen folgende Reaktion auf:

$$^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{1}\mathrm{p} + E_1 \longrightarrow 2 \cdot ^{4}_{2}\mathrm{He} + E_2$$

a) Interpretieren Sie diese Reaktionsgleichung! Gehen Sie insbesondere darauf ein, warum eine Energie E_1 erforderlich ist!

b) Die kinetische Energie des auftreffenden Protons betrug 0,75 MeV. Zeigen Sie, dass die bei der Kernreaktion frei werdende Energie größer ist als diese kinetische Energie!

c) Wie groß ist die Geschwindigkeit der beiden entstehenden α-Teilchen unmittelbar nach der Kernreaktion?

23. Schätzen Sie die maximal mögliche Energie ab, die beim α-Zerfall von Ra-226 frei wird! Mit welcher Geschwindigkeit verlässt das α-Teilchen den Atomkern?

24. Die Auffassungen darüber, ob Kernenergie sicher ist, gehen weit auseinander. Diskutieren Sie Vor- und Nachteile der Nutzung von Kernenergie für die Elektroenergiegewinnung in Kernkraftwerken!



8 Spezielle Relativitätstheorie

Die 1905 von ALBERT EINSTEIN begründete spezielle Relativitätstheorie führte zu neuen Vorstellungen von Raum und Zeit. Mit der Äquivalenz von Masse und Energie wurden die physikalischen Grundlagen für die Energiefreisetzung bei Kernspaltung und Kernfusion entdeckt. Naturphänomene wie Gravitationslinsen oder schwarze Löcher und technische Anwendungen wie Satellitennavigationssysteme wären ohne Relativitätstheorie weder verständlich noch realisierbar.



Der deutsche Physiker ALBERT EINSTEIN (1879–1955) entwickelte in seiner 1905 veröffentlichten Arbeit „Zur Elektrodynamik bewegter Körper" neue Vorstellungen über Raum und Zeit. Die Veröffentlichung dieser Arbeit war die „Geburtsstunde" der speziellen Relativitätstheorie.

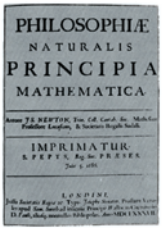
8.1 Von der klassischen Physik zur Relativitätstheorie

Wenn heute im Auto ein modernes Funknavigationssystem benutzt wird, auf einer Funkuhr die Zeit abgelesen wird oder Flugzeuge mithilfe eines satellitengestützten Systems navigieren, denkt kaum jemand daran, dass dabei auch Erkenntnisse der speziellen Relativitätstheorie eine Rolle spielen.

Am Ende des 19. Jahrhunderts waren die Grundlagen der klassischen Physik, insbesondere der newtonschen Mechanik, weitgehend systematisch erforscht. Die grundlegenden Aussagen von ISAAC NEWTON (1643–1727) beruhten auf einem erkenntnistheoretischen Fundament, zu dessen wesentlichen Bausteinen Vorstellungen über einen **absoluten Raum** und eine **absolute Zeit** gehörten. Gleichzeitig gab es einzelne experimentelle Befunde und auch theoretische Ansätze, die mit diesen allgemein anerkannten erkenntnistheoretischen Grundlagen nicht vereinbar waren. Dazu zählten Experimente zur **Äthertheorie** (Experimente von MICHELSON und MORLEY) und auch Erkenntnisse aus dem relativ neuen Gebiet der Elektrodynamik (MAXWELL-Gleichungen).

Der entscheidende Schritt gelang 1905 ALBERT EINSTEIN (1879–1955) mit seiner Arbeit „Zur Elektrodynamik bewegter Körper", in der er neue Vorstellungen über Raum und Zeit entwickelte und damit ein verändertes physikalisches Weltbild begründete. Diese Arbeit von ALBERT EINSTEIN war zugleich die Begründung einer neuen physikalischen Theorie, der **speziellen Relativitätstheorie**. Sie wurde von EINSTEIN selbst in den folgenden Jahren zur **allgemeinen Relativitätstheorie** erweitert.

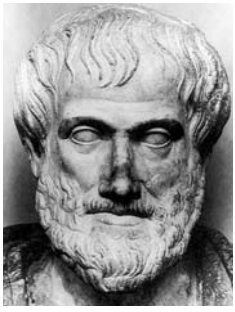
8.1.1 Die klassischen Vorstellungen von Raum und Zeit

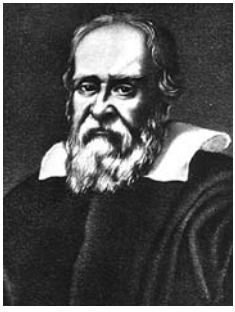

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA
IMPRIMATUR

Die klassischen Vorstellungen über Raum und Zeit formulierte der englische Naturforscher **ISAAC NEWTON** (1643–1727) im Jahre 1686 in seinem Werk „Die mathematischen Prinzipien der Naturlehre".

Über viele Jahrhunderte hinweg hatten sich die Vorstellungen über Raum und Zeit entwickelt. Wichtige Grundlagen schufen ARISTOTELES (384–322 v. Chr., Bild unten links) und GALILEO GALILEI (1564–1642, Bild unten Mitte). ISAAC NEWTON (1643–1727, Bild unten rechts) formulierte in seinem Werk „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" Grundpositionen bezüglich Raum und Zeit, die sich als Grundlagen der klassischen Mechanik glänzend bewährten:

Der absolute Raum ist vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich.







Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand.

Zusammenfassend lassen sich die bis ins 20. Jahrhundert hinein anerkannten Grundpositionen zu Raum und Zeit folgendermaßen kennzeichnen:

- Raum und Zeit existieren objektiv und insbesondere auch unabhängig vom Bewegungszustand eines Körpers.
- Es gibt keine Wechselbeziehungen zwischen Raum und Zeit, d. h., sie beeinflussen sich nicht gegenseitig.
- Der Raum ist unendlich ausgedehnt. Alle Punkte und alle Richtungen des Raumes sind gleichberechtigt.
- Die Zeit ist unendlich ausgedehnt und nur von einer Dimension. Alle Zeitpunkte sind gleichberechtigt.
- Raum und Zeit sind universell, d. h., die räumlichen Abmessungen eines Körpers und die Zeitdauer eines Vorganges sind unabhängig vom Bezugssystem.

Die klassische Physik geht von einem absoluten Raum und einer absoluten Zeit aus.



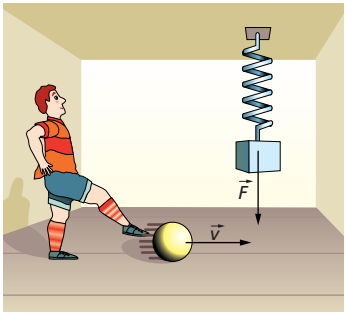
Schon bei NEWTON findet sich die Vorstellung, dass der absolute Raum mit einem Stoff ausgefüllt sei, der als **Äther** bezeichnet wurde. Die **Äther-hypothese** entwickelte sich im 19. Jahrhundert zu der dominierenden Vorstellung. Insbesondere ging man davon aus, dass der im absoluten Raum ruhende **Äther** der Träger der Lichtwellen sei, ähnlich wie sich in Luft die Schallwellen ausbreiten.

Die auf diesen Vorstellungen basierende **newtonsche Mechanik** galt als Kernstück der klassischen Physik und als eine abgeschlossene Theorie, die sich in der Praxis hervorragend bewährt hatte.

8.1.2 Inertialsysteme und das galileische Relativitätsprinzip

Bewegungen oder wirkende Kräfte können in unterschiedlichen Bezugssystemen (↗ S. 56) beschrieben werden. Eine spezielle Gruppe von Bezugssystemen sind **Inertialsysteme** (↗ S. 56), also Bezugssysteme, in denen das Trägheitsgesetz (↗ S. 80) gilt.

Befindet man sich in einem solchen Inertialsystem, dann wirkt auf einen an der Feder hängenden Körper eine konstante Kraft. Ein Stein fällt nach den Gesetzen des freien Falls. Eine Kugel rollt mit $\vec{v}$ = konstant, also geradlinig und gleichförmig. Das gilt auch in jedem Inertialsystem, das sich gegenüber einem anderen gleichförmig und geradlinig bewegt. Das ist das Wesen des **galileischen Relativitätsprinzips.**



Inertialsysteme sind Bezugssysteme, in denen das Trägheitsgesetz gilt. Alle Inertialsysteme sind gleichberechtigt. In ihnen gelten die gleichen physikalischen Gesetze.

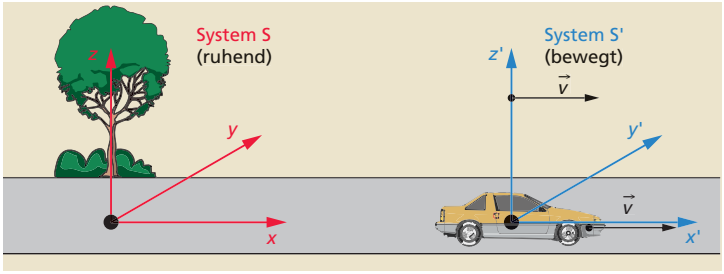
Das Gegenstück zu **Inertialsystemen** sind **beschleunigte Bezugssysteme.** Auch ein mit der Erdoberfläche verbundenes Bezugssystem ist streng genommen wegen der Rotation der Erde kein Inertialsystem.

Damit gibt es experimentell keine Möglichkeit, ein absolutes Inertialsystem zu finden, das mit dem absoluten Raum verbunden ist.

Zur Veranschaulichung der Beschreibung von Bewegungen in Raum und Zeit werden häufig so genannte Raum-Zeit-Diagramme genutzt, die auch als **Minkowski-Diagramme** (↗ S. 538–539) bezeichnet werden, benannt nach dem deutschen Mathematiker Hermann Minkowski (1864–1909).



Aus dem galileischen Relativitätsprinzip folgt nicht, dass z. B. die Koordinaten und die Geschwindigkeit eines Körpers, die von zwei verschiedenen Inertialsystemen aus beschrieben werden, gleich sind. Während der Autofahrer z. B. im System S' ruht, bewegt er sich gegenüber dem System S mit konstanter Geschwindigkeit.



Die Gleichungen, die es ermöglichen, die räumlichen und zeitlichen Koordinaten eines Punktes von einem Inertialsystem in ein anderes umzurechnen, werden als **Galilei-Transformation** bezeichnet.

Wir gehen von folgenden Bedingungen aus:
- Betrachtet wird die Bewegung des Massenmittelpunktes M des Autos.
- Das System S' bewegt sich bezüglich des Systems S mit konstanter Geschwindigkeit v entlang der x-Achse.
- Zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ ist auch $x = x' = 0$.

Dann ergibt sich als **Galilei-Transformation:**

Umrechnung von S nach S'	Umrechnung von S' nach S
$x' = x - v \cdot t$ $y' = y$ $z' = z$	$x = x' + v \cdot t'$ $y = y'$ $z = z'$
$t' = t$	$t = t'$

Bei anderer Wahl der Bedingungen können die Transformationsgleichungen eine andere Form haben. Die Zeit vergeht in allen **Inertialsystemen** gleich. Es gilt immer $t = t'$.

In einem Inertialsystem S bewegen sich zwei Körper K_1 und K_2 mit der Geschwindigkeit u_1 und u_2 längs der x-Achse. Ihre Relativgeschwindigkeit beträgt $u = u_2 - u_1$.
Wie groß ist ihre Relativgeschwindigkeit in einem System S', das sich gegenüber S mit der Geschwindigkeit v nach rechts bewegt.

Analyse:
Auf beide Körper lässt sich die Galilei-Transformation in der oben genannten Form anwenden. Es gilt das klassische Gesetz für die Addition von Geschwindigkeiten.

Das klassische Gesetz für die Addition von Geschwindigkeiten (↗ S. 68) gilt, wenn $u_1, u_2 \ll c$.

Lösung:
Im System S' erhält man dann für die beiden Körper die folgenden Geschwindigkeiten:

$u_1' = u_1 - v$ $\qquad$ $u_2' = u_2 - v$

Damit ergibt sich für die Relativgeschwindigkeit:

$$\Delta u' = u_2' - u_1'$$

$$\Delta u' = (u_2 - v) - (u_1 - v)$$

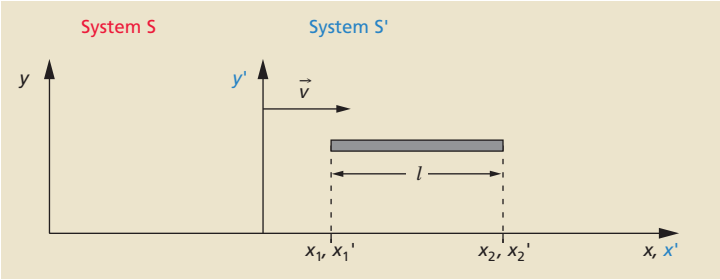
$$\Delta u' = u_2 - u_1 = \Delta u$$

Ergebnis:
Die Relativgeschwindigkeit zweier Körper ist unabhängig vom Bezugssystem. Sie ist eine Invariante.

In der Physik werden physikalische Größen, die einen Sachverhalt erfassen und beschreiben, als invariant bezeichnet, wenn sie beim Übergang von einem **Bezugssystem** in ein anderes unverändert bleiben, also von der Wahl des Bezugssystems nicht abhängig sind.

Mithilfe der GALILEI-Transformation kann man untersuchen, welche Größen und Gesetze der newtonschen Mechanik invariant sind, also unabhängig von der Wahl des Inertialsystems den gleichen Wert bzw. die gleiche Form besitzen.

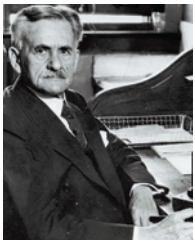
- Bei der physikalischen Größe **Zeit** nehmen wir als natürlich an, dass sie unabhängig von der Wahl des Bezugssystems ist, also stets $t = t'$ gilt.
- Von der Wahl des Bezugssystems ist auch die **Länge** eines Körpers und damit der **Abstand zweier Punkte** unabhängig.



Mit $x_1 = x_1' + v \cdot t'$ und $x_2 = x_2' + v \cdot t'$ folgt
$l = x_2 - x_1 = (x_2' + v \cdot t) - (x_1' + v \cdot t) = x_2' - x_1'$

- Die **Geschwindigkeit** eines Körpers und damit auch der zurückgelegte **Weg** sind abhängig von der Wahl des Bezugssystems und demzufolge nicht invariant.
- Invariant ist dagegen die **Änderung der Geschwindigkeit** eines Körpers.
- Ebenfalls unabhängig von der Wahl des Bezugssystems sind die **Beschleunigung,** die **Masse** und die **Kraft.**

Von der Wahl des Bezugssystems unabhängig und damit invariant gegenüber der GALILEI-Transformation sind Zeit, Länge, Beschleunigung, Masse und Kraft.
Nicht invariant sind dagegen Weg und Geschwindigkeit.

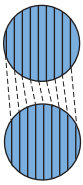


Der amerikanische Physiker Albert A. Michelson (1852–1931) führte sein berühmtes Experiment erstmals 1881 in Potsdam durch und wiederholte es 1887 zusammen mit Edward W. Morley (1831–1923) in Cleveland/Ohio.



Die Apparatur war auf einer massiven Steinplatte aufgebaut, die in einem mit Quecksilber gefüllten Trog schwamm. Dadurch sollten störende Schwingungen vermieden werden.

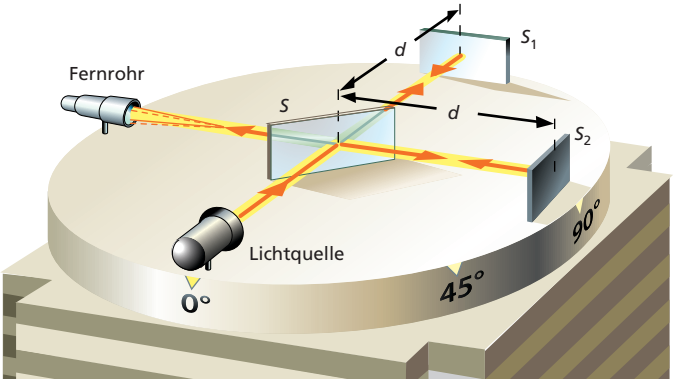
Beim Drehen der Anordnung wurde eine Verschiebung der Interferenzstreifen erwartet, so wie sie in den Skizzen dargestellt ist. Sie trat aber bei keinem der Experimente auf.



8.1.3 Das Michelson-Morley-Experiment

Ausgangspunkte und Versuchsanordnung

Ende des 19. Jahrhunderts waren die technischen Voraussetzungen gegeben, um erkenntnistheoretische Grundpositionen der klassischen Physik überprüfen zu können. Ein Ziel war der **Nachweis eines ruhenden Äthers,** in dem sich die Erde bewegt. Der Nachweis eines ruhenden Äthers wäre zugleich ein wichtiger Beleg für die Existenz eines absoluten Raumes (↗ S. 524) gewesen.
Die Idee zu diesem Experiment geht auf J. C. Maxwell (1831–1879) zurück. Realisiert wurde es mehrfach von A. A. Michelson und E.W. Morley mit einem speziell dafür entwickelten **Michelson-Interferometer.**



Das von einer Lichtquelle ausgehende Licht wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel S in zwei Anteile aufgespalten. Ein Anteil läuft zum Spiegel S_1, wird dort reflektiert und gelangt über den halbdurchlässigen Spiegel zum Fernrohr. Der andere Anteil wird zum Spiegel S_2 reflektiert und gelangt dann zum Fernrohr. Dort kommt es zur Überlagerung der Anteile und damit aufgrund der vermuteten unterschiedlich langen Laufzeiten des Lichtes quer bzw. parallel zur Bewegung der Erde im Äther zu einer bestimmten Anordnung der Interferenzstreifen. Bei Drehung der gesamten Anordnung um 90° müsste sich die Lage der Interferenzstreifen ändern, da sich damit auch die Lichtwege relativ zum Äther ändern würden.

Das erwartete Ergebnis

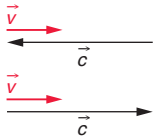
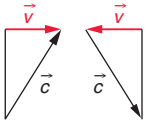
Nimmt man an, dass die Strecke SS_1 in Richtung der Erdbewegung liegt und sich die Erde mit der Geschwindigkeit v ($v = 30\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$) bewegt, dann ergeben sich für den Weg $d = \overline{SS_1}$ folgende Laufzeiten für das Licht:

$$S \rightarrow S_1: \qquad t_{\text{par, 1}} = \frac{d}{c - v}$$

$$S_1 \rightarrow S: \qquad t_{\text{par, 2}} = \frac{d}{c + v}$$

Für Hin- und Rückweg parallel zur Bewegungsrichtung der Erde ergibt sich dann:

$$t_{par} = t_{par,\,1} + t_{par,\,2} = \frac{d}{c-v} + \frac{d}{c+v} = \frac{2d}{c} \cdot \frac{1}{1 - v^2/c^2} \quad (1)$$

parallel zur Erdbewegung	senkrecht zur Erdbewegung
 $v_{par,\,1} = c - v$ $v_{par,\,2} = c + v$	 $v_{senkr} = \sqrt{c^2 - v^2}$

Die Strecke $d = \overline{SS_2}$ liegt dann senkrecht zur Richtung der Erdbewegung. Die Laufzeiten für das Licht sind bei Hin- und Rückweg gleich groß und betragen:

$$t_{senkr,\,1} = t_{senkr,\,2} = \frac{d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$ und damit für Hin- und Rückweg:

$$t_{senkr} = \frac{2d}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

Damit ergibt sich eine Laufzeitdifferenz, da $t_{senkr} < t_{par}$ ist. Bei Drehung der Anordnung um 90° vertauschen sich die Wege und die Laufzeiten. Das müsste eine Verschiebung der Interferenzstreifen bewirken.

Die mehrfach verbesserte Anordnung von MICHELSON und MORLEY war ein Musterbeispiel für gerätetechnische Präzision. Obwohl die Laufzeitdifferenzen aufgrund der gegenüber der **Lichtgeschwindigkeit** ($300\,000\ \frac{km}{s}$) kleinen Erdgeschwindigkeit ($30\ \frac{km}{s}$) sehr gering waren, hätte man noch eine Laufzeitdifferenz bestimmen können, die bei etwa 1 % der berechneten Laufzeitdifferenz lag.

Das experimentelle Ergebnis

Zur Überraschung vieler Physiker zeigte es: Es trat bei keinem der Versuche irgendeine Verschiebung der Interferenzstreifen auf. Ein Einfluss eines Äthers auf die Lichtgeschwindigkeit wurde nicht gefunden. Das negative Ergebnis war letztlich eine Bestätigung für die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Mit dieser Annahme ist das experimentelle Ergebnis widerspruchsfrei erklärbar.

> In unterschiedlich bewegten Systemen wird stets der gleiche Wert für die Lichtgeschwindigkeit gemessen. Es gibt keinen bevorzugten absoluten Raum.

Damit ergab sich ein fundamentaler Widerspruch zwischen Grundannahmen der klassischen Physik (Existenz eines absoluten Raumes mit Äther) und einem experimentellen Ergebnis. Ob das beschriebene Experiment ein wesentlicher Ausgangspunkt für die Überlegungen von ALBERT EINSTEIN bei der Formulierung seiner 1905 veröffentlichten speziellen Relativitätstheorie war, ist umstritten. Allerdings stellt er in den einleitenden Worten zu seinem Werk „Zur Elektrodynamik bewegter Körper" fest:

„Die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum Lichtmedium zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriff der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinung entsprechen …"

Das Experiment ist ein wichtiger Beleg dafür, dass es keinen **Äther** gibt. Alle Versuche, ihn nachzuweisen, schlugen fehl.



8.2 Grundaussagen der speziellen Relativitätstheorie

Die zwei Postulate von EINSTEIN

Dargestellt sind die Grundzüge der SRT in dem 1905 veröffentlichten Beitrag „Zur Elektrodynamik bewegter Körper". Im gleichen Jahr veröffentlichte A. EINSTEIN zwei weitere grundlegende Arbeiten, eine über die Photonenhypothese und eine über die atomistische Deutung der brownschen Bewegung, die der Atomtheorie mit zum Durchbruch verhalf.

Die von ALBERT EINSTEIN (1879–1955) entwickelte spezielle Relativitätstheorie, kurz auch als **SRT** bezeichnet, geht von zwei grundlegenden Postulaten aus, die relativ einfach erscheinen, aber Kernpunkte des bis dahin allgemein anerkannten physikalischen Weltbildes berühren. Das erste Postulat ist das **Relativitätsprinzip.**

> Alle Inertialsysteme sind bezüglich physikalischer Gesetze gleichberechtigt. Die fundamentalen Naturgesetze gelten in jedem Inertialsystem in gleicher Weise.

Mit der Gleichberechtigung aller Bezugssysteme ist die Vorstellung eines materiellen Äthers als Träger eines bevorzugten Bezugssystems, eines absoluten Raumes, unvereinbar.
Das zweite Postulat ist das von der **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.**

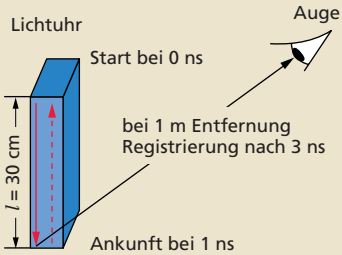
> Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in allen Inertialsystemen stets gleich groß. Sie ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle und des Beobachters bei der Messung.
> Ihr Wert beträgt:
> $c = 299\,792{,}458\ \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 300\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$

J. C. MAXWELL (1831–1879) stellte fest, dass für die **Vakuumlichtgeschwindigkeit** gilt:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

ε_0 ist die elektrische Feldkonstante, μ_0 die magnetische Feldkonstante (↗ S. 257, 281).

Aus der Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit ergibt sich, dass sie eine Grenzgeschwindigkeit für Körper und für Energieübertragungen, damit auch für Signalübertragungen, ist.
Aus der Konstanz der Vakuumgeschwindigkeit folgt unmittelbar die Relativität des Begriffs der **Gleichzeitigkeit.** Dass Licht eine bestimmte Laufzeit hat, muss beim Vergleich verschiedener Uhren beachtet werden. EINSTEIN stellte sich **Lichtuhren** vor, die auf dem 2. Postulat beruhen.
Eine **Lichtuhr** ist eine Röhre mit spiegelnden Enden, in der das Licht hin- und herläuft. Die Laufzeit des Lichtes ist ein Maß für die Zeitdauer.

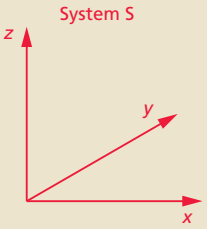


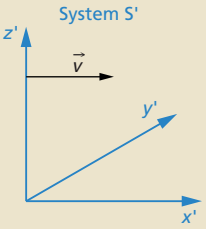
Zum Durchlaufen einer Länge von 30 cm braucht das Licht bei einer Geschwindigkeit von $300\,000\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$ etwa 10^{-9} s = 1 ns. Für das Auge zeigt die Uhr aufgrund der Lichtlaufzeit schon eine vergangene Zeit. Ereignisse erfolgen in einem Bezugssystem nur dann gleichzeitig, wenn Uhren in diesem Bezugssystem synchron laufen, also die Messungen unter Beachtung der Lichtlaufzeiten erfolgen (↗ S. 532).

Hinweise zum **Synchronisieren von Uhren** sind ↗ S. 532 und auf der CD zu finden.

Die LORENTZ-Transformation

Für die Beschreibung von Ereignissen von unterschiedlichen Inertialsystemen aus ist in der klassischen Physik die GALILEI-Transformation (↗ S. 526) anwendbar, wenn die Geschwindigkeiten vernachlässigbar klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind. Bei größeren Geschwindigkeiten muss eine Transformation genutzt werden, die bereits 1895 von H. A. LORENTZ entwickelt wurde und deshalb die Bezeichnung **LORENTZ-Transformation** trägt. Die betreffenden Gleichungen geben den Zusammenhang zwischen den Koordinaten der Orts- und Zeitmessungen in zwei Inertialsystemen in mathematischer Form wieder. Wir gehen davon aus, dass sich das System S' gegenüber dem System S mit der Geschwindigkeit v in positiver x-Richtung bewegt.





Die Gleichungen, die es in der SRT ermöglichen, die räumlichen und zeitlichen Koordinaten von einem Inertialsystem in ein anderes umzurechnen, werden als **LORENTZ-Transformation** bezeichnet.

Unter der Bedingung, dass zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ auch $x = x' = 0$ ist und sich die Systeme mit der Relativgeschwindigkeit v in x-Richtung zueinander bewegen, gelten folgende Transformationsgleichungen:

Umrechnung von S nach S'	Umrechnung von S' nach S
$x' = \frac{x - v \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k(x - v \cdot t)$ $y' = y$ $z' = z$	$x = \frac{x' + v \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k(x' + v \cdot t')$ $y = y'$ $z = z'$
$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k(t - \frac{v}{c^2}x)$	$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k(t' - \frac{v}{c^2}x')$



Der niederländische Physiker HENDRIK ANTON LORENTZ (1853–1928) entwickelte zur klassischen Interpretation des **MICHELSON-MORLEY-Experiments** (↗ S. 528) die genannten Gleichungen.

Der Faktor $k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ wird als **k-Faktor** oder als **LORENTZ-Faktor** bezeichnet (s. u.).
Für kleine Geschwindigkeiten ($v \ll c$) geht die **LORENTZ-Transformation** in die **GALILEI-Transformation** (↗ S. 526) über.

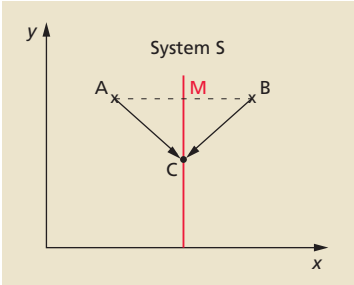
v/c	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,99
k	1,000 005	1,005	1,021	1,091	1,250	1,667	2,294	7,089

8.3 Relativistische Kinematik

Informationen zur klassischen Kinematik sind ↗ S. 56 ff. und ↗ S. 524 zu finden.

Relativität der Gleichzeitigkeit

Ob zwei räumlich getrennte Ereignisse gleichzeitig erfolgen hängt davon ab, wie man den Begriff der Gleichzeitigkeit fasst. EINSTEIN betrachtete dazu ein System S, in dem an verschiedenen Orten A und B ein Ereignis vor sich geht.

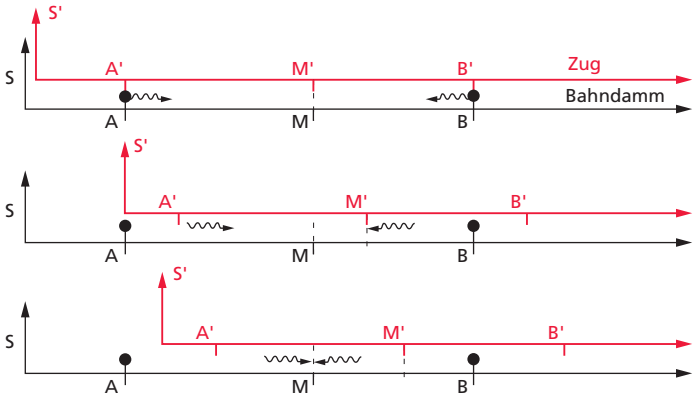


Befindet sich ein Beobachter in C und geht von den Orten A und B gleichzeitig Licht aus, dann registriert der Beobachter in C das Licht von beiden Orten zum gleichen Zeitpunkt. Das gilt für alle Punkte die sich auf der rot gezeichneten Linie befinden, da für diese Punkte die Laufzeiten für das Licht gleich groß sind.
Man kann deshalb definieren:

> Zwei Ereignisse an voneinander getrennten Orten erfolgen in einem Inertialsystem dann **gleichzeitig,** wenn sich das zur Zeit der Ereignisse ausgesendete Licht in der Mitte ihrer Verbindungslinie trifft.

Diese **Definition** der **Gleichzeitigkeit** kann man auch nutzen, um Uhren zu synchronisieren. Zwei Uhren werden dann gestartet, wenn Lichtsignale dort eintreffen, die zum gleichen Zeitpunkt von der Mitte zwischen den beiden Uhren ausgegangen sind. Beide Uhren laufen dann synchron.

Betrachtet man dieselben Ereignisse von einem anderen Inertialsystem S' aus, das sich gegenüber dem System S bewegt, dann erfolgen die Ereignisse nicht gleichzeitig. Das wird bei folgendem **Gedankenexperiment** deutlich, das auf A. EINSTEIN zurückgeht. Betrachtet wird die Bewegung eines sehr langen Zuges (System S'), der sich längs eines geraden Bahndammes (System S) mit hoher Geschwindigkeit bewegt. Von den Punkten A und B wird gleichzeitig ein Lichtblitz ausgesendet.



Dargestellt ist in den Skizzen der Sachverhalt aus der Sicht eines Beobachters im System S.

Für einen Beobachter, der sich am Punkt M im System S befindet, ergibt sich:

– Der Lichtblitz von B erreicht den Punkt M' im System S' früher als der Lichtblitz von A (mittlere Skizze S. 532)
– Zu einem späteren Zeitpunkt registriert der Beobachter in M beide Lichtblitze gleichzeitig.

Dieser Sachverhalt wird **Relativität der Gleichzeitigkeit** genannt.

> Zwei Ereignisse, die in einem Inertialsystem S an verschiedenen Orten gleichzeitig stattfinden, erfolgen in einem dazu bewegten Inertialsystem S' nicht gleichzeitig.

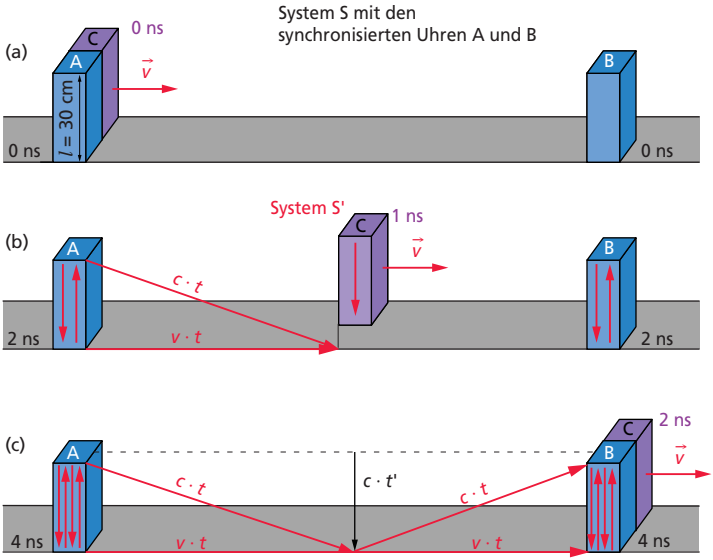
Aus der Sicht eines Beobachters im System S' stellt sich der Sachverhalt umgekehrt dar: Ein Beobachter in M' registriert die Lichtblitze gleichzeitig und für M nicht gleichzeitig.

Die **Relativität der Gleichzeitigkeit** kann auch mithilfe der **Lorentz-Transformation** beschrieben werden.



Relativität der Zeitmessung

Die Relativität der Gleichzeitigkeit ist mit der Vorstellung einer absoluten Zeit nicht vereinbar. Damit entsteht die Frage, wovon die Zeitdauer eines Vorganges in einem Inertialsystem abhängig ist und ob sie sich verändert, wenn man den gleichen Vorgang von einem dazu bewegten Bezugssystem aus beschreibt. Die Zusammenhänge lassen sich mithilfe eines Gedankenexperiments mit Lichtuhren (↗ S. 530) verdeutlichen.
In einem ruhenden Inertialsystem S befinden sich zwei synchronisierte Lichtuhren A und B. In einem dazu bewegten Inertialsystem S' befindet sich eine Lichtuhr C, die sich mit hoher Geschwindigkeit an A und B vorbeibewegt. Wir betrachten drei verschiedene Positionen der sich bewegenden Uhr C.



Als ruhend bezeichnet man ein **Inertialsystem,** in dem sich mindestens zwei synchronisierte Uhren befinden und das insofern gegenüber anderen Inertialsystemen ausgezeichnet ist.



Zur Vereinfachung gehen wir bei dem **Gedankenexperiment** von folgenden Bedingungen aus:

– Wenn sich die Lichtuhr C an A vorbeibewegt, werden die synchron laufenden Uhren A und B gestartet.
– Während der Bewegung der Uhr C von A nach B läuft das Licht in den Uhren A und B viermal hin und her.

Von System S aus betrachtet ergibt sich:
- In den synchronisierten Lichtuhren A und B läuft das Licht zweimal hin und her. Bei einer Länge der Lichtuhren von 30 cm entspricht das 4 ns.
- In der bewegten Lichtuhr C verläuft das Licht schräg und hat einen wesentlich größeren Weg zurückzulegen. Es läuft in der Lichtuhr C im gleichen Zeitraum gerade einmal hin und her.

Vom System S' aus betrachtet ergibt sich:
- Das Licht läuft zwischen den beiden Spiegeln der Lichtuhr während der Bewegung von A nach B gerade einmal hin und her.

Dieser an einem speziellen Beispiel dargestellte Zusammenhang gilt allgemein.

Die Zeit, die ein Beobachter in seinem Inertialsystem misst, ist die **Eigenzeit.**

In seinem Ruhesystem dauert ein physikalischer Vorgang am kürzesten (Eigenzeit). Von einem dazu bewegten System aus wird die Zeitdauer des gleichen Vorgangs größer gemessen.



Die Erscheinung, dass für einen bewegten Beobachter die Zeit für einen Vorgang gedehnt erscheint, wird auch als **Zeitdilatation** bezeichnet. Der quantitative Zusammenhang lässt sich leicht herleiten, wenn man von Bild (c) auf S. 533 ausgeht und auf ein dort markiertes rechtwinkliges Dreieck den Satz des PYTHAGORAS anwendet.

Abgeleitet ist die Bezeichnung Dilatation von dilator (lat.) = dehnen.

$$(c \cdot t)^2 = (v \cdot t)^2 + (c \cdot t')^2$$

Die Umstellung dieser Gleichung nach t ergibt die gesuchte Beziehung.

Von jedem Inertialsystem aus erscheint die Zeitdauer für einen Vorgang in einem dazu bewegten Inertialsystem gedehnt. Für die Zeitdilatation gilt:

$$t = t' \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = t' \cdot k$$





t Zeit im Inertialsystem S
c Lichtgeschwindigkeit
t' Zeit im Inertialsystem S'
v Relativgeschwindigkeit zwischen S und S'

Die Beziehung kann auch aus den **LORENTZ-Transformationsgleichungen** hergeleitet werden. Unter den angegebenen Bedingungen gilt immer $t > t'$ und damit auch $\Delta t > \Delta t'$.
Da die Zeit in relativ zueinander bewegten Systemen unterschiedlich schnell verläuft, würden auch Personen in solchen Systemen verschieden schnell altern. Diese Erscheinung wird als **Uhrenparadoxon** oder **Zwillingsparadoxon** bezeichnet.

Wie groß wäre die Zeitdehnung, wenn sich eine Rakete mit Ionentriebwerk mit halber Lichtgeschwindigkeit bewegen würde?

Analyse:
Die Relativgeschwindigkeit des Bezugssystems beträgt $v = \frac{1}{2}c$. Faktor der Zeitdehnung ist der Term, der auch als k-Faktor oder als LORENTZ-Faktor bezeichnet wird (↗ S. 531). Sein Wert ist zu berechnen.

Gesucht: k
Gegeben: $v = \frac{1}{2}c$

Lösung:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{4c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}75}} = 1{,}155$$

Bei $v = \frac{1}{10}c$ ist $k = 1{,}005$. Bei „normalen" Geschwindigkeiten (Flugzeug, Auto) ist k vernachlässigbar (↗ S. 531).

Ergebnis:
Bei einer Relativgeschwindigkeit, die gleich der halben Lichtgeschwindigkeit ist, beträgt der Faktor der Zeitdehnung 1,155.

Die **erste experimentelle Bestätigung** des relativistischen Effekts der Zeitdilatation mit Uhren erfolgte 1971 durch die beiden amerikanischen Physiker JOSEPH C. HAFELE und RICHARD KEATING mithilfe von Atomuhren. 1985 wurden die Ergebnisse des HAFELE-KEATING-Experiments durch Experimente bei der D1-Mission mit der Raumfähre „Challenger" bestätigt. Hier wurde der Gang von Atomuhren in der Raumfähre und auf der Erde miteinander verglichen.

Eine weitere Bestätigung für den relativistischen Effekt der Zeitdilatation ist der **Zerfall von Myonen.**

Myonen sind Elementarteilchen (↗ S. 514). Sie sind negativ geladen, instabil und haben eine mittlere Lebensdauer von 2,2 µs. Sie bewegen sich näherungsweise mit Lichtgeschwindigkeit ($v = 0{,}999\,5\,c$).

Wie groß ist die mittlere Lebensdauer von Myonen für einen Beobachter auf der Erde?

Analyse:
Die Lebensdauer bezieht sich immer auf ein bestimmtes Bezugssystem. Für die angegebene Lebensdauer von 2,2 µs ist das die Eigenzeit in einem Bezugssystem, in dem das Myon ruht. Gegenüber einem erdgebundenen Beobachter bewegt es sich aber mit einer Geschwindigkeit von 0,999 5 *c*. Der Beobachter registriert demzufolge eine andere mittlere Lebensdauer. Sie kann mithilfe der Gleichung für die Zeitdilatation ermittelt werden.

Gesucht: Δt
Gegeben: $\Delta t' = 2{,}2\ \mu s = 2{,}2 \cdot 10^{-6}\ s$
$v = 0{,}999\,5\ c$

Lösung:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}\ s}{\sqrt{1 - (0{,}999\,5)^2}} \approx 69 \cdot 10^{-6}\ s$$

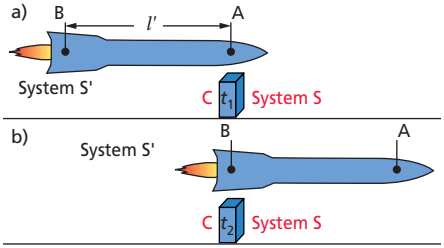
Das genannte Ergebnis wurde inzwischen in verschiedenen Experimenten mit einer hohen Genauigkeit bestätigt.

Ergebnis:
In einem Bezugssystem, in dem ein irdischer Beobachter ruht, hat ein Myon eine mittlere Lebensdauer von etwa 69 µs. Dass ist etwa das 30-fache des Wertes in einem System, das sich mit 0,999 5 *c* bewegt.

Relativität der Längenmessung

In der klassischen Physik ist die Länge eines Körpers und damit der Abstand zweier Punkte eine invariante Größe. In relativistischer Betrachtungsweise hängt aber die Länge ebenso wie die Zeit von der Bewegung des Bezugssystems ab.
Wir betrachten dazu eine sehr schnell fliegende Rakete, die in A und B zwei synchronisierte Lichtuhren (↗ S. 532) mitführt. Sie bewegt sich mit hoher Geschwindigkeit gegenüber einem System S, in dem sich eine Lichtuhr C befindet. In diesem System wird die Zeit gemessen.

Die Länge, die ein Beobachter in seinem Inertialsystem für eine ruhende Strecke misst, nennt man **Eigenlänge.**



Die Zeit des Vorbeifluges wird in beiden Systemen gemessen. Für S' ergibt sich die Zeit $\Delta t'$ und damit als Abstand $\overline{AB} = l' = c \cdot \Delta t'$.
Für das System S ergibt die Zeitmessung aufgrund der Zeitdilatation (↗ S. 534) die kürzere Zeit und damit auch einen kleineren Abstand $l = c \cdot \Delta t$.

> In seinem Ruhesystem hat ein Körper die größte Länge (Eigenlänge). In einem dazu bewegten System ist die Länge geringer.

Abgeleitet ist diese Bezeichnung von contrahere (lat.) = verkürzen.

Dieser relativistische Effekt der Längenverkürzung wird als **Längenkontraktion** bezeichnet.
Mit $l' = c \cdot \Delta t'$ und $l = c \cdot \Delta t$ ergibt sich als Verhältnis der Längen:

$$\frac{l}{l'} = \frac{c \cdot \Delta t}{c \cdot \Delta t'} = \frac{\Delta t}{\Delta t'} \qquad \text{oder} \qquad l = l' \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t'}$$

Mit $\Delta t = \Delta t' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ erhält man $l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Unter den angegebenen Bedingungen gilt immer:
$l < l'$
l' ist die Eigenlänge. Die Beziehung kann auch aus den **Lorentz-Transformationsgleichungen** hergeleitet werden.

> Für die Längenkontraktion gilt die Gleichung:
>
> $$l = l' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{l'}{k}$$
>
> | | | | |
> |---|---|---|---|
> | l | Länge im Inertialsystem S | c | Lichtgeschwindigkeit |
> | l' | Länge im Inertialsystem S' | v | Relativgeschwindigkeit zwischen S und S' |

Wie die Zeitdilatation ist auch die Längenkontraktion vom k-Faktor (↗ S. 531) abhängig. Sie ist demzufolge bei „normalen" Geschwindigkeiten vernachlässigbar klein, spielt aber z. B. bei der Bewegung von Elementarteilchen durch Atmosphäreschichten hindurch eine Rolle, wenn sich diese Elementarteilchen mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Raum und Zeit

In der klassischen Physik existieren Raum und Zeit als absolute Größen völlig unabhängig voneinander. Relativität von Zeit- und Längenmessung belegen: Raum und Zeit sind untrennbar miteinander verbunden. So leitete H. MINKOWSKI am 21. 9. 1908 einen Vortrag mit folgenden Worten ein:
„Meine Herren! Die Anschauung über Raum und Zeit, die ich ihnen entwickeln möchte, sind auf experimentell physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke. Ihre Tendenz ist eine radikale. Von Stund an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zum Schatten herabsinken und nur noch eine Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren".

Der deutsche Mathematiker HERMANN MINKOWSKI (1864–1909) war einer der Lehrer von A. EINSTEIN und brachte die spezielle Relativitätstheorie um 1908 in die heute übliche mathematische Form.
Die Begriffe Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft lassen sich mithilfe eines **Ereigniskegels** beschreiben.

In der speziellen Relativitätstheorie sind Raum und Zeit untrennbar miteinander verbunden. Man spricht deshalb auch von der Raum-Zeit.

Addition von Geschwindigkeiten

In der klassischen Physik ($v \ll c$) setzen sich die einzelnen Geschwindigkeiten additiv zusammen (↗ S. 67 f.). Bei gleicher Bewegungsrichtung gilt für die Beträge:

$$u = u' + v$$

u und u' sind die Geschwindigkeiten eines Objektes in den Systemen S und S', v die Relativgeschwindigkeit der beiden Systeme zueinander.

Eine Folgerung daraus ist, dass ein Körper jede beliebige Geschwindigkeit erreichen könnte. Das widerspricht aber der Tatsache, dass die Vakuumlichtgeschwindigkeit eine Grenzgeschwindigkeit ist. In der Relativitätstheorie ist deshalb das genannte Gesetz nicht anwendbar.

Für die relativistische Addition von Geschwindigkeiten gilt:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

u	Geschwindigkeit im System S
u'	Geschwindigkeit im System S'
v	Relativgeschwindigkeit von S und S'

Für kleine Geschwindigkeiten ist $\frac{u' \cdot v}{c^2}$ vernachlässigbar klein. Damit geht die Gleichung in $u = u' + v$ über.
Der relativistische Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten kann auch aus den **LORENTZ-Transformationsgleichungen** hergeleitet werden.

Eine Rakete (S') bewegt sich mit 0,6 c in Richtung Erde (S) und schickt eine Sonde mit 0,5 c relativ zur Rakete in diese Richtung. In der klassischen Physik würde sich u = 1,1 c ergeben, also Überlichtgeschwindigkeit, die physikalisch nicht möglich ist.

Die Geschwindigkeit muss relativistisch berechnet werden. Für die von der Erde aus gemessene Geschwindigkeit der Sonde ergibt sich:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}} = \frac{0{,}6\,c + 0{,}5\,c}{1 + \frac{0{,}6\,c \cdot 0{,}5\,c}{c^2}} = \frac{1{,}1\,c}{1 + 0{,}30} = 0{,}79\,c$$

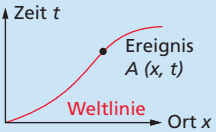
Die Sonde bewegt sich mit 0,79 c in Richtung Erde.

MINKOWSKI-Diagramme

Nach den Erkenntnissen der speziellen Relativitätstheorie bilden Raum und Zeit bei der Beschreibung physikalischer Vorgänge eine Einheit. Für diese einsteinsche Auffassung von Raum und Zeit entwickelte der deutsche Mathematiker HERMANN MINKOWSKI (1864–1909) ein mathematisch-geometrisches Modell, **vierdimensionale Raum-Zeit** oder **MINKOWSKI-Welt** genannt.



Der seit 1902 in Göttingen tätige MINKOWSKI gab damit der speziellen Relativitätstheorie ihre mathematische Gestalt. Grundlage ist die Darstellung von Ereignissen in einem vierdimensionalen Koordinatensystem mit den drei Raumkoordinaten *x, y,* und *z* sowie einer Zeitkoordinate *t*. Bei einer Beschränkung von Bewegungen in Richtung der *x*-Achse sind *y* und *z* null, brauchen damit nicht berücksichtigt zu werden. Damit erhält man grafische Darstellungen in einem Ort-Zeit-Diagramm (*x*-*t*-Diagramm), das gut überschaubar ist. In einem solchen **MINKOWSKI-Diagramm** werden Ereignisse als Punkte mit den Koordinaten (*x, t*) dargestellt. Die Menge der Ereignisse bildet im MINKOWSKI-Diagramm eine **Weltlinie** (s. Skizze).



Jeder Punkt der Weltlinie entspricht einem bestimmten Ort *x* zu einem bestimmten Zeitpunkt *t*. Er wird auch als **Weltpunkt** bezeichnet.

Betrachtet man z. B. die Bewegung eines Körpers als Ereignis, so ist die Weltlinie eine Gerade, wenn die Bewegung gleichförmig ist. Bei einer beschleunigten Bewegung erhält man eine gekrümmte Weltlinie.

Darüber hinaus ermöglicht es ein MINKOWSKI-Diagramm, Ereignisse aus der Sicht zweier Beobachter in zueinander bewegten Systemen *S* und *S'* in einem Ort-Zeit-Diagramm darzustellen.

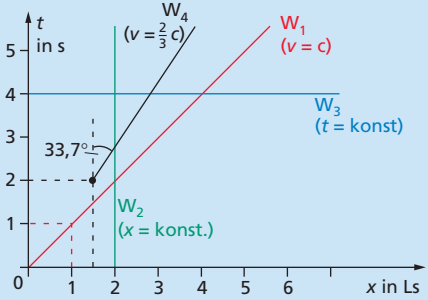
Mithilfe von MINKOWSKI-Diagrammen können die LORENTZ-Transformationsgleichungen und einige wesentliche Folgerungen aus der relativistischen Kinematik (Gleichzeitigkeit von Ereignissen, Längenkontraktion, Zeitdilatation) geometrisch veranschaulicht werden.

Bei der Arbeit mit MINKOWSKI-Diagrammen ist es sinnvoll, sich an die allgemein üblichen Vereinbarungen für diese Diagramme zu halten.

Diese aus Zweckmäßigkeitsgründen getroffenen Vereinbarungen lauten:

– Als Einheit für die Zeitachse *t* wird die Sekunde verwendet.
– Als Einheit für die Ortsachse *x* wird die Lichtsekunde (Abkürzung: Ls) genutzt. Das ist die Strecke, die Licht im Vakuum in einer Sekunde zurücklegt: 1 Ls = 1 s · 300 000 km/s = 300 000 km
– Bei der Achseneinteilung werden auf den beiden Achsen für die genannten Einheiten jeweils die gleichen Strecken abgetragen. Wählt man z. B. für die *t*-Achse für eine Sekunde 1 cm, so ist auf der *x*-Achse für 1 Ls ebenfalls 1 cm zu wählen.

Mit diesen Festlegungen ergeben sich charakteristische Weltlinien, die nachfolgend genauer für ein Bezugssystem *S* beschrieben werden sollen.



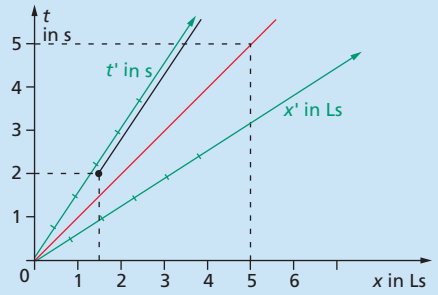
– W_1 ist eine Weltlinie eines Lichtsignals in Richtung positiver *x*-Achse. Der Neigungswinkel von 45° gegenüber der *x*-Achse ergibt sich aus der Wahl der Einheiten. Weltlinien mit einer Neigung kleiner als 45° kann es nicht geben, da die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum eine Grenzgeschwindigkeit ist.
– W_2 ist die Weltlinie von Ereignissen, die an einem Ort *x* (hier: *x* = 2 Ls) stattfinden. Sie werden auch ortsgleiche Ereignisse in S genannt. Das kann z. B. ein Körper sein, der an einer bestimmten Stelle in S ruht.
– W_3 ist die Weltlinie von Ereignissen, die zur gleichen Zeit (hier: *t* = 4 s) an verschiedenen Orten *x* im System S stattfinden. Sie werden auch zeitgleiche Ereignisse in S genannt.
– W_4 ist die Weltlinie von Ereignissen, die z. B. das Vorhandensein eines Körpers darstellen, der sich im System S in Richtung positiver *x*-Achse mit einer konstanten Geschwindigkeit von $v = \frac{2}{3}\,c$ bewegt. Die Bewegung beginnt an dem markierten

Punkt bei $x = 1{,}5$ Ls und $t = 2$ s. Bei der genannten Geschwindigkeit von $v = \frac{2}{3}\,c$ gilt für den Winkel zwischen t-Achse und der Weltlinie W_4 die Beziehung:

$\tan\alpha = \frac{v}{c} = \frac{2}{3}$; $\alpha = 33{,}7°$

Man kann nun in relativ einfacher Weise für den Körper, der durch die Weltlinie W_4 dargestellt ist, das Bezugssystem S' mit den Koordinaten (x', t') konstruieren, in dem dieser Körper ruht. Dabei gehen wir davon aus, dass der Ursprung beider Koordinatensysteme zusammenfällt.

- Die t'-Achse muss parallel zur Weltlinie W_4 (↗ S. 538) liegen. Dann ist zu jedem beliebigen Zeitpunkt $x' =$ konstant, d. h. der Körper ruht in S'. Der Winkel zwischen den Zeitachsen t und t' ergibt sich dann analog wie der Winkel zwischen t-Achse und Weltlinie W_4 (s. oben) zu: $\tan\alpha = \frac{v}{c}$
- Die x'-Achse liegt symmetrisch zur Weltlinie W_1, da in jedem Inertialsystem, also auch in S', die Lichtgeschwindigkeit gleich groß ist.



Die Längeneinheiten für die Achseneinteilungen sind für jedes Inertialsystem in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit verschieden. Beträgt im System S diese Längeneinheit e, dann ergibt sich für ein dazu mit v bewegtes System S' als Längeneinheit e':

$$e' = e \cdot \sqrt{\frac{c^2 + v^2}{c^2 - v^2}}$$

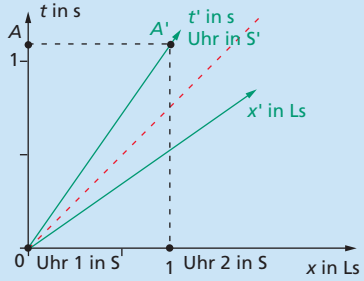
Mit $v = \frac{2}{3}\,c$ und $e = 1$ cm erhält man:

$$e' = 1\text{ cm} \cdot \sqrt{\frac{c^2 + \frac{4}{9}c^2}{c^2 - \frac{4}{9}c^2}} = 1{,}61\text{ cm}$$

Ist die Achseneinteilung bekannt, können für jedes Ereignis die Orts- und Zeitkoordinaten für das jeweilige Bezugssystem bestimmt bzw. aus dem Diagramm abgelesen werden. Darüber hinaus sind quantitative Aussagen zu Ereignissen möglich.

Zeitdilatation im Minkowski-Diagramm

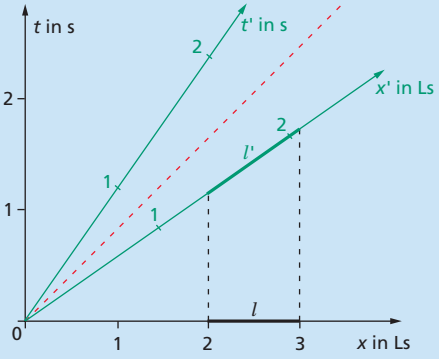
Das System S' soll sich gegenüber dem System S mit $v = 0{,}7\,c$ bewegen. Mit $e = 1$ cm im System S kann man daraus e' und die Richtungen der Achsen x' und t' ermitteln: t' ist gegenüber t um den Winkel α geneigt. Mit $\tan\alpha = \frac{v}{c} = \frac{0{,}7c}{c}$ erhält man $\alpha = 35°$. Für die Achseneinteilung ergibt sich $e' = 1{,}71$ cm.



Ein Vorgang an einer Stelle in S' dauert $\Delta t' = 1$ s. Eine in S' im Koordinatenursprung ruhende Uhr zeigt gerade diese Zeitdauer von einer Sekunde an (Weltpunkt A'). Die Uhr hat sich in dieser Zeit an zwei in S ruhenden Uhren 1 und 2 vorbeibewegt. Die Zeitdauer wird, vom Koordinatenursprung bei 0 s beginnend, in S gemessen. Aus dem Diagramm ergibt sich $\Delta t \approx 1{,}4$ s und damit $\Delta t > \Delta t'$.

Längenkontraktion im Minkowski-Diagramm

S' bewegt sich wiederum mit $v = 0{,}7\,c$ gegenüber S. Daraus ergeben sich die gleichen Neigungswinkel der Achsen und Achseneinheiten wie oben genannt. In seinem Ruhesystem S hat ein Maßstab die Länge $l = 1$ Ls. Im System S' (siehe Diagramm unten) wird dann die Länge zu $l' = 0{,}7$ Ls bestimmt.



Satellitengestützte Funknavigation

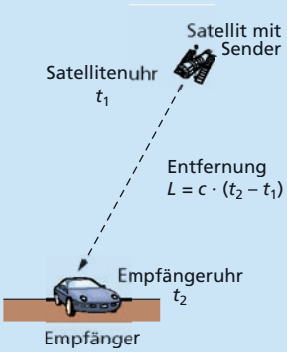
Es ist schon heute Routine, wenn der Kapitän eines Tankers auf hoher See oder ein Flugzeugführer seine Position zu jedem beliebigen Zeitpunkt auf einige Meter genau bestimmen kann. Ebenso gehört es zum Alltag, dass ein Navigationsgerät im Auto dem Fahrer den Weg zur Zielstraße ansagt oder ein Bergsteiger mit einem GPS-Gerät seine Position bestimmen kann.



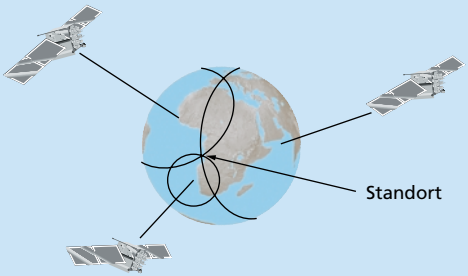
Solche Positionsbestimmungen erfolgen mit dem US-amerikanischen GPS (**G**lobal **P**ositioning **S**ystem). Das ist ein ursprünglich für die militärische Nutzung entwickeltes Satellitennavigationssystem, das seit Beginn der siebziger Jahre des 20. Jh. aufgebaut und 1982 für die zivile Nutzung freigegeben wurde. Mithilfe dieses Systems lassen sich rund um die Uhr und bei jedem Wetter für jeden Punkt der Erdoberfläche genaue Angaben zu der Position (geografische Länge, Breite und Höhe) sowie zu Geschwindigkeit und Zeit machen.

Physikalische Grundlagen

Die funktechnische Entfernungsmessung beruht auf der Messung der Laufzeit eines Signals zwischen einem Sender und einem Empfänger. Die Entfernung L ist dann: $L = c \cdot \Delta t$ (c Lichtgeschwindigkeit, Δt Laufzeit). Damit spielt die Lichtgeschwindigkeit und ihre Konstanz eine entscheidende Rolle. Die Laufzeit muss mit sehr hoher Genauigkeit gemessen werden. Damit müssen die Uhren in den Satelliten und beim Nutzer nicht nur synchron, sondern auch mit einer großen Genauigkeit laufen. Die Laufzeit zwischen einem Satelliten und einem GPS-Empfänger liegt bei etwa 0,07 s. Bereits ein Zeitunterschied von einer Millionstel Sekunde ergibt einen Entfernungsunterschied von etwa 300 m. Realisiert wird die Genauigkeit bei den Satellitenuhren dadurch, dass die heute genutzten Satelliten zwei Caesium- und zwei Rubidium-Atomuhren mit einer Frequenzstabilität von 10^{-13} an Bord haben. In den Empfängern werden relativ preisgünstige Quarzuhren genutzt, die über einen Zeitcode mit den Atomuhren der Satelliten synchronisiert werden. Das ermöglicht es im zivilen Bereich die Position auf 10 m bis 20 m genau zu bestimmen. Für den militärischen Bereich liegt die Genauigkeit bei unter einem Meter. Technisch werden die Unterschiede so realisiert, dass für zivile Nutzer z. B. durch geringfügige Schwankungen der Satellitenzeit die Genauigkeit künstlich verschlechtert wird.



Um die Position eines Empfängers zu bestimmen, reicht die Verbindung zu einem Satelliten nicht aus. Aus der errechneten Entfernung des Satelliten ergibt sich um den auf der Erdoberfläche liegenden Lotpunkt (s. Skizze) ein Standkreis.



Alle Punkte dieses Kreises haben den gleichen Abstand vom Sender. Es sind damit auch Punkte gleichen Abstandes zwischen Satellit und Empfänger. Aus dem Standort des Satelliten und dem Schnittpunkt mit den Standkreisen weiterer Satelliten wird der Standort des Empfängers ermittelt. Genutzt werden durch einen Empfänger heute in der Regel vier Satelliten: Mit den Signalen von drei Satelliten erfolgt die Ortsbestimmung. Der vierte Satellit liefert das genaue Zeitsignal.

Unabhängig von der Positionsbestimmung kann der Nutzer seine Geschwindigkeit und seine Bewegungsrichtung ermitteln. Dazu werden die DOPPLER-Frequenzverschiebungen gemessen, die durch die Relativbewegungen des Nutzers gegenüber den drei Satelliten entstehen.

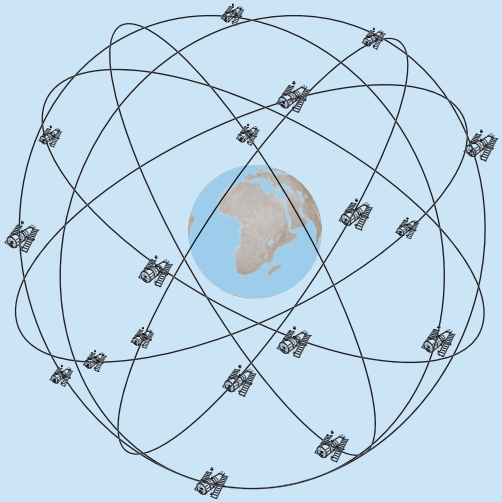
Technische Realisierung

Damit weltweit für jeden Punkt der Erdoberfläche immer eine ausreichende Anzahl von Satelliten zur Verfügung steht, wurde im Laufe der Zeit ein System entwickelt, das aus 24 gleichmäßig um die Erde verteilten Satelliten besteht. Alle Satelliten bewegen sich auf Bahnen mit einem Radius von 26 560 km, damit also in etwa 20 200 km Höhe über der Erdoberfläche. Zum Vergleich: Geostationäre Satelliten bewegen sich fast in der doppelten Höhe. Die Bahngeschwindigkeit beträgt 3,3 km/s, die Umlaufzeit 12 Stunden Sternzeit. Das bedeutet in Erdenstunden 11 h 58 Minuten. Damit steht der gleiche Satellit jeden Tag etwa 4 min früher über dem gleichen Ort.

Die GPS-Satellitenbahnen befinden sich in 6 Ebenen mit je vier Satelliten. Der Winkel zwischen der Äquatorebene und der Ebene der Satellitenbahnen beträgt 55°. Die 6 Bahnebenen sind um jeweils 60° (6 x 60° = 360°) gegeneinander versetzt.

Die Energieversorgung der etwa 1500 kg schweren Satelliten erfolgt durch Solarzellen mit einer Leistung von ca. 750 W. Die zwei Frequenzen, auf denen die Satelliten senden, sind aus der Grundfrequenz der Atomuhren von 10,23 MHz abgeleitet und betragen 1575,42 MHz und 1227,60 MHz.

Die Genauigkeit der Ortsbestimmung ist von verschiedenen Faktoren abhängig, insbesondere von der Laufzeit und der Ganggenauigkeit der Uhren. Die Laufzeit muss auf 20–30 Nanosekunden genau gemessen werden, um die erforderliche Genauigkeit zu erhalten.



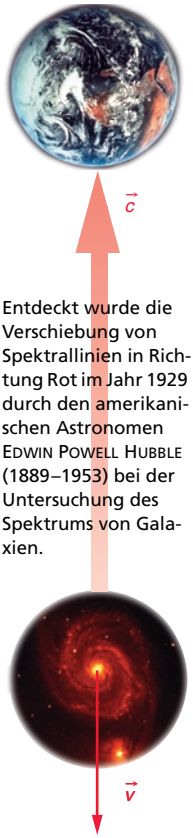


Dabei sind auch relativistische Effekte zu berücksichtigen. So bewegen sich die Satelliten mit etwa 3800 m/s relativ zur Erdoberfläche. Die Satellitenuhren gehen damit von der Erde aus betrachtet langsamer. Diese Zeitdilatation beträgt etwa 8 Nanosekunden ($8 \cdot 10^{-9}$ s pro Tag). Gleichzeitig gehen aber die Satellitenuhren durch das schwächere Gravitationsfeld in dieser Höhe schneller. Dieser Effekt ist etwa 6-mal größer als der durch die Zeitdilatation. Insgesamt würden damit die Satellitenuhren um etwa 40 Nanosekunden pro Tag vorgehen. Dieser systematische Fehler wird durch eine Korrektur der Taktfrequenz der Uhren weitgehend ausgeglichen.

Für die satellitengestützte Funknavigation gibt es zahlreiche Anwendungen. Eingesetzt wird sie bereits zur Landvermessung und zur Bestimmung tektonischer Verschiebungen, zur Streckennavigation (Pkw, Schiffe, Flugzeuge) und zur genauen Ortsbestimmung, z. B. von gestohlenen Fahrzeugen.

In der Planung befindet sich ein von GPS unabhängiges europäisches Satellitensystem GALILEO, das bis auf 6 m genau sein soll. Geplanter Start dieses ehrgeizigen Projektes ist das Jahr 2008. Ergänzt wird es durch das System EGNOS (**E**uropaen **G**eostationary **N**avigation **O**verlay **S**ervice), bei dem durch geostationäre Satelliten und ein Netzwerk von Bodenstationen die Genauigkeit, Verfügbarkeit und Kontinuität der Ortung weiter verbessert werden soll.

Der optische Doppler-Effekt



Entdeckt wurde die Verschiebung von Spektrallinien in Richtung Rot im Jahr 1929 durch den amerikanischen Astronomen Edwin Powell Hubble (1889–1953) bei der Untersuchung des Spektrums von Galaxien.

In der Akustik hängt die Tonhöhe und damit die Frequenz, die ein Beobachter registriert, von der Geschwindigkeit zwischen Tonquelle und Beobachter ab (akustischer Doppler-Effekt, ↗ S. 154).
Eine analoge Erscheinung tritt auf, wenn sich eine Lichtquelle mit hoher Geschwindigkeit von einem Beobachter entfernt, wie das z. B. zwischen Beobachtern auf der Erde und Galaxien der Fall ist. Dieser Effekt wird als **optischer** oder **relativistischer Doppler-Effekt** bezeichnet.

Sendet eine Quelle Licht aus und entfernt sie sich mit der Geschwindigkeit v vom Empfänger, so ist die empfangene Frequenz kleiner als die von der Quelle ausgehende Frequenz. Es gilt:

$$f_E = f_Q \cdot \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}$$

f_E	vom Empfänger registrierte Frequenz
f_Q	von der Quelle abgegebene Frequenz
v	Relativgeschwindigkeit Quelle–Empfänger
c	Lichtgeschwindigkeit

Setzt man statt der Frequenz die Wellenlänge ein ($\lambda = c/f$), dann erhält man die Beziehung

$$\lambda_E = \lambda_Q \cdot \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}$$

Die beim Empfänger ankommenden Wellen haben eine kleinere Frequenz und damit eine größere Wellenlänge als die, die von der Quelle ausgesandt wurden. Da eine größere Wellenlänge eine Verschiebung der Lichtfarbe in Richtung Rot bedeutet, wird dieser Effekt als **Rotverschiebung** bezeichnet. Als Linienverschiebung im Spektrum ergibt sich

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_Q} = \frac{\sqrt{1+v/c}}{\sqrt{1-v/c}} - 1 \qquad (1)$$

Die 1963 entdeckten **Quasare** senden eine starke Radiostrahlung aus. Es sind wahrscheinlich sehr aktive Kerne junger Galaxien. Im Jahre 2000 wurde ein Quasar mit $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 5{,}8$ entdeckt.

Die Linienverschiebung lässt sich messen, wenn man eine bestimmte Spektrallinie auf der Erde mit derjenigen vergleicht, die man aus der Analyse des Spektrums einer Galaxie gewonnen hat. Bei den entferntesten, optisch noch nachweisbaren Galaxien beträgt $\Delta\lambda/\lambda \approx 0{,}7$. Aus der Umstellung der Gleichung (1) ergibt sich als Fluchtgeschwindigkeit v:

$$v = \frac{(\Delta\lambda/\lambda_Q + 1)^2 - 1}{(\Delta\lambda/\lambda_Q + 1)^2 + 1} \cdot c \qquad v = \frac{(0{,}7+1)^2 - 1}{(0{,}7+1)^2 + 1} \cdot c = 0{,}49\ c$$

Die Fluchtgeschwindigkeit dieser Galaxien ist etwa gleich der halben Lichtgeschwindigkeit. Die entferntesten Quasare weisen eine Rotverschiebung von etwa $\Delta\lambda/\lambda \approx 5$ auf. Das entspricht einer Fluchtgeschwindigkeit von etwa 95 % der Lichtgeschwindigkeit.

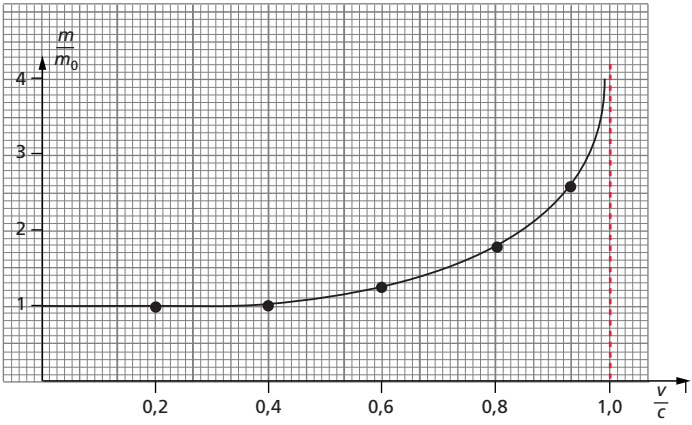
8.4 Relativistische Dynamik

Relativität der Masse

In der klassischen Physik ist die Masse als Maß für die Trägheit und die Schwere eines Körpers definiert. Sie wird als konstant angesehen. Für ein abgeschlossenes System gilt der Satz von der Erhaltung der Masse. Diese Aussagen gelten uneingeschränkt für einen Beobachter in einem Inertialsystem mit Körpern, die sich gegenüber dem Beobachter mit Geschwindigkeiten bewegen, die klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit sind.

Die Masse eines Körpers oder Teilchens, die ein Beobachter registriert, der sich in einem Inertialsystem gegenüber den Körpern oder Teilchen in Ruhe befindet, wird als Ruhemasse m_0 bezeichnet.

Werden aber z. B. Elektronen durch elektrische Felder auf höhere Geschwindigkeiten gebracht, dann zeigt sich, dass die Masse nicht konstant ist, sondern mit der Geschwindigkeit zunimmt.



Die Masse eines Körpers oder Teilchens nimmt mit seiner Geschwindigkeit zu. Allgemein gilt:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = k \cdot m_0$$

m Masse des bewegten Körpers oder Teilchens
m_0 Ruhemasse
v Geschwindigkeit

Die Masse m eines bewegten Körpers oder Teilchens wird im Unterschied zur Ruhemasse auch als **relativistische Masse** oder als **dynamische Masse** bezeichnet.

Bereits 1904 berechnete der österreichische Physiker FRIEDRICH HASENÖHRL (1874–1915), dass der elektromagnetischen Feldenergie eine **Trägheit** von E/c^2 entspricht. Wichtige Vorarbeiten leistete auch der französische Mathematiker und Physiker JULES HENRI POINCARÉ (1854–1912).

Bei den im Alltag auftretenden Geschwindigkeiten ist die Massezunahme vernachlässigbar. Selbst bei 1/10 der **Lichtgeschwindigkeit** vergrößert sich die Masse nur um den Faktor 1,005 (↗ *k*-Faktor S. 531), also um 0,5 %.

Der Zusammenhang zwischen **Masse** und **Geschwindigkeit** kann mithilfe des **Impulserhaltungssatzes** hergeleitet werden. Experimentell wurde die Vergrößerung der Masse mit der Geschwindigkeit erstmals 1909/1910 durch die Physiker KAUFMANN und BUCHERER bei Elektronen nachgewiesen.

Wie schnell müsste sich ein Körper bewegen, damit seine Masse doppelt so groß wie die Ruhemasse wird?

Gesucht: v
Gegeben: $m = 2\ m_0$
$c = 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

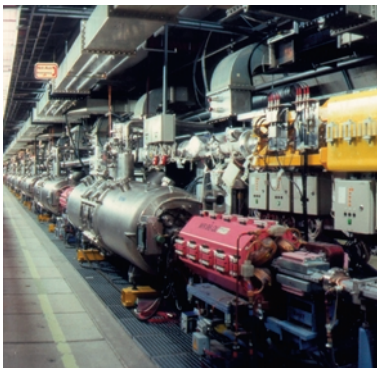
Lösung:
Die Umstellung der Gleichung $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ nach v ergibt:

In den meisten Fällen ist es ausreichend, mit dem gerundeten Wert $c = 300\,000$ km/s $= 3 \cdot 10^8$ m/s zu rechnen.

$$v = c\sqrt{1 - \frac{m_0^2}{m^2}} = 3 \cdot 10^8\ \frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 - \frac{m_0^2}{4m_0^2}} = 2{,}6 \cdot 10^8\ \frac{m}{s}$$

Ergebnis:
Damit die Masse eines Körpers doppelt so groß wie seine Ruhemasse ist, müsste er sich mit einer Geschwindigkeit von etwa 260 000 km/s bewegen. Das sind ca. 87 % der Vakuumlichtgeschwindigkeit und mehr als die Lichtgeschwindigkeit in Wasser (225 000 km/s).

Schon bei einer Beschleunigung durch eine Spannung von 10 000 V erreichen Elektronen ca. 20 % der Lichtgeschwindigkeit. In **Beschleunigern** werden k-Werte von 100 bis 50 000 erreicht.



Die relativistische Massezunahme spielt in der Physik vor allem bei **Teilchenbeschleunigern** eine Rolle. In solchen Beschleunigern werden verschiedene Elementarteilchen, z. B. Elektronen oder Protonen, nahezu auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Um die Teilchen durch Magnetfelder auf eine Kreisbahn zu zwingen, sind aufgrund der relativistischen Masse entsprechend starke Magnetfelder erforderlich.

Äquivalenz von Masse und Energie

In einer grundlegenden Arbeit, die ALBERT EINSTEIN (1879–1955) 1905 unter dem Titel „Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig" veröffentlichte, stellte er fest: *„Die Masse eines Körpers ist ein Maß für dessen Energiegehalt".* Er traf dort die fundamentale Feststellung:

Diese Gleichung ist die wahrscheinlich bekannteste physikalische Gleichung. Sie hat fundamentale Bedeutung.

Die Gesamtenergie eines Körpers und seine dynamische Masse sind zueinander proportional. Masse und Energie sind äquivalent. Es gilt:

$$E = m \cdot c^2$$

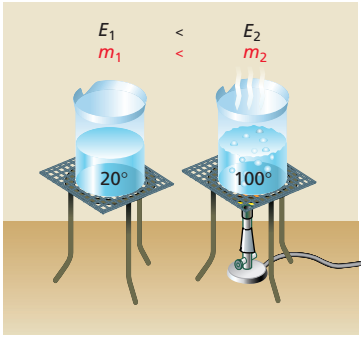
E Gesamtenergie eines Körpers
m Masse des Körpers
c Vakuumlichtgeschwindigkeit

Äquivalenz von Energie und Masse bedeutet, dass jeder Form von Energie eine Masse zuzuordnen ist und umgekehrt jeder Masse eine Energie zugeordnet werden kann. Daraus ergibt sich:

– In jedem abgeschlossenen System ist die Erhaltung der Energie gleichbedeutend mit der Erhaltung der Masse. In relativistischer Betrachtungsweise umfasst somit der allgemeine Energieerhaltungssatz den Satz von der Erhaltung der Masse. Dieser wiederum wäre einem Satz von der Erhaltung der dynamischen Masse äquivalent. In der Physik ist es aber üblich, den Energieerhaltungssatz in den Vordergrund zu stellen.
– Der Zusammenhang zwischen Energie und Masse ist nicht auf mechanische Vorgänge beschränkt, sondern gilt für beliebige Vorgänge in der Makrophysik und in der Mikrophysik.

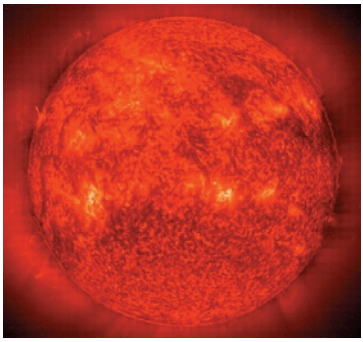
In der klassischen Physik gibt es dagegen zwei voneinander unabhängige Erhaltungssätze, den **Energieerhaltungssatz** und den **Satz von der Erhaltung der Masse.**

Wird einem Körper Wärme zugeführt, so erhöht sich seine thermische Energie. Das führt zu einem entsprechenden Zuwachs an Masse.
Wird z. B. 1 Liter Wasser von 20 °C auf 100 °C erhitzt, so muss ihm eine Energie von 335 kJ zugeführt werden. Das entspricht einer Masse von $\Delta m = \frac{E}{c^2} \approx 3{,}7 \cdot 10^{-12}$ kg. Abkühlung eines Körpers bedeutet Verringerung seiner Energie und damit Verkleinerung der dazu äquivalenten Masse.



Im Alltag spielen solche Veränderungen der Masse keine Rolle. Sie bleiben unbemerkt.

Die Sonne gibt Energie in Form von Strahlung an ihre Umgebung ab. Ihre **Leuchtkraft** beträgt $3{,}85 \cdot 10^{26}$ W. In jeder Sekunde verschmelzen 567 Mio. Tonnen Wasserstoff zu 562,7 Mio. Tonnen Helium. Der **Massendefekt** beträgt in jeder Sekunde 4,3 Mio. Tonnen. Dem entspricht eine Energie von $3{,}85 \cdot 10^{26}$ J.



Die Strahlungsleistung eines Sterns wird als **Leuchtkraft** bezeichnet.

Bei der Kernspaltung haben die Bruchstücke zusammen eine kleinere Masse als der ursprüngliche Kern. Dem Massendefekt äquivalent ist die kinetische Energie der Bruchstücke.

Der Verlust an Masse, der bei verschiedenen Vorgängen auftritt, wird in der Physik als **Massendefekt** bezeichnet. Dieser Massendefekt bestimmt die Energiebilanz bei **Kernspaltung** und **Kernfusion,** aber auch bei der **Paarzerstrahlung** und der **Paarbildung.**

– Ein ruhender Körper mit bestimmter Masse besitzt aufgrund der Beziehung $E = m \cdot c^2$ eine bestimmte Energie. Analog zur Ruhemasse m_0 wird diese Energie als **Ruheenergie** bezeichnet. Es gilt:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

– Ein bewegter Körper verändert mit der Geschwindigkeit seine Masse und damit seine Energie. Der Energiezuwachs beträgt $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$. Die relativistische kinetische Energie ergibt sich dann als:

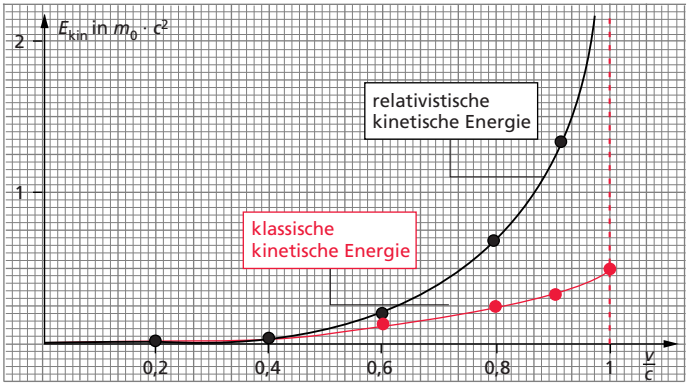
$$E_{kin} = (m - m_0)\,c^2 = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Zusammenfassend gilt für die verschiedenen Energien:

In der speziellen Relativitätstheorie ist zu unterscheiden zwischen der **Ruheenergie** $E_0 = m_0 \cdot c^2$, der **relativistischen kinetischen Energie** $E_{kin} = (m - m_0)\,c^2$ und der **Gesamtenergie** $E = E_0 + E_{kin} = m \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2$.

Statt von relativistischer kinetischer Energie spricht man meist einfach von **kinetischer Energie.** Dabei ist zu beachten: Die kinetische Energie in der Relativitätstheorie ist nicht gleich der kinetischen Energie in der klassischen Physik (↗ S. 92).

Die relativistische kinetische Energie vergrößert sich mit der Geschwindigkeit, so wie es unten dargestellt ist.



Wie groß ist die Gesamtenergie eines Elektrons, das sich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt? Wie groß ist der Anteil der kinetischen Energie?

Analyse:
Bei der angegebenen Geschwindigkeit muss eine relativistische Betrachtungsweise erfolgen. Es müssen Ruheenergie und relativistische kinetische Energie einbezogen werden.

Gesucht: E
Gegeben: $m_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$v = 0{,}9 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Lösung:
Für die Gesamtenergie gilt: $E = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Die Gesamtenergie ist gleich der Summe aus der Ruheenergie und der relativistischen kinetischen Energie: $E = E_0 + E_{kin}$

Damit erhält man:

$$E = \frac{9{,}109 \cdot \text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{m}^2}{10^{31} \cdot \text{s}^2 \sqrt{1 - \left(\frac{0{,}9 \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8}\right)^2}}$$

$$\underline{E = 1{,}88 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}$$

Der Anteil der kinetischen Energie kann z. B. so ermittelt werden, dass man die Ruheenergie berechnet und die Differenz bildet.
Als Ruheenergie für ein Elektron erhält man:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$
$$E_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 8{,}2 \cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

Demzufolge hat die kinetische Energie den Wert $10{,}6 \cdot 10^{-14}$ J.

Ergebnis:
Die Gesamtenergie eines Elektrons, das sich mit 90 % der Lichtgeschwindigkeit bewegt, beträgt $1{,}88 \cdot 10^{-13}$ J oder 1,17 MeV. Davon beträgt der Anteil der relativistischen kinetischen Energie ca. 57 %.

Für die Einheiten gilt: $1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$

– Objekten, die keine Ruhemasse haben (Photonen, Neutrinos), kann eine Masse zugeordnet werden, die man auch als **Impulsmasse** bezeichnet.

Photonen haben eine Energie von 1,89 eV. *Wie groß ist ihre Impulsmasse?*

Analyse:
Genutzt werden zur Berechnung kann die Gleichung $E = m \cdot c^2$.

Gesucht: m
Gegeben: $E = 1{,}89\ \text{eV} = 1{,}89 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$
$c = 3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Für die Einheiten gilt:
$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$
$1\ \text{J} = 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

Lösung:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

$$m = \frac{1{,}89 \cdot 1{,}602\ \text{J}}{10^{19} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}$$

$$\underline{m = 3{,}36 \cdot 10^{-36}\ \text{kg}}$$

Ergebnis:
Einem Photon mit einer Energie von 1,89 eV kann eine Masse von $3{,}36 \cdot 10^{-36}$ kg zugeordnet werden.

Der relativistische Impuls

In der klassischen Physik ist der **Impuls** als Produkt aus konstanter **Masse** und **Geschwindigkeit** definiert:

$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Für die **Kraft** gilt auch in der Relativitätstheorie:

$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

Mit der relativistischen Deutung der Masse (↗ S. 543) ist es auch möglich, den relativistischen Impuls zu definieren.

Der relativistische Impuls kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\vec{p} = m(v) \cdot \vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \vec{v} = k \cdot m_0 \cdot \vec{v}$$

m_0	Ruhemasse	c	Lichtgeschwindigkeit
v	Geschwindigkeit	k	k-Faktor

Erhaltungssätze in der Relativitätstheorie

Erhaltungssätze der klassischen Physik sind der **Energieerhaltungssatz** (↗ S. 90), der **Satz von der Erhaltung der Masse,** der **Impulserhaltungssatz** (↗ S. 112) und der **Drehimpulserhaltungssatz** (↗ S. 120).





Erhaltungssätze als grundlegende Erfahrungssätze müssen insbesondere aufgrund der Äquivalenz von Energie und Masse für die spezielle Relativitätstheorie neu gefasst bzw. in ihren Formulierungen der Theorie angepasst werden. Wegen der Äquivalenz von Masse und Energie sind die Gesetze von der Erhaltung der Energie und der Erhaltung der (dynamischen) Masse gleichwertig. Masse und Energie sind zwei verschiedene Erscheinungsformen der Materie, die ineinander umwandelbar sind. Deshalb kann man beide Erhaltungssätze zusammenfassen.

In einem abgeschlossenen physikalischen System ist die Gesamtenergie konstant. Es gilt:

$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_n = \text{konst.}$

E	Gesamtenergie
E_i	Energie der einzelnen Objekte

Impulserhaltungssatz und **Drehimpulserhaltungssatz** gelten auch in der speziellen Relativitätstheorie. Es ist aber zu beachten, dass die Masse von der Geschwindigkeit abhängt.

Relativistischer Impuls und relativistische Energie sind folgendermaßen miteinander verknüpft:

$p^2 \cdot c^2 = E^2 - E_0^2$

Damit sind auch **Energie** und **Impuls** miteinander verknüpft.

In einem abgeschlossenen physikalischen System ist der Gesamtimpuls konstant. Es gilt:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_{0,i} \cdot \vec{v}_i}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}} = \text{konstant}$$

$\vec{p}$	Gesamtimpuls	$\vec{v}_i$	Geschwindigkeiten
$\vec{p}_i$	Impulse der einzelnen Objekte	$m_{0,i}$	Ruhemassen der einzelnen Objekte

In analoger Weise kann auch der Drehimpulserhaltungssatz (↗ S. 120) allgemeingültig formuliert werden.

8.5 Hinweise zur allgemeinen Relativitätstheorie

Wie jede physikalische Theorie besitzt auch die spezielle Relativitätstheorie einen bestimmten Gültigkeitsbereich:
- Alle Betrachtungen beziehen sich auf Inertialsysteme. Beschleunigte Bezugssysteme werden nicht betrachtet.
- Der Einfluss der Gravitation (↗ S. 122 ff.) auf Vorgänge wird ausgeblendet.

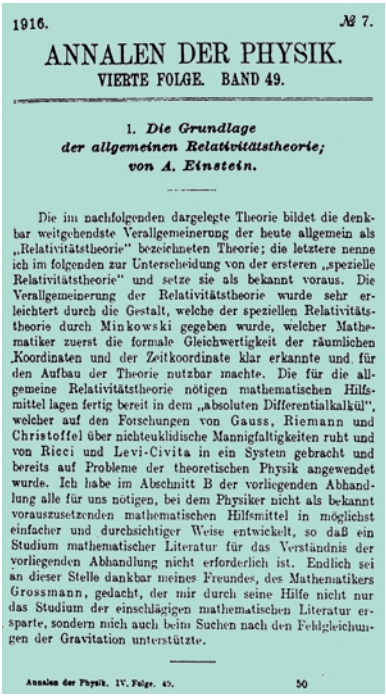
Seit 1907 arbeitete A. EINSTEIN an einer Verallgemeinerung seiner speziellen Relativitätstheorie. In Zusammenfassung seiner langjährigen Untersuchungen zu Trägheit und Gravitation veröffentlichte er 1916 die Arbeit „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie". EINSTEIN ging dabei von zwei grundlegenden Prinzipien aus:

Äquivalenzprinzip:
In hinreichend kleinen Raum-Zeit-Gebieten lassen sich Trägheit und Schwere experimentell nicht voneinander unterscheiden.

In einem abgeschlossenen Kasten befindet sich ein Beobachter sowie ein Federkraftmesser, an dem ein Massestück befestigt ist. Der Beobachter kann nicht unterscheiden, ob die Auslenkung der Feder durch eine Gravitationskraft (Schwere) oder durch eine beschleunigte Bewegung des Kastens (Trägheit) zustande kommt.

Allgemeines Relativitätsprinzip:
Alle Naturgesetze lassen sich so formulieren, dass sie in allen lokalen Bezugssystemen (also auch in beschleunigten oder einem Gravitationsfeld ausgesetzten) gleich lauten.

EINSTEIN selbst nannte zunächst drei astronomische Erscheinungen, an denen sich die Gültigkeit der neuen Theorie nachweisen ließ: Der **erste Effekt** ist die **Periheldrehung des Merkurs.** Das Perihel ist der sonnennächste Punkt auf der elliptischen Bahn eines Planeten. Es war schon seit langem bekannt, dass sich das Perihel des Planeten Merkur im Laufe eines Jahrhunderts um etwa 43 Bogensekunden mehr verschiebt, als es nach dem Gravitationsgesetz erfolgen müsste. Mithilfe der allgemeinen Relativitätstheorie konnte die Periheldrehung des Merkurs erklärt werden.



1916. № 7.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie;* von *A. Einstein.*

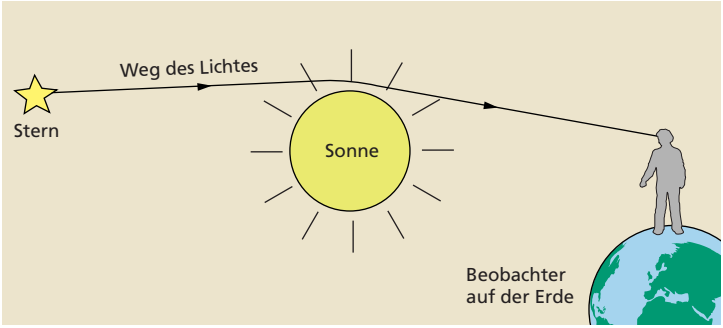
Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie" bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie" und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül", welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

Annalen der Physik. IV. Folge. 49. 50

Ebenso wie die **spezielle Relativitätstheorie** ist auch die **allgemeine Relativitätstheorie** grundlegend für das physikalische Weltbild. EINSTEIN ging es mit seiner Theorie wie vielen Erfindern und Entdeckern: *„Die allgemeine Relativitätstheorie wurde in ihrer frühen Entwicklungsphase von den zeitgenössischen Physikern völlig ignoriert, wenig verstanden und von niemandem anerkannt".* (LEOPOLD INFELD, Erinnerungen an EINSTEIN)



Der **zweite Effekt** ist die Krümmung von Lichtstrahlen, die von Sternen ausgehen, im Schwerefeld der Sonne.

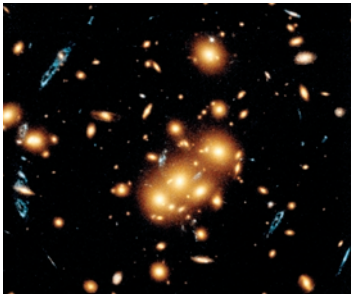


Die Bestätigung dieser Vorhersage erregte großes Aufsehen und trug entscheidend zum Weltruhm A. EINSTEINS bei.

EINSTEIN berechnete eine maximale Ablenkung von 1,7 Bogensekunden. 1919 wurde der Effekt von einer englischen Sonnenfinsternis-Expedition unter Leitung des Astrophysikers EDDINGTON erstmals bestätigt.
Eine Bestätigung für die Ablenkung von Licht durch eine große Masse sind die 1979 entdeckten **Gravitationslinsen.** Das sind massereiche Objekte (z. B. Galaxien), die das Licht eines dahinter befindlichen Objektes ablenken und dadurch Mehrfachbilder oder ringförmige Strukturen hervorrufen.

Inzwischen kennt man eine Reihe kosmischer Objekte, die nachweisbar als **Gravitationslinsen** wirken.

So wirkt z. B. der extrem massereiche Galaxienhaufen 0024 + 1654 als Gravitationslinse für Objekte, die sich von der Erde aus betrachtet hinter ihm befinden. Dadurch kommen die ringförmigen Strukturen zustande, die auf dem Bild zu erkennen sind. Das Foto zeigt eine Aufnahme des HUBBLE-Weltraumtelekops.



Die Existenz von schwarzen Löchern lässt sich nur indirekt belegen, z. B. dadurch, dass ein anderes kosmisches Objekt verschwindet.

Ein weiterer Beleg für den genannten Effekt ist die Existenz **schwarzer Löcher.** Das sind extrem massereiche Gebilde, deren Gravitationswirkung so groß ist, dass Licht den betreffenden Bereich nicht verlassen kann. Auch im Zentrum unserer Galaxis, dem Milchstraßensystem, wird ein solches schwarzes Loch vermutet.
Der **dritte Effekt,** den EINSTEIN nannte, ist die **relativistische Rotverschiebung.** Auch dieser Effekt ist inzwischen nachgewiesen. So wurde z. B. eine solche relativistische Rotverschiebung bei einem weißen Zwerg (etwa erdgroße Sterne mit einer Dichte von 10^5 bis 10^6 g/cm^3) gefunden.

Inzwischen gibt es auch Belege für die Existenz von **Gravitationswellen.**

Im Unterschied zur speziellen Relativitätstheorie hat die allgemeine Relativitätstheorie noch keine direkten Auswirkungen auf unser Leben. Ihre Bedeutung liegt auch nicht in den genannten Effekten, sondern in der Vereinfachung der theoretischen Grundlagen der gesamten Physik und in der Vertiefung des Verständnisses der uns umgebenden Welt.

Spezielle Relativitätstheorie (SRT)

Die klassische Physik geht von einem absoluten Raum und einer davon unabhängigen absoluten Zeit aus. Für die Umrechnung der Koordinaten eines Punktes von einem Inertialsystem in ein dazu bewegtes gilt die **Galilei-Transformation:**

Umrechnung von S nach S'	**Umrechnung von S' nach S**
$x' = x - v \cdot t \qquad y' = y \qquad z' = z$	$x = x' + v \cdot t' \qquad y = y' \qquad z = z'$
$t' = t$	$t = t'$

Als Grundaussage der speziellen Relativitätstheorie formulierte A. Einstein 1905 zwei Postulate.
Relativitätsprinzip: Alle Inertialsysteme sind bezüglich physikalischer Gesetze gleichberechtigt.
Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit: Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in allen Inertialsystemen stets gleich groß. Sie ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle und des Beobachters bei der Messung. Ihr Wert beträgt $c = 299\,792{,}458$ km/s.

Aus diesen Postulaten ergeben sich wichtige Folgerungen und neue Vorstellungen über Raum und Zeit. Insbesondere sind Raum und Zeit nicht unabhängig voneinander und auch nicht absolut.

Relativität der Gleichzeitigkeit	**Relativität der Zeitmessung**	**Relativität der Längenmessung**
Zwei Ereignisse, die in einem Inertialsystem S gleichzeitig stattfinden, erfolgen in einem dazu bewegten Inertialsystem S' nicht gleichzeitig.	In seinem Ruhesystem dauert ein gleichmäßiger Vorgang am kürzesten (Eigenzeit). Von einem dazu bewegten System aus wird die Zeitdauer größer gemessen. Für die Zeitdilatation gilt: $t = t' \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = t' \cdot k$	In seinem Ruhesystem hat ein Körper seine größte Länge (Eigenlänge). In einem dazu bewegten System ist die Länge geringer. Für die Längenkontraktion gilt: $l = l' \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{l'}{k}$

Für die **relativistische Addition von Geschwindigkeit** gilt: $u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$

Die **Masse von Körpern** bzw. **Teilchen** nimmt mit der Geschwindigkeit zu. Es gilt:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = k \cdot m_0$$

Die **Gesamtenergie** E eines Körpers und seine **dynamische Masse** m sind zueinander proportional. Es gilt:

$$E = m \cdot c^2 = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = k \cdot m_0 \cdot c^2$$

Die **Ruheenergie** beträgt $E_0 = m_0 \cdot c^2$, die relativistische kinetische Energie: $E_{kin} = (m - m_0) \cdot c^2$.
Der **relativistische Impuls** kann berechnet werden mit der Gleichung:

$$\vec{p} = m(v) \cdot \vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \vec{v} = k \cdot m_0 \cdot \vec{v}$$

Auch in der Relativitätstheorie gelten der **Energieerhaltungssatz,** der **Impulserhaltungssatz** und der **Drehimpulserhaltungssatz.**
Wegen der Äquivalenz von Masse und Energie ist der Satz von der Erhaltung der Masse im allgemeinen Energieerhaltungssatz enthalten.

Aufgaben

Von der klassischen Physik zur Relativitätstheorie

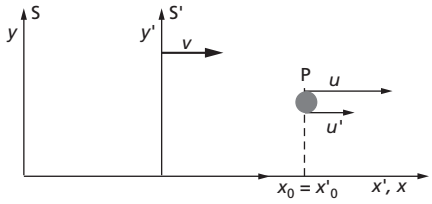
1. Zeigen Sie mithilfe der Gleichungen für die GALILEI-Transformation:
Die Relativgeschwindigkeit zweier Körper K_1 und K_2, die sich im System S mit der Geschwindigkeit u_1 bzw. u_2 längs der x-Achse bewegen, ändert sich nicht, wenn man die Geschwindigkeiten der Körper von einem System S' aus betrachtet (u_1' und u_2'), das sich gegenüber S mit der Geschwindigkeit v nach rechts bewegt.

2. Zeigen Sie, dass das galileische Relativitätsprinzip auch für Körper gilt, die sich bezüglich S und S' geradlinig gleichmäßig beschleunigt längs der x, x'- Achsen bewegen.
Welche Aussage kann zu den Beschleunigungen, die in S und S' auftreten, getroffen werden?
S und S' sind Inertialsysteme.

3. Beschreiben Sie die Bahn eines frei fallenden Körpers in einem bewegten Zug (S') aus der Sicht eines Beobachters am Bahndamm (S)!

4. Ein Körper führt in einem mit konstanter Geschwindigkeit v fahrenden Waggon (System S') eine harmonische Schwingung längs der y-Achse aus. Das Ort-Zeit-Gesetz lautet:
$y' = y'_{may} \cdot \sin \omega t$.
Welche Bahn beschreibt der Körper für einen Beobachter auf dem Bahndamm (System S)?

5. Ermitteln Sie die GALILEI-Transformationsgleichung (Zusammenhang zwischen den Koordinaten der beiden Inertialsysteme S und S') für die Bewegung des Punktes P von S' aus! Interpretieren Sie die Gleichung!
Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s fallen die beiden Koordinatenursprünge zusammen.
Zur Veranschaulichung können Sie einen Bahndamm als System S, einen fahrenden Zug als System S' und einen Fahrgast, der im Zug in Fahrtrichtung läuft, als Punkt P betrachten.
Der Beobachter befindet sich in S'; d. h. es stehen ihm nur die Messwerte der Bewegung des Fahrgasts (P) von S' aus gemessen zur Verfügung. Die Skizze rechts oben zeigt den Sachverhalt.



6. Zeigen Sie, dass der Impulserhaltungssatz für den zentralen unelastischen Stoß invariant gegenüber der GALILEI-Transformation ist!

7. In vielen Fällen wird die Erde näherungsweise als Inertialsystem betrachtet. Welche physikalischen Beobachtungen lassen darauf schließen, dass dies streng genommen nicht gilt?

8. Wie groß ist der erwartete Zeitunterschied Δt beim MICHELSON-MORLEY-Experiment, wenn der Abstand zwischen Reflexionsspiegel und halbdurchlässigem Spiegel 10 m und $v = 30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ betragen? Wie groß ist der Wegunterschied der beiden Lichtstrahlen?

Relativistische Kinematik

9. Die schon in fast jeden Haushalt üblichen Funkuhren werden mit Funksignalen von stationären Atomuhren gesteuert. Die Hauptuhr für Deutschland steht in Mainflingen bei Frankfurt/Main. Hier wird von drei unabhängig voneinander arbeitenden Atomuhren ein Zeitsignal erzeugt und über einen Sender (DCF 77) mit einer Frequenz von z. B. 77,5 kHz in einen Umkreis von ca. 2 000 km ausgestrahlt.
Wie groß ist die zeitliche Abweichung, wenn der Empfänger 2 000 km vom Sender entfernt ist? Ist die Abweichung für den täglichen Ablauf relevant? Diskutieren Sie das Ergebnis?

10. Ein Zug (S') bewege sich mit $v = 300 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Der Zug ist für den Beobachter in S' 300 m lang. Zwei Blitze schlagen an den beiden Enden des Zuges ein. Für einen Beobachter im Zug schlagen beide Blitze gleichzeitig in x_1' und x_2' (Anfang und Ende des Zuges) ein.
Schlagen die beiden Blitze auch für einen Beobachter auf dem Bahndamm gleichzeitig ein? Welche Zeitdifferenz bestimmt ein Beobachter vom Bahndamm (S) aus?

11. In seinem Ruhesystem dauert ein physikalischer Vorgang (z. B. das Aufleuchten einer Lampe) 3 s. Welche Zeit bestimmt ein Beobachter, der sich mit einer Relativgeschwindigkeit von $v = \frac{2}{3}\,c$ zum Ereignis bewegt?

12. Stellen Sie in einem Diagramm den Zusammenhang zwischen der Zeitdauer eines Vorgangs in seinem Ruhesystem und der Zeitdauer des gleichen Vorgangs von einem sich relativ dazu mit v bewegten System als Funktion von $\frac{v}{c}$ grafisch dar. Ermitteln Sie aus dem Diagramm die Geschwindigkeit v, wenn $\Delta t' = 1{,}5\,\Delta t$!

13. Die Uhren zweier Funkbojen A und B werden zwischen Erde und Mond in einer Entfernung von 150 000 km relativ zueinander stationiert und synchronisiert. Auf dem Weg zum Mond fliege eine Rakete mit $v = 3\,000$ km/s zuerst an der Funkboje A und dann an der Funkboje B vorbei. Bei A wird die Uhr der Rakete mit der Uhr dieser Funkboje verglichen.

a) Welche Zeitdifferenz zeigt die Uhr der Funkboje B beim Vorbeiflug der Rakete an? Welche Zeit ist in der Rakete vergangen?

b) Wie groß ist die Zeitdifferenz, wenn die Rakete die Geschwindigkeit $v = 0{,}5\,c$ besitzt?

14. Ein Astronaut verabschiedet sich zu seinem 25. Geburtstag von seinem Zwillingsbruder, der auf der Erde bleibt. Sein Raumschiff fliegt mit $v = \frac{9}{10}\,c$ zu einem entfernten Planeten und ohne Pause wieder zurück. Als er auf der Erde wieder ankommt, feiert der Erdzwilling gerade sein 70. Geburtstag. Wie alt ist der Astronaut?

15. Am südlichen Sternhimmel befindet sich der Fixstern Alpha Centauri in einer Entfernung von 4,5 Lichtjahren von uns.

a) Wie lange benötigt (von der Erde aus betrachtet) ein Raumschiff für den Hin- und Rückflug, wenn es mit einer konstanten Geschwindigkeit von $0{,}4\,c$ fliegen würde?

b) Welche Zeit vergeht während des Fluges im Raumschiff?

16. Eine Rakete hat in ihrem Ruhesystem S' die Länge $l' = 600$ m und bewegt sich gegenüber einem Inertialsystem S mit einer Geschwindigkeit von $v = \frac{2}{5}\,c$. Welche Länge wird im System S gemessen?

17. Von einer Weltraumstation (S) wird die Länge eines mit $v = \frac{3}{8}\,c$ vorbeifliegenden Rakete mit $l = 750$ m bestimmt. Welche Länge besitzt die Rakete in ihrem Ruhesystem S'?

18. In welcher Größenordnung würde ein Beobachter auf der Sonne die Erde in Bewegungsrichtung verkürzt bestimmen? Die Erde bewegt sich mit $v = 30\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ um die Sonne. Der Radius der Erde beträgt am Äquator 6 378 km.

19. Begründen Sie mithilfe der Längenkontraktion die Existenz von Myonen auf der Erdoberfläche!

20. Eine Rakete mit neuen Triebwerken wird getestet. Sie startet auf der Erde und passiert mit konstanter Geschwindigkeit $v = 0{,}6\,c$ zwei relativ zueinander ruhende Raumstationen A und B mit synchronisierten Uhren. Die Kommandanten der beiden Raumstationen stellen fest, dass der Vorbeiflug 1 h gedauert hat. Welche Zeit ist für den Vorbeiflug für den Raumfahrer in der Rakete vergangen. Welche Entfernung haben die beiden Raumstationen in ihrem Ruhesystem und welche Entfernung bestimmt der Raumfahrer. Lösen Sie die Aufgabe grafisch mit einem MINKOWSKI-Diagramm!

21. Zeigen Sie mit einem MINKOWSKI-Diagramm, dass die Längenkontraktion ein symmetrischer Effekt ist. Erläutern Sie dies! Wählen Sie für $v = 0{,}7\,c$, $e = 5$ cm!

22. Bestimmen Sie die Zeitdifferenz der Synchronisationssignale in S', wenn zwei Uhren im Abstand von $2\,e$ in S ruhen! S' bewegt sich mit $v = 0{,}3\,c$ bezüglich S. Erläutern Sie dabei auch den Begriff der Relativität der Gleichzeitigkeit!

23. Ein Vorgang findet an einer Stelle im System S statt. Zeigen Sie mit einem MINKOWSKI-Diagramm, dass eine im System S ruhende Uhr eine kleinere Zeitdauer für diesen physikalischen Vorgang anzeigt, als vom System S' aus für diesen Vorgang gemessen wird! S' bewegt sich bezüglich S mit $v = 0{,}7\,c$.

24. Zeigen Sie mit einem MINKOWSKI-Diagramm, dass die Zeitdilatation ein symmetrischer Effekt ist! Erläutern Sie dies! Wählen Sie für $v = 0{,}8\,c$ und $e = 2$ cm!

Relativistische Dynamik

25. Bei welcher Geschwindigkeit ist die relativistische Masse eines Körpers gleich der doppelten Ruhemasse?

26. Ein Elektron wird auf eine Geschwindigkeit von $0{,}8\,c$ beschleunigt. Wie groß ist seine Masse?

27. Angenommen, ein Mensch mit einer (Ruhe-) Masse von 75 kg befindet sich in einer Rakete, die sich mit $v = 0{,}8\,c$ an der Erde vorbeibewegt. Mit einer vorhandenen Waage bestimmt er seine Masse. Stellt er eine größere Masse als in Ruhe fest?
Welcher Zusammenhang besteht zu der Geschwindigkeit der Rakete?

28. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, bei der die Masse der Elektronen um 1 % zunimmt? Wie viel Prozent der Lichtgeschwindigkeit entspricht diese Geschwindigkeit?

29. Welchen Wert hat die Ruheenergie eines Elektrons in Joule und in eV?

30. Die Sonne liefert uns im Prinzip kostenlos Energie. Außerhalb der atmosphärischen Hülle der Erde werden etwa 1,4 kW/m^2 „geliefert". Wie groß ist die äquivalente Masse der auf die Erde an einem Tag eingestrahlten Sonnenenergie?

31. Ein Elektron hat nach der Beschleunigung in einem Linearbeschleuniger eine Gesamtenergie von 50 MeV. Wie groß ist der Anteil der kinetischen Energie, das Verhältnis der Gesamtmasse zu seiner Ruhemasse und die Geschwindigkeit des Elektrons?

32. Zeigen Sie, dass der Ausdruck für die relativistische kinetische Energie eines Körpers

$$E_{\text{kin,rel}} = m_0 \cdot c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

für hinreichend kleine Geschwindigkeiten ($v << c$) in den aus der newtonschen Mechanik bekannten Ausdruck übergeht!
Diskutieren Sie, was unter einer „hinreichend kleinen Geschwindigkeit" zu verstehen ist! Vergleichen Sie mit den Geschwindigkeiten, die Sie aus dem Alltag kennen!

33. In einem Beschleuniger werden α-Teilchen (doppelt positiv geladene Heliumkerne) beschleunigt.
- **a)** Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Beschleunigungsspannung und der erreichten Geschwindigkeit?
- **b)** Stellen Sie die Abhängigkeit der Masse und der Geschwindigkeit grafisch dar! Interpretieren Sie das Diagramm!
- **c)** Welche Beschleunigungsspannung wäre erforderlich, damit sich die Masse der α-Teilchen verdoppelt?

34. Welche Ruheenergie besitzt ein Proton?

35. Ein Elektron wird auf eine Geschwindigkeit von $0{,}8\,c$ beschleunigt. Wie groß ist die kinetische Energie?

36. An einen Sonnentag wird in unseren Breiten pro Stunde etwa 0,5 kW Lichtenergie je m^2 eingestrahlt. Wie groß ist die äquivalente Masse?

37. Als Endprodukt des Proton-Proton-Zyklus auf der Sonne entstehen $^4_2$H-Kerne. Der Gesamtprozess ergibt sich aus $4\,^1_1\text{H} \longrightarrow {}^4_2\text{He} + 2e^+ + 2\gamma$.
Folgende Nuklidmassen sind sehr genau bekannt: $m_p = 1{,}007\,277\,u$, $m_n = 1{,}008\,665\,u$, $m_{He} = 4{,}002\,604\,u$.
Berechnen Sie aus diesen Daten den Massendefekt bei der Bildung eines Heliumkerns! Welche Energie wird dabei bei der Fusion eines Heliumkerns frei?

38. Die Masse der Sonne beträgt $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg. Sie strahlt in einer Sekunde eine Energie von $3{,}85 \cdot 10^{26}$ Joule ab.
Wie groß ist der Massenverlust der Sonne durch diese thermonuklearen Prozesse pro Jahr? Wie lange könnte die Sonne demzufolge noch theoretisch „leuchten"?

39. Auch bei der Kernspaltung kann Energie freigesetzt werden. Eine mögliche Spaltreaktion ist:
$^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^{236}_{92}\text{U} \longrightarrow {}^{143}_{56}\text{Ba} + {}^{90}_{36}\text{Kr} + 3\,({}^1_0\text{n})$.
Die Ruhemassen der Nuklide sind:
$^1_0\text{n} : m_{0n} = 1{,}008\,665\,u$; $^{235}_{92}\text{U} : m_{0u} = 235{,}0439\,u$;
$^{143}_{56}\text{Ba} : m_{0Ba} = 142{,}9084\,u$; $^{90}_{36}\text{Kr} : m_{0Kr} = 89{,}9043\,u$
Bestimmen Sie die bei dieser Kernspaltung freigesetzte Energie!



9 Ausblick auf weitere Teilgebiete der Physik

Die in Buch und CD ausführlicher dargestellten Inhalte der Physik umfassen nicht das gesamte Spektrum dieser Wissenschaft. Es gibt inzwischen eine Vielzahl von speziellen Bereichen, die im Rahmen eines allgemeinbildenden Unterrichts bestenfalls erwähnt werden können. Dazu gehören nicht nur solche anspruchsvollen Theorien wie die allgemeine Relativitätstheorie oder Quantenfeldtheorien, sondern auch die nachfolgend genannten und in Kurzform charakterisierten Gebiete.

9.1 Ausblick auf weitere Teilgebiete der Physik

Informationen zu einigen speziellen Themen sind auf der CD zu finden.

Die Physik ist eine lebendige, ständig voranstrebende Wissenschaft. Untersucht man ihre historische Entwicklung, so fällt ein *scheinbarer* Gegensatz ganz besonders ins Auge: Einerseits bildeten sich in dem Maße, in dem man immer neue Eigenschaften der Materie untersuchte, auch immer neue Teilgebiete der Physik heraus. Andererseits zeigte sich dabei vielfach, dass ältere, zunächst eigenständige physikalische Teilgebiete in Wahrheit auf identischen oder ähnlichen Grundlagen beruhen und deshalb gar nicht unabhängig voneinander sind. Während im 20. Jahrhundert die **Quantenphysik** und die **Atom- und Kernphysik** als „modern" galten, zählen zu dieser Kategorie heute etwa die **Festkörperphysik,** die **Biophysik** oder die **Elementarteilchenphysik.** Nachfolgend werden einige Teilgebiete der Physik überblicksartig vorgestellt.

Die newtonsche Mechanik ist ein Spezialfall der **Relativitätstheorie,** die **Wellenoptik** ein Sonderfall **elektromagnetischer Wellen.**

Die Geophysik

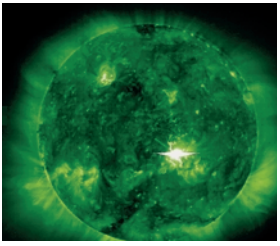
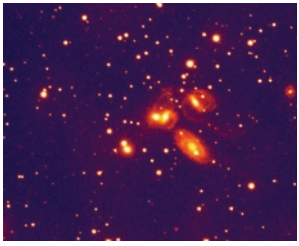
Auch die Magnethülle der Erde, die Magnetosphäre, gehört zur Geosphäre.

In der **Geophysik** befasst man sich mit dem Planeten Erde, seiner Entwicklung, seinen physikalischen Eigenschaften und den vielfältigen Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Teilen der Erde.
Dabei werden hauptsächlich drei Systeme unterschieden: die **Atmosphäre**, die **Hydrosphäre** und der **Erdkörper**, die zusammen zur **Geosphäre** gehören.

Physik der Atmosphäre	Physik der Hydrosphäre	Physik des Erdkörpers
Untersuchung – physikalischer Prozesse bei der Wetter- und Klimabildung, – der Möglichkeiten zur Wettervorhersage, – der Vorgänge in der Hochatmosphäre.	Untersuchung – der physikalischen Eigenschaften des Meerwassers, – ozeanischer Strömungen und Wellen, – des Wärmehaushaltes der Meere, – des Grundwassers.	Untersuchung – des Aufbaus der Erde, der Erdform und der Erdrotation, – der Verteilung der chemischen Elemente in der Erde, – der Plattentektonik, – der Erdbeben und Vulkane, – des Erdmagnetfeldes.
		
Die von der Menschheit verursachte Emission von Treibhausgasen verändert das Weltklima.	Für die Ausbreitung und Entstehung von Flutwellen lassen sich physikalische Gleichungen formulieren.	Ein zentrales Problem der Physik des Erdkörpers ist die Vorhersage von Erdbeben oder Vulkanausbrüchen.

Physik der kosmischen Strukturen

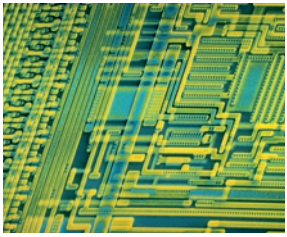
Während man in der **klassischen Astronomie** nur die Bewegungen und die Positionen der Himmelskörpers studiert, lassen sich durch die Anwendung physikalischer Untersuchungsmethoden auf die Himmelskörper und die von ihnen ausgehende Strahlung Aussagen zur Entwicklung, zu den Eigenschaften und zum Aufbau der kosmischen Objekte und des ganzen Universums treffen.

Astrophysik	Kosmogonie	Kosmologie
Untersuchung – der physikalischen Eigenschaften, – der Zustände, – der chemischen Zusammensetzung von kosmischen Objekten und Systemen.	Untersuchung – der Entstehung, – der Entwicklung einzelner Himmelskörper sowie von Systemen aus Himmelskörpern.	Untersuchung – der Entstehung, – der Entwicklung des Weltalls in seiner Gesamtheit.
		
Durch die Anwendung spezieller Filter werden Vorgänge auf der Sonnenoberfläche in einzelnen Wellenlängenbereichen untersucht. Dabei erkennt man explosionsartige Bewegungsprozesse (Flares, Protuberanzen).	Im Orionnebel werden Staubscheiben um junge Sterne beobachtet. In einigen dieser Staubscheiben bilden sich wahrscheinlich Planeten. Das Foto zeigt eine Aufnahme des HUBBLE-Weltraumteleskops.	Die Sternsysteme ordnen sich haufen-, waben- und zellenförmig im Universum an. Ein Hauptproblem der Kosmologie ist, diese Strukturbildung zu erklären. Das Foto zeigt einen Galaxienhaufen, der die Bezeichnung Stephans Quintett trägt.

Die Festkörperphysik

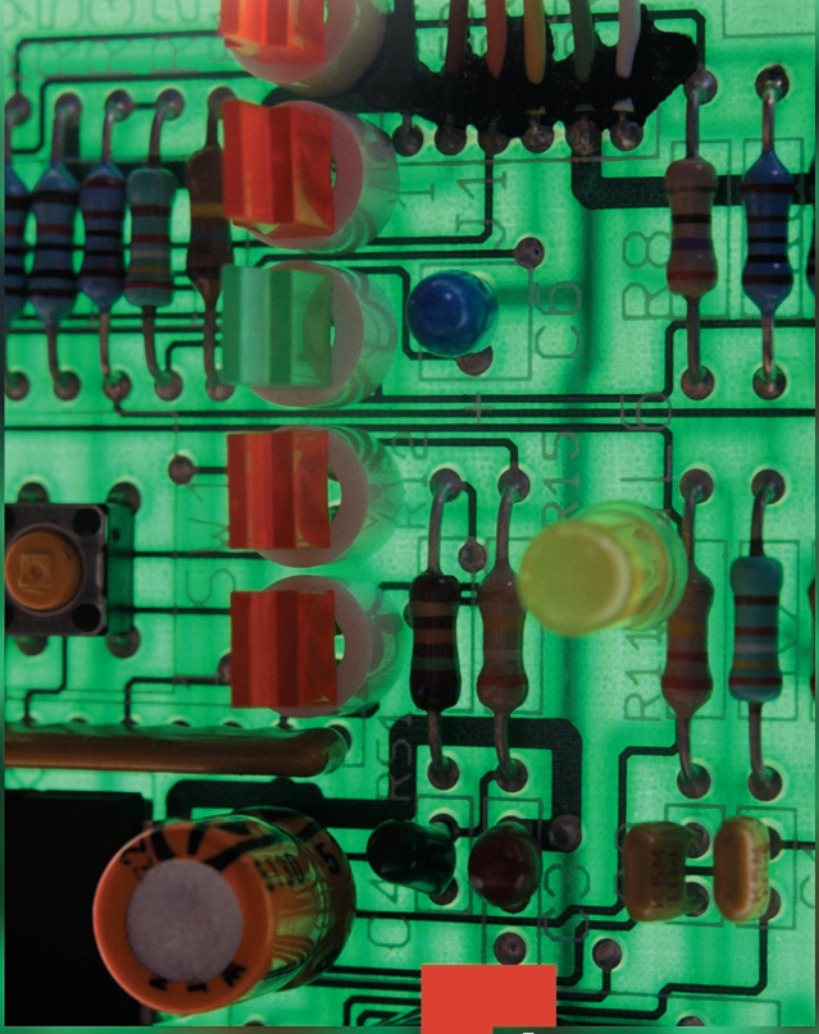
Noch vor 100 Jahren waren **Festkörper** nur als Werk- und Baustoffe von Bedeutung. Man interessierte sich daher hauptsächlich für ihre Härte, ihre Bruch- und Biegefestigkeit oder ihre thermischen Eigenschaften. Heute hat die Physik der Festkörper eine solche Bedeutung erlangt, dass man sie als eigenständiges Teilgebiet ansehen darf. Innerhalb dieses Teilgebietes existieren verschiedene Arbeitsbereiche, die aber nicht streng voneinander getrennt sind. Nachfolgend sind nur einige Beispiele angegeben.

Entscheidend für die Entwicklung der **Festkörperphysik** war die Herstellung neuer Materialien und die Nutzung neu entdeckter Festkörperphänomene.

Physik der Festkörperstrukturen	Halbleiterphysik	Physik der Supraleitung
Untersuchung – des Aufbaus und der Oberfläche, – der mechanischen, optischen, elektrischen und magnetischen Eigenschaften, – der Wärmeleitfähigkeit fester Körper.	Untersuchung – der elektrischen Leitfähigkeit und ihrer Veränderung durch Dotierung, – der Wechselwirkung von Halbleitern mit elektromagnetischen Feldern oder anderen physikalischen Einflussfaktoren, – der Entwicklung neuartiger Halbleiterbauelemente für die Elektronik.	Untersuchung – der elektrischen und der magnetischen Eigenschaften von Festkörpern, die bei meist niedrigen Temperaturen ihren elektrischen Widerstand verlieren und ein Magnetfeld aus ihrem Inneren herausdrängen (↗ S. 320 f.).
		
Spezielle polymere Stoffe ändern ihre Farbe unter dem Einfluss von Druck- und Zugkräften oder bei Temperaturwechsel. Dies nutzt man zur Konstruktion einfacher Messgeräte.	Die Entwicklung hochintegrierter Schaltkreise beruht auf den Erkenntnissen der Halbleiterphysik. Das Bild zeigt einen Chip in vielfacher Vergrößerung.	Man kennt heute Stoffe, die bei 130 K supraleitend werden. Kann man Werkstoffe entwickeln, die bei noch höheren Temperaturen supraleitend sind? Dann könnte man einfache verlustlose Stromleitungen bauen.

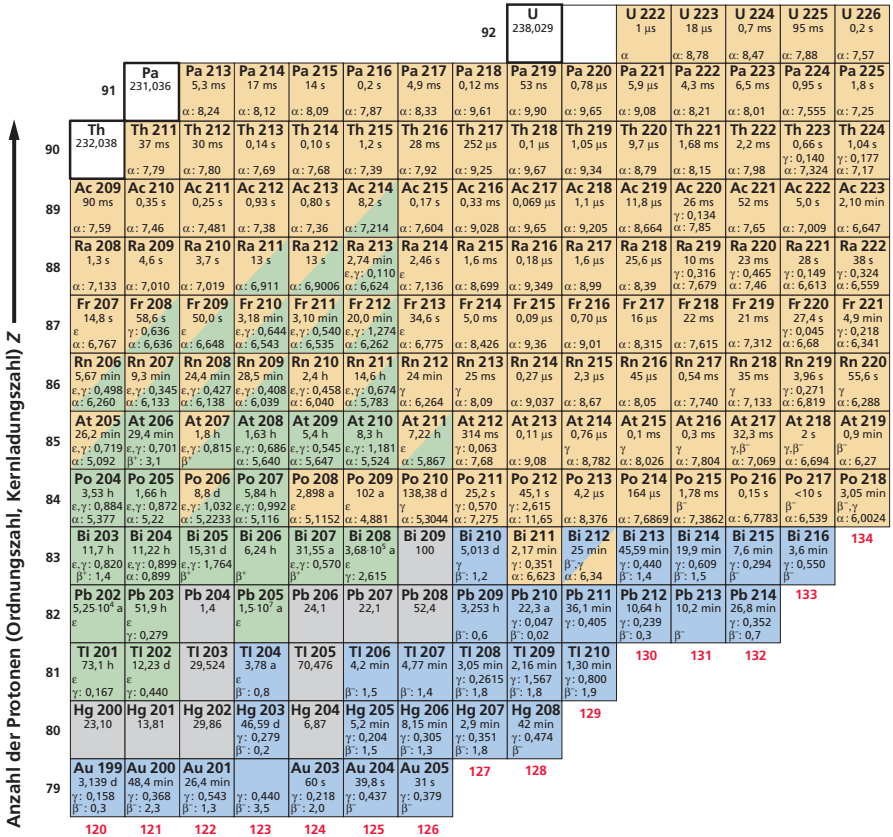
Ein spezieller Bereich ist die **Nanotechnologie,** bei der Objekte im atomaren Bereich gezielt verändert werden können. Innerhalb der Nanotechnologie dürften die bisherigen Grenzen zwischen der Atom-, Molekül- und Festkörperphysik zumindest teilweise aufgehoben werden.

Ein wichtiger Forschungsbereich ist die **nichtlineare Physik.** Ihr kommt unter allen physikalischen Teilgebieten eine besondere Stellung zu, denn bei ihr handelt es sich nicht um ein gesondertes Arbeitsgebiet. Die Erkenntnisse der nichtlinearen Physik kommen in allen anderen physikalischen Teilgebieten zur Anwendung. In der nichtlinearen Physik werden so genannte **Rückkopplungssysteme** untersucht, die unter gewissen Voraussetzungen ein komplexes zeitliches Verhalten aufweisen und dann sehr empfindlich auf äußere Störungen reagieren.
In der Alltagswelt gibt es überraschend viele Systeme, die sich nichtlinear verhalten, beispielsweise die Erdatmosphäre, turbulente Strömungen von Gasen oder Flüssigkeiten oder biologische Systeme. Mithilfe der nichtlinearen Physik kann man Modelle erstellen, die einerseits die Bildung geordneter Strukturen in der Natur erklären und andererseits den Übergang von geordneten hin zu chaotischem Verhalten beschreiben.



A Anhang

Nuklidkarte (Ausschnitt)



Element

Pa
231,036

- Symbol
- Atommasse in *u*

stabiles Nuklid

H 1
99,985

- Symbol, Nukleonenzahl
- Häufigkeit im natürlichen Isotopengemisch in %

instabiles Nuklid

Fr 224
3,3 min
γ: 0,216
β⁻: 2,6

- Symbol, Nukleonenzahl
- Halbwertszeit $T_{1/2}$
- Energie der Strahlung in MeV (nur häufigste Werte)

Häufigkeit der Zerfallsart

U 229
58 min
ε, γ
α: 6,362

α-Zerfall öfter als 50% (gelb)
ε-Elektroneneinfang weniger als 50% (grün)

Nuklid

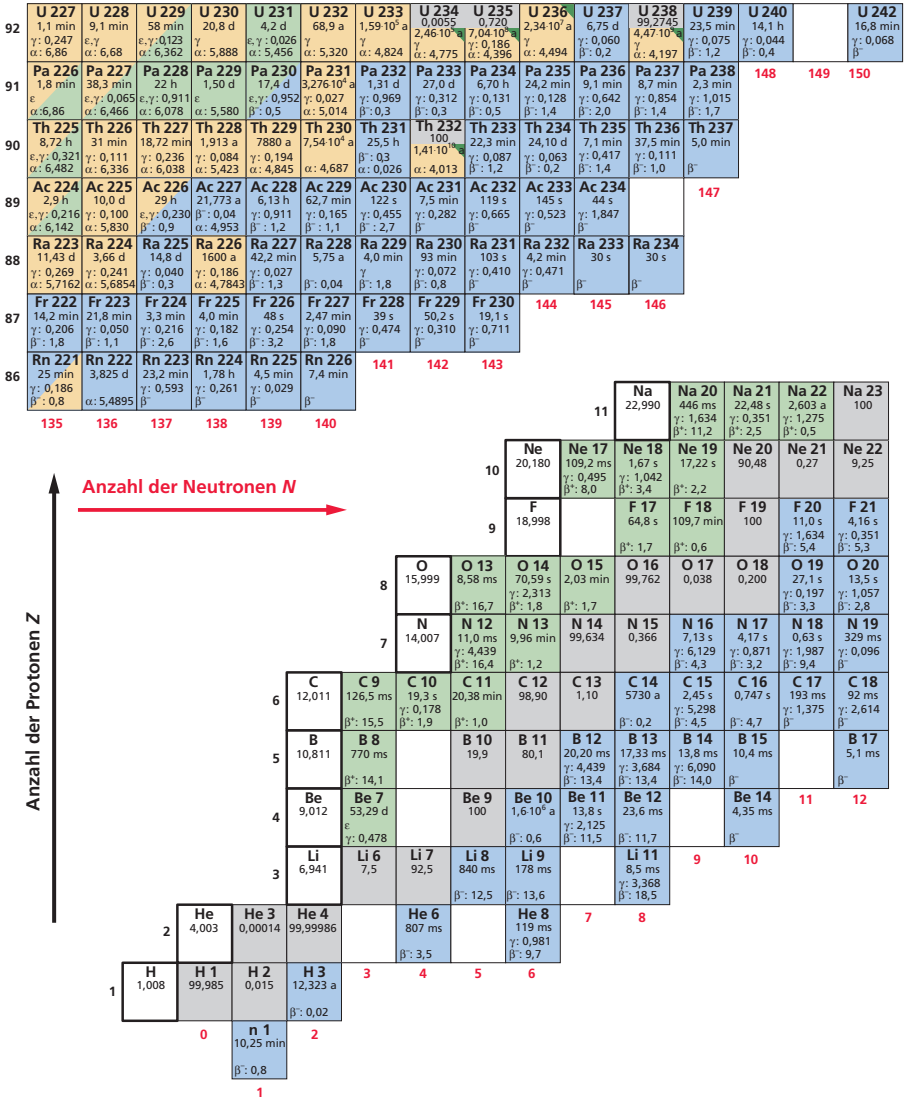
Th 232
100
1,41·10¹⁰ a

mit der Erde entstandenes radioaktives Nuklid

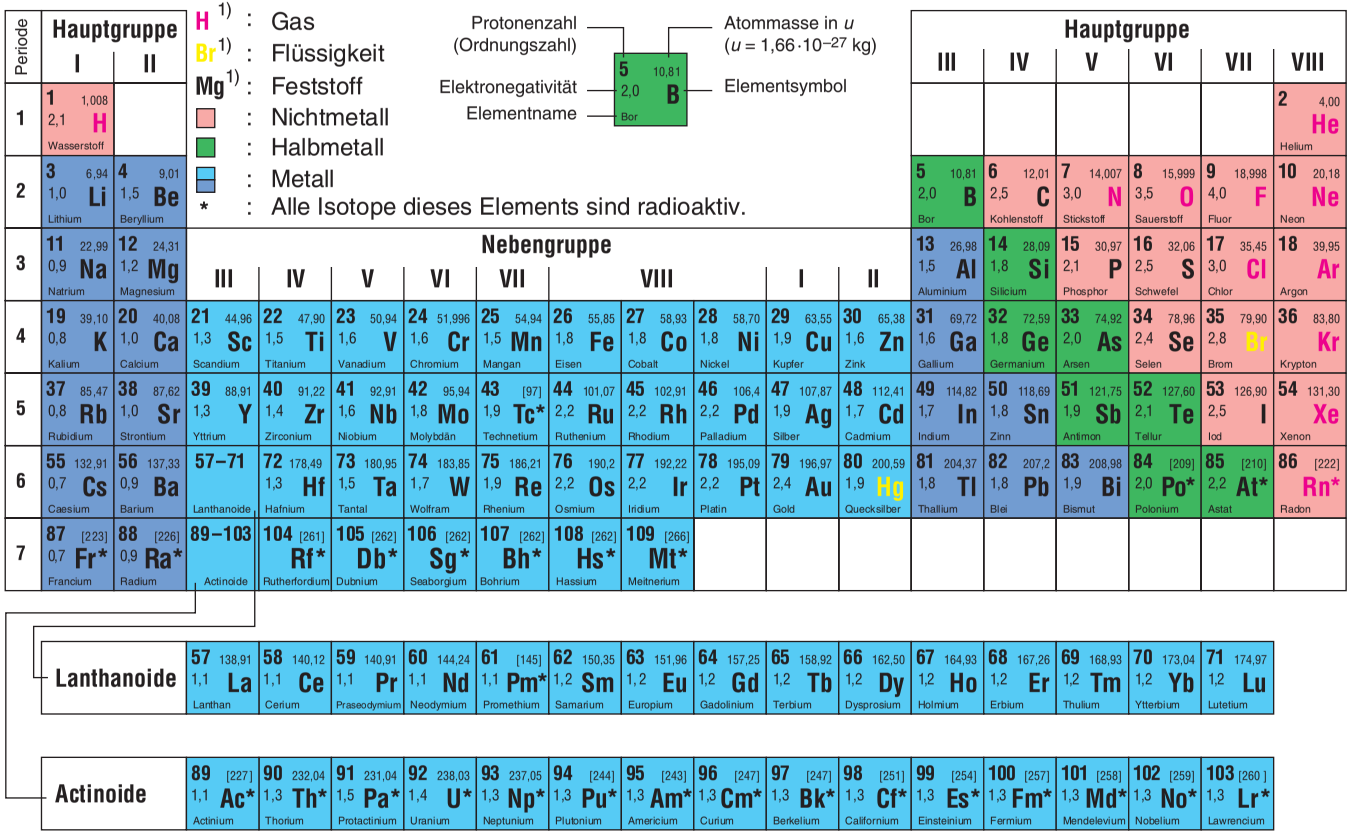
Farben und Zerfallsarten

stabil	β⁺-Zerfall ε Elektroneneinfang durch den Kern	β⁻-Zerfall	α-Zerfall

Kern kann spontan in leichtere Kerne zerfallen



Gekürzter und vereinfachter Ausschnitt
aus der Karlsruher Nuklidkarte, korrigierter
Nachdruck der 6. Auflage 1995 von 1998,
von G. Pfennig, H. Klewe-Nebenius,
W. Seelmann-Eggebert †



[ ] Die umklammerten Werte für die Atommasse geben die Massenzahl des Isotops mit der größten Halbwertszeit an.

1) Aggregatzustand bei 25 °C (298 K) und 1013,25 hPa

Physikalische Konstanten (nach CODATA)

Fundamentale Naturkonstanten			
Größe		**Formelzeichen**	**Wert**
absoluter Nullpunkt		T_a	0 K = –273,15 °C
atomare Masseeinheit		u	$1{,}660\,540 \cdot 10^{-27}$ kg
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum		c	$2{,}997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}
AVOGADRO-Konstante (AVOGADRO-Zahl)		N_A	$6{,}022\,142 \cdot 10^{23}$ · mol^{-1}
BOLTZMANN-Konstante		k	$1{,}380\,650 \cdot 10^{-23}$ J · K^{-1}
COMPTON-Wellenlänge des Elektrons		λ_C	$2{,}426\,310 \cdot 10^{-12}$ m
FARADAY-Konstante		F	$9{,}648\,534 \cdot 10^{4}$ A · s · mol^{-1}
HUBBLE-Konstante		H	$55\ \frac{km}{s \cdot Mpc}$ … $80\ \frac{km}{s \cdot Mpc}$
LOSCHMIDT-Konstante		N_L	$2{,}686\,778 \cdot 10^{25}$ m^{-3}
plancksches Wirkungsquantum (PLANCK-Konstante)		h	$6{,}626\,069 \cdot 10^{-34}$ J · s
plancksche Strahlungskonstanten		c_1	$5{,}955\,521 \cdot 10^{-17}$ W·m^2
		c_2	0,014 388 m · K
RYDBERG-Konstante		R_H	$1{,}097\,373 \cdot 10^{7}$ m^{-1}
RYDBERG-Frequenz		R_y	$3{,}289\,841 \cdot 10^{15}$ Hz
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante		σ	$5{,}670\,400 \cdot 10^{-8}$ W·m^{-2}· K^{-4}
Solarkonstante für die Erde		S	$1{,}366 \cdot 10^{3}$ W · m^{-2}
Tripelpunkt von Wasser		T_{tr}	273,16 K = 0,01 °C
universelle Gaskonstante		R	8,314 472 J · K^{-1} · mol^{-1}
wiensche Konstante		a, b	$2{,}897\,769 \cdot 10^{-3}$ m · K
Feldkonstanten			
Gravitationskonstante		G, γ	$6{,}673 \cdot 10^{-11}$ m^3 · kg^{-1} · s^{-2}
elektrische Feldkonstante		ε_0	$8{,}854\,188 \cdot 10^{-12}$ A·s · V^{-1} · m^{-1}
magnetische Feldkonstante		μ_0	$4\,\pi \cdot 10^{-7}$ V · s · A^{-1} ·m^{-1}
			$= 1{,}256\,637 \cdot 10^{-6}$ V · s · A^{-1} · m^{-1}
Normgrößen			
molares Normvolumen		V_0	22,414 l · mol^{-1}
Normdruck		p_0	101 325Pa = 1,013 25 bar
Normfallbeschleunigung		g_0	9,806 65 m · s^{-2}
Normtemperatur		T_0, ϑ_0	T_0 = 273,15 K $\quad \vartheta_0$ = 0 °C
Elementarteilchen			
Elektron	Ladung (Elementarladung)	e	$1{,}602\,176\,46 \cdot 10^{-19}$ C
	Ruhemasse	m_e	$9{,}109\,381\,88 \cdot 10^{-31}$ kg
	spezifische Ladung	$\frac{e}{m_e}$	$1{,}758\,820 \cdot 10^{11}$ C · kg^{-1}
Neutron	Ruhemasse	m_n	$1{,}674\,927\,16 \cdot 10^{-27}$ kg
Proton	Ruhemasse	m_p	$1{,}672\,621\,58 \cdot 10^{-27}$ kg
α-Teilchen	Ruhemasse	m_α	$6{,}644\,655\,98 \cdot 10^{-27}$ kg
Myon	Ruhemasse	m_μ	$1{,}883\,531\,09 \cdot 10^{-28}$ kg
Massenverhältnis	Proton-Elektron	$m_p : m_e$	1 836,153
Massenverhältnis	Neutron-Elektron	$m_n : m_e$	1 836,684

Größen, Einheiten und Beziehungen zwischen den Einheiten

Größe	Formelzeichen	Einheiten und Einheitenzeichen		Beziehungen zwischen den Einheiten	
Abklingkoeffizient	δ	durch Sekunde	s^{-1}	1 s^{-1}	= 60 min^{-1}
Adiabatenexponent	κ		1		
Aktivität	A	Becquerel	Bq	1 Bq	= 1 s^{-1}
Albedo	f		1		
Äquivalentdosis	H	Sievert	Sv	1 Sv	= 1 J · kg^{-1}
			rem	1 rem	= 10^{-2} Sv
Arbeit	W, A	Joule	J	1 J	= 1 kg · m^2 · s^{-2}
		Newtonmeter	N · m		= 1 N · m
		Wattsekunde	W · s		= 1 W · s
		Kilowattstunde	kW · h	1 kW · h	= 3,6 · 10^6 W · s
Atommasse, relative	A_r		1		
Auflösungsvermögen	A	durch Meter	m^{-1}	1 m^{-1}	= 10^{-3} mm^{-1}
Beleuchtungsstärke	E	Lux	lx	1 lx	= 1 lm · m^{-2}
Beschleunigung	a, g	Meter durch Quadratsekunde	m · s^{-2}	1 m · s^{-2}	= 1 N · kg^{-1}
Bestrahlungsstärke (Intensität)	E_e	Watt durch Quadratmeter	W · m^{-2}	1 W · m^{-2}	= 1 J · s^{-1} · m^{-2}
Blindleistung, elektrische	Q	Var	var	1 var	= 1 V · A
					= 1 kg · m^2 · s^{-3}
Blindwiderstand	X	Ohm	Ω	1 Ohm	= 1 V · A^{-1}
Brennweite	f	Meter	m		
Brechwert (Brechkraft)	D	Dioptrie	dpt	1 dpt	= 1 m^{-1}
Dehnung, elastische	ε		1		
Dichte (Massendichte)	ρ	Kilogramm durch Kubikmeter	kg · m^{-3}	1 kg · m^{-3}	= 10^{-3} g · cm^{-3}
		Gramm durch Kubikzentimeter	g · cm^{-3}	1 g · cm^{-3}	= 10^3 kg · m^{-3}
Drehimpuls	L	Newtonmetersekunde	N · m · s	1 N · m · s	= 1 kg · m^2 · s^{-1}
Drehmoment (Kraftmoment)	M	Newtonmeter	N · m	1 N · m	= 1 kg · m^2 · s^{-2}
Drehzahl	n	durch Sekunde	s^{-1}	1 s^{-1}	= 60 min^{-1}
Druck	p	Pascal	Pa	1 Pa	= 1 N · m^{-2}
		Bar	bar	1 bar	= 10^5 Pa
		Atmosphäre	at	1 at	= 9,81 · 10^4 Pa
					= 0,981 bar
		Torr (Millimeter Quecksilbersäule)	mmHg	1 Torr	= 133,32 Pa
		Meter Wassersäule	mWs	1 mWs	= 9,81 · 10^3 Pa
Durchschlagsfestigkeit	E_d	Volt durch Meter	V · m^{-1}	1 V · m^{-1}	= 10^{-2} V · cm^{-1}

Größe	Formelzeichen	Einheiten und Einheitenzeichen		Beziehungen zwischen den Einheiten	
Energie	*E, W*	Joule	J	1 J	$= 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
		Newtonmeter	N · m		= 1 N · m
		Wattsekunde	W · s		= 1 W · s
innere Energie	*U*	Elektronenvolt	eV	1 eV	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J
		Steinkohleneinheit	SKE	1 kg SKE	= 29,3 MJ
Energiedichte	*w*	Joule durch Kubikmeter	$J \cdot m^{-3}$	$J \cdot m^{-3}$	$= 1\ kg \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}$
Energiedosis	*D*	Gray	Gy	1 Gy	$= 1\ J \cdot kg^{-1}$
					$= 1\ m^2 \cdot s^{-2}$
Energiedosisrate	$\dot{D}$	Gray durch Sekunde	$Gy \cdot s^{-1}$	$1\ Gy \cdot s^{-1}$	$= 1\ W \cdot kg^{-1}$
Enthalpie	*H*	Joule	J	1 J	$= 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$
Entropie	*S*	Joule durch Kelvin	$J \cdot K^{-1}$	$1\ J \cdot K^{-1}$	$= 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot K^{-1}$
Fallbeschleunigung (Ortsfaktor)	*g*	Meter durch Quadratsekunde	$m \cdot s^{-2}$	$1\ m \cdot s^{-2}$	$= 1\ N \cdot kg^{-1}$
Feldstärke, elektrische	*E*	Volt durch Meter	$V \cdot m^{-1}$	$1\ V \cdot m^{-1}$	$= 1\ kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
					$= 1\ N \cdot C^{-1}$
Feldstärke, magnetische	*H*	Ampere durch Meter	$A \cdot m^{-1}$	$1\ A \cdot m^{-1}$	$= 1\ kg \cdot m \cdot s^{-3} \cdot V^{-1}$
					$= 1\ N \cdot Wb^{-1}$
Feuchte, absolute	ρ_w	Kilogramm durch Kubikmeter	$kg \cdot m^{-3}$	$1\ kg \cdot m^{-3}$	$= 10^{-3}\ g \cdot cm^{-3}$
Fläche	*A, S*	Quadratmeter	m^2	$1\ m^2$	$= 10^2$ dm
					$= 10^4\ cm^2$
		Hektar	ha	1 ha	$= 10^4\ m^2$
		Ar	a	1 a	$= 10^2\ m^2$
Fluss, elektrischer	ψ	Coulomb	C	1 C	= 1 A · s
Fluss, magnetischer	Φ	Weber	Wb	1 Wb	= 1 V · s
					$= 1\ m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Flussdichte, elektrische	*D*	Coulomb durch Quadratmeter	$C \cdot m^{-2}$	$1\ C \cdot m^{-2}$	$= 1\ A \cdot s \cdot m^{-2}$
Flussdichte, magnetische	*B*	Tesla	T	1 T	$= 1\ Wb \cdot m^{-2}$
					$= 1\ V \cdot s \cdot m^{-2}$
					$= 1\ N \cdot m^{-1} \cdot A^{-1}$
Frequenz	*f, ν*	Hertz	Hz	1 Hz	$= 1\ s^{-1}$
Geschwindigkeit Ausbreitungsgeschwindigkeit	*v, u, c*	Meter durch Sekunde	$m \cdot s^{-1}$	$1\ m \cdot s^{-1}$	$= 3{,}6\ km \cdot h^{-1}$
		Kilometer durch Stunde	$km \cdot h^{-1}$	$1\ km \cdot h^{-1}$	$= 0{,}28\ m \cdot s^{-1}$
		Knoten	kn	1 kn	$= 1\ sm \cdot h^{-1}$
					$= 1\,852\ m \cdot h^{-1}$
Gravitationsfeldstärke	*G*, g*	Quadratmeter durch Quadratsekunde	$m^2 \cdot s^{-2}$	$1\ m^2 \cdot s^{-2}$	$= 1\ N \cdot m \cdot kg^{-1}$
Helligkeit, absolute	*M*	Größenklasse	m oder (^{m})		
Helligkeit, scheinbare	*m*	Größenklasse	m oder (^{m})		

Größe	Formelzeichen	Einheiten und Einheitenzeichen		Beziehungen zwischen den Einheiten
Impuls (Bewegungsgröße)	p	Kilogramm mal Meter durch Sekunde	$kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$1\ kg \cdot m \cdot s^{-1} = 1\ N \cdot s$
Induktivität	L	Henry	H	$1\ H = 1\ Wb \cdot A^{-1}$ $= 1\ m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Kapazität, elektrische	C	Farad	F	$1\ F = 1\ A \cdot s \cdot V^{-1}$
Kraft	F	Newton	N	$1\ N = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-2}$ $= 1\ J \cdot m^{-1}$
		Kilopond	kp	$1\ kp = 9{,}81\ N$
Kraftstoß	I	Newtonsekunde	$N \cdot s$	$1\ N \cdot s = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$
Kreisfrequenz	ω	durch Sekunde	s^{-1}	$1\ s^{-1} = 60\ min^{-1}$
Ladung, elektrische	Q	Coulomb	C	$1\ C = 1\ A \cdot s$
Ladungsträgerbeweglichkeit	u	Quadratmeter durch Sekunde und Volt	$m^2 \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}$	$1\ m^2 \cdot s^{-1} \cdot V^{-1} = 1\ A \cdot s^2 \cdot kg^{-1}$
Ladungsträgerkonzentration	k, n	Coulomb durch Kubikmeter	$C \cdot m^{-3}$	$1\ C \cdot m^3 = 1\ A \cdot s \cdot m^{-3}$
Länge	l	Meter	m	**Basiseinheit des SI**
				$1\ m = 10^3\ mm$
		Seemeile	sm	$1\ sm = 1\,852\ m$
		Astronomische Einheit	AE	$1\ AE = 1{,}496 \cdot 10^{11}\ m$
		Lichtjahr	ly	$1\ ly = 9{,}460 \cdot 10^{15}\ m$
		Parsec	pc	$1\ pc = 3{,}085 \cdot 10^{16}\ m$
		Ångström	Å	$1\ Å = 10^{-10}\ m$
Lautstärkepegel (Lautstärke)	L_N	Phon	phon	
Leistung	P	Watt	W	$1\ W = 1\ J \cdot s^{-1}$ $= 1\ V \cdot A$ $= 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$ $= 1\ N \cdot m \cdot s^{-1}$
		Pferdestärke	PS	$1\ PS = 736\ W$
Leistungsfaktor	$\cos \varphi$		1	
Leitfähigkeit, elektrische	γ, σ	Siemens durch Meter	$S \cdot m^{-1}$	$1\ S \cdot m^{-1} = 1\ \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ $= 10^{-6}\ m \cdot \Omega^{-1} \cdot mm^{-2}$
Leitwert, elektrischer	G	Siemens	S	$1\ S = 1\ \Omega^{-1} = 1\ A \cdot V^{-1}$
Leuchtdichte	L_V	Candela durch Quadratmeter	$cd \cdot m^{-2}$	
Leuchtkraft	L	Joule durch Sekunde	$J \cdot s^{-1}$	$1\ J \cdot s^{-1} = 1\ W$
Lichtstärke	I_V	Candela	cd	**Basiseinheit des SI**
Lichtstrom	Φ_V	Lumen	lm	$1\ lm = 1\ cd \cdot sr$

Größe	Formelzeichen	Einheiten und Einheitenzeichen		Beziehungen zwischen den Einheiten
Masse	*m, M*	Kilogramm Tonne Zentner Pfund Karat atomare Masseeinheit	kg t Ztr. Pfd. k *u*	**Basiseinheit des SI** 1 t = 10^3 kg 1 Ztr. = 50 kg 1 Pfd. = 500 g 1 k = $2 \cdot 10^{-4}$ kg *u* = $1{,}660\,540 \cdot 10^{-27}$ kg
molare Masse	M	Kilogramm durch Mol	$kg \cdot mol^{-1}$	$1\ kg \cdot mol^{-1} = 10^3\ g \cdot mol^{-1}$
molares Volumen	V_m	Kubikmeter durch Mol	$m^3 \cdot mol^{-1}$	$1\ m^3 \cdot mol^{-1} = 10^3\ l \cdot mol^{-1}$
Öffnungsverhältnis	ω		1	
Schwingungsdauer (Periodendauer)	T	Sekunde	s	↗ Zeit
Potenzial, elektrisches	φ	Volt	V	$1\ V = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Radius	r	Meter	m	↗ Länge
Raumwinkel	ω	Steradiant	sr	$1\ sr = 1\ m^2 \cdot m^{-2} = 1$
Rotationsdauer (Umlaufzeit)	T	Sekunde	s	↗ Zeit
Schalldämmmaß	R	Dezibel	dB	
Schalldruck	p	Bar	bar	↗ Druck
Schalldruckpegel	L_A	Dezibel	dB	
Schallintensität	I	Watt durch Quadratmeter	$W \cdot m^{-2}$	$1\ W \cdot m^{-2} = 1\ kg \cdot s^{-3}$
Scheinleistung	S	Voltampere	$V \cdot A$	$1\ V \cdot A = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
Scheinwiderstand	Z	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ V \cdot A^{-1}$
Sichtweite	s	Meter	m	↗ Länge
Spannung, elektrische (Potenzialdifferenz)	*U, u*	Volt	V	$1\ V = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Spannung, magnetische	V	Ampere	A	$1\ A = 1\ J \cdot Wb^{-1}$
Spannung, mechanische	σ	Newton durch Quadratmeter	$N \cdot m^{-2}$	$1\ N \cdot m^{-2} = 1\ kg \cdot s^{-2} \cdot m^{-1}$
Stoffmenge	n	Mol	mol	**Basiseinheit des SI**
Stromstärke, elektrische	*I, i*	Ampere	A	$1\ A = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3} \cdot V^{-1}$
Temperatur	T ϑ	Kelvin Grad Celsius Grad Fahrenheit Grad Réaumur	K °C °F °R	**Basiseinheit des SI** 0 °C = 273,15 K 32 °F = 0 °C 212 °F = 100 °C 0 °R = 0 °C 80 °R = 100 °C
Trägheitsmoment	J	Kilogramm mal Quadratmeter	$kg \cdot m^2$	$1\ kg \cdot m^2 = 1\ N \cdot m \cdot s^2$
Umlaufzeit	T	Sekunde	s	↗ Zeit

Größe	Formelzeichen	Einheiten und Einheitenzeichen		Beziehungen zwischen den Einheiten
Vergrößerung eines optischen Gerätes	V		1	
Volumen	V	Kubikmeter	m^3	$1\ m^3 = 10^3\ dm^3 = 10^6\ cm^3$
		Liter	l	$1\ l = 1\ dm^3$
		Registertonne	RT	$1\ RT = 2{,}832\ m^3$
Wärme (Wärmemenge)	Q	Joule	J	$1\ J = 1\ N \cdot m = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} = 1\ W \cdot s$
		Kalorie	cal	$1\ cal = 4{,}19\ J$
Wärmekapazität	C_{th}	Joule durch Kelvin	$J \cdot K^{-1}$	$1\ J \cdot K^{-1} = 1\ W \cdot s \cdot K^{-1}$
Wärmeleitwiderstand	R_λ	Kelvin durch Watt	$K \cdot W^{-1}$	$1\ K \cdot W^{-1} = 1\ K \cdot s^3 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-2}$
Wärmestrom	Φ_{th}	Watt	W	$1\ W = 1\ J \cdot s^{-1}$
Weg	s	Meter	m	↗ Länge
Wellenlänge	λ	Meter	m	↗ Länge
Widerstand, ohmscher	R	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ V \cdot A^{-1} = 1\ S^{-1} = 1\ m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Widerstand, induktiver	X_L	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ V \cdot A^{-1}$
Widerstand, kapazitiver	X_C	Ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ V \cdot A^{-1}$
Widerstand, magnetischer	R_m	durch Henry	H^{-1}	$1\ H^{-1} = 1\ A \cdot Wb^{-1}$
Winkel	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \sigma, \ldots$	Radiant	rad	$1\ rad = \frac{180°}{\pi} = 57{,}296°$
		Grad	°	$1° = \frac{\pi}{180°}\ rad = 0{,}017\,45\ rad$
Winkelbeschleunigung	α	durch Quadratsekunde	s^{-2}	$1\ s^{-2} = 3\,600\ min^{-2} = 1\ rad \cdot s^{-2}$
Winkelgeschwindigkeit	ω	durch Sekunde	s^{-1}	$1\ s^{-1} = 60\ min^{-1} = 1\ rad \cdot s^{-1}$
Wirkleistung, elektrische	P	Watt	W	$1\ W = 1\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$
Zeit (Zeitspanne, Dauer)	t	Sekunde	s	**Basiseinheit des SI**
		Minute	min	$1\ min = 60\ s$
		Stunde	h	$1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$
		Tag	d	$1\ d = 24\ h = 1\,440\ min = 86\,400\ s$
		Jahr	a	$1\ a = 365\ d$ oder $366\ d$
Zeitkonstante	τ	Sekunde	s	↗ Zeit

Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI)

Größe	Formelzeichen	SI-Basiseinheit	
		Name	Zeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_V	Candela	cd

Das **Meter** ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft.

Das **Kilogramm** ist gleich der Masse des internationalen Kilogrammprototyps.

Die **Sekunde** ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cs-133 entsprechenden Strahlung.

Das **Ampere** ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von einem Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je einem Meter Leiterlänge die Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N hervorrufen würde.

Das **Kelvin** ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser.

Das **Mol** ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebenso viel Einzelteilchen (Atomen, Molekülen, Ionen) besteht, wie Atome in dem Kohlenstoffnuklid ^{12}C vorhanden sind.

Das **Candela** ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 Watt durch ein Steradiant beträgt.

Vorsätze bei Einheiten

Vorsatz	Bedeutung	Zeichen	Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vorsatz	Bedeutung	Zeichen	Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird
Peta	Billiarde	P	10^{15}	Dezi	Zehntel	d	$0{,}1 = 10^{-1}$
Tera	Billion	T	10^{12} = 1 000 000 000 000	Zenti	Hundertstel	c	$0{,}01 = 10^{-2}$
Giga	Milliarde	G	10^{9} = 1 000 000 000	Milli	Tausendstel	m	$0{,}001 = 10^{-3}$
Mega	Million	M	10^{6} = 1 000 000	Mikro	Millionstel	µ	$0{,}000\,001 = 10^{-6}$
Kilo	Tausend	k	10^{3} = 1 000	Nano	Milliardstel	n	$0{,}000\,000\,001 = 10^{-9}$
Hekto	Hundert	h	10^{2} = 100	Pico	Billionstel	p	$0{,}000\,000\,000\,001 = 10^{-12}$
Deka	Zehn	da	10^{1} = 10	Femto	Billiardstel	f	10^{-15}

Umrechnungen zwischen Einheiten der Zeit

Einheit	Umrechnungsfaktor in				
	s	min	h	d	a
1 Sekunde (1 s)	1	$0{,}01\,\bar{6}$	$2{,}\bar{7} \cdot 10^{-4}$	$1{,}16 \cdot 10^{-5}$	$3{,}17 \cdot 10^{-8}$
1 Minute (1 min)	60	1	$0{,}01\,\bar{6}$	$6{,}9 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-6}$
1 Stunde (1 h)	3 600	60	1	$0{,}041\,\bar{6}$	$1{,}14 \cdot 10^{-4}$
1 Tag (1 d)	86 400	1 440	24	1	$2{,}7 \cdot 10^{-3}$
1 Jahr (1 a)	$3{,}153\,6 \cdot 10^{7}$	$5{,}256 \cdot 10^{5}$	8 760	365	1

Umrechnungen zwischen Einheiten der Länge

Einheit	Umrechnungsfaktor in			
	km	m	mm	sm
1 Kilometer (1 km)	1	10^{3}	10^{6}	0,54
1 Meter (1 m)	10^{-3}	1	10^{3}	$5{,}4 \cdot 10^{-4}$
1 Millimeter (1 mm)	10^{-6}	10^{-3}	1	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$
1 Seemeile (1 sm)	1,852	1 852	$1{,}852 \cdot 10^{6}$	1

Umrechnungen zwischen Einheiten der Fläche

Einheit	Umrechnungsfaktor in				
	km^2	ha	a	m^2	cm^2
1 Quadratkilometer ($1\ km^2$)	1	10^{2}	10^{4}	10^{6}	10^{10}
1 Hektar (1 ha)	10^{-2}	1	10^{2}	10^{4}	10^{8}
1 Ar (1 a)	10^{-4}	10^{-2}	1	10^{2}	10^{6}
1 Quadratmeter ($1\ m^2$)	10^{-6}	10^{-4}	10^{-2}	1	10^{4}
1 Quadratzentimeter ($1\ cm^2$)	10^{-10}	10^{-8}	0^{-6}	10^{-4}	1

Umrechnungen zwischen Einheiten des Volumens

Einheit	Umrechnungsfaktor in					
	m^3	cm^3	mm^3	hl	l	ml
1 Kubikmeter ($1\ m^3$)	1	10^{6}	10^{9}	10	10^{3}	10^{6}
1 Kubikzentimeter ($1\ cm^3$)	10^{-6}	1	10^{3}	10^{-5}	10^{-3}	1
1 Kubikmillimeter ($1\ mm^3$)	10^{-9}	10^{-3}	1	10^{-8}	10^{-6}	10^{-3}
1 Hektoliter (1 hl)	0,1	10^{5}	10^{8}	1	100	10^{5}
1 Liter (1 l)	10^{-3}	10^{3}	10^{6}	10^{-2}	1	10^{3}
1 Milliliter (1 ml)	10^{-6}	1	10^{3}	10^{-5}	10^{-3}	1

Umrechnungen zwischen Einheiten der Arbeit, Energie und Wärme

Einheit	Umrechnungsfaktor in				
	J, W · s, N · m	kW · h	kcal	SKE	eV
1 Joule (1 J) 1 Wattsekunde (1 W · s) 1 Newtonmeter (1 N · m)	1	$2{,}778 \cdot 10^{-7}$	$2{,}388 \cdot 10^{-4}$	$3{,}41 \cdot 10^{-8}$	$6{,}2 \cdot 10^{18}$
1 Kilowattstunde (1 kW · h)	$3{,}6 \cdot 10^{6}$	1	860	0,123	$2{,}232 \cdot 10^{25}$
1 Kilokalorie (1 kcal)	4 190	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	1	$1{,}43 \cdot 10^{-4}$	$2{,}60 \cdot 10^{22}$
1 Steinkohleneinheit (1 SKE)	$29{,}3 \cdot 10^{6}$	8,14	7 000	1	$1{,}82 \cdot 10^{26}$
1 Elektronenvolt (1 eV)	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$	$4{,}45 \cdot 10^{-26}$	$3{,}8 \cdot 10^{-23}$	$5{,}46 \cdot 10^{-27}$	1

Umrechnungen zwischen Einheiten der Leistung

Einheit	Umrechnungsfaktor in			
	W, $\frac{J}{s}$, $\frac{N \cdot m}{s}$	kW	$\frac{kcal}{h}$	PS
1 Watt (1 W) 1 Joule durch Sekunde (1 $\frac{J}{s}$) 1 Newtonmeter durch Sekunde (1 $\frac{N \cdot m}{s}$)	1	10^{-3}	0,86	0,001 36
1 Kilokalorie durch Stunde (1 $\frac{kcal}{h}$)	1,16	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	1	$1{,}58 \cdot 10^{-3}$
1 Pferdestärke (1 PS)	736	0,736	632	1

Umrechnungen zwischen Einheiten des Druckes

Einheit	Umrechnungsfaktor in				
	Pa	bar	at	Torr	mWS
1 Pascal (1 Pa)	1	10^{-5}	$1{,}02 \cdot 10^{-5}$	$7{,}5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}02 \cdot 10^{-4}$
1 Bar (1 bar)	10^{5}	1	1,02	750	10,2
1 Atmosphäre (1 at)	$9{,}81 \cdot 10^{4}$	0,981	1	736	10,01
1 mm Quecksilbersäule (1 Torr)	133,32	$1{,}33 \cdot 10^{-3}$	$1{,}36 \cdot 10^{-3}$	1	0,014
1 m Wassersäule (1 mWS)	9 810	$9{,}81 \cdot 10^{-2}$	0,1	73,58	1

Umrechnungen zwischen Einheiten der Geschwindigkeit

Einheit	Umrechnungsfaktor in	
	$m \cdot s^{-1}$	$km \cdot h^{-1}$
1 Meter durch Sekunde (1 $\frac{m}{s}$)	1	3,6
1 Kilometer durch Stunde (1 $\frac{km}{h}$)	$\frac{1}{3{,}6} = 0{,}27\overline{7}$	1

A
Abbildungsgleichung 401
Abbildungsmaßstab 401, 407
Abendrot 395
Abfälle, radioaktive 511
Abklingkoeffizient 564
Ablöseenergie 439
Abschwächung 153
absoluter Nullpunkt 179
Absorption 153
– von Licht 395
Absorptionsspektrum 428
Abstimmkreis 359, 367
additive Farbmischung 430
Adhäsion 54
Adhäsionskräfte 54
Adiabatenexponent 564
AD-Wandler 335
Aggregatzustände 190
Aggregatzustandsänderungen 190
Akkumulatoren 323
Aktivität 499, 564
Akustik 156
Albedo 564
allgemeine Gasgleichung 194
allgemeine thermische Zustandsgleichung 194
allgemeine Zustandsgleichung für das ideale Gas 194, 210
allgemeines Relativitätsprinzip 549
Alltagsbegriffe 16
Altersbestimmung, mit Radionukliden 504
AMONTONS, GUILLAUME 194
Ampere 569
AMPÈRE, ANDRÉ MARIE 309
Amperemeter 309
Amplitude 138, 148
Amplitudenmodulation 366
Analog-Digital-Wandler 335
Analogtechnik 335
Analysator 425, 426
Anionen 322
Anomalie des Wassers 188
Anpresskraft 85
Antenne 362, 366
Antineutrino 508
Antiteilchen 514
Anzahl, von Atomen 474
Äquipotenzialflächen 130, 267
Äquivalentdosis 499, 564
Äquivalenz von Masse und Energie 544
Äquivalenzprinzip 549
Arbeit 177, 225, 564
– bei konstanter Kraft 95
– bei veränderlicher Kraft 96
– elektrische 310
– Federspann- 96
– im elektrischen Feld 265
– im Gravitationsfeld 129
– mechanische 16, 94, 121
ARISTOTELES 9
ASTON, FRANCIS WILLIAM 289
Astronomie, klassische 557
Astrophysik 557
Äther 525
Ätherhypothese 363, 525
Äthertheorie 524
Atmosphäre 556
Atom- und Kernphysik 556
Atombindung 326
Atome 198, 474
– Abstand von 199
– Bewegung von 200
– Durchmesser von 199
– Masse von 199
Atomhülle 492
Atomhypothese 198
Atomkern 492
Atommasse 564
– relative 199, 492, 564
Atommodell 491
– bohrsches 477
– quantenmechanisches 482
– rutherfordsches 477
Atommodelle 477 ff.
Atomradius 476
Auflösungsvermögen 564
– des menschlichen Auges 407
– optischer Geräte 416
Auge, menschliches 406
Augenblicksleistung 98
Ausbreitungsgeschwindigkeit 15, 148, 361, 363, 565
Ausgleichskurve 48
Auslenkung 138
Auslöschung 153
Außenpolmaschine 303
äußerer lichtelektrischer Effekt 438
Austrittsarbeit 439
AVOGADRO, AMADEO 52
AVOGADRO-Konstante 52, 563

B
Bahnbeschleunigung 60
Bahndrehimpulsquantenzahl 483
Bahnformen 57
Bahnkurve 70
BALMER, JOHANN 476
BALMER-Serienformel 477
Bändermodell 319, 327
BARDEEN, JOHN 320, 331
Baryonen 514
Basis 331
Basiseinheiten 569
BASSOW, NIKOLAI G. 489
Batterien 323
Bauelemente
– Parallelschaltung 310
– Reihenschaltung 310
BCS-Theorie 320
BECQUEREL, HENRI 13, 495, 499
Begriff 15
Begründen 34
Beleuchtungsstärke 564
BENZ, CARL 228
Beobachten 34
Beobachter
– mitbewegter 87
– ruhender 87
BERNOULLI, DANIEL 204
Beschleunigung 59, 527, 564
Beschleunigungsarbeit 95
Beschleunigungsmesser 60
Beschleunigungsspannung 272
Beschleunigung-Zeit-Gesetz 140
Beschreiben 28
Beschreiben des Aufbaus und Erklären der Wirkungsweise technischer Geräte 29
Bestrahlungsstärke 564
Bestrahlungsverfahren 505
Betrachtungsweise
– kinetisch-statistische 177
– phänomenologische 176
Beugung 152, 364, 431
– von Licht 410
Beugungsscheibchen 416
Beugungsspektren 414
Beweglichkeit
– der Elektronen 318
– der Ionen 322
– der Ladungsträger 317, 326
Bewegung
– fortschreitende 101
– geradlinige 57
– gleichförmige 57
– gleichförmige geradlinige 61
– gleichmäßig beschleunigte 103
– gleichmäßig beschleunigte

geradlinige 64
– krummlinige 57
– thermische 200
– Überlagerung von gleichförmiger und gleichmäßig beschleunigter 70
– ungleichförmige 57
Bewegungen
– gleichförmige 74
– gleichmäßig beschleunigte 74
– Überlagerung 68
– Überlagerung zweier gleichförmiger 68
Bewegungsarten 57
Bewegungsgröße 108, 566
Bewegungslehre 56
Bewegungszustand 108
Bezugskörper 56
Bezugssysteme 56, 525, 527
– mitbewegte 87
– ruhende 87
– unbeschleunigte 56
Bildentstehung
– an Linsen 396, 399
– an Spiegeln 396
Bilder
– reelle 396
– virtuelle 396
Bildgröße 399, 401
Bildkonstruktion 402
Bildpunkt 399
Bildweite 401
Bimetallstreifen 336
Bimetallthermometer 180
Bindungsenergie des Atomkerns 506
Biophysik 556
Blasenkammer 498
Blenden 382
Blindleistung 351, 564
– elektrische 564
Blindwiderstand 345 ff., 564
Blitz 258, 324
Blockschaltbilder 313
Bohr, Niels 13, 460, 477, 478
bohrsches Atommodell 477
bohrsche Postulate 477
bohrscher Radius 479
Boltzmann, Ludwig 197, 201, 234
Boltzmann-Konstante 563
Bose-Einstein-Kondensat 190
Boyle, Robert 194
Bragg, William Henry 448
Bragg, William Lawrence 448
Bragg-Gleichung 448
Brechkraft 564
Brechung 151, 364
– in der Atmosphäre 394
– von Licht 387
Brechungsgesetz 364, 387, 388, 409
Brechwert 564
Brechzahl 387
Bremsspektrum 446
Bremsstrahlung 445
Brennebene 399
Brennpunktstrahl 398, 400
Brennschlussgeschwindigkeit 113
Brennweite 401, 403, 564
Brewster, David 424
brewstersches Gesetz 424
Brewster-Winkel 424
Broglie, Louis De 454
Brown, Robert 53, 200
brownsche Molekularbewegung 200
Bunsen, Robert Wilhelm 429

C

C-14-Methode 504
Candela 569
Carnot, Sadi 222
carnotscher Kreisprozess 222
Cavendish, Henry 124
CCD-Array 444
CD-Player 490
Celsius, Anders 180
Celsius-Skala 179
Chadwick, James 492, 503
Chaostheorie 144
chaotische Vorgänge 144
Clausius, Rudolf 212, 232
Compton, Arthur Holly 450
Compton-Effekt 450
Compton-Wellenlänge 450, 563
Cooper-Paare 320
Coriolis, Gaspard Gustave De 88
Coriolis-Kraft 88
Coulomb, Charles Augustin De 255, 257
coulombsches Gesetz 257
Curie, Marie 13, 495
Curie, Pierre 13, 495

D

Daimler, Gottlieb 228
Dalton, John 198, 474
Dampfmaschine 230
DA-Wandler 335
De-Broglie-Wellenlänge 454, 468
Debye, Peter 449
Debye-Scherrer-Verfahren 449
Defektelektron 327
Definieren 31
Definition 15
Dehnung, elastische 564
Dehnungsmessstreifen 77, 336
Demodulation 367
Dezimeterwellen 365
Dichte 51, 564
Dichte der Kernmaterie 506
Dickenmessung 505
Dielektrikum 269
Dielektrizitätszahl 270
Diesel, Rudolf 230
Dieselmotor 230
Differenzmethode 50
Diffusion 53
Diffusionsfeld 329
Digital-Analog-Wandler 335
Digitaltechnik 335, 366
Diode 330
Dioptrien 406
Dipol 360 ff.
Dipole, elektrische 258
Dispersion 153, 388, 427
Dissoziation 322
Doppelbrechung 424
Doppelspalt-Experiment 452
Doppler, Christian Johann 154
Doppler-Effekt 154
– optischer 542
– relativistischer 542
Dotieren 327, 328
Drehachse 104
Drehbewegung 62, 101, 103
Drehimpuls 119, 120, 564
Drehimpulserhaltungssatz 120, 548
Drehkristallverfahren 449
Drehmoment 104, 106, 120, 564
Drehpendel 143
Drehwaage 124
Drehwiderstand 336
Drehwinkel 101
Drehzahl 62, 102, 564
Driftgeschwindigkeit 317
Druck 209, 564
– eines Gases 207
Druckwasserreaktor 510
Durchdringung 364
Durchflusszähler 50
Durchlassrichtung 330
Durchschlagsfestigkeit 564
Durchschnittsgeschwindigkeit 59

Durchschnittsleistung 98
Durchstrahlungsverfahren 505
Dynamik 75, 121
Dynamobleche 300
Dynamomaschine 304

E
Echo 151
Echolotverfahren 160
EDISON, THOMAS ALVA 325
Effektivwerte 344
Eigenlänge 536
Eigenleitung 326, 327
Eigenschwingungen 359
Einheit 17
Einheitensystem
– Internationales 569
EINSTEIN, ALBERT 13, 325, 440, 442, 524
EINSTEIN-Gerade 440
elektrische Leitungsvorgänge
– im Vakuum 325
– in Flüssigkeiten 320
– in Gasen 323
– in Halbleitern 326
– in Metallen 316
Elektrizitätszähler 310
Elektrolyse 322
Elektrolyte 322
elektromagnetische Schwingungen 356
elektromagnetische Strahlung 451
elektromagnetische Wellen
– Erzeugung 362
Elektrometer 259
Elektromotor 300
Elektron 493, 514, 563
Elektronenbahnen 479
Elektronengas 316
Elektronenleitung 328
Elektronenmikroskop 287, 408
Elektronenröhren 325
Elektronenspin 483
Elektronenstrahlröhre 272, 325
Elektronik 326
Elektroraffination 323
Elektroskop 259
Elektrotauchlackierung 323
Element, chemisches 15
Elementarladung 273, 563
Elementarteilchen 563
Elementarteilchenphysik 556
Elongation 138, 148
Emission 324, 491
– induzierte 488
– spontane 488
Emissionsspektrum 428
Emitter 331
Empfänger 367
Empfangsdipol 366
Endoskope 391
Energie 90, 209, 565
– chemische 91
– der Photonen 445
– eines Photons 442
– elektrische 91, 310, 347
– im elektrischen Feld 266
– im Gravitationsfeld 129
– innere 181, 193, 204, 209, 211, 565
– Kern- 91
– kinetische 91, 106
– magnetische 91
– mechanische 121
– mittlere kinetische 204, 207
– potenzielle 91, 131, 267
– relativistische kinetische 546
– Rotations- 91
– Strahlungs- 91
– thermische 91, 181
Energiebilanz
– beim äußeren lichtelektrischen Effekt 439
Energiedichte 565
Energiedosis 499, 565
Energiedosisrate 565
Energieerhaltungssatz 90, 299
Energieformen 91
Energieniveaus der Atomhülle 486
Energieniveaus, diskrete 480
Energieniveauschema 480
Energieverteilung 203
Enthalpie 565
Entladestrom 269
Entropie 232, 233, 234, 565
Entspiegelung von Oberflächen 418
Erdatmosphäre 369
Erdbebenwellen 147
Erdkörper 556
Ereigniskegel 537
Erhaltungsgröße 18
Erhaltungssatz 112, 259
Erklären 28
Erklärung 41
Erläutern 34
Ersatzschaltungen 313
Erstarren 190
Erstarrungstemperatur 190
Experiment 11, 24
Experimentieren 41

F
Fachbegriffe 16
Fadenpendel 142
FAHRENHEIT, DANIEL 180
Fahrraddynamo 304
Fallbeschleunigung 66, 128, 565
Fallgesetze 66
FARADAY, MICHAEL 12, 128, 262, 269, 298, 322, 352
FARADAY-Effekt 423
FARADAY-Konstante 323, 563
faradaysche Gesetze 322, 323
faradayscher Käfig 262
Farbenlehre 427
Farbmischung
– additive 430
– subtraktive 430
Farbstofflaser 489
Fata Morgana 394
Federkraftmesser 77
Federschwinger 141
Fehler 44
– absolute 46
– prozentuale 46
– relative 46
– systematische 45
– zufällige 45
Fehlerbalken 48
Fehlerbetrachtungen 48
Fehlerfortpflanzung 47
Fehlstelle 327
Feld 16
– Arbeit im elektrischen 265
– elektrisches 292, 353
– elektromagnetisches 354
– Energie im elektrischen 266
– magnetisches 278, 292, 353
– radialsymmetrisches 261
Feldeffekttransistor 333
Feldenergie 270, 271
Felder
– Abschirmung 262
– elektromagnetische 352
Feldkonstante 563
– elektrische 563
– magnetische 563
Feldkraft 263
Feldlinienbild 128, 278
– einer Spule 279
– eines Hufeisenmagneten 278

– eines Stabmagneten 278
– um einen stromdurchflossenen Leiter 279
Feldstärke 565
– elektrische 262, 263, 264, 292, 565
– magnetische 281, 292, 565
Feldtheorie 128
– elektromagnetische 352
FERMAT, PIERRE 383
fermatsches Prinzip 383
Fernfeld 361
Fernglas 392
Fernrohr 408
Fernwirkungsprinzip 12
Fernwirkungstheorie 260
Festkörper 54, 557
Festkörperlaser 489
Festkörperphysik 326, 556, 557
Festkörperstrukturen 558
Feuchte, absolute 565
Filmdosimeter 497
Filter 349
Fixpunkte 179
FIZEAU, HIPPOLYTE 384
Fläche 565
– wirksame 295
Flächenladungsdichte 264
Fluchtgeschwindigkeit 134, 542
Fluss 565
– elektrischer 565
– magnetischer 296, 565
Flussdichte 565
– elektrische 264, 565
– magnetische 280, 292, 297, 565
Flüssigkeiten 54
Flüssigkeitsthermometer 180
Flüssigkristallanzeige 426
FOCAULT, LEON 88
Formelzeichen 17
Fotoapparat 392
Fotodiode 334, 336
Fotoeffekt, äußerer 438
Fotoelement 334
Fotoemission 325
Fotowiderstand 328, 329, 334, 336
FOURIER-Analyse 155
FRANCK-HERTZ-Röhre 487
FRANCK-HERTZ-Versuch 486, 488
FRAUNHOFER, JOSEPH VON 413, 428
freier Fall 66
Freiheitsgrade 208
Frequenz 62, 138, 148, 341, 361, 565
FRESNEL, AUGUSTIN JEAN 151, 399
FRESNEL-Linsen 399
FRIEDRICH, WALTHER 448
F-s-Diagramm 94
Fullerene 453
Füllstandsmessung 505
Funkenentladungen 324
Funknavigation 540
Fusionsreaktoren 511

G

Galaxie 542
GALILEI, GALILEO 10, 66, 67, 80, 408
GALILEI-Transformation 56, 526, 527
Galvanisieren 323
Gammastrahlung 368
Gangunterschied 153, 411
Gasdruck 204
Gase 54, 190
Gasentladung 324
Gaskonstante
– allgemeine 196
– spezifische 197
– universelle 196
Gaslaser 489
Gasthermometer 180
Gasturbinenprozess 224
GAU 511
GAUSS, CARL FRIEDRICH 297
GAY-LUSSAC, JOSEPH LOUIS 194
Gedankenexperiment 459
Gegenfeldmethode 440
Gegenstandsgröße 399, 401
Gegenstandspunkt 399
Gegenstandsweite 399, 401
GEIGER, HANS 498
GEIGER-MÜLLER-Zählrohr 498
Generator 300, 303
Generatorprinzip 293
geometrische Optik 382
Geophysik 556
Geosphäre 556
Geräusch 157
Gesamtenergie 546, 548
– eines Körpers 544
Gesamtwirkungsgrad 98
Geschwindigkeit 59, 527, 565
– mittlere 202
– wahrscheinlichste 202
Geschwindigkeiten
– Addition von 537
– kosmische 133
Geschwindigkeitsfilter 289
Geschwindigkeitsquadrat 203
Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz 61, 64, 140
Gesetz der Erhaltung der Masse 51
Gesetz der konstanten Proportionen 198
Gesetz von AMONTONS 194
Gesetz von BOYLE und MARIOTTE 194
Gesetz von der Erhaltung der Energie 90
Gesetz von der Erhaltung der Ladung 259
Gesetz von der Erhaltung der Masse 198
Gesetz von GAY-LUSSAC 194
Gesetze 19
– Anwenden 26
– dynamische 21
– keplersche 122
– physikalische 20
– statistische 21
Gesetze der Elektrolyse 322
Gesetze des radioaktiven Zerfalls 501
Gewichtskraft 75, 83
Gewichtslosigkeit 84
Gitterebene 448
Gitterkonstante 414
Gittermodelle 326
Gitterspektren 414, 428
Glasfaserkabel 391
Gleichgewicht 99
– indifferentes 99
– labiles 99, 100
– stabiles 99, 100
Gleichgewichtslage 136
Gleichrichter 330
Gleichrichterdiode 334
Gleichspannungsquelle 309
Gleichstrom 341
– pulsierender 309
– rechteckiger 309
– zeitlich konstanter 309
Gleichstromgenerator 303
Gleichstromkreis 309, 339
Gleichzeitigkeit 530, 532, 533
Gleitreibung 85
Glimmlampe 324
Glimmlicht 324
Glockenzählrohr 498
glühelektrischer Effekt 325
Glühemission 325
Glühfarben 180
Glühkatode 285
GPS 540

Gravitation 161
Gravitationsfeld
– der Erde 128
– in der Nähe der Erdoberfläche 128
Gravitationsfelder 127
Gravitationsfeldstärke 128, 565
Gravitationsgesetz 122, 124
Gravitationskonstante 563
Gravitationslinsen 550
GRAY, LOUIS HAROLD 499
Grenzfrequenz 441, 445
Grenzschicht 329
Grenzwinkel der Totalreflexion 390
Größe 17
– skalare 18
– vektorielle 18
Größtfehler 46
Grundexperimente der Atomphysik 474
Grundfarben 427, 430
– der additiven Farbmischung 430
– der subtraktiven Farbmischung 430
Grundgesetz der Dynamik der Rotation 106
Grundgesetz des Wärmeaustauschs 183
Grundgesetze der Dynamik 80
Grundgleichung der kinetischen Gastheorie 205, 206, 210
Grundgleichung der Wärmelehre 182, 193
Grundschwingung 362
Gruppengeschwindigkeit 148

H

Hadronen 514
HAHN, OTTO 509
Halbleiter 316
Halbleiterdiode 330
Halbleiterphysik 558
Halbwertsdicke 497
Halbwertszeit 501
HALL, EDWIN HERBERT 286
HALL-Effekt 286
HALL-Sonde 287
HALL-Spannung 286
HALLWACHS, WILHELM 325, 438
Halogenlampe 307
Hangabtriebskraft 78
Härte einer Feder 77
Hauptquantenzahl 478, 482, 483, 485
Hauptsätze der Thermodynamik 211, 236
HEISENBERG, WERNER 464
Heißleiter 328, 329
Heißluftmotor 224
Heliumsynthese 511
Helligkeit 565
– absolute 565
– scheinbare 565
HELMHOLTZ, HERMANN VON 92, 282
HELMHOLTZ-Spulen 282
HENRY, JOSEPH 302
HERTZ, HEINRICH 12, 62, 138, 360
hertzsche Wellen 368
– Ausbreitung 360
– Eigenschaften 362
– Einteilung 365
– Empfangen 366
– Entstehung 360
– Senden 366
– technische Nutzung 365
HERTZSPRUNG-RUSSELL-Diagramm 186
Hochfrequenz-Schwingung 366
Hochpass 349
Hochtemperatur-Supraleiter 319, 320
Hohlspiegel 397
– kugelförmiger 398
– parabolischer 398
HOHMANN-Bahnen 135
Holografie 417
Hologramme 417
HOOKE, ROBERT 77, 407, 408
hookesche Gesetz 77, 141
Hörbereich 156
HOUSER, BRATTAIN WALTER 331
Hubarbeit 95
HUBBLE-Konstante 563
HUYGENS, CHRISTIAAN 150, 424
huygens-fresnelsches Prinzip 151
huygenssches Prinzip 150, 383
Hydrosphäre 556
Hyperonen 514
Hypothese 23

I

ideales Gas 178
Idealisierungen 21
Impuls 108, 110, 111, 119, 566
– eines Photons 442
– relativistischer 548
Impulsänderung 109
Impulserhaltungssatz 111, 112, 548
Impulslaser 489
Impulsmasse 547
Induktion
– elektromagnetische 293, 294
– magnetische 280
Induktionsgesetz 20, 297
Induktionshärten 300
Induktionsherd 300
Induktionskanone 301
Induktionsspannung 294
– bei zeitlich konstantem Magnetfeld 295
– bei zeitlich veränderlichem Magnetfeld 296
Induktionsstrom 294
Induktionszähler 300
Induktivität 302, 360, 566
induzierte Emission 488
Inertialsysteme 56, 80, 525, 534
Influenz 258
Infrarotteleskop 369
Innenpolmaschine 303, 304
innere Energie 181
innerer lichtelektrischer Effekt 438
Interferenz 152, 364, 431
– am Doppelspalt 411
– am Einzelspalt 416
– am Gitter 413
– an dünnen Schichten 417
– einzelner Photonen 444
– von Licht 410, 453
– von Quantenobjekten 452, 453
– von Röntgenstrahlung 448
– von Wellen 152
Interferenzeffekte 451
Interferenzfarben 418
Interferenzmuster 465
Interferenzstreifen 412
Interferometer 420, 462
Interpretieren 31 ff.
– von Diagrammen 33
– von Gleichungen 32
Ionen 322
Ionenmasse 289
Ionenquelle 289
Ionisation 323
Ionisationskammer 498
Ionisierungsenergie 480
irreversible Vorgänge 231
Isolatoren 316
Isotope 493, 518
Isotopentrennung 494
I-U-Kennlinie 318

J
JOLIOT-CURIE, FREDERIC 503
JOLIOT-CURIE, IRENE 503
JÖNSSON, CLAUS 452
JOSEPHSON, BRIAN DAVID 320
JOSEPHSON-Effekt 320
JOULE, JAMES PRESCOTT 90

K
Kalorik 176
kalorimetrische Messungen 184
Kaltleiter 328, 329
KAMERLINGH-ONNES, HEIKE 319
Kaonen 514
Kapazität 269, 360, 566
– elektrische 566
Kapillarität 54
Kationen 322
Kausalität
– schwache 13
– starke 13
Kausalitätsprinzip 12
Kelvin 569
KELVIN of Largs 179
KELVIN-Skala 179
Kennlinienfeld 332
KEPLER, JOHANNES 10, 122, 408
keplersches Fernrohr 408
Kernbausteine 518
Kernenergie 91, 509
Kernfusion 495, 511, 512
Kernkraft 506
Kernkraftwerk 510
Kernladungszahl 492, 494
Kernmodelle 506
Kernradius 476, 506
Kernreaktion 495
Kernspaltung 495, 509
Kernstrahlung 495
Kernumwandlung 495
– künstliche 503
– natürliche 503 f.
KERR, JOHN 425
KERR-Effekt 425
Kettenreaktion, gesteuerte 510
Kilogramm 569
Kilowattstundenzähler 310
Kinematik 56, 74
kinetische Gastheorie 178, 201
KIRCHHOFF, GUSTAV ROBERT 312, 429
kirchhoffsche Gesetze 312, 313
Klang 157
Klangfarbe 158
Klangspektrum 159
Klemmenspannung 312
Klystron 362
Knall 157
KNIPPING, PAUL 448
Knotenpunktsatz 313
kohärentes Licht 411
Kohärenz 153
Kohäsion 54
Kohäsionskräfte 54
Kollektor 331
Komplementärfarben 427, 429
Komplementarität 460, 461, 462
– bei Doppelspalt-Experimenten 458
Komplementaritätsprinzip 460
Kondensationstemperatur 191
Kondensator 269, 347
Kondensatoren
– Parallelschaltung 270
– Reihenschaltung 270
Kondensieren 191, 192
Konkavlinsen 399
Konstanten 563
– physikalische 559
Konstantspannungsquellen 330
kontinuierliches Spektrum 428
Konvektion 182
Konvexlinsen 399
Konvexspiegel 397
KOPERNIKUS, NIKOLAUS 122
Körper 50
– ideal elastischer 55
– ideal unelastischer 55
– starrer 99
Körperfarbe 429
Korpuskulartheorie 382
kosmische Strahlung 368
Kosmogonie 557
Kosmologie 557
Kraft 106, 111, 527, 566
Kraftarm 104
Kräfte
– Messen 77
– Wirkungen 75
– Zerlegung 78
– Zusammensetzung 78
Kräfte bei der Kreisbewegung 87
Kräftegleichgewicht 83
Kräfteparallelogramm 78
Kraftmessung
– dynamische 77
– statische 77
Kraftmoment 564
Kraftstoß 109, 110, 111, 566
Kraftwerksprozess 227
Kreisbahngeschwindigkeit 133
Kreisbewegung 57
– gleichförmige 62
Kreisel 120
Kreisfrequenz 139, 342, 566
Kreisprozess, realer 229
Kristallebene 448
Kugelspiegel 398
Kühlschrank 226
Kurzschluss 306
Kurzsichtigkeit 406
Kurzwellen 365

L
Ladestrom 269
Ladung 566
– elektrische 566
– Nachweis und Messung von 259
– spezifische 285, 289
Ladungsausgleich 257
Ladungsteilung 257
Ladungsträgerbeweglichkeit 566
Ladungsträgerdichte 317, 318, 326
Ladungsträgerkonzentration 566
Ladungstrennung 257
Ladungsverschiebung 257
Länge 527, 566, 569
Längenänderung 189
Längenkontraktion 536
Längsfeld
– Elektronen im homogenen 272
Längswellen 147
Langwellen 365
Laser 488
– kontinuierlicher 489
Laserlicht 489
Laserstrahlung 489
LAUE, MAX VON 448
LAUE-Diagramm 449
LAUE-Verfahren 449
Lautstärke 157, 566
Lautstärkepegel 566
LCD 426
LED 334
Leerlauf 306
Leerlaufspannung 312
Leistung 566
– elektrische 310
– im Wechselstromkreis 351
– mechanische 97, 121
Leistungsfaktor 351, 566
Leistungsmesser 310

Leistungsumsatz 344
Leistungsverstärkung 332
Leiter 316
Leitfähigkeit, elektrische 566
Leitungsband 319
Leitungsverluste 307
Leitungsvorgänge, elektrische 339
Leitwert, elektrischer 566
LENARD, PHILIPP 475
LENZ, HEINRICH FRIEDRICH EMIL 299
lenzsches Gesetz 299
Leptonen 514, 515
Leuchtdichte 566
Leuchtdiode 334
Leuchtkraft 545, 566
Leuchtröhre 324
Leuchtstofflampe 303, 324
LIBBY, WILLARD FRANK 504
Licht 451
– als Transversalwelle 423
– infrarotes 368
– kohärentes 411
– sichtbares 368
– ultraviolettes 368
Lichtbögen 324
Lichtbündel 382
lichtelektrischer Effekt 325
Lichtgeschwindigkeit 384, 385, 386, 563
– Konstanz der 530
Lichtquanten 442, 468
Lichtstärke 566, 569
Lichtstrahlen 382
– Krümmung von 550
Lichtstrom 566
Lichtuhr 530, 533
Linearbeschleuniger 290
Linienspektrum 428
Linke-Hand-Regel 280, 284
Linsenebene 399
Linsenfernrohr 404
Linsensysteme 401
Loch 327
Löcherleitung 328
Lochkamera 396
Longitudinalwellen 147, 156
LORD KELVIN 358
LORENTZ, HENDRIK ANTON 283, 531
LORENTZ-Faktor 531
LORENTZ-Kraft 283
LORENTZ-Transformation 531
LOSCHMIDT-Konstante 563
Lösen physikalischer Aufgaben
– durch geometrische Konstruktionen 40
– durch inhaltlich-logisches Schließen 35
– durch Nutzung von Verfahren der Analysis 36
– mithilfe von Diagrammen 38
Luftspiegelungen 388, 394
Luftwiderstandskraft 85, 89

M

Magnetfeld
– der Erde 279
– homogenes 282
– um stromdurchflossene Leiter und Spulen 282
magnetische Flaschen 287
magnetische Linsen 287
Magnetosphäre 556
Magnetpendel 144
Magnetquantenzahl 483
Magnetron 362
MAGNUS-Effekt 73
MARIOTTE, EDME 194
Markierungsverfahren 505
Maschensatz 313
Masse 50, 106, 527, 543, 567, 569
– dynamische 543
– eines Photons 442
– kritische 510
– molare 567
– relativistische 543
– schwere 124
– träge 124
– von Atomen 474
Masseeinheit 563
– atomare 53, 563
Masseerhaltungssatz 51
Massendefekt 507, 545
Massenmittelpunkt 99
Massenspektrograf 199, 289, 492
Massenspektroskop 289
Massenspektroskopie 289
Massenzahl 492
Massepunkt 55
materielle Modelle 21
MAXWELL, JAMES CLERK 12, 201, 352, 354, 360
MAYBACH, WILHELM 228
MAYER, JULIUS ROBERT 90
MEISSNER, ALEXANDER 359
MEISSNER-OCHSENFELD-Effekt 320
meißnersche Rückkopplungsschaltung 359
MEITNER, LISE 509
Mesonen 514
Messbereich 34
Messbereichserweiterung
– eines Spannungsmessers 311
– eines Strommessers 311
Messen 34
Messfehler 34, 45, 48
Messgenauigkeit 34
Messgerät 17
Messgerätefehler 45
Messschaltung
– spannungsrichtige 311
– stromrichtige 311
Messwert 44
Messzylinder 50
Metallbindung 316
metallischer Leiter 347
Meteore 131
Meteorite 131
Meteoroide 131
Meter 569
Meterwellen 365
MICHELSON, ALBERT ABRAHAM 13, 384, 528
MICHELSON-Interferometer 528
MICHELSON-MORLEY-Experiment 528
Mikroskop 407
– Vergrößerung 408
Mikrowellen 363, 365, 368
Mikrowellengeräte 362
MILLIKAN-Versuch 272, 273
MINKOWSKI, HERMANN 526
MINKOWSKI-Diagramme 538
Mischungstemperatur 184
Mittelpunktstrahlen 398 ff.
Mittelwellen 365
Mittelwert 46
Modell
– Lichtstrahl 382
– Lichtwelle 383
Modell ideales Gas 178
Modelle 21
– ideelle 22
– materielle 22
Modellexperimente 22
Moderatoren 510
Modulation 366
Mol 569
Molekül 177
Molekularbewegung 200, 204
Mondrechnung 123
Monochord 8
Morgenrot 395
MORLEY, EDWARD WILLIAMS 13
MOSFET 333

Müller, Walther 498
Myonen 514, 563
– Zerfall von 535

N
Nahwirkungstheorie 260
Nahfeld 361
Nanotechnologie 558
Natriumdampflampe 324
Naturkonstante 18
Naturwissenschaft 8 ff.
Nebelkammer 498
Nebenquantenzahl 482
Nebenregenbogen 393
Nernst, Walther 236
nernstsches Wärmetheorem 236
Netzadapter 307
Netzebene 448
Netzgeräte 307
Netzwerke 313
Neutrino 508
Neutronen 492, 493, 503, 514, 515, 563
– thermische 510
Neutronenzahl 494
Newton, Isaac 10, 11, 13, 76, 80, 81, 124, 419, 427
newtonsche Gesetze 80
newtonsche Mechanik 525
newtonsche Ringe 419
newtonsches Grundgesetz 81 106, 121
n-Halbleiter 328
Nichtleiter 316
nichtlineare Physik 13, 558
Niederfrequenz-Schwingung 366
n-Leitung 328
Nordpol 278
Normalkraft 78, 85
Normalvergrößerung 407
Normdruck 563
Normfallbeschleunigung 563
Normgrößen 563
Normierungsbedingung 482
Normtemperatur 563
Normvolumen 563
Normvolumen, molares 563
Nukleonen 492, 508
Nukleonenzahl 492
Nuklide 493, 518
– radioaktive 495
Nuklidkarte 493, 560
Nulleffekt 498
Nullpunkt 563
– absoluter 179, 563

O
Oberflächenvergütung 418
Oberflächenwellen 147
Objektiv 407, 408
Oersted, Hans Christian 293
Öffnungsverhältnis 567
Ohm, Georg Simon 309, 344
Ohmmeter 309
Okular 407, 408
Ölfleckmethode 199
Operationsverstärker 335
optisch aktive Stoffe 426
optische Geräte 406
optisches Fenster 369
Orbitale 482, 483
Orbitalmodell 482
Ordnungszahl 492
Ortsfaktor 66, 128, 565
Ortsmessung 459
Ortsvektoren 58
Oszillator 146
Otto, Nikolaus August 228
Ottomotor 228

P
Paarbildung 327
Packungsmodelle 326
Parabolspiegel 397, 398
Parallelschaltung 349
– von ohmschem, induktivem und kapazitivem Widerstand 349
Parallelstrahlen 398, 400
Pauli, Wolfgang 485
Pauli-Prinzip 483, 485
Pendel 136
Periheldrehung des Merkurs 549
Periodendauer 138, 567
Periodensystem der Elemente 485
Permeabilitätszahl 282
Permittivitätszahl 270
Perpetuum mobile
– 1. Art 92
– 2. Art 236
p-Halbleiter 328
Phase 139, 191
Phasengeschwindigkeit 148
Phasensprung 418
Phasenumwandlung 191
Phasenverschiebung 342, 346, 347, 349, 351
Phasenwinkel 139
Photonen 442, 450, 468, 514
Photonendetektoren 444
Photonentheorie 382
Physik 8, 9
Physik der Supraleitung 558
Piezokristall 336
Pion 514
Planartechnik 53
Planck, Max 13, 438
Planck-Konstante 440
plancksche Strahlungskonstanten 563
plancksches Strahlungsgesetz 243
plancksches Wirkungsquantum 439, 440, 563
Plasma 190
Plattenkondensator 269
p-Leitung 328
pn-Übergang 329
Polarisation 153
– dielektrische 258
– durch Brechung 424
– durch Reflexion 424
– von Licht 423
Polarisationsfolien 423
Polarisator 425, 426
Polarlichter 287, 288
positive Säule 324
Positron 503
Potenzial 131, 132, 567
– elektrisches 267, 567
Potenzialdifferenz 567
Potenzialtopf 508
Potenzialtopfmodell 507, 518
Potenziometerschaltung 311
Prinzip, elektromotorisches 293
Prisma 392, 414, 427
Prismenspektrum 428
Prochorow, Alexander M. 489
Protokoll des Experiments 43
Proton 492, 493, 514, 515, 563
Proton-Proton-Reaktion 511
Proton-Proton-Zyklus 511
Prozessgröße 18, 94, 177, 181
PSE 485
Ptolemäus, Claudius 9
Punktmasse 55
Pythagoras 8

Q
Qualitätsfaktor 499
Quantenelektrodynamik 515
quantenmechanisches Atommodell 482
Quantenobjekte 452, 453, 454, 456, 479
Quantenphysik 438, 468, 478, 556
Quantentheorie 13, 438, 456

Quarks 515
Quasare 542
Quecksilberdampflampe 324
Quellenfeld
– wirbelfreies 261, 292
Querfeld
– Elektronen im homogenen 273
Querwellen 147

R
Radar 365
Radialbeschleunigung 60, 63
Radialfeld 261, 266
Radialkraft 87
radioaktive Strahlung 495, 496
– Ablenkung 497
– Absorptionsvermögen 497
– Durchdringungsvermögen 496
– Größen zur Erfassung 499
– Nachweismethoden 497
Radioaktivität
– künstliche 495
– natürliche 495
Radiofenster 369
Radiokarbonmethode 504
Radiokohlenstoffmethode 504
Radionuklide 495
– Anwendungen 505
Radioteleskop 369
Radius 567
– von Atomen 475
Raketenantrieb 113
Raketengrundgleichung 113
Randkrümmung 54
Randstrahlen 382
Raum 537
– absoluter 524
Raumwinkel 567
Raum-Zeit 537
RC-Hochpass 349
RC-Tiefpass 349
RÉAUMUR, RÉNE-ANTOINE 180
Rechte-Hand-Regel 284
Reflexion 151, 364
Reflexion von Licht 386
Reflexionsgesetz 364, 386, 409
Reflexionsgitter 413
Refraktor 404
Regelstäbe 510
Regenbogen 393
Reibungsarbeit 95
Reibungskraft 75, 85
Reihenschaltung 349
– von ohmschem, induktivem und kapazitivem Widerstand 348
Rekombination 327
relativistische Rotverschiebung 550
Relativität der Bewegung 56
Relativität der Gleichzeitigkeit 532, 533
Relativität der Längenmessung 536
Relativität der Masse 543
Relativität der Zeitmessung 533
Relativitätsprinzip 530
– galileisches 525, 526
Relativitätstheorie 13, 523 ff.
– allgemeine 549
– Erhaltungssätze 548
– spezielle 524, 551
Resonanz 143, 359
Resonanzfrequenz 362
Resonanzkatastrophe 143
Resonanzkurve 143
Restmagnetismus 292
Resultierende 78
reversible Vorgänge 231
RGB-Farben 430
RICHMANN, GEORG WILHELM 184
richmannsche Mischungsregel 184
RL-Tiefpass 349
Rollreibung 85
RÖMER, OLAF 384
RÖNTGEN, WILHELM CONRAD 13, 444
Röntgendiagnostik 447
Röntgenröhre 445
Röntgensatellit 445
Röntgenstrahlung 362, 368, 444, 447, 451, 468
Röntgenstrukturanalyse 447, 449
Röntgenteleskop 369
Röntgentherapie 447
Rotation 101, 102, 103, 106, 121, 200
Rotationsdauer 567
Rotationsenergie 91, 106
Rotverschiebung 542
ROWLAND, HENRY AUGUSTUS 413
Rückkopplung 359
Rückkopplungssysteme 558
Rückstoßprinzip 113
Rückwirkung 306
Ruheenergie 545, 546
Ruhelage 136
Ruhemasse 543
RUTHERFORD, ERNEST 13, 475, 476, 492, 503
RYDBERG-Frequenz 476, 563
RYDBERG-Konstante 563

S
Saite 157
Sammellinsen 399
Scanner 338
Schäden, somatische 500
Schalenmodell 483, 485
Schall 156
Schalldämmmaß 567
Schalldruck 567
Schalldruckpegel 567
Schallintensität 567
Schallwellen 151, 156
Schalter 333
Scheinkräfte 88
Scheinleistung 351, 567
Scheinwiderstand 349, 567
SCHERRER, PAUL 449
Schmelzen 190
Schmelzflusselektrolyse 323
Schmelztemperatur 190
SCHRÖDINGER, ERWIN 482
SCHRÖDINGER-Gleichung 484
SCHRÖDINGERs Katze 467
Schubkraft 75
Schüttelapparat 205
Schutz vor Strahlung 501
Schwankungen, statistische 201
schwarze Löcher 550
schwarzer Körper 243
Schweben 89
Schwebung 145
Schwellenspannung 330
Schwere 80
Schwerelosigkeit 84
Schwerpunkt 99, 114
Schwerpunktsatz 114
Schwimmen 89
Schwinger
– chaotische Bewegung von 144
Schwingkreis 356, 360, 366
Schwingungen 15, 136
– Beschreibung mechanischer 137
– Entstehung mechanischer 136
– elektromagnetische 352, 356, 359, 370
– erzwungene 143
– freie 359
– gedämpfte 139, 142

– Gleichung für eine harmonische 140
– harmonische 138
– lineare 137
– mathematische Beschreibung harmonischer 139
– mechanische 136
– nicht harmonische 138
– rücktreibende Kraft bei harmonischen 141
– Überlagerung von 145
– ungedämpfte 139
– Zeigerdarstellung von 144
Schwingungsbäuche 154
Schwingungsdauer 138, 148, 567
Schwingungsknoten 154
Schwingungszahlen 158
Segerkegel 180
Sekunde 569
Selbstinduktion 301
Selbstorganisation 237
Sendeantenne 362
Sendedipol 360, 366
Sender 367
Sensoren 336
Serienformel 476
SHOCKLEY, WILLIAM 331
Sichtweite 567
Sieden 191, 192
Siedetemperatur 191
SIEMENS, WERNER VON 304
SIEVERT, ROLF 499
Signale
– analoge 335
– digitale 335
Signalverarbeitung 335
Sinken 89
Solarkonstante 246, 563
Solarzelle 334
Sonne 246
Sonnenfinsternis 41
Sonnenwind 288, 442
Spannung 567
– elektrische 268, 309, 567
– magnetische 567
– mechanische 567
– mittlere 344
Spannungsdoppelbrechung 425
Spannungsoptik 425
Spannungsteilerregel 310
Spannungsteilerschaltung 311
Spannungsverstärkung 332
Spektralanalyse 414, 427, 429
Spektralapparate 429
Spektralfarben 427
Spektren 427
Spektrum, charakteristisches 446, 447
Spektrum der Röntgenstrahlung 446
Spektrum elektromagnetischer Wellen 368
Sperrrichtung 330
Sperrschicht 329
spezifische elektrische Leitfähigkeit 318
spezifische Ladung 272
spezifischer elektrischer Widerstand 318
Spiegel
– ebener 397
– gewölbter 397
Spinquantenzahl 482, 483
Spinthariskop 498
Spitzenentladungen 324
spontane Emission 488
Sprungtemperatur 319, 320
Spule 347
SRT 530
Standardabweichung 46
Standardmodell 515, 516
Standfestigkeit 100
starrer Körper 55
STEFAN-BOLTZMANN-Konstante 563
Steigzeit 71
Sterne 186
Sternentstehung 187
Sternentwicklung 187
STERN-GERLACH-Versuch 483
Steuerkennlinie 332
Stimmumfang 156
Stimmung, reine 158
STIRLING, ROBERT 224
STIRLING-Motor 224
stirlingscher Kreisprozess 224
Stoff
– diamagnetischer 292
– ferromagnetischer 292
– paramagnetischer 292
Stoffkonstante 182
Stoffmenge 52, 567, 569
Störstellen 327
Störstellenleitung 327, 328
Stoß
– elastischer 115
– gerader 115
– schiefer 115
– unelastischer 115
– zentraler 116
– zentraler gerader elastischer 117
– zentraler gerader unelastischer 116
Stoßionisation 324
Strahlenbelastung 500
Strahlenoptik 382, 409
Strahlenschäden 500
Strahlenschutz 447, 500, 501
Strahlungsdruck 443
Strahlungsenergie 91
Strahlungsgesetze 180
Strahlungsgürtel der Erde 287
Streuung 153
– von Licht 395
Streuversuche 475
Strom, elektrischer 256
Stromstärke 256, 567, 569
– elektrische 309, 567, 569
– mittlere 343
Stromteilerregel 310
Stromverbundnetze 307
Stromverstärkung 332
Strukturbildung 237
subtraktive Farbmischung 430
Südpol 278
Superposition 68, 152
Superpositionsprinzip 18, 68, 265
Supraleiter 320
Supraleitung 319, 321
Swing-by-Manöver 134
Swing-by-Technik 135
Symbolschreibweise 493
Synchrotronstrahlung 362
Synchrozyklotron 287, 291
Synergetik 237
Systeme
– abgeschlossene 90
– geschlossene 90
– offene 90
– thermodynamische 176
Systemgrenze 90
Szintigrafie 505
Szintillationszähler 499

T

Tachometer 59
Teilchen 15
– Geschwindigkeit von 206
– Geschwindigkeitsverteilung von 202
– räumliche Verteilung von 201
Teilchenanzahl 51
Teilchenanzahldichte 201
Teilchenbeschleuniger 287, 362,
Teilchengrößen 178

Teilchenmodell 21, 177, 451
Teilchenzoo 514
Temperatur 179, 193, 209, 567, 569
– absolute 179
– thermodynamische 569
Temperaturausgleich 235
Temperaturschichtung 188
Temperaturskala, absolute 179
TESLA, NICOLA 280
THALES VON MILET 8
Theorie 22
thermische Energie 181
Thermistor 328, 329 334, 336
Thermodiffusion 53, 327
Thermodynamik 176
Thermoelement 180, 336
Thermofarben 180
Thermometer 180
THOMSON, JOSEPH JOHN 289
THOMSON, WILLIAM 179, 358
thomsonsche Schwingungsgleichung 357
Tiefpass 349
Tokamak-Prinzip 513
TOLMAN-Versuch 317
Ton 157
Tongeneratoren 359
Tonhöhe 156
Tonleiter 158
Totalreflexion 390
Touchscreen 337
TOWNES, CHARLES T. 489
Trägheit 80
Trägheitsgesetz 80, 121
Trägheitskraft 87 f.
Trägheitsmoment 104, 105, 106, 119, 567
Transformator 300, 306, 307
– belasteter 305
– idealer 305
– realer 305
– unbelasteter 305
Transistor 331, 332
– bipolarer 331, 334
– unipolarer 333, 334
Transistoreffekt 332
Translation 101, 102, 103, 106, 121, 200
Transmissionsgitter 413
Transversalwellen 147
Treibhauseffekt 244
Tripelpunkt von Wasser 563
Tröpfchenmethode 273
Tröpfchenmodell 506, 518
Tumorbehandlung 505
Tunneleffekt 508

U

Überlaufmethode 50
Übersichtigkeit 406
Ultraschall 157, 160
Umkehrprisma 392
Umlaufzeit 62, 102, 567
Umlenkprisma 392
Unabhängigkeitsprinzip 68
Unbestimmtheit 464
– bei makroskopischen Objekten 467
– objektive 458
– von Quantenobjekten 458
Unbestimmtheitsrelation 458, 464
universelle Gasgleichung 194
universelle Gaskonstante 563
Unschärferelation 464
UVW-Regel 284

V

Vakuumlichtgeschwindigkeit 386
Valenzband 319
Vektor, axialer 102
Verdunsten 192
Verdunstungskälte 192
Verdunstungswärme 192
Verformung
– elastische 76
– plastische 76
Vergleichen 30
Vergrößerung 568
– eines keplerschen Fernrohres 408
– eines Mikroskops 408
– eines optischen Gerätes 407
Verschiebung, dielektrische 264, 292
Verschiebungsdichte, elektrische 264
Verstärker 333
Verstärkung 153
Viertaktmotor 228
VINCI, LEONARDO DA 10
VOLTA, ALESSANDRO 309
Voltmeter 309
Volumen 50, 567, 568
– molares 567
Volumenänderung 188
Voraussagen 30
Vorsätze bei Einheiten 569
Verzögerung 60

W

Waage 50
wahrer Wert 44
Wahrscheinlichkeit 233, 456, 457
WANKEL, FELIX 228
Wankelmotor 228
Wärme 16, 177, 181, 193, 225, 568
Wärmeaustausch 183
Wärmekapazität 184, 568
– eines Kalorimeters 185
– spezifische 182
Wärmekraftmaschine 226
Wärmekraftwerk 227
Wärmelehre 176
Wärmeleitung 182
Wärmeleitwiderstand 568
Wärmemenge 16, 181, 568
Wärmepumpen 225, 226
Wärmequellen 182, 186
Wärmestrahlung 182
Wärmestrom 568
Wärmeströmung 182
Wärmetod 233
Wärmeübertragung 182
Wasserkraft 75
WATT, JAMES 97, 230, 310
Wattmeter 310
WEBER, WILHELM EDUARD 297
Wechselspannung 341
Wechselstrom 341, 368
Wechselstromgenerator 303, 304
Wechselstromkreis 341, 370
Wechselwirkung 83
Wechselwirkungsgesetz 82, 121
Wechselwirkungsgröße 18, 76
Wechselwirkungskräfte 82
Weg 58, 527, 568
Weg-Zeit-Gesetz 61, 64
WEHNELT, ARTHUR 325
Weitsichtigkeit 406
Wellen 16, 161
– Arten mechanischer 147
– Ausbreitung und Eigenschaften mechanischer 150
– Beschreibung mechanischer 148
– charakteristische Eigenschaften von 151
– elektromagnetische 352, 354, 356, 370
– Entstehung mechanischer 146
– fortschreitende 154
– hertzsche 354, 360

– mechanische 146
– stehende 154
– weitere Eigenschaften von 153
Wellenfronten 150
Wellengleichung 149
Wellenlänge 148, 361, 414, 415, 568
Wellenmodell 383, 387, 451
Wellennormale 150, 383
Wellenoptik 383, 431
Wellentheorie 382
Weltbild 11, 122
– geozentrisches 9
– heliozentrisches 9
Weltraumfahrt 126
Widerstand 568
– elektrischer 309
– induktiver 345, 347, 568
– kapazitiver 346, 347, 568
– magnetischer 568
– ohmscher 344, 347, 568
– im Wechselstromkreis 347
Widerstandsthermometer 180
wiensche Konstante 563
WILSON, C. P. R. 498
Windkraft 75
Winkel 568
Winkelbeschleunigung 568
Winkelgeschwindigkeit 62, 102, 119, 568
Wirbelfeld, quellenfreies 261, 279, 292
Wirbelstrombremse 300
Wirbelströme 300
Wirkleistung 344, 351, 568
Wirkung 440
Wirkungsgrad 98, 121
– thermischer 225
Wirkwiderstand 344, 347, 348, 349
Wölbspiegel 397
– kugelförmiger 398
Wurf 70
– schiefer 71
– schräger 71
– senkrechter 70
– waagerechter 70
Wurfhöhe 71
Wurfparabel 70
Wurfweite 71

X
x-t-Diagramm 58

Y
y-t-Diagramm 148
y-x-Diagramm 148

Z
Zeigerdarstellung 146
Zeigermodell 383, 412, 416, 420, 456
Zeit 58, 527, 537, 568, 569
– absolute 524
Zeitdilatation 534, 535
Zeitkonstante 568
Zentimeterwellen 365
Zentralbeschleunigung 63
Zentrifugalkraft 87
Zentripetalbeschleunigung 63
Zerfallsgesetz 501
Zerfallsreihen, natürliche 503
Zerstreuungslinsen 403, 399, 400
Zugkraft 75
Zündspule 303
Zungenfrequenzmesser 143
Zustandsänderung 223
– adiabatische 195
– isobare 194, 195
– isochore 194, 195
– isotherme 194, 195
Zustandsgröße 18, 90, 119, 177, 179, 181, 209
Zyklotron 287, 290